

01

Моделирование трехкубитного кода повторений в цепочке сверхпроводниковых кубитов с соединительными элементами

© Н.Г. Березкин^{1–3}, И.А. Симаков^{1,2}, Г.С. Мажорин^{1,2}

¹ Национальный исследовательский технологический университет „МИСИС“, Москва, Россия

² Российский квантовый центр, Москва, Россия

³ Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Московская обл., Россия
E-mail: berezkin.ng@phystech.edu

Поступило в Редакцию 22 июля 2025 г.

В окончательной редакции 18 августа 2025 г.

Принято к публикации 25 августа 2025 г.

В сверхпроводниковых квантовых схемах перспективным методом реализации высокоточных двухкубитных операций является микроволновое возбуждение соединительного элемента. Представлено моделирование трехкубитного кода повторений с учетом физического механизма реализации двухкубитных операций: исследовано влияние паразитной населенности возбужденного состояния соединительного кубита и продемонстрировано успешное исправление данной ошибки с помощью кодов коррекции квантовых ошибок.

Ключевые слова: сверхпроводниковые кубиты, соединительный элемент, микроволновые операции, код повторений, утечки из вычислительного подпространства.

DOI: 10.61011/PJTF.2025.22.61587.20451

Коды, исправляющие квантовые ошибки, необходимы для реализации помехоустойчивых масштабируемых квантовых вычислений. В пионерской работе [1] было впервые продемонстрировано детектирование ошибок на сверхпроводниковых кубитах. В настоящее время наиболее изученными являются стабилизаторные коды, такие как код повторений [2] и поверхностный код коррекции ошибок [3]. В работе [4] на сверхпроводниковых кубитах впервые продемонстрировано последовательное детектирование ошибок с помощью кода повторений, в работе [5] — с помощью поверхностного кода. В ряде передовых работ [6,7] на сверхпроводниковых процессорах выполнено масштабирование поверхностного кода и продемонстрирован логический кубит, превосходящий по когерентным характеристикам все физические кубиты, на которых он закодирован. Существуют и другие экспериментально реализованные алгоритмы квантовой коррекции ошибок, например, LDPC-коды [8,9]. Помимо сверхпроводниковых кубитов помехоустойчивые квантовые вычисления развиваются и на других платформах: ионах [10] и нейтральных атомах [11].

В стабилизаторных кодах коррекции ошибок для защиты логических квантовых состояний от воздействия шума выполняется их кодировка с помощью совокупности физических кубитов, называемых информационными кубитами. Между ними располагаются вспомогательные кубиты, их измерение позволяет определить четность состояния соседних информационных кубитов, изменение которой сигнализирует о возникновении ошибки. Произвольные возмущения состояний информационных кубитов преобразуются в композицию дискретных X - и Z -ошибок благодаря проективным измерениям вспо-

могательных кубитов, результаты которых называются синдромами ошибок [2,3,12]. Чтобы установить, каковы были ошибки и на каких кубитах они произошли, последовательности измеренных синдромов ошибок декодируются с помощью классических алгоритмов. Одной из проблем такого подхода является то, что утечки из вычислительного подпространства не преобразуются в X - или Z -ошибки при измерении вспомогательных кубитов [13]. Утечки характерны для сверхпроводниковых кубитов, представляющих собой многоуровневые системы с вычислительным подпространством из двух низших энергетических состояний. Более того, невычислительные состояния сверхпроводниковых кубитов могут использоваться для реализации многокубитных операций [14–16], несовершенство калибровки которых приводит к остаточной населенности невычислительных уровней.

Перспективным с точки зрения масштабирования вариантом реализации перестраиваемой связи между сверхпроводниковыми кубитами является использование соединительного кубита (C) между вычислительными кубитами (Q). Одним из способов выполнения двухкубитных операций в такой архитектуре является микроволновое возбуждение соединительного элемента. При реализации микроволновых операций в качестве вычислительных кубитов используются кубиты-флаксоны, а в качестве соединительных элементов — трансмоны или флаксоны [15,16]. К достоинствам микроволновых операций в архитектуре QCQ относятся подавление ZZ -взаимодействия между вычислительными кубитами до уровня нескольких кГц и отсутствие необходимости перестраивать магнитный

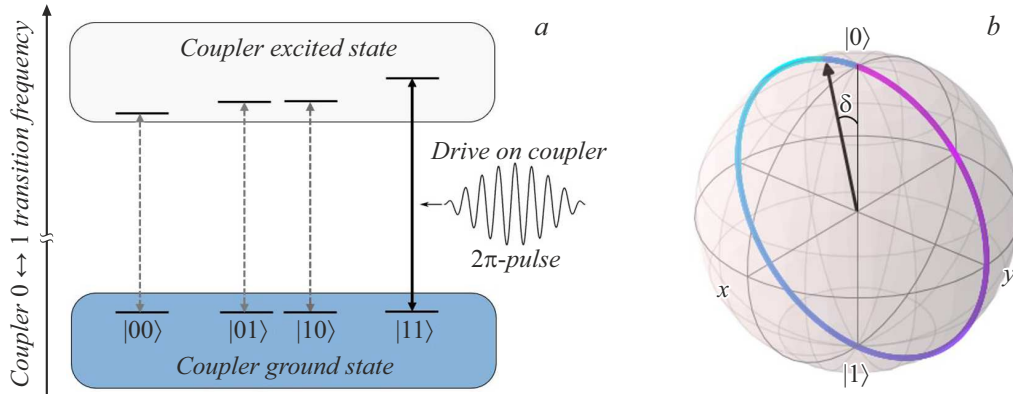


Рис. 1. Экспериментальная реализация операции CZ. *a* — переход 0–1 соединительного элемента, зависящий от состояний соседних вычислительных кубитов. *b* — траектория и конечное положение на сфере Блоха вектор-состояния соединительного кубита после выполнения операции CZ. Отклонение на угол δ от состояния $|0\rangle$ обусловлено погрешностью калибровки 2π -импульса.

поток из оптимального значения, при котором достигаются максимальные времена когерентности кубитов [17]. Таким образом, достигается высокая эффективность запутывания в сочетании с низкими паразитными взаимодействиями в режиме ожидания.

Принцип работы микроволновых операций основан на сильном взаимодействии соединительного элемента и вычислительных кубитов. Оно приводит к возникновению дисперсионного сдвига (порядка 100 MHz) [15,16] первого возбужденного состояния соединительного кубита, зависящего от состояний двух соседних вычислительных кубитов (рис. 1, *a*). В результате отстройка частоты управляющего сигнала от частоты перехода соединительного кубита зависит от состояний вычислительных кубитов, что приводит к набегу различных фаз на вычислительных состояниях.

В работе [15] предложен метод реализации операции CZ в архитектуре Q_1CQ_2 путем подачи на соединительный элемент 2π -импульса, частота которого близка к переходу $|101\rangle_{Q_1CQ_2} - |111\rangle_{Q_1CQ_2}$. За период осцилляций Раби в вычислительном состоянии $|11\rangle_{Q_1Q_2}$ накапливается условная фаза π . Устанавливая частоту микроволнового сигнала близко к переходу $|101\rangle_{Q_1CQ_2} - |111\rangle_{Q_1CQ_2}$, можно возбуждать колебания только между этими состояниями, оставляя остальные незатронутыми. Для достижения высокой точности двухкубитной операции соединительный элемент должен вернуться в основное состояние по завершении импульса. На практике в возбужденном состоянии соединительного кубита может остаться некоторая малая населенность, в первую очередь из-за несовершенства калибровки 2π -импульса (рис. 1, *b*). Возникновение этой утечки из вычислительного подпространства ставит под вопрос возможность применения микроволновых операций для реализации стандартных алгоритмов коррекции. Эта паразитная населенность, в частности, препятствует выполнению однокубитных операций, изменяя частоту соседних вычислительных кубитов. Для проверки работоспособности кода кор-

рекции в этой архитектуре необходимо выполнить его моделирование с учетом населенности соединительного элемента.

Возможность коррекции утечки в возбужденное состояние соединительного элемента с помощью стабилизаторных кодов исследовалась на примере трехкубитного кода повторений (рис. 2, *a*). В трехкубитном коде повторений логическое состояние кодируется с помощью трех информационных кубитов, а измерение синдромов ошибок осуществляется с помощью двух вспомогательных кубитов путем выполнения последовательных операций CNOT и измерения состояний вспомогательных кубитов. Если p — вероятность возникновения независимой физической ошибки за время одного цикла коррекции, то после выполнения алгоритма коррекции и исправления ошибок вероятность логической ошибки при малых p в ведущем порядке пропорциональна p^2 — на этом основан выигрыш, который обеспечивает трехкубитный код повторений [2].

Экспериментально операция CNOT реализуется путем выполнения операции CZ между информационным кубитом D и вспомогательным кубитом A , до и после которого следуют операторы Адамара H на вспомогательном кубите. Будем представлять операцию CZ как X -вращение на угол $\varphi = 2\pi + \delta$ между состояниями $|101\rangle_{DCA}$ и $|111\rangle_{DCA}$, где $\delta \ll 1$ — систематическая погрешность калибровки. Соответствующий унитарный оператор в базисе информационный–соединительный–вспомогательный кубиты $|DCA\rangle$:

$$U_{CZ} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \frac{\varphi}{2} & 0 & -i \sin \frac{\varphi}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -i \sin \frac{\varphi}{2} & 0 & \cos \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

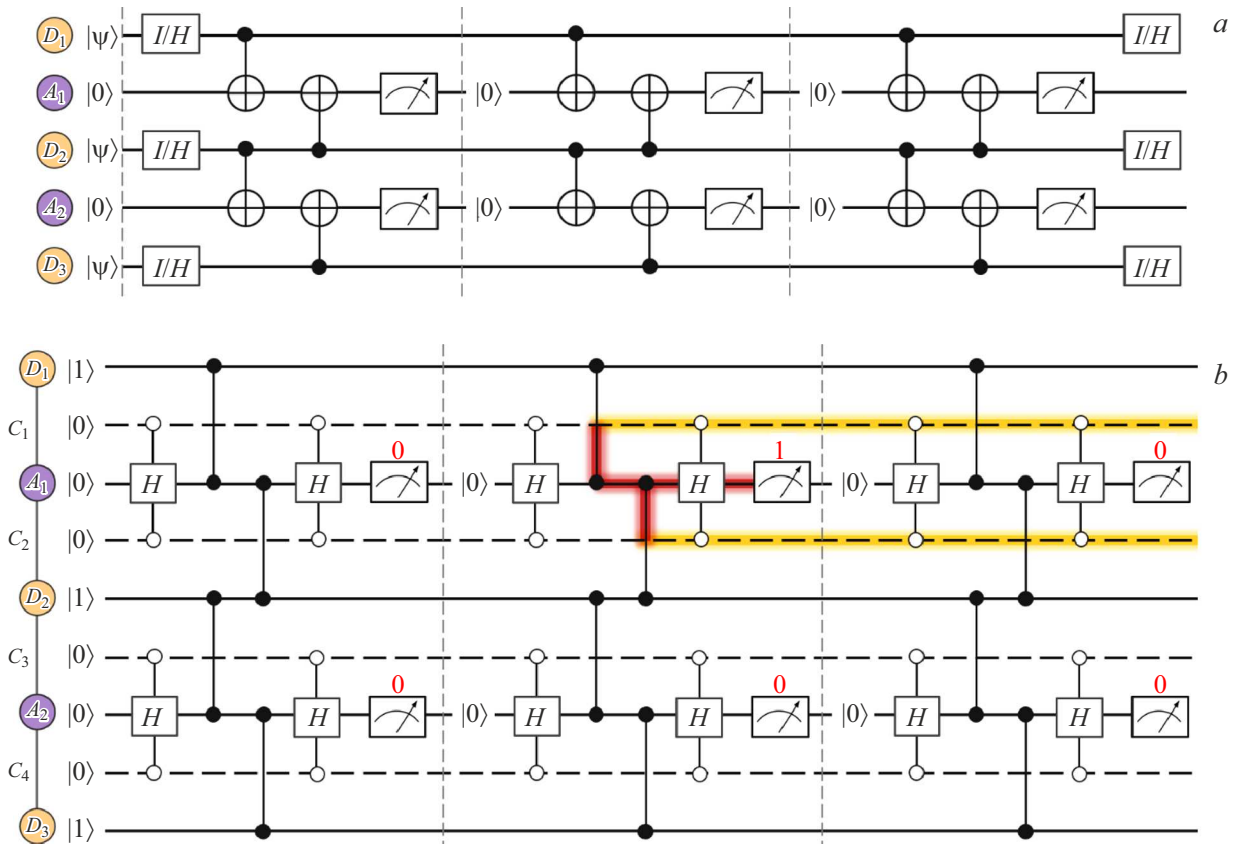


Рис. 2. *a* — трехкубитный код повторений, исправляющий X- или Z-ошибки (изображены три цикла коррекции). *b* — пример распространения ошибки на соединительном элементе в трехкубитном коде повторений, исправляющем X-ошибки. Изображен сценарий $|0\rangle_{A_1} \rightarrow |1\rangle_{A_1} \rightarrow |0\rangle_{A_1}$. Квантовая схема кодирует логическое состояние $|1\rangle_L$. D_1, D_2, D_3 — информационные кубиты; A_1, A_2 — вспомогательные кубиты; C_1, C_2, C_3, C_4 — соединительные элементы.

Кроме того, положим, что оператор Адамара не выполняется, если хотя бы один из соседних соединительных элементов находится в возбужденном состоянии. На схеме этому соответствует инвертированный управляющий вход на соединительном кубите. Соответствующий унитарный оператор в базисе соединительный–вспомогательный–соединительный кубиты $|CAC\rangle$:

$$U_H = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Если информационные кубиты приготовлены в логическом состоянии $|0\rangle_L = |000\rangle_{D_1 D_2 D_3}$, то погрешность калибровки δ не приводит к возникновению ошибок, так как последовательное применение операторов U_H, U_{CZ}, U_H сохраняет все кубиты в основном состоянии. Однако для логического состояния $|1\rangle_L = |111\rangle_{D_1 D_2 D_3}$ по-

грешность δ уже будет иметь последствия. Рассмотрим пример одного из сценариев возникновения ошибок при выполнении кода повторений над логическим состоянием $|1\rangle_L$ (рис. 2, *b*). Пусть на информационных кубитах D_1 и D_2 выполняется измерение синдрома ошибки с помощью вспомогательного кубита A_1 , соединенного с информационными кубитами с помощью соединительных элементов C_1 и C_2 . В этом примере предположим, что других каналов ошибок, не связанных с населенностью соединительного элемента, в квантовой схеме нет. После выполнения квантовых операций из цикла коррекции над состоянием $|D_1 C_1 A_1 C_2 D_2\rangle^{(0)} = |10001\rangle$ получится следующее запутанное состояние:

$$\begin{aligned} |D_1 C_1 A_1 C_2 D_2\rangle^{(1)} &= \frac{1}{2} \left(1 + \cos^2 \frac{\delta}{2} \right) |10001\rangle \\ &+ \frac{1}{2} \left(1 - \cos^2 \frac{\delta}{2} \right) |10101\rangle \\ &- \frac{\sqrt{2}i}{4} \sin \delta \left(|10111\rangle + |11101\rangle \right) \\ &- \frac{1}{\sqrt{2}} \sin^2 \frac{\delta}{2} |11111\rangle. \end{aligned} \quad (3)$$

Таблица 1. Асимптотические вероятности сценариев ошибок, связанных с населенностью соединительного элемента, в трех циклах коррекции

Количество ошибок	Сценарий	Вероятность
0	$ 0\rangle \rightarrow 0\rangle \rightarrow 0\rangle$	$1 - \frac{3}{4}p_c + O(p_c^{3/2})$
1	$ 1\rangle \rightarrow 0\rangle \rightarrow 0\rangle$ $ 0\rangle \rightarrow 1\rangle \rightarrow 0\rangle$ $ 0\rangle \rightarrow 0\rangle \rightarrow 1\rangle$	$\frac{1}{4}p_c + O(p_c^2)$
2	$ 1\rangle \rightarrow 1\rangle \rightarrow 0\rangle$ $ 0\rangle \rightarrow 1\rangle \rightarrow 1\rangle$ $ 1\rangle \rightarrow 0\rangle \rightarrow 1\rangle$	$\frac{1}{256}p_c^3 + O(p_c^4)$
3	$ 1\rangle \rightarrow 1\rangle \rightarrow 1\rangle$	$\frac{1}{1024}p_c^5 + O(p_c^6)$

Согласно выражению (3), при измерении состояния вспомогательного кубита A_1 будет получено состояние $|0\rangle_{A_1}$ с вероятностью

$$|(1 + \cos^2(\delta/2))/2|^2 = 1 - \delta^2/4 + O(\delta^3).$$

При этом с вероятностью $\delta^2/4 + O(\delta^3)$ может быть получено состояние $|1\rangle_{A_1}$ — это неверный результат измерения четности состояния информационных кубитов D_1 и D_2 . Повторение такой ошибки в нескольких циклах подряд может привести к неверному декодированию измеренных синдромов и, как следствие, к логическим ошибкам.

Введем величину $p_c = \delta^2$ — параметр физической ошибки, связанной с населенностью соединительного элемента. Путем вычисления состояний $|D_1C_1A_1C_2D_2\rangle^{(i)}$ после выполнения i -го цикла коррекции можно найти асимптотические значения вероятностей различных сценариев измерения синдромов ошибок $|x_1\rangle_{A_1} \rightarrow |x_2\rangle_{A_1} \rightarrow \dots \rightarrow |x_N\rangle_{A_1}$, где $|x_i\rangle_{A_1}$ — результат измерения вспомогательного кубита A_1 на i -м цикле коррекции. Например, если рассмотреть цепочку из трех циклов коррекции, вероятность благоприятного сценария $|0\rangle_{A_1} \rightarrow |0\rangle_{A_1} \rightarrow |0\rangle_{A_1}$ составляет

$1 - 3p_c/4 + O(p_c^{3/2})$. Вероятности сценариев с одной ошибкой в течение трех циклов коррекции составляют $p_c/4 + O(p_c^2)$ — эти вероятности линейны по параметру p_c , однако такие сценарии не приведут к логическим ошибкам, декодер их корректно обработает аналогично ошибкам считывания вспомогательных кубитов. Асимптотические вероятности других сценариев приведены в табл. 1. Расчеты показали, что вероятности реализации сценариев с двумя ошибками в течение трех циклов в ведущем порядке пропорциональны p_c^3 , что превосходит предел коррекции трехкубитного кода повторений. Таким образом, несовершенство операции CNOT само по себе не приводит к логическим ошибкам, вероятность которых линейна по параметру p_c . Это дает основания полагать, что код повторений будет эффективно работать в предложенной модели ошибок, учитывающей влияние соединительного элемента.

Для проверки работоспособности кода коррекции в рассматриваемой архитектуре было выполнено моделирование. Используемая в расчетах модель ошибок включала каналы релаксации и чистой дефазировки [18], ошибку считывания вспомогательных кубитов и рассмотренное выше влияние соединительных кубитов. Параметры, характеризующие каждую физическую ошибку, приведены в табл. 2. При расчетах все эти параметры полагались равными одной величине p — параметру физической ошибки. Критерием работоспособности трехкубитного кода повторений является параболическая зависимость вероятности логической ошибки от введенного параметра физической ошибки p . Для симуляции квантовых схем использовалась библиотека Qiskit [19]. Для декодирования синдромов ошибок использовался алгоритм MWPM (minimum weight-perfect matching) [20]. Отдельно были выполнены симуляции кода повторений, исправляющего X - и Z -ошибки. В коде повторений, исправляющем X -ошибки, информационные кубиты инициализировались в состояниях $|0\rangle_L$ и $|1\rangle_L$; в коде повторений, исправляющем Z -ошибки, — в состояниях $|+\rangle_L$ и $|-\rangle_L$. В обоих алгоритмах выполнялось по 20 циклов коррекции. Для набора статистики оба алгоритма запускались $2 \cdot 10^6$ раз. В каждом вычислительном эксперименте были получены квадратичные зависимости ве-

Таблица 2. Модель ошибок, используемая при моделировании трехкубитного кода повторений

Физическая ошибка	Параметр
Релаксация	$\gamma_1 = \frac{\tau}{T_1}$ — отношение длительности операции τ к времени релаксации T_1
Чистая дефазировка	$\gamma_\phi = \frac{\tau}{T_\phi}$ — отношение длительности операции τ к времени чистой дефазировки T_ϕ
Ошибка считывания	p_m — вероятность X -ошибки при измерении вспомогательного кубита
Утечка в возбужденное состояние соединительного кубита	$p_c = \delta^2$, δ — систематическая погрешность калибровки 2π -импульса

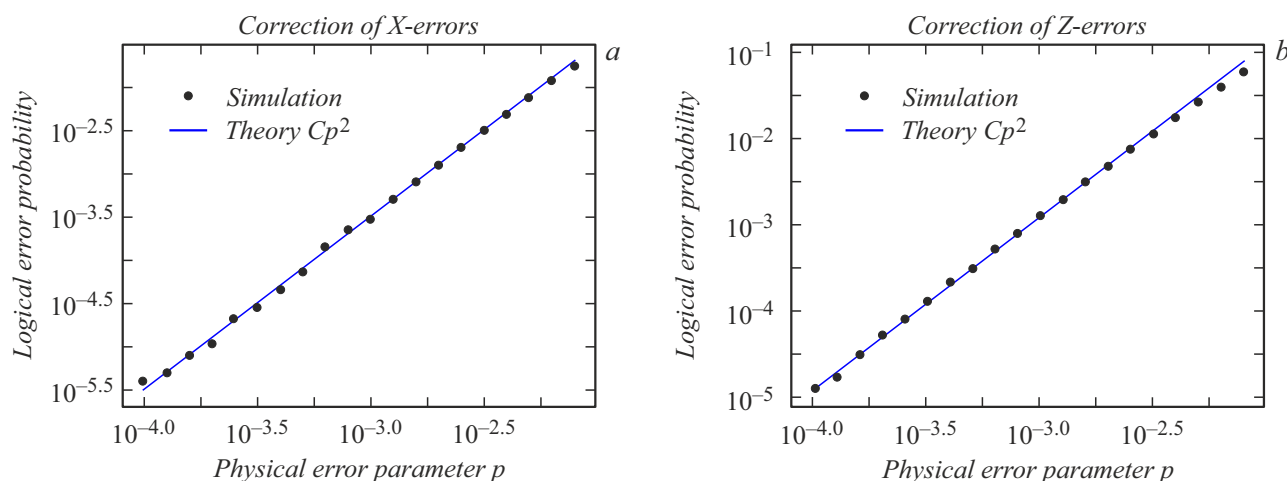


Рис. 3. Зависимости вероятности логической ошибки от параметра физической ошибки p для кода повторений, исправляющего X -ошибки (а) и Z -ошибки (б). Точками показаны результаты моделирования, линией — теоретическая квадратичная зависимость.

роятности логической ошибки от параметра физической ошибки (рис. 3). Таким образом, продемонстрировано, что ошибка, связанная с населенностью соединительных элементов, успешно корректируется кодом повторений.

Благодарности

Авторы выражают благодарность А.В. Устинову за ценные замечания и полезные комментарии, способствовавшие улучшению текста статьи.

Финансирование работы

Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках программы стратегического академического лидерства „Приоритет-2030“ (стратегический проект „Квантовый интернет“).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] A.D. Córcoles, E. Magesan, S.J. Srinivasan, A.W. Cross, M. Steffen, J.M. Gambetta, J.M. Chow, Nat. Commun., **6**, 6979 (2015). DOI: 10.1038/ncomms7979
- [2] S.J. Devitt, W.J. Munro, K. Nemoto, Rep. Prog. Phys., **76** (7), 076001 (2013). DOI: 10.1088/0034-4885/76/7/076001
- [3] A.G. Fowler, M. Mariantoni, J.M. Martinis, A.N. Cleland, Phys. Rev. A, **86** (3), 032324 (2012). DOI: 10.1103/PhysRevA.86.032324
- [4] J. Kelly, R. Barends, A.G. Fowler, A. Megrant, E. Jeffrey, T.C. White, D. Sank, J.Y. Mutus, B. Campbell, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, I.-C. Hoi, C. Neill, P.J.J. O'Malley, C. Quintana, P. Roushan, A. Vainsencher, J. Wenner, A.N. Cleland, J.M. Martinis, Nature, **519**, 66 (2015). DOI: 10.1038/nature14270
- [5] C.K. Andersen, A. Remm, S. Lazar, S. Krinner, N. Lacroix, G.J. Norris, M. Gabureac, C. Eichler, A. Wallraff, Nat. Phys., **16**, 875 (2020). DOI: 10.1038/s41567-020-0920-y
- [6] Google Quantum AI and Collaborators, Nature, **614**, 676 (2023). DOI: doi.org/10.1038/s41586-022-05434-1
- [7] Google Quantum AI and Collaborators, Nature, **638**, 920 (2025). DOI: 10.1038/s41586-024-08449-y
- [8] N.P. Breuckmann, J.N. Eberhardt, PRX Quantum, **2**, 040101 (2021). DOI: 10.1103/PRXQuantum.2.040101
- [9] K. Wang, Z. Lu, C. Zhang, G. Liu, J. Chen, Y. Wang, Y. Wu, S. Xu, X. Zhu, F. Jin, Y. Gao, Z. Tan, Z. Cui, N. Wang, Y. Zou, A. Zhang, T. Li, F. Shen, J. Zhong, Z. Bao, Z. Zhu, Y. Han, Y. He, J. Shen, H. Wang, J.-N. Yang, Z. Song, J. Deng, H. Dong, Z.-Z. Sun, W. Li, Q. Ye, S. Jiang, Y. Ma, P.-X. Shen, P. Zhang, H. Li, Q. Guo, Z. Wang, C. Song, H. Wang, D.-L. Deng, arXiv:2505.09684 [quant-ph] (2025). DOI: 10.48550/arXiv.2505.09684
- [10] B.W. Reichardt, D. Aasen, R. Chao, A. Chernoguzov, W. van Dam, J.P. Gaebler, D. Gresh, D. Lucchetti, M. Mills, S.A. Moses, B. Neyenhuis, A. Paetzniack, A. Paz, P.E. Siegfried, M.P. da Silva, K.M. Svore, Z. Wang, M. Zanner, arXiv:2409.04628 [quant-ph] (2024). DOI: 10.48550/arXiv.2409.04628
- [11] B.W. Reichardt, A. Paetzniack, D. Aasen, I. Basov, J.M. Bello-Rivas, P. Bonderson, R. Chao, W. van Dam, M.B. Hastings, R.V. Mishmash, A. Paz, M.P. da Silva, A. Sundaram, K.M. Svore, A. Vashchillo, Z. Wang, M. Zanner, W.B. Cairncross, C.-A. Chen, D. Crow, H. Kim, J.M. Kindem, J. King, M. McDonald, M.A. Norcia, A. Ryou, M. Stone, L. Wadleigh, K. Barnes, P. Battaglino, T.C. Bohdanowicz, G. Booth, A. Brown, M.O. Brown, K. Cassella, R. Coxe, J.M. Epstein, M. Feldkamp, C. Griger, E. Halperin, A. Heinz, F. Hummel, M. Jaffe, A.M.W. Jones, E. Kapit, K. Kotru, J. Lauigan, M. Li, J. Marjanovic, E. Megidish, M. Meredith, R. Morshead, J.A. Muniz, S. Narayanaswami, C. Nishiguchi, T. Paule, K.A. Pawlak, K.L. Pudenz, D. Rodríguez Pérez, J. Simon, A. Smull, D. Stack, M. Urbanek, R.J.M. van de Veerdonk, Z. Vendeiro, R.T. Weverka, T. Wilkason, T.-Y. Wu, X. Xie, E. Zalusky-Geller, X. Zhang, B.J. Bloom, arXiv:2411.11822 [quant-ph] (2024). DOI: 10.48550/arXiv.2411.11822

- [12] Z. Chen, K. Satzinger, J. Atalaya, A. Dunsworth, D. Sank, C. Quintana, M. McEwen, R. Barends, P. Klimov, S. Hong, C. Jones, A. Petukhov, D. Kafri, S. Demura, B. Burkett, C. Gidney, A. Fowler, A. Paler, J. Kelly, *Nature*, **595**, 383 (2021). DOI: 10.1038/s41586-021-03588-y
- [13] B. Varbanov, F. Battistel, B. Tarasinski, V. Ostroukh, T. O'Brien, L. DiCarlo, B. Terhal, *npj Quantum Inf.*, **6**, 102 (2020). DOI: 10.1038/s41534-020-00330-w
- [14] Q. Ficheux, L.B. Nguyen, A. Somoroff, H. Xiong, K.N. Nesterov, M.G. Vavilov, V.E. Manucharyan, *Phys. Rev. X*, **11**, 021026 (2021). DOI: 10.1103/PhysRevX.11.021026
- [15] I.A. Simakov, G.S. Mazhorin, I.N. Moskalenko, N.N. Abramov, A.A. Grigorev, D.O. Moskalev, A.A. Pishchimova, N.S. Smirnov, E.V. Zikiy, I.A. Rodionov, I.S. Besedin, *PRX Quantum*, **4**, 040321 (2023). DOI: 10.1103/PRXQuantum.4.040321
- [16] L. Ding, M. Hays, Y. Sung, B. Kannan, J. An, A. Di Paolo, A.H. Karamlou, T.M. Hazard, K. Azar, D.K. Kim, B.M. Niedzielski, A. Melville, M.E. Schwartz, J.L. Yoder, T.P. Orlando, S. Gustavsson, J.A. Grover, K. Serniak, W.D. Oliver, *Phys. Rev. X*, **13**, 031035 (2023). DOI: 10.1103/PhysRevX.13.031035
- [17] I.N. Moskalenko, I.A. Simakov, N.N. Abramov, A.A. Grigorev, D.O. Moskalev, A.A. Pishchimova, N.S. Smirnov, E.V. Zikiy, I.A. Rodionov, I.S. Besedin, *npj Quantum Inf.*, **8**, 130 (2022). DOI: 10.1038/s41534-022-00644-x
- [18] М. Нильсен, И. Чанг, *Квантовые вычисления и квантовая информация* (Мир, М., 2006), с. 471–480.
- [19] A. Javadi-Abhari, M. Treinish, K. Krsulich, C.J. Wood, J. Lishman, J. Gacon, S. Martiel, P.D. Nation, L.S. Bishop, A.W. Cross, B.R. Johnson, J.M. Gambetta, *arXiv:2405.08810 [quant-ph]* (2024). DOI: 10.48550/arXiv.2405.08810
- [20] S.T. Spitz, B. Tarasinski, C.W.J. Beenakker, T.E. O'Brien, *Adv. Quantum Technol.*, **1** (1), 1800012 (2018). DOI: 10.1002/qute.201870015