# Моделирование профиля распределения электронов по люминесцентному экрану при исследовании полупроводникового полевого катода

© А.Г. Колосько<sup>1</sup>, Б.Э. Мутыгуллин<sup>2</sup>, С.В. Филиппов<sup>1</sup>, Е.О. Попов<sup>1</sup>, С.А. Соков<sup>1</sup>, М.С. Нечаев<sup>1</sup>, Б.В. Лобанов<sup>3</sup>, Г.Д. Дёмин<sup>3</sup>, А.А. Мицкевич<sup>4</sup>

193232 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: agkolosko@mail.ru

Поступила в Редакцию 5 мая 2025 г.

В окончательной редакции 2 июля 2025 г.

Принята к публикации 8 июля 2025 г.

Представлен алгоритм моделирования профиля распределения плотности эмиссионного тока по поверхности плоского проводящего анода при холодной полевой эмиссии из полупроводникового катода конической формы с полусферической вершиной. Разработка включает в себя построение траекторий движения электронов от катода к аноду и обработку полученных данных с применением интегрально-аппроксимационных расчетов.

**Ключевые слова:** полевая эмиссия из полупроводников, моделирование траекторий электронов в COMSOL, распределение плотности тока, полевой эмиссионный проектор.

DOI: 10.61011/FTP.2025.06.61565.8076

Вытянутые полевые эмиттеры демонстрируют разлет электронов после эмиссии с их вершин. Этот разлет обусловлен фокусировкой силовых линий на вершине эмиттера [1].

Данное распределение эмиссионного тока по аноду наблюдается с помощью полевого проектора, в котором в качестве плоского анода выступает люминесцентный экран (обычно это люминесцентный слой, нанесенный на стекло с прозрачным проводящим покрытием).

Формирующийся на люминесцентном экране световой отклик эмиттера связан с величиной его тока. Эту связь часто используют для анализа характеристик отдельных эмиттеров [2], а также для оценки распределения общего эмиссионного тока по поверхности многоострийных катодов [3].

Обработка получаемых на аноде картин свечения осложнена наличием ряда сопутствующих эффектов [4]: это и разлет электронов, и вторичная эмиссия из анода с образованием кольца "гало" вокруг основного отклика на картинах полевого проектора, и неравномерность люминофора вдоль плоскости анода, и нелинейность зависимости его светимости от эмиссионного тока.

Эффект вторичной эмиссии может существенно менять распределение яркости отсветов и вызывать ошибки в оценке эмиссионных характеристик соответствующих эмиссионных центров. В работе [5] мы провели детальное изучения эффекта гало и получили экспериментальный профиль яркости (плотности тока) как

центрального отклика, так и окружающего его кольца. Основной целью изучения структуры откликов является нахождение зависимости яркости центрального пика от яркости гало с тем, чтобы произвести деконволюцию откликов отдельных эмиттеров на картине полевого проектора и получить корректные оценки их локальных эмиссионных параметров.

Для связи указанной экспериментальной зависимости с теорией полевой эмиссии, в том числе для применения адекватных формул при ее аппроксимации, необходимо моделирование профиля светового отклика с получением теоретического распределения эмиссионного тока по поверхности анода (будем называть это распределение сокращенно — распределение IA).

Современные программные пакеты, такие как COMSOL Multiphysics, позволяют рассчитывать траектории движения электронов для катодов различных форм и материалов. Например, в работе [6] с применением компьютерного моделирования были рассчитаны траектории электронов для полевой эмиссии из углеродной нанотрубки и построен профиль распределения IA, имеющий вид степенной зависимости.

Со времен Спиндта классическая форма эмиттеров, изготавливаемых методами литографии, имеет вид конуса [7], вершина которого в результате химического травления [8,9], а также под действием эмиссионных токов, вызывающих оплавление и самодиффузию, и даже в результате вакуумного разряда [10] приобретает полу-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,

<sup>194021</sup> Санкт-Петербург, Россия

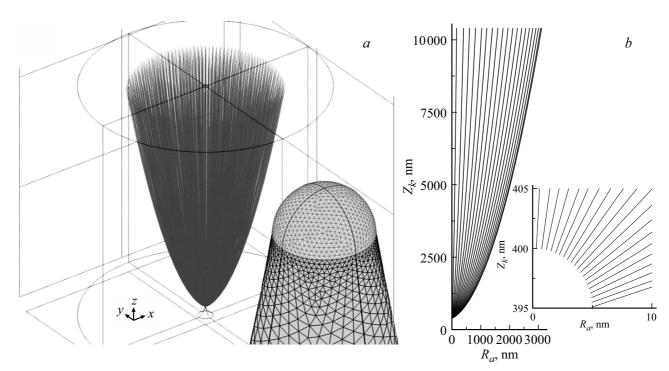
<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

<sup>195251</sup> Санкт-Петербург, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Национальный исследовательский университет "МИЭТ",

<sup>124498</sup> Зеленоград, Москва, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,



**Рис. 1.** Моделирование полевой эмиссии из эмиттера конусообразной формы: a — модель эмиттера с расчетной сеткой и траекториями; b — траектории электронов с равномерным шагом по азимуту поверхности вершины.

сферическую форму. Иногда такие структуры создаются на вершинах постаментов для еще большего усиления поля [11].

Цель данной работы — разработка алгоритма расчета профиля распределения IA с применением компьютерного моделирования в среде COMSOL Multiphysics эмиттеров с полусферической вершиной.

На рис. 1, a представлен вид построенной в COMSOL модели кремниевого эмиттера, имеющего коническую форму с полусферической вершиной. Параметры модели: высота от основания катода до вершины h=400 нм, радиус вершины  $R_0=5$  нм, расстояние от вершины до плоскости анода d=10 мкм.

На рис. 1, *b* приведены полученные в результате моделирования траектории электронов (траектории показаны с равномерным шагом по азимуту поверхности полусферы). Отметим, что траектории имеют повышенную плотность не в центре анода, а ближе к его краям, так что, если бы на катоде плотность эмитирующих электронов была одинакова по поверхности, то на аноде возникло бы сгущение плотности тока в форме кольца.

Как известно, программные пакеты используют расчетную сетку в виде треугольников и не могут обеспечить покрытие полусферы треугольниками абсолютно равной площади. Это приводит к возникновению больших погрешностей при получении распределения IA путем построения гистограммы электронных потоков, соответствующих этим треугольникам. Поэтому мы использовали оригинальный метод, исключающий эту ошибку.

В центр каждой ячейки на катоде помещается по электрону и рассчитываются соответствующие этой точке E и  $J_k$ . Затем строятся две расчетные зависимости:  $J_k(Z_k)$  и  $Z_k(R_a)$ , где  $Z_k$  — координата узла ячейки на поверхности катода (ось направлена вниз с началом координат на уровне вершины),  $R_a$  — расстояние от центра анода до точки прилета электрона (конец траектории). На рис. 2,a представлена зависимость  $J_k(Z_k)$ , которая хорошо аппроксимируется кубической зависимостью. Зависимость  $Z_k(R_a)$  (симметричная относительно центра анода) лучше всего аппроксимируется полиномом шестой степени (рис. 2,b). Получим формулу расчета плотности тока на аноде (распределение IA) с применением аппроксимирующих полиномов  $Z_k(R_a)$  и  $J_k(Z_k)$ .

Разобьем поверхность анода на кольцевые сегменты равной ширины  $\Delta R_a$ , но с разным радиусом  $R_a$ . Плотность тока в каждой точке сегмента:

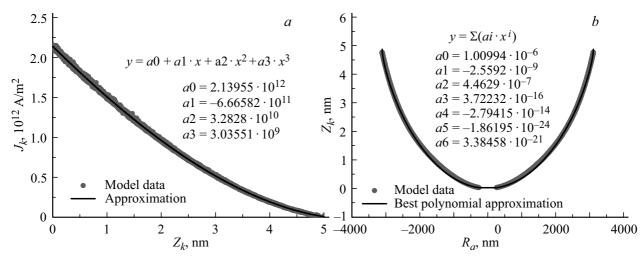
$$J_a = \Delta I/\Delta S_a,\tag{1}$$

где  $\Delta I$  — эмиссионный ток, приходящий в сегмент,  $\Delta S_a = 2\pi R_a \Delta R_a$  — площадь сегмента.

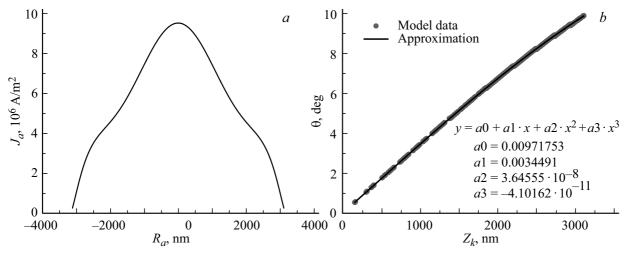
Каждому такому сегменту анода соответствует кольцевой сегмент катода высотой  $\Delta Z_k$ . Эмиссионный ток, исходящий из него, равен  $\Delta I$  и может быть найден по формуле

$$\Delta I = J_k \cdot \Delta S_k,\tag{2}$$

где  $J_k$  — плотность тока на поверхности катода на высоте  $Z_k$  от вершины,  $\Delta S_k = 2\pi R_0 \Delta Z_k$  — площадь сегмента сферы.



**Рис. 2.** Результат анализа траекторий электронов: a — зависимость плотности тока в узле расчетной сетки на поверхности эмиттера от координаты узла Z; b — зависимость координаты Z начала траектории электрона, вылетевшего из узла, от координаты  $R_a$  конца траектории на аноде.



**Рис. 3.** Характеристики потока электронов, падающего на анод: a — зависимость плотности тока на аноде  $J_a$  от радиальной координаты  $R_a$ ; b — зависимость угла падения электрона на плоскость анода от  $R_a$ .

Из формул (1) и (2) получается искомая зависимость, которая при уменьшении интервалов  $\Delta R_a$  принимает дифференциальный вид:

$$J_a = \frac{J_k R_0}{R_a} \frac{\mathrm{d}Z_k}{\mathrm{d}R_a}.\tag{3}$$

Для построения по формуле (3) искомой зависимости  $J_a(R_a)$  необходимо получить значения функций  $J_k$  и  $\frac{\mathrm{d}Z_k}{\mathrm{d}R_a}$ . Эти значения могут быть найдены применением аппроксимирующих полиномов  $J_k(Z_k)$  и  $Z_k(R_a)$ .

На рис. 3, a представлен результат описанного расчета для заданной модели. Наблюдаемые на графике перегибы связаны с неточностью аппроксимации зависимости  $Z(R_a)$ .

Эмиссионный ток рассчитывался по формуле Стрэттона [12], оптимизированной для диапазона полей на

поверхности вершины эмиттера:  $F = 5 \cdot 10^9 - 10^{10} \, \mathrm{B/m}$ . Плотность тока J имеет зависимость в виде двух множителей:

$$J = j_e \cdot S_e, \tag{4}$$

$$j_e = a_{FN} \cdot \frac{F^2}{X_F} \cdot \exp\left(-\frac{b_{FN} \cdot X_F^{1.5} \cdot \nu}{F}\right),\tag{5}$$

где  $a_{FN}=e^3/8\pi h,\; b_{FN}=(8\pi/3eh)\cdot(2m_e)^{1/2}$  — первая и вторая константы Фаулера-Нордгейма, функция  $X_F=X-a\cdot F^{4/5},\;$  где X — химическое сродство (эВ), a — константа, равная  $\left(\frac{15^2\cdot h^6\cdot \varepsilon_0^2}{2^{13}\eta^2(m_e^*)^3}\right)^{1/5}\cdot \varepsilon^{-2/5}$  (здесь  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $m_e^*$  — эффективная масса электрона), специальная функция  $v=1-u+u\cdot \ln(u)/6,\;$  где введен параметр

$$u = \left(\frac{c_s}{e^2} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\right) \cdot \frac{F}{X_F^2},$$

$$c_s = \frac{e^3}{4\pi\varepsilon_0}$$
 — константа Шоттки;

$$S_e = 1 - (1+C) \cdot \exp(-C),$$
 (6)

где параметр  $C=b\frac{\sqrt{X_F}}{F^{1/5}},\ b$  — константа, равная  $\sqrt{2m_e^*/e}\left(\frac{15^2h\pi^3\varepsilon_0^2}{2^3(m_e^*)^3}\right)^{1/5}\cdot\varepsilon^{-2/5}.$ 

Величины  $e, m_e, h (Дж \cdot c), k_B (эВ/К), \varepsilon_0$  — известные физические константы.

Параметры материала в расчете были заданы для реального кремниевого катода конусообразной формы:  $\varepsilon=11.9,~x=4.04\,\mathrm{pB},~T=300\,\mathrm{K},~m_e^*=1.09m_e,$   $E_g=1.12\,\mathrm{pB}.$ 

Построение графиков и аппроксимация полиномами были выполнены в программной среде LabVIEW.

Полученное распределение IA имеет в области вершины зависимость степенного вида, подобную полученной в работе [6]:  $J = J_0 - x^n$ , где  $J_0$  — плотность тока в центре анода.

На рис. 3, b представлен отдельный расчет зависимости угла падения электронов на поверхность анода  $\alpha(R_a)$ . Для определения угла для каждой из рассчитанных траекторий была построена линейная аппроксимация последних нескольких точек траектории ( $\sim 1000\,\mathrm{mkm}$ ). Зависимость лучше всего аппроксимирует полином 4-го порядка, однако в целом она имеет почти линейный вид. Углы падения не превышают  $10^\circ$  от нормали. Это означает, что упругий отскок электронов от анода не может привести к возникновению наблюдаемого в экспериментах эффекту гало на люминофорном покрытии (равномерно засвеченный круг диаметром 4d [13], а также круг с ярким кольцом по периметру [14]).

Итак, мы провели численное моделирование электронных потоков полевой эмиссии из кремниевого острия и с помощью оригинального алгоритма получили распределение плотности тока на поверхности анода. Это распределение в дальнейшем будет использовано для численного анализа световых откликов на экране полевого проектора с целью коррекции данных о характеристиках отдельных эмиттеров в составе многоострийного катода.

### Финансирование работы

Авторы Б.В. Лобанов и Г.Д. Демин, выполнившие численное моделирование процесса полевой эмиссии и расчет траекторий электронов с поверхности полупроводникового катода, благодарят Российский научный фонд за финансовую поддержку этих работ за счет средств гранта № 24-22-00443 "Исследование квантовомеханических эффектов полевой эмиссии в полупроводниковых нанотранзисторах с квази-вакуумным каналом проводимости" (https://rscf.ru/project/24-22-00443/). Авторы А.Г. Колосько, С.В. Филиппов и Е.О. Попов проводили расчеты распределения плотности тока по

поверхности анода и аппроксимационный анализ полученных данных по программе государственного задания  $N_{\rm P}$  FFUG-2024-0031.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- N.V. Egorov, E.P. Sheshin. Field Emission Electronics. Springer Ser. in Advanced Microelectron., 60, 568 (2017). DOI: 10.1007/978-3-319-56561-3
- [2] R. Patra, A. Singh, V.D. Vankar, S. Ghosh. Adv. Mater. Lett., 7 (10), 771 (2016). DOI: 10.5185/amlett.2016.6368
- [3] M.M. Kopelvski, E. Galeazzo, H.E. Peres, F.J. Ramirez-Fernandez, D.A. Silva, M.O. Dantas. Measurement, 93, 208 (2016). DOI: 10.1016/j.measurement.2016.07.022
- [4] A.G. Kolosko, S.V. Filippov, E.O. Popov. St. Petersburg Polytechnic University J. Phys. and Math., 16 (1.2), (2023). DOI: 10.18721/JPM.161.205
- [5] A.G. Kolosko, E.O. Popov, S.V. Filippov, B.E. Mutygullin.
  Pisma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki, 50 (24), 26 (2024).
  DOI: 10.61011/PJTF.2024.24.59433.6598k
- [6] M. Marchand, C. Journet, C. Adessi, S.T. Purcell. Phys. Rev. B, 80 (24), 245425-1-6 (2009).
   DOI: 10.1103/PhysRevB.80.245425
- [7] C.A. Spindt, I. Brodie, L. Humphrey, E.R. Westerberg. J. Appl. Phys., 47 (12), 5248 (1976). DOI: 10.1063/1.322600
- [8] M. Ding, G. Sha, A.I. Akinwande. IEEE Trans. Electron Dev., 49 (12), 2333 (2002). DOI: 10.1109/TED.2002.805230
- [9] X. Wang, Z. Lin, K. Qi, Z. Chen, Z. Wang, Y. Jiang. J. Phys.
  D: Appl. Phys., 40 (16), 4775 (2007).
  DOI: 10.1088/0022-3727/40/16/006
- [10] W.P. Dyke, J.K. Trolan, E.E. Martin, J.P. Barbour. Phys. Rev., 91 (5), 1043 (1953). DOI: 10.1103/PhysRev.91.1043
- [11] G. Rughoobur, O.O. Ilori, A.I. Akinwande. J. Vac. Sci. Technol. B, 40 (4), 042803-1-8 (2022). DOI: 10.1116/6.0001938
- [12] R. Stratton. Phys. Rev., 125, 67 (1962).DOI: 10.1103/PhysRev.125.67
- [13] К.Н. Никольский, А.С. Батурин, А.И. Князев, Р.Г. Чесов, Е.П. Шешин. ЖТФ, **74** (2), 110 (2004). ISSN 0044-4642
- [14] S.V. Bhosale, S.R. Suryawanshi, S.V. Bhoraskar, M.A. More,
  D.S. Joag, V.L. Mathe. Mater. Res. Express, 2 (9), 095001-1-12 (2015). DOI: 10.1088/2053-1591/2/9/095001.

Редактор Г.А. Оганесян

# Modeling the electron distribution profile on a luminescent screen during the studying a semiconductor field cathode

A.G. Kolosko<sup>1</sup>, B.E. Mutygullin<sup>2</sup>, S.V. Fillipov<sup>1</sup>, E.O. Popov<sup>1</sup>, S.A. Sokov<sup>1</sup>, M.S. Nechaev<sup>1</sup>, B.V. Lobanov<sup>3</sup>, G.D. Demin<sup>3</sup>, A.A. Mitskevich<sup>4</sup>

194021 St. Petersburg, Russia

<sup>2</sup> Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,

195251 St. Petersburg, Russia

<sup>3</sup> National Research University of Electronic Technology "MIET",

124428 Moscow, Russia

<sup>4</sup> Bonch-Bruevich St. Petersburg State University of Telecommunications,

193232 St. Petersburg, Russia

**Abstract** Presents an algorithm for modeling the profile of the emission current density distribution over the surface of a flat conductive anode during cold field emission from a pyramid-shaped semiconductor cathode with a hemispherical tip. The development includes constructing electron trajectories as they move from the cathode to the anode and processing the data obtained using integral approximation calculations.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> loffe Institute,