10

Эффект Фарадея в трехпериодических бигиротропных фотонных кристаллах

© Н.Н. Дадоенкова[1], И.А. Глухов[1,2,3], И.С. Паняев[1,2], Д.Г. Санников[1,2], Ю.С. Дадоенкова[4]

[1] Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина,
Донецк, Россия
[2] Ульяновский государственный университет,
Ульяновск, Россия
[3] Ульяновский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
Ульяновск, Россия
[4] Université Jean Monnet Saint-Etienne, CNRS, Institut d'optique Graduate School,
Laboratoire Hubert Curien UMR 5516, Saint-Etienne, France

e-mail: panyaev.ivan@rambler.ru

Поступила в редакцию 09.12.2024 г.
В окончательной редакции 06.05.2025 г.
Принята к публикации 14.06.2025 г.

Теоретически исследован магнитооптический эффект Фарадея в одномерных трехпериодических фотонно-кристаллических структурах на основе диэлектриков (SiO_2, TiO_2) и ферритов-гранатов (YIG, Bi:YIG), образующих сверхъячейки вида $[(ab)^N(cd)^M]$. Рассмотрена полярная магнитооптическая конфигурация, при которой векторы намагниченности магнитных слоев фотонных кристаллов ортогональны границам слоев, а электромагнитная волна, распространяющаяся в фотонно-кристаллической структуре, имеет составляющую волнового вектора вдоль направления векторов намагниченности. С использованием метода матриц (4×4) получены частотно-угловые спектры прохождения плоских электромагнитных волн сквозь данные фотонные кристаллы. Исследованы положение и структура полос пропускания в спектрах запрещенных фотонных зон, зависимости углов фарадеевского вращения от частоты и угла падения электромагнитной волны для фотонных кристаллов при $N = 3$, $M = 5$ и $K = 7$ (оптимальное количество периодов) при различных толщинах магнитных слоев. Показано, что в трехпериодических фотонных кристаллах возможно совмещение высоких значений коэффициентов пропускания и углов фарадеевского вращения, что делает данные структуры перспективными для различных технических приложений.

Ключевые слова: магнитооптический эффект Фарадея, запрещенная фотонная зона, фотонные кристаллы.

DOI: 10.61011/OS.2025.08.61513.7412-25

1. Введение

Магнитооптический эффект Фарадея известен как изменение состояния поляризации электромагнитной волны (ЭМВ) при прохождении сквозь магнитную среду или сложную структуру на основе магнитных материалов. В частности, проявлением этого эффекта является вращение плоскости поляризации линейно-поляризованного оптического луча — фарадеевское вращение (ФВ) [1,2]. В настоящее время эффект Фарадея широко применяется для исследования магнитной структуры тонких магнитных пленок и многослойных магнитных материалов [1–3], а также для различных приложений, включая создание таких невзаимных устройств, как оптические изоляторы, циркуляторы или фазовращатели [1], магнитные датчики [4] или даже датчики химического обнаружения [5]. Большой интерес к исследованию ФВ вызывают перспективы многочисленных приложений в связи с возможностью управления эффектом при помощи внешних воздействий (внешние магнитное или электрическое поля, температура и т.д.) в различных функциональных материалах, в частности, в электрооптических [6,7], плазмонных, магнито-плазмонных структурах [8], в комбинированных магнитных и электрооптических гетероструктурах [9] а также в магнитофотонных [10,11] и фотонно- магнонных кристаллах [12–16].

Фотонные кристаллы (ФК) благодаря искусственной периодичности показателя преломления имеют запрещенные фотонные зоны (ЗФЗ) в спектрах пропускания [17]. Нарушение периодичности ФК внедрением отдельных дефектных слоев или периодически распределенных других структурных элементов приводит к появлению узких пиков пропускания (дефектных мод) или систем пиков — полос пропускания структуры, сложность которых зависит от архитектуры дефекта. Внутри ЗФЗ однопериодического ФК с единственным дефектным слоем может находиться один или несколько (в зависимости от толщины дефекта) отдельных узких пиков пропускания. Так, например, в работе [18] полуширина пика пропускания для ФК с магнитным дефектом составляет примерно 1 THz·rad при ширине ЗФЗ 0.33 PHz·rad. Наличие дефектных мод позволяет использовать подобные ФК в качестве узкополосных частотных

фильтров и сенсоров. Отдельный интерес представляют собой ФК со сложной структурой элементарной ячейки на основе нескольких различных материалов, образующих внутри нее периодические подсистемы, ввиду модифицированной структуры их ЗФЗ. К ним относятся, в частности, двухпериодические [12–16] и трехпериодические ФК [19–23]. В отличие от однопериодических структур с дефектным слоем в более сложных системах, к которым относятся двух- и трехпериодические ФК, внутри ЗФЗ имеются достаточно широкие полосы пропускания, которые, в частности, могут состоять из нескольких близко расположенных пиков (аналог „оптической гребенки“) [12–14]. Количество внутризонных полос пропускания, их положение внутри ЗФЗ и ширина существенно зависят от комбинации материалов, образующих подъячейки трехпериодического ФК и геометрических параметров системы [19–23]. Включение магнитных слоев в структуру с комплексной элементарной ячейкой позволяет сочетать особенности сложного трехпериодического ФК с магнитооптическими свойствами, что дает возможность активного управления оптическими характеристиками такой системы.

В работе [12] был исследован эффект Фарадея в фотонно-магнонных структурах, представляющих собой одномерные двухпериодические магнитные ФК на основе чередующихся слоев SiO_2, TiO_2 с периодически внедренными между ними магнитными слоями железо-иттриевого граната (YIG) $Y_3Fe_5O_{12}$. Как известно, YIG, который отличается низким поглощением в ближнем инфракрасном (ИК) диапазоне в сочетании с эффектом Фарадея, является одним из традиционных магнитных материалов для СВЧ и магнитооптических приложений. Однако для создания миниатюрных устройств актуально получение больших углов поворота плоскости поляризации и достижение высокой чувствительности обнаружения на основе ФВ, что является достаточно важной и сложной задачей. Для этих целей необходим подбор и поиск материалов с большим ФВ, например, Ce:YIG [24,25] или Bi:YIG [26] и структур [27], усиливающих эффект Фарадея. Так, например, в экспериментах [28,29] на магнитофотонных структурах на основе слоев оксидов кремния и титана SiO_2, TiO_2 с комплексным магнитооптическим дефектом, составленным из слоев висмут-замещенных железо-иттриевых гранатов Bi:YIG ФВ достигало максимального значения 20.6°. Таким образом, для достижения больших значений ФВ важен поиск магнитофотонных композитов, в которых можно ожидать большого ФВ для мод, локализованных в магнитной подсистеме [8,11,29–32]. В качестве таких сред в работе [12] были рассмотрены магнонно-фотонные кристаллы, где эффект Фарадея рассчитан теоретически. Для магнонно-фотонных кристаллов вблизи внутризонных полос пропускания были получены максимальные значения ФВ, составляющие около 2° (или $0.11^\circ/\mu$m) для s-поляризованного света и на порядок меньше для света p-поляризации. При этом было показано, что положение максимумов ФВ не совпадает с частотами пиков пропускания. В итоге, для магнонно-фотонных ФК при близкой к единице пропускательной способности углы ФВ оказывались порядка одной десятой или даже сотой доли градуса.

Преимущество трехпериодической структуры по сравнению с фотонно-кристаллическими структурами с дефектами, двухпериодическими фотонными кристаллами и другими условно более простыми структурами заключается в большем количестве степеней свободы при создании систем с наперед заданными оптическими свойствами, что позволяет производить более тонкую настройку положения центра ЗФЗ, регулировать ее ширину, положение и четкость краев ЗФЗ [19–23].

В настоящей работе мы ставим целью нахождение таких ФК-систем, в которых максимумы ФВ и высокие значения коэффициентов пропускания ЭМВ совмещаются спектрально. Для этого мы рассматриваем более сложную структуру — трехпериодический магнитный ФК — систему на основе слоев четырех различных материалов a, b, c, d, элементарная ячейка которой $[(ab)^N(cd)^M]$ составлена из фрагментов двух различных ФК $(ab)^N$ и $(cd)^M$, где N, M — количество соответствующих периодов. Подъячейки трехпериодического ФК (ab) и (cd) могут быть сформированы из слоев a, b, c и d множеством различных способов и, как было показано в работе [19], оптические свойства таких ФК могут существенным образом отличаться в зависимости от подбора материалов в пары и чередования слоев. Различия проявляются в спектрах пропускания (отражения) — в положении и ширине ЗФЗ, количестве и расположении внутризонных полос пропускания (отражения) и их структуры. В работе [33] нами был рассмотрен трехпериодический магнитный ФК, в котором первая ячейка (ab) состояла из диэлектрических немагнитных слоев SiO_2 и TiO_2, а вторая (cd) — из магнитных бигиротропных слоев YIG и Bi:YIG. Такой выбор материалов позволил получить достаточно широкую ЗФЗ с системой узких внутризонных пиков пропускания [33]. В данной работе мы акцентируем внимание на трехпериодическом ФК, в котором обе составляющие его подъячейки содержат магнитные слои YIG или Bi:YIG, что приводит к отличной от прежних структуре ЗФЗ и полос пропускания.

2. Постановка задачи и теория

Рассмотрим трехпериодический ФК $[(SiO_2/YIG)^N(TiO_2/Bi{:}YIG)^M]^K$, сверхъячейка которого, повторенная K раз, представляет собой комбинацию фрагментов двух магнитных периодических структур $(SiO_2/YIG)N$ и $(TiO_2/Bi{:}YIG)M$ (рис. 1, a). В дальнейшем для упрощения записи введем следующие обозначения для слоев SiO_2, TiO_2, YIG и Bi:YIG:S, T, Y, B соответственно. Таким образом, ФК структура запишется в виде $[(SY)^N(TB)^M]^K$. Толщины подъячеек (SY) и (TB), т.е. подпериоды, обозначены как $D_1 = d_S + d_Y$ и $D_2 = d_T + d_B$, а толщина сверхъячейки

(сверхпериод) равна $D_3 = ND_1 + MD_2$. Общая толщина рассматриваемой структуры из K сверхпериодов равна KD_3. Слои ФК расположены параллельно плоскости (xy), а ось z совпадает с осью роста ФК. Будем предполагать, что продольные размеры ФК по осям x и y достаточно велики, так что граничными эффектами в этих направлениях можно пренебречь.

Слои YIG и Bi:YIG намагничены до насыщения вдоль или против оси z путем приложения внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$ в соответствующем направлении. С учетом слагаемых первого порядка малости по компонентам вектора намагниченности тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей имеют следующий вид [1]:

$$\hat{\varepsilon}_j = \begin{pmatrix} \varepsilon_j & i\varepsilon'_j & 0 \\ -i\varepsilon'_j & \varepsilon_j & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_j \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mu}_i = \begin{pmatrix} \mu_i & i\mu' & 0 \\ -i\mu_j & \mu_j & 0 \\ 0 & 0 & \mu_j \end{pmatrix}, \ (j = Y, B), \qquad (1)$$

где магнито-индуцированные недиагональные компоненты тензоров ε_j и μ_j отвечают за бигиротропные свойства ферритов-гранатов YIG и Bi:YIG. Немагнитные диэлектрики SiO_2 и TiO_2 обладают изотропными оптическими свойствами и характеризуются соответствующими диагональными тензорами $\varepsilon_{S(\alpha\beta)} = \varepsilon_S\delta_{\alpha\beta}$, $\mu_{S(\alpha\beta)} = \delta_{\alpha\beta}$, $\varepsilon_{S(\alpha\beta)} = \varepsilon_T\delta_{\alpha\beta}$, $\mu_{T(\alpha\beta)} = \delta_{\alpha\beta}$ ($\alpha\beta = x, y, z$; $\delta_{\alpha\beta}$ — дельта — символ Кронекера). Все материалы, образующие ФК-структуру, прозрачны в ближнем ИК диапазоне длин волн и характеризуются вещественными значениями диэлектрических проницаемостей ε_j $(j = 0, S, T, Y, B)$, причем входная и выходная среды (воздух) обозначены как 0.

Плоская ЭМВ s- или p-поляризации (красный ($\mathbf{E}^i_s$) или синий ($\mathbf{E}^i_p$) векторы на рис. 1, b соответственно) с угловой частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k}^i_0 = (k_x, 0, k_{0z})$ падает из воздуха на поверхность ФК под углом θ так, что плоскостью падения является плоскость (xz). С учетом направления векторов намагниченности в слоях YIG и Bi:YIG это соответствует полярной магнитооптической (МО) конфигурации [1] (рис. 1, b). В этом случае нормальными ЭМВ в магнитных средах являются волны эллиптических поляризаций [2] с волновыми векторами $\mathbf{k}^{\pm}_{zj} = (k_x 0, k^{\pm}_{zj})$, $(j = Y, B)$:

$$k^{\pm}_{zj} = \Big(\Omega^2(\varepsilon_j\mu_j + \varepsilon'_j\mu'_j) - k_x^2 \pm \Omega(\varepsilon_j\mu'_j + \mu_j\varepsilon'_j) \times \left[(-k_x^2 + \Omega^2\varepsilon_j\mu_{kj})/\varepsilon_j\mu_j\right]^{1/2}\Big)^{1/2}, \qquad (2)$$

где введено обозначение $\omega = \omega/c$.

Прошедшая ЭМВ $\mathbf{E}^t$ поляризована эллиптически, ее плоскость поляризации повернута на угол φ_s или φ_p (угол ФВ) по отношению к плоскости поляризации падающей волны s- или p-поляризации соответственно (рис. 1, c и d).

Электрическое и магнитное поля в бигиротропных слоях могут быть записаны в виде суперпозиции четырех волн: двух (падающих) волн, распространяющихся вдоль оси $\mathbf{z}$, и двух волн, идущих в обратном направлении (отраженных), обозначенных соответственно индексами i и r:

$$E_{\alpha,j}(z) = E^{i+}_{\alpha,j}\exp(lk^+_{zj}z) + E^{r+}_{\alpha,j}\exp(-ik^+_{zj}z) + E^{i-}_{\alpha,j}\exp(ik^-_{zj}z) + E^{r-}_{\alpha,j}\exp(-ik^-_{zj}z),$$

$$H_{\alpha,j}(z) = E^{i+}_{\alpha,j}\exp(lk^+_{zj}z) + H^{r+}_{\alpha,j}\exp(-ik^+_{zj}z) + H^{i-}_{\alpha,j}\exp(ik^-_{zj}z) + H^{r-}_{\alpha,j}\exp(-ik^-_{zj}z), \qquad (3)$$

где $\alpha = x, y, z$, $j = Y, B$.

В каждом из изотропных слоев SiO_2 и TiO_2 электромагнитное излучение представляет собой суперпозицию независимых волн s- и p-поляризаций с составляющими компонентами волновых полей $\{H_x, E_y, H_z\}$ и $\{E_x, H_y, E_z\}$ соответственно, волновые векторы которых $\mathbf{k}_j = (k_x, 0, k_{jz})$, $(j = S, T)$ совпадают:

$$E_{\alpha,j}(z) = E^i_{\alpha,j}\exp(ik_qz) + E^r_{\alpha,j}\exp(-ik_qz),$$

$$H_{\alpha,j}(z) = H^i_{\alpha,j}\exp(ik_qz) + H^r_{\alpha,j}\exp(-ik_qz). \qquad (4)$$

Здесь $k_q = \sqrt{-k_x^2 + \Omega^2\varepsilon_j\mu_j}$ — z-компоненты волновых векторов, совпадающие для s- и p-поляризованных волн в каждой из изотропных сред.

Из уравнений Максвелла, дополненных материальными соотношениями для бигиротропных сред, получаем соотношения амплитуд для компонент электрического и магнитного полей:

$$H^+_x = -\delta^+_\varepsilon E^+_y, \ E^+_x = i\gamma^+_s E^+_y, \ H^+_y = -i\beta^+_\varepsilon E^+_y,$$

$$E^-_x = \delta^-_\mu H^-_y, \ H^-_x = i\gamma^-_\mu H^-_y, \ E^-_y = -i\beta^-_\mu H^-_y, \qquad (5)$$

где коэффициенты $\beta^+_{\varepsilon j}$, $\gamma^+_{\varepsilon j}$ и $\delta^+_{\varepsilon j}$ определены следующим образом:

$$\gamma^+_{\varepsilon j} = i\left[\varepsilon'_j(\varepsilon_j\Delta\mu_j\Omega^2 - \mu_jk_x^2) + \mu'_j\varepsilon_j(k^+_{zj})^2\right]/N_{\varepsilon j}(k^+_{zj}),$$

$$\delta^+_{\varepsilon j} = k^+_q\varepsilon_J\left[(k^+_{zj})^2 - k_x^2 - \Omega^2(\varepsilon_j\mu_j + \varepsilon'_j\mu'_j)\right]/N_{\varepsilon j}(k^+_{zj}),$$

$$\beta^+_{\varepsilon j} = i\varepsilon_j\mu'_j + \mu_j\varepsilon'_j)k^+_{zj}\Omega/N_{\varepsilon j}(k^+_{zj}) \qquad (6)$$

и введены обозначения

$$N_{\varepsilon j}(k^+_{zj}) = \varepsilon\mu[(k^+_{zj})^2 + k_x^2] - \Omega^2\varepsilon^2\Delta\mu,$$

$$\Delta\varepsilon_j = \varepsilon_j^2 - \varepsilon'^2_j, \ \delta\mu_j = \mu_j^2 = \mu'^2_j - \mu'^2_j.$$

Остальные коэффициенты $\beta^+_{\mu j}, \gamma^+_{\mu j}$ и $\delta^+_{\mu j}$ получаются из соответствующих выражений (6) путем замены $\varepsilon \leftrightarrow \mu$.

Для нахождения амплитуд прошедшей ЭМВ использован стандартный метод матрицы переноса размерности (4×4) [34]. Для записи в матричном виде уравнений непрерывности для тангенциальных компонент электрического $E_{x,y}$ и магнитного $H_{x,y}$ полей на каждой

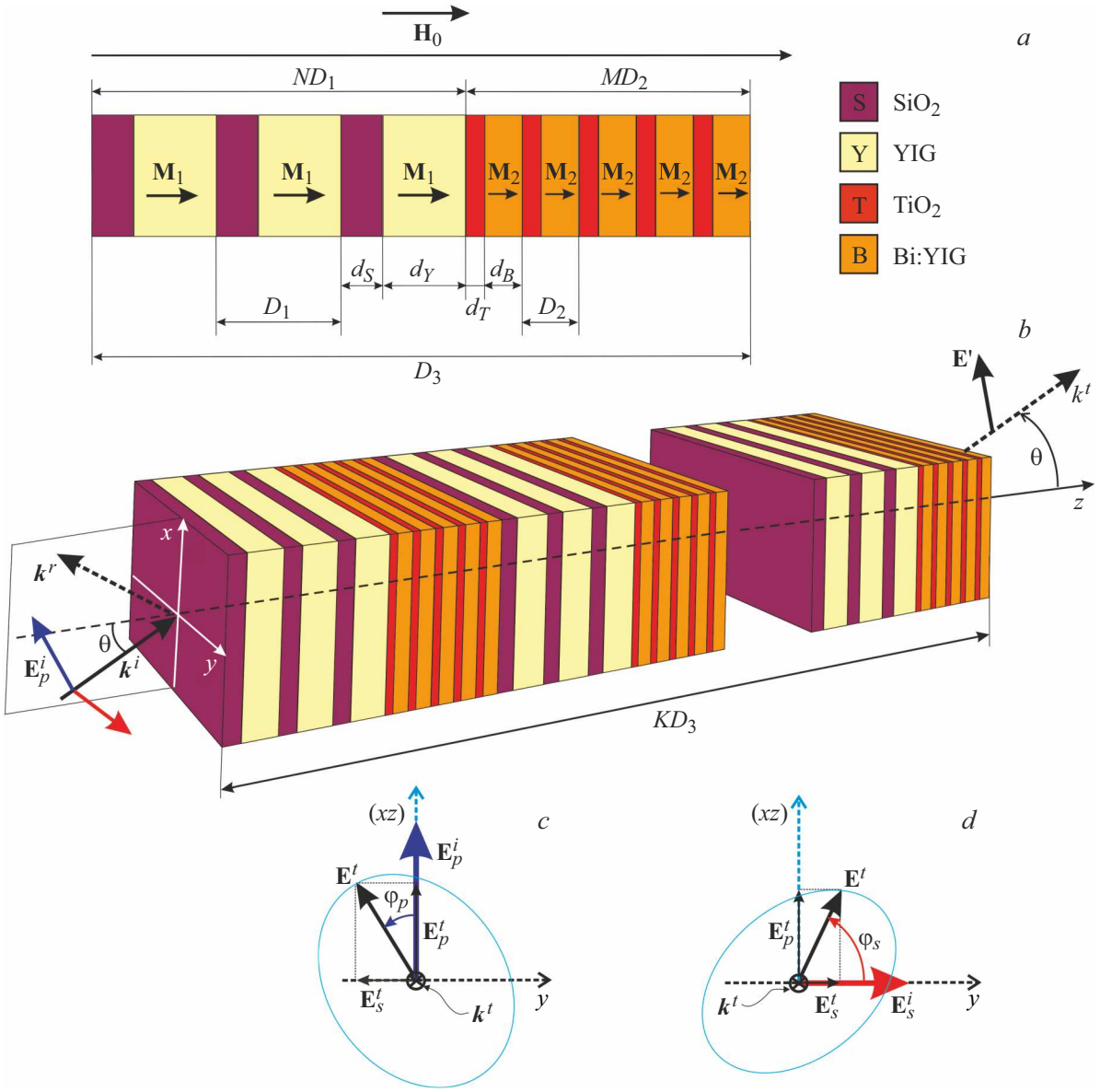

Рис. 1. Схема трехпериодического магнитооптического ФК $[(SY)^N(TB)^M]^K$: *a* — сверхъячейка ФК при $N = 3$, $M = 5$ (черными стрелками обозначены векторы намагниченности $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{M}_2$ в слоях YIG и Bi:YIG соответственно), $\mathbf{H}_0$ — постоянное внешнее магнитное поле. *b* — эффект Фарадея при прохождении электромагнитной волны (ЭМВ) сквозь трехпериодический ФК. Синими и красными стрелками обозначены электрические составляющие падающих ЭМВ *s*- или *p*-поляризаций ($\mathbf{E}^i_s$, $\mathbf{E}^i_p$ соответственно), черной стрелкой — вектор электрического поля прошедшей ЭМВ $\mathbf{E}^t$. *c* и *d* — схематическое представление углов ФВ φ_p и φ_s в случаях падающих ЭМВ *p*- и *s*-поляризаций соответственно. Вертикальные штриховые линии показывают проекцию плоскости (xz).

из границ раздела сред мы вводим векторы-столбцы амплитуд полей в каждом из слоев ФК:

$$\boldsymbol{\psi}_j = (E^{I+}_{yj}\, E^{r+}_{yj}\, H^{I-}_{yj}\, H^{r-}_{yj})^\tau,$$

где τ означает операцию транспонирования. Аналогичным образом для входной и выходной сред (учитывая наличие отраженной волны в первой из них и прошедшей во второй) запишем:

$$\boldsymbol{\psi}^{\text{in}}_0 = (E^{I(s)}_{y0}\, E^{r(s)}_{y0}\, H^{I(p)}_{y0}\, H^{r(p)}_{y0})^\tau,$$

$$\boldsymbol{\psi}^{\text{out}}_0 = (E^{t(s)}_{y0}\, 0\, H^{t(p)}_{y0}\, 0)^\tau.$$

Фотонный кристалл вида $[(SY)^N(TB)^M]^K$ содержит $2K(N+M)+1$ границ раздела сред, включая внешние границы с воздухом, для каждой из которых выполняются 4 алгебраических уравнения. Из системы имеющихся $4[2K(N+M)+1]$ уравнений путем последовательного исключения амплитуд полей внутри ФК переходим к следующей системе четырех алгебраических уравнений, связывающих поля в воздухе на противоположных гра-

ницах ФК и записанных в матричном виде:

$$\hat{A}_0\hat{E}_0(KD_3)\boldsymbol{\psi}_0^{(\mathrm{out})} = \hat{A}_S(\hat{T}_g)^K\hat{S}_{S0}\boldsymbol{\psi}_0^{(\mathrm{in})}. \quad (7)$$

Здесь $\hat{A}_S(\hat{T}_g)^K\hat{S}_{S0}$ — матрица переноса размерности (4×4), связывающая амплитуды полей волны в точках $z=0$ и $z=KD_3$ по левым сторонам внешних поверхностей ФК, где $\hat{T}_g = \hat{S}_{SB}(\hat{T}_{02})^M\hat{S}_{BS}|(\hat{T}_{01})^N$ — матрица переноса для сверхъячейки, $\hat{T}_{01}$ и $\hat{T}_{02}$ — матрицы переноса для подъячеек (SY) и (BT) соответственно:

$$\hat{T}_{01} = \hat{S}_{SY}\hat{E}_Y(d_T)\hat{S}_{YS}\hat{E}_S(d_S),$$

$$\hat{T}_{02} = \hat{S}_{BT}\hat{E}_T(d_T)\hat{S}_{TS}\hat{E}_B(d_B). \quad (8)$$

При этом $\hat{S}_{ij} = \hat{A}_i^{-1}\hat{A}_j$ и $\hat{S}_{S0} = \hat{A}_S^{-1}\hat{A}_0$ — матрицы, связывающие амплитуды полей по разные стороны границы слоев i и j соответственно, а также на границе слоя S и воздуха:

$$\boldsymbol{\psi}_i = \hat{S}_{ij}\boldsymbol{\psi}_j,$$

$$\boldsymbol{\psi}_S = \hat{S}_{S0}\boldsymbol{\psi}_0^{\mathrm{in}}. \quad (9)$$

Матрицы коэффициентов $\hat{A}_j$ для вычисления матриц $\hat{S}_{ij}$ в выражениях (9) для магнитных слоев $(j=Y,B)$ имеют следующий вид:

$$\hat{A}_j = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \eta_{\mu j}^- & -\beta_{\mu j}^- \\ \delta_{\varepsilon j}^+ & -\delta_{\varepsilon j}^+ & \gamma_{\mu j}^- & \gamma_{\mu j}^- \\ -\beta_{\varepsilon j}^+ & \beta_{\varepsilon j}^+ & 1 & \\ \gamma_{\varepsilon j}^+ & \gamma_{\varepsilon j}^+ & -\delta_{\mu j}^- & \delta_{\mu j}^- \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Для немагнитных слоев ФК $(j=S,T)$ и для воздуха $(j=0)$ матрицы $\hat{A}_j$ имеют квазидиагональную форму:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \hat{A}_j^{(s)} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{A}_j^{(p)} \end{pmatrix},$$

где матрицы $\hat{A}_j^{(s)}$ и $\hat{A}_j^{(p)}$ — матрицы размерности (2×2) для s- и p-поляризованных волн

$$\hat{A}_j^{(s)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \delta_{\varepsilon j}^+ & -\delta_{\varepsilon j}^+ \end{pmatrix}, \quad \hat{A}_j^{(p)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\delta_{\mu j}^- & \delta_{\mu j}^- \end{pmatrix},$$

$$\delta_{\varepsilon j}^+ = k_{zj}/\Omega\varepsilon_j, \quad \delta_{\mu j}^- = k_{zj}/\Omega\mu_j,$$

а $\hat{0}$ — нулевые матрицы размерности (2×2).

Диагональные матрицы $\hat{E}_j(d_j)$ в уравнениях (7):

$$\hat{E}_j(d_j) = \Big(\exp(ik_{zj}^+d_j)\exp(-ik_{zj}^+d_j)\exp(ik_{zj}^-d_j) \times \exp(-ik_{zj}^-d_j)\Big), \quad (j=Y,B),$$

$$\hat{E}_j(d_j) = \Big(\exp(ik_{zj}d_j)\exp(-ik_{zj}d_j)\exp(ik_{zj}d_j) \times \exp(-ik_{zj}^-d_j)\Big), \quad (j=S,T)$$

характеризуют набег фазы внутри слоев j, а $\hat{E}_0(k_{z0}KD_3)$ определена как

$$\hat{E}_0(k_{z0}KD_3) = \Big(\exp(ik_{z0}KD_3)\exp(-ik_{z0}KD_3) \times \exp(ik_{z0}KD_3)\exp(-ik_{z0}^-KD_3)\Big).$$

Система уравнений (7) дает возможность найти связь амплитуд падающей и прошедшей волн через амплитудные коэффициенты пропускания T_{ss}, T_{pp}, T_{sp} и T_{ps}, являющиеся сложными функциями частоты и угла падения ЭМВ:

$$\begin{pmatrix} E_s^{(t)} \\ E_p^{(t)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{ss} & T_{sp} \\ T_{ps} & T_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_s^{(i)} \\ E_p^{(i)} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Когда падающее электромагнитное излучение содержит только s-поляризованную составляющую $(\mathbf{E}_p^i = 0)$ или, наоборот, только p-поляризованную $(\mathbf{E}_s^i = 0)$, энергетические коэффициенты пропускания, как отношения интенсивности прошедшей ЭМВ к интенсивности падающей, могут быть записаны в виде

$$T_s = |T_{ss}|^2 + |T_{ps}|^2 \ (\text{при } \mathbf{E}_p^i = 0),$$

$$T_p = |T_{sp}|^2 + |T_{pp}|^2 \ (\text{при } \mathbf{E}_s^i = 0). \quad (12)$$

Следует отметить, что в отсутствие поглощения энергетические коэффициенты отражения определяются следующим образом:

$$R_s = 1 - T_s, \quad R_p = 1 - T_p.$$

Углы ФВ φ_s и φ_p в случаях падения на поверхность ФК волны s- или p-поляризации определены так же, как в монографии [2]:

$$\tan\varphi_s = -\mathrm{Re}\Big(\frac{T_{ps}}{T_{ss}}\Big), \ \tan\varphi_p = \mathrm{Re}\Big(\frac{T_{sp}}{T_{pp}}\Big). \quad (13)$$

3. Численные расчеты и обсуждение

Для численных расчетов коэффициентов пропускания и углов ФВ при прохождении ЭМВ сквозь исследуемый ФК мы учитываем частотную дисперсию показателей преломления $n_j(\omega)$ материалов в ближнем ИК диапазоне в соответствии с данными работ [35–39]. Для немагнитных материалов SiO_2, TiO_2 диэлектрическая проницаемость определяется как $\varphi_j(\omega) = (n_j(\omega))^2$, $(j=S,T)$ [35,36]. Для YIG дисперсионная зависимость диагональных компонент тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_Y(\omega)$ определена в соответствии с [37], диагональные компоненты тензора магнитной проницаемости $\mu_Y = 1$, а недиагональные компоненты этих тензоров равны соответственно $\varepsilon_Y' = -2.47\cdot 10^{-4}$, $\mu_T' = 8.76\cdot 10^{-5}$ [38]. Для Bi:YIG соответствующие материальные параметры имеют следующие значения: $\varepsilon_B = 5.76$ [39,40], $\mu_B = 1$, $\mu_B' = 1.65\cdot 10^{-5}$ [41,42].

Толщины слоев в подъячейках (SY) и (TB) d_{0j} были выбраны в соответствии с условием Брэгга [43]:

$$n_j(\lambda_{01,2})d_{0j} = \lambda_{01,2}/4, \tag{14}$$

где $\lambda_{01,2}$ — брэгговские длины волн подъячеек (SY) и (TB) соответственно, а $n_j(\lambda_{01,2})$ — показатели преломления слоев на соответствующей брэгговской длине волны. Оценим характерный размер ФК-структуры, взяв брэгговские длины волн подъячеек равными основной телекоммуникационной длине волны, т.е. $\lambda_{01} = \lambda_{02} = 1.55\,\mu$m. С учетом дисперсии показателей преломления для данной длины волны получаем следующие толщины слоев: $d_{0S} = 0.269\,\mu$m, $d_{0T} = 0.158\,\mu$m, $d_{0Y} = 0.176\,\mu$m, $d_{0B} = 0.162\,\mu$m. Тогда толщина структуры $[(SY)^3(TB)^5]^7$ равна $20.545\,\mu$m.

С практической точки зрения наибольший интерес представляет частотная область, соответствующая телекоммуникационным длинам волн $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m $(\omega_0 \approx 1.215\,\text{rad}\cdot\text{PHz})$ и $\lambda_0 = 1.3\,\mu$m $(\omega_0 \approx 1.449\,\text{rad}\cdot\text{PHz})$. На рис. 2, *a, b* представлены частотно-угловые зависимости энергетических коэффициентов пропускания $T_s(\omega,\theta)$ и $T_p(\omega,\theta)$ в области первой ЗФЗ соответственно для случаев s- и p-поляризованных падающих ЭМВ для ФК-структуры $[(SY)^3(BT)^5]^7$. Рис. 2, *c, d* и *e, f* показывают детализированные фрагменты внутризонных полос пропускания для ЭМВ s- и p-поляризаций; вертикальные линии на рис. 2, *c, d* соответствуют частоте $\omega_0 \approx 1.215\,\text{rad}\cdot\text{PHz}$ $(\lambda_0 = 1.55\,\mu\text{m})$, на рис. 2, *e, f* — $\omega_0 \approx 1.449\,\text{rad}\cdot\text{PHz}$.

Как видно из рис. 2, *a, b*, обе ЗФЗ содержат по четыре достаточно широкие внутренние полосы пропускания, полуширины которых при $\theta = 0$ составляют $\Delta\omega_1 \approx 0.078\,\text{PHz}\cdot\text{rad}$, $\Delta\omega_2 \approx 0.056\,\text{PHz}\cdot\text{rad}$, $\Delta\omega_3 \approx 0.106\,\text{PHz}\cdot\text{rad}$ и $\Delta\omega_4 \approx 0.077\,\text{PHz}\cdot\text{rad}$. Для сравнения: в двухпериодическом магнитофотонном кристалле $[\text{YIG}/(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2)^4/\text{TiO}_2]^5$ [13] соответствующие величины составляют порядка $0.01\,\text{PHz}\cdot\text{rad}$, т.е. примерно в $5-10$ раз уже, чем в случае трехпериодического ФК.

Каждая из полос пропускания (рис. 2, *c–f*) имеет сложную структуру с расщеплением на шесть пиков, на которых коэффициент пропускания достигает значений, близких к единице. Такая кратность расщепления, как было показано в работах [13,14], определяется количеством сверхпериодов структуры и равна $(K-1)$, что в данном случае (при $K = 7$) дает шесть максимумов. На отдельных участках полос пропускания эти пики могут сливаться в „плато“, где коэффициент пропускания незначительно колеблется, не доходя до единицы (например, рис. 2, *e*).

При фиксированной частоте с увеличением угла падения пики становятся менее выраженными: уменьшается разность между соседними максимальными и минимальными значениями коэффициента пропускания в пределах внутризонной полосы. При фиксированном угле падения θ с увеличением частоты ЭМВ контрастность пиков пропускания возрастает, особенно в случае s-поляризованных волн (рис. 2, *c, e*).

При нормальном падении электромагнитного излучения $(\theta = 0)$ положения краев ЗФЗ и внутризонных полос пропускания практически совпадают. С отклонением угла падения от нормали к поверхности ЗФЗ s-поляризованных волн расширяется, а p-поляризованных — сужается. При этом поведение полос пропускания с увеличением θ носит обратный характер: внутризонные полосы пропускания s-поляризованных волн заметно сужаются, а p-поляризованных, наоборот, расширяются (рис. 2, *a, b*).

Кроме внутризонных мод пропускания характерной особенностью спектров пропускания трехпериодических структур является наличие сателлитных зон по краям основной ЗФЗ, которые с увеличением θ могут раскрываться: например, сателлитная зона для волн s-поляризации расположена по частоте ниже $0.8\,\text{rad}\cdot\text{PHz}$ при углах $\theta > 40^\circ$, а для p-поляризованных волн при $\theta > 75^\circ$ правее высокочастотного края основной ЗФЗ. Кроме того, в спектре p-поляризованных волн низкочастотный край ЗФЗ может сливаться с внутризонной полосой пропускания, как на рис. 2, *b* при $\theta > 55^\circ$. Наконец, с увеличением θ имеет место синее смещение спектра, что характерно для всех 1D ФК-структур.

Следует отметить, что в ФК вида $[(SY)^3(BT)^5]^7$ внутризонные полосы пропускания значительно шире, чем в ФК $[(ST)^3(YB)^{10}]^3$, рассмотренном нами в работе [33]. Например, для $[(SY)^3(BT)^5]^7$ при $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m и $\theta = 54^\circ$ ширина второй внутризонной полосы пропускания (расположена при $\theta = 0$ в интервале $1.0\,\text{rad}\cdot\text{PHz} < \omega < 1.2\,\text{rad}\cdot\text{PHz}$ (рис. 2)) равна $\Delta\omega_s = 0.052\,\text{rad}\cdot\text{PHz}$ для s-поляризованной ЭМВ и $\Delta\omega_p = 0.083\,\text{rad}\cdot\text{PHz}$ для p-поляризованной волны. Тогда как соответствующие значения для структуры $[(ST)^3(YB)^{10}]^3$ составляют $\Delta\omega_s = 0.011\,\text{rad}\cdot\text{PHz}$ и $\Delta\omega_p = 0.023\,\text{rad}\cdot\text{PHz}$.

На рис. 3, *a, b* показаны зависимости коэффициентов пропускания и углов ФВ для структуры $[(SY)^3(BT)^5]^7$ от угла падения ЭМВ на выбранной длине волны $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m для ЭМВ s- и p-поляризаций соответственно. Аналогично, угловые зависимости T_s и T_p при $\lambda_0 = 1.3\,\mu$m приведены на рис. 3, *c, d*. Красная и синяя кривые соответствуют коэффициентам пропускания, зеленая и оранжевая — углам ФВ, рассчитанным с использованием формулы (13). Каждый из шести максимумов коэффициентов пропускания $T_{s(\max)}$ и $T_{p(\max)}$ имеет значения, близкие к 1, при углах $\theta_{s\alpha}$ и $\theta_{p\alpha}|$ соответственно $(\alpha = 1, \ldots, 6)$, а минимальные значения на полосе пропускания между пиками далеки от нуля: не ниже $T_{s(\min)} = 0.18$ и $T_{p(\min)} = 0.25$ для s- и p-поляризованных волн при $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m (рис. 3, *a, b*) и аналогично $T_{s(\min)} = 0.4$ и $T_{p(\min)} = 0.45$ при $\lambda_0 = 1.3\,\mu$m (рис. 3, *a, b*).

Как видно из сравнения рис. 3, *a* и *b*, а также рс . 3, *c* и *d*, угловая область пропускания ЭМВ s-поляризации несколько уже области пропускания p-поляризованной волны, а также ее левый край T_s сдвинут в область

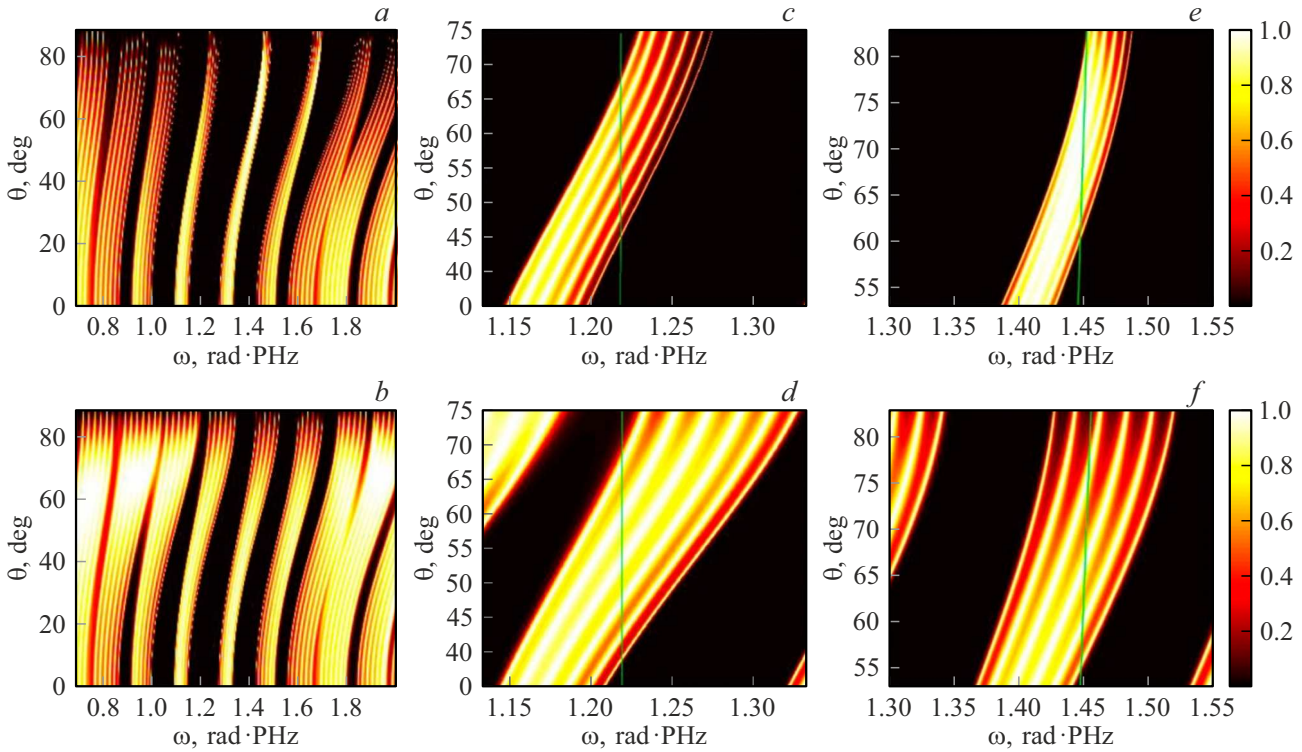

Рис. 2. Спектры пропускания $T_s(\omega,\theta)$ и $T_p(\omega,\theta)$ для случаев s- и p-поляризованных падающих ЭМВ (верхний и нижний ряды соответственно) для ФК $[(SY)^3(TB)^5]^7$: a, b — в первой ЗФЗ; c, d — фрагмент внутризонной полосы пропускания в окрестности $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m ($\omega_0 \approx 1.215$ rad·PHz); e, f — в окрестности $\lambda_0 = 1.3\,\mu$m ($\omega_0 \approx 1.449$ rad·PHz). Брэгговские длины волн для обеих ячеек равны $\lambda_{01} = \lambda_{02} = 1.55\,\mu$m. Вертикальными зелеными линиями на рис. c–f отмечены частоты $\omega_0 \approx 1.215$ rad·PHz и $\omega_0 \approx 1.449$ rad·PHz. Цветовая шкала представляет значения T_s, T_p.

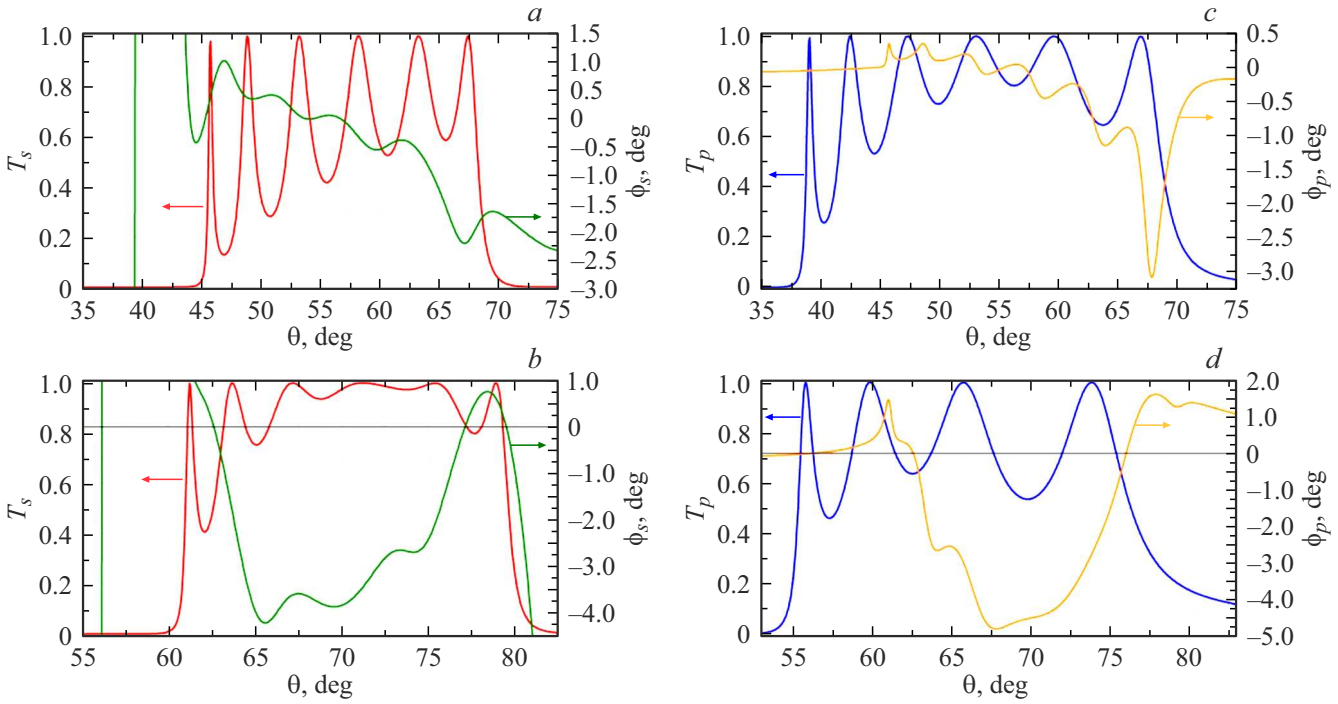

Рис. 3. Угловые зависимости коэффициентов пропускания и углов ФВ: a, c — $T_s(\theta)$ и $\varphi_s(\theta)$; b, d — $T_p(\theta)$ и $\varphi_p(\theta)$ для структуры $[(SY)^3(TB)^5]^7$ при $\lambda = 1.55\,\mu$m (a, b), $\lambda = 1.3\,\mu$m (c, d). Красная и синяя кривые соответствуют коэффициентам пропускания, зеленая и оранжевая — углам ФВ.

больших θ по сравнению с левым краем T_p: положение первых пиков пропускания соответствует углам падения $\theta_{s1} = 45.80^\circ$ и $\theta_{p1} = 39.13^\circ$ для $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m (рис. 3, *a, b*). При этом положения последних (шестых) пиков пропускания для волн обеих поляризаций разнятся значительно меньше: соответственно $\theta_{s6} = 67.4^\circ$ и $\theta_{p6} = 66.93^\circ$. Для *s*-поляризованных волн угловое расстояние между крайними пиками пропускания составляет $\Delta\theta_s = 21.6^\circ$, тогда как для *p*-поляризованных ЭМВ $\Delta\theta_p = 27.8^\circ$. Что касается углов ФВ, то в области полосы пропускания они меняются в пределах $3.05^\circ \le \varphi_p \le 0.3^\circ$ и $-2.3^\circ \le \varphi_s \le 1.0^\circ$. При наибольшем отрицательном значении ФВ коэффициент прохождения ЭМВ высокий: $T_s = 0.9$, но при наибольшем положительном ФВ при составляет всего $T_s = 0.15$ при угле падения $\theta_s \approx 44^\circ$. Здесь и далее $\varphi^{\pm}_{s(\max)}$ обозначают максимальное (при данных конкретных параметрах) положительное или отрицательное ФВ. Для волн *p*-поляризации $\varphi^{-}_{p(\max)} = -3.05^\circ$ при $\theta_s \approx 66^\circ$ также совпадает с достаточно хорошим пропусканием ЭМВ: $T_p = 0.82$, а $\varphi^{+}_{p(\max)} = 0.3^\circ$ соответствуют коэффициентам пропускания $T_p = 0.65$ и $T_p = 0.85$ при $\theta_p \approx 46^\circ$ и $\theta_p \approx 48^\circ$ соответственно.

Следует также отметить, что в некоторых частотных интервалах, а также на некоторых интервалах углов падения ЭМВ углы ФВ могут достигать нескольких десятков градусов, как, например, при $39^\circ \le \theta \le 43^\circ$ для *s*-поляризованных ЭМВ (рис. 3, *a, b*). Однако эти области соответствуют отсутствию пропускания ($T_s \to 0$), что не имеет практического значения.

В случае $\lambda_0 = 1.3\,\mu$m максимальные значения углов ФВ даже несколько больше: $\varphi^{-}_{s(\max)} = -4.2^\circ$ при $T_s = 0.79$ и $\varphi^{-}_{p(\max)} = -4.78^\circ$ при $T_p = 0.71$ (для сравнения рис. 3, *a, b* и *c, d*).

Далее рассмотрим частотные зависимости коэффициентов пропускания и углов ФВ при углах падения $\theta_{s\alpha}$ и $\theta_{p\alpha}$, определенных выше и соответствующих пикам пропускания при $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m ($\omega_0 \approx 1.215$ rad·PHz). На рис. 4 представлены частотные зависимости коэффициентов пропускания $T_s(\omega)$ и $T_p(\omega)$ и углов ФВ $\varphi_s(\omega)$ и $\varphi_p(\omega)$ для *s*- и *p*-поляризованных ЭМВ (левый и правый столбцы соответственно) при углах падения $\theta_{s1} = 45.80^\circ$ (*a*) и $\theta_{p1} = 39.13^\circ$ (*d*); $\theta_{s6} = 67.40^\circ$ (*b*); $\theta_{p6} = 66.93^\circ$ (*c*). Эти углы соответствуют первому и шестому пикам T_s и T_p на рис. 3, *a, b* соответственно. Для *s*-поляризованных волн в пределах полосы пропускания значения углов ФВ меняются в пределах $-4.73^\circ \le \varphi_s \le 0.99^\circ$ при $\theta_{s1} = 45.80^\circ$ и $-2.16^\circ \le \varphi_s \le 0.59^\circ$ при $\theta_{s6} = 67.40^\circ$. Однако здесь наибольшие по абсолютной величине отрицательные значения ФВ $\varphi^{-}_{s(\max)} = -4.73^\circ$ достигаются при малом значении $T_s = 0.067$ и при $\theta_{s1} = 45.80^\circ$. Максимальным, близким к единице значениям коэффициента пропускания $T_s = 0.99$ (первый, нижайший по частоте пик при $\omega = 1.166$ rad·PHz), соответствует $\varphi_s = -2.98^\circ$, и кроме того, $\varphi_s = -1.45^\circ$ (второй пик при $\omega = 1.174$ rad·PHz).

Для рассматриваемой ФК-структуры также может иметь место и положительное ФВ, но оно несколько слабее. При $\theta_{s1} = 45.80^\circ$ положительному ФВ соответствует узкий интервал частот $1.202\,\text{rad·PHz} \le 1.216\,\text{rad·PHz}$ в области пятого и шестого пиков пропускания (рис. 3, *a*), при $\omega = 1.112$ rad·PHz максимальное положительное ФВ $\varphi_s = 0.99^\circ$ достигается при незначительном коэффициенте пропускания $T_s = 0.134$.

С увеличением угла падения область частот, соответствующих положительным значениям угла ФВ φ_s, расширяется, захватывая при $\theta_{s6} = 67.40^\circ$ интервалы от третьего до пятого пиков и промежутка между вторым и третьим пиками: $1.226\,\text{rad·PHz} \le \omega \le 1.255\,\text{rad·PHz}$, при этом смещаясь вверх по частоте вместе с полосой пропускания (рис. 4, *a, b*). Максимум положительного вращения $\varphi^{+}_{s(\max)} = 0.598^\circ$ при $\omega = 1.241$ rad·PHz возникает при $\theta_{s6} = 67.40^\circ$.

В случае *p*-поляризованных ЭМВ максимальные значения углов ФВ соответствуют несколько большим значениям T_p, чем при *s*-поляризации. В отличие от случая *s*-поляризации, области частот, на которых ФВ имеет положительный знак, очень узкие (рис. 4, *c, d*).

Для сравнения, в работе [12] для двухпериодических ФК вида $[\text{YIG}/(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2)^4]^5/\text{YIG}$ теоретические расчеты показали, что вблизи внутризонных полос пропускания максимальные значения (до 0.25° для *p*-поляризованного света и около 1.8° для *s*-поляризованного света) углов ФВ соответствуют низкой пропускающей способности. А на частотах внутризонных мод пропускания пики ФВ невелики: вращение достигает значений до 0.1° для падающего света *s*-поляризации, а для *p*-поляризованного падающего света ФВ не превышает -0.02° на соответствующих пиках пропускающей способности. Значения углов ФВ для трехпериодической структуры $[(SY)^3(TB)^5]^7$, полученные в настоящей работе, при некоторых частотах могут значительно (на один–два порядка) превышать значения для магнонно-фотонных кристаллов [12], причем области максимумов φ_s и φ_p могут совмещаться с соответствующими областями высокого пропускания.

Таким образом, при фиксированных углах падения настройка частоты в пределах полосы пропускания позволяет достичь хороших результатов — значительных углов ФВ при максимальном прохождении ЭМВ.

Для еще большего увеличения эффекта Фарадея в трехпериодическом ФК можно выбрать магнитооптические слои YIG и Bi:YIG больших толщин d_Y, d_B по сравнению с теми, что были использованы для вышеприведенных расчетов, оставляя без изменения толщины немагнитных слоев d_S и d_T. На рис. 5, *a, b* представлены зависимости коэффициентов пропускания T_s, T_p, а также углов ФВ φ_s, φ_p для длины волны $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m при *n*-кратном увеличении d_Y и d_B.

Как видно из рис. 5, *a, b*, при *n*-кратном увеличении толщин магнитных слоев угловые области пропускания значительно сужаются и смещаются в сторону

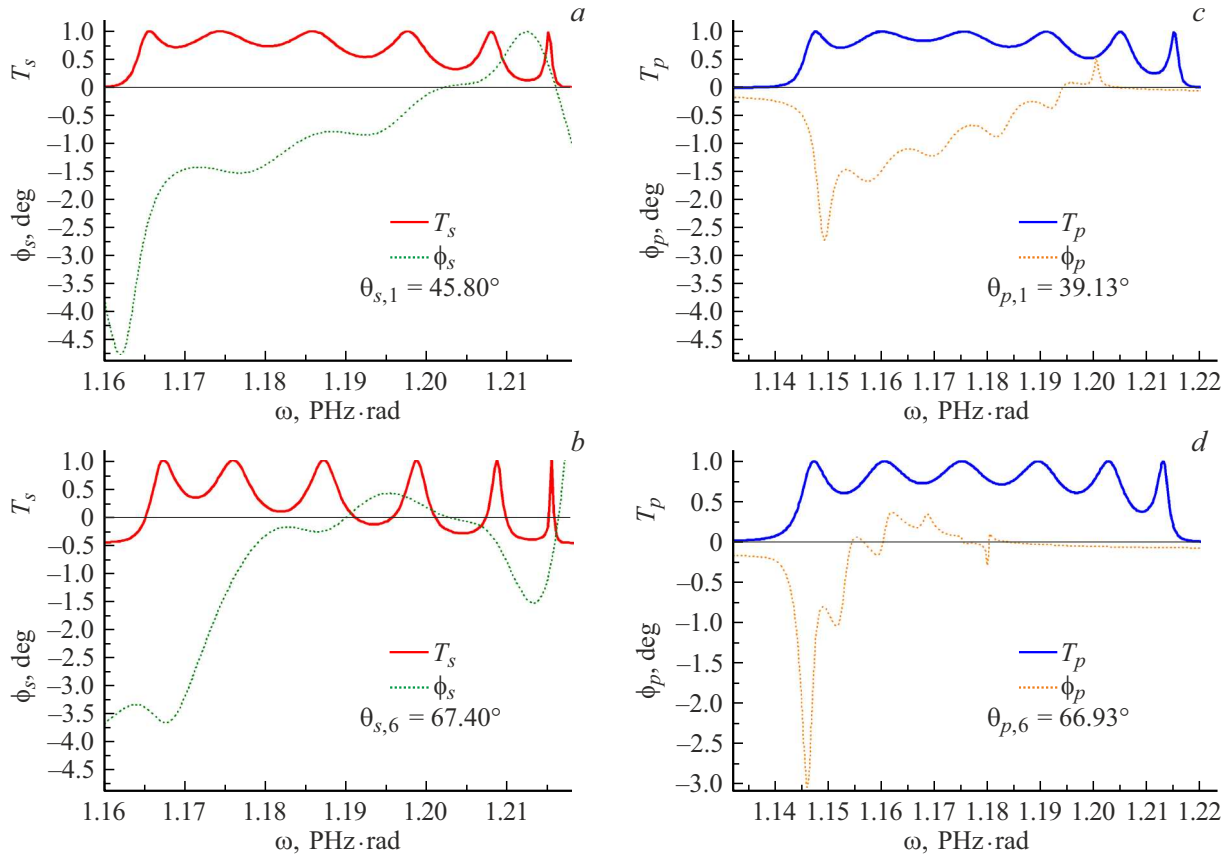

Рис. 4. Частотные зависимости коэффициентов пропускания и углов ФВ для s-поляризованных ЭМВ $(T_s(\omega), \varphi_s(\theta))$ при углах падения $\theta_{s1} = 45.80°$ (a), $\theta_{s6} = 67.40°$ (b) и p-поляризованных ЭМВ $(T_p(\omega), \varphi_p(\theta))$ при $\theta_{p1} = 39.13°$ (c), $\theta_{p6} = 66.93°$ (d). Интервалы частот соответствуют второй внутризонной полосе пропускания.

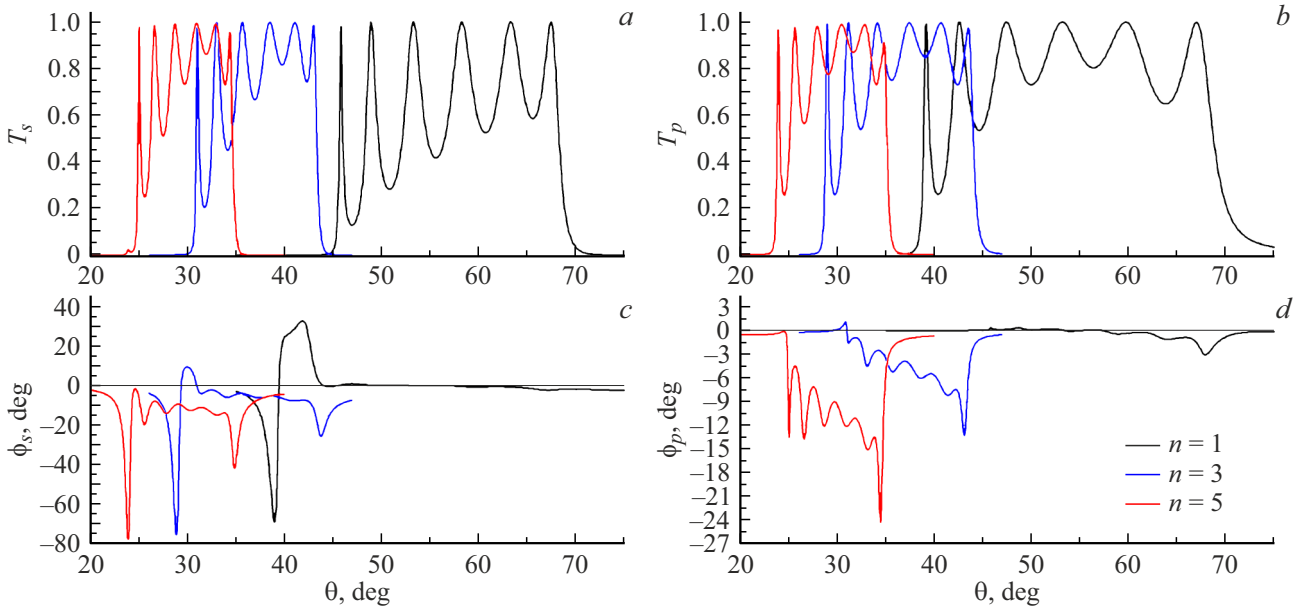

Рис. 5. Эволюция угловой зависимости коэффициентов пропускания $T_s(\theta)$ (a), $T_p(\theta)$ (b) и углов ФВ $\varphi_s(\theta)$ (c), $\varphi_p(\theta)$ (d) для ФК $[(SY)^3(TB)^5]^7$ при $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m $(\omega_0 \approx 1.215\,\text{rad}\cdot\text{PHz})$ при n-кратном изменении толщин магнитных слоев $d_Y = n\,d_{0Y}$, $d_B = n\,d_{0B}$, $(n = 1, 3, 5)$. Здесь $d_{0Y} = 0.1760\,\mu$m, $d_{0B} = 0.1615\,\mu$m.

меньших углов падения. Так, например, для волн s-поляризации при $n = 1$ (магнитные слои без увеличения) угловое расстояние между крайними (первым и шестым) пиками T_s составляет $\Delta\theta_s = 21.60°$, $\Delta\theta_s = 11.48°$ при $n = 3$ и $\Delta\theta_s = 9.34°$ при $n = 5$. Соответствующие значения $\Delta\theta_p$ для ЭМВ p-поляризованных ЭМВ несколько больше и при $n = 1$ составляют $\Delta\theta_p = 27.87°$, при $n = 3$: $\Delta\theta_p = 14.31°$, а при $n = 5$: $\Delta\theta_p = 10.87°$. Вместе с пиками T_s и T_p соответственно смещаются и графики зависимости углов ФВ (рис. 5, *c, d*), а значения φ_s и φ_p, попадающие в область угловой полосы пропускания $(0 \le T_{s,p}(\theta) \le 1)$, существенным образом увеличиваются. Максимальное отрицательное вращение при $n = 1$ составляет для s-поляризованной волны $\varphi^-_{s(\max)} = -2.19°$ при $\theta_s = 67.07°$, а коэффициент пропускания при этом $T_s = 0.926$. Максимальное положительное вращение $\varphi^+_{s(\max)} = 1.02°$ при $\theta_s = 46.93°$, коэффициент пропускания низкий: $T_s = 0.129$. На шестом пике $T_s = 0.998$ достигается $\varphi_s = -2.17°$. Отметим, что область высоких (до нескольких десятков градусов) значений φ_s не совпадает с полосой пропускания и не рассматривается как потенциально применимый результат.

Для p-поляризованных ЭМВ при $n = 1$, $\varphi^-_{p(\max)} = -3.06°$ при $\theta_p = 67.93°$ коэффициент пропускания высокий: $T_p = 0.919$. Максимальное положительное вращение $\varphi^-_{p(\max)} = 0.362°$ имеет место при $\theta_s = 45.8°$, но коэффициент пропускания низкий: $T_s = 0.129$. На шестом пике $T_p = 0.999$ достигается значение $\varphi_P = -1.61°$.

Троекратное утолщение магнитных слоев $(n = 3)$ дает для s-поляризованной волны $\varphi^-_{s(\max)} = -24.85°$ при низком коэффициенте пропускания $T_s = 0.101$. Но на пятом пике пропускания $T_s = 0.997$ достигается ФВ $\varphi_s = -7.31°$ при $\theta_s = 43.5°$. Для случая p-поляризации максимальное отрицательное значение $\varphi^-_{p(\max)} = -13.2°$ при $\theta_p = 45.42°$, и коэффициент пропускания при этом высокий: $T_p = 0.804$.

При дальнейшем утолщении магнитных слоев до $n = 5$ получаем для s-поляризованной волны $\varphi^-_{s(\max)} = -41.78°$ при низком коэффициенте пропускания $T_s = 0.191$. Но на шестом пике при $T_s = 0.946$ получаем большое ФВ $\varphi_s = -20.25°$ при $\theta_s = 34.4°$. В случае p-поляризации максимум ФВ $\varphi^-_{p(\max)} = -24.29°$ достигается при хорошем пропускании: $T_p = 0.814$, а на пятом пике коэффициента пропускания при $T_p = 0.911$ ФВ составляет $\varphi_p = -13.78°$.

На рис. 6 показаны спектры ФВ $\varphi_s(\omega, \theta)$ (*a*) и $\varphi_p(\omega, \theta)$ (*b*) для структуры $[(SY)^3(TB)^5]^7$ с пятикратно утолщенными магнитными слоями YIG и Bi:YIG в областях расположения внутризонных полос пропускания, соответствующих s- и p-поляризованным падающим ЭМВ (в окрестности $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m ($\omega_0 \approx 1.215$ rad·PHz)). Как видно из рис. 6, *a*, наиболее сильное отрицательное ФВ имеет место для s-поляризованного излучения на низкочастотном краю полосы пропускания: $\varphi_s \sim (-40 \div -30°)$. На высокочастотном краю полосы пропускания, в зависимости от угла падения θ, ФВ φ_s может принимать как отрицательные, так и положительные значения в пределах $\pm 5°$. Для p-поляризованных ЭМВ наибольшие значения положительного вращения φ_p (несколько градусов) достигаются либо на высокочастотном краю полосы пропускания, либо (с увеличением θ) в точках, смещенных от него к центру полосы. Но в отличие от случая s-поляризации резкий отрицательный экстремум порядка $\varphi_p \sim (-25 \div -20°)$ расположен не по высокочастотному краю полосы пропускания, а при частотах, слегка смещенных от края в направлении ее центра (рис. 6, *b*).

Для длины волны $\lambda_0 = 1.3\,\mu$m в случае пятикратно утолщенных магнитных слоев в $[(SY)^3(TB)^5]^7$ расчеты дают хорошие совпадения максимумов ФВ и коэффициентов пропускания. Здесь имеются два угловых интервала: $0 < \theta < 25°$ и $30 < \theta < 65°$, разделенные областью ЗФЗ. В первом интервале, представленном на рис. 7, *a* для s-поляризованных волн, при высоких значениях коэффициентов пропускания $T_s = 0.976$ (при $\theta_s = 16.42°$) и $T_s = 0.904$ (при $\theta_s = 20.58°$) углы ФВ составляют $\varphi_s = -11.63°$ и $\varphi_s = -13.81°$ соответственно. В этом случае максимальное значение ФВ для s-поляризованной волны $\varphi^-_{s(\max)} = -28.05°$ достигается при $\theta_s = 23.75°$ и $T_s = 0.334$. Для p-поляризованных ЭМВ (рис. 7, *b*) максимальное отрицательное значение $\varphi^-_{p(\max)} = -20.74°$ при $\theta_p = 23.25°$ и коэффициенте пропускания $T_p = 0.762$. Также имеется совпадение других максимумов, например, $\varphi^-_{p(\max)} = -13.43°$ (при $\theta_p = 20.33°$) и $T_p = 0.967$ (рис. 7, *b*). Второй интервал показан на рис. 7, *c, d* и соответствует уже краю ЗФЗ, где максимум ФВ составляет для s-поляризованной ЭМВ $\varphi^-_{s(\max)} = -25.13°$ ($\theta_s = 32.86°$), $T_s = 0.339$. В достаточно широком интервале углов падения $(33.8 < \theta_p < 49.0°)$ значения ФВ изменяются в пределах $-13 < \varphi_p < -7°$ при пропускании $0.43 < T_p < 0.99$. Для p-поляризованной волны (рис. 7, *d*) максимальное отрицательное ФВ достигается $\varphi^-_{p(\max)} = -18.78°$ при высоком пропускании $T_p = 0.8516$ ($\theta_p = 33.27$). Большинство остальных пиков ФВ расположены в интервале значений $-14 < \varphi^-_p < -7°$ $(33.5 < \theta_p < 49.8°)$, которым соответствуют высокие значения коэффициента пропускания в пределах $0.62 < T_p < 0.97$.

Отметим, что 180-градусное перемагничивание ФК-структуры будет приводить к изменению знака ФВ на противоположный. Таким путем можно для тех же поляризаций ЭМВ, частот и углов падения получить такие же по абсолютной величине, но положительные значения ФВ $\varphi_s \sim (30{-}40°)$ и $\varphi_s \sim (20{-}25°)$.

Возможность совмещения спектральных максимумов оптического пропускания и больших значений угла Фарадея, хотя и не является уникальным эффектом, но остается в рассматриваемом диапазоне длин волн

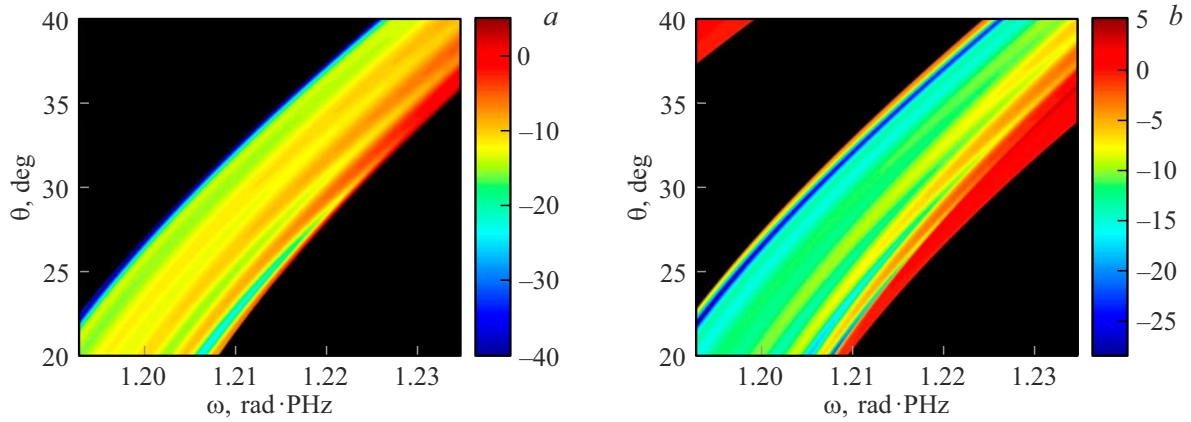

Рис. 6. Спектры углов ФВ $\varphi_s(\omega,\theta)$ (a) и $\varphi_p(\omega,\theta)$ (b) для структуры $[(SY)^3(TB)^5]^7$ с утолщенными магнитными слоями YIG и Bi:YIG: $d_Y = 5d_{0Y} = 0.8800\,\mu$m, $d_B = 5d_{0B} = 0.8075\,\mu$m. Черные области соответствуют пренебрежимо малым значениям коэффициентов пропускания: $T_s(\omega,\theta) \to 0$ (a) и $T_p(\omega,\theta) \to 0$ (b), т. е. показывают области ЗФЗ. Цветовая шкала представляет значения углов ФВ в градусах.

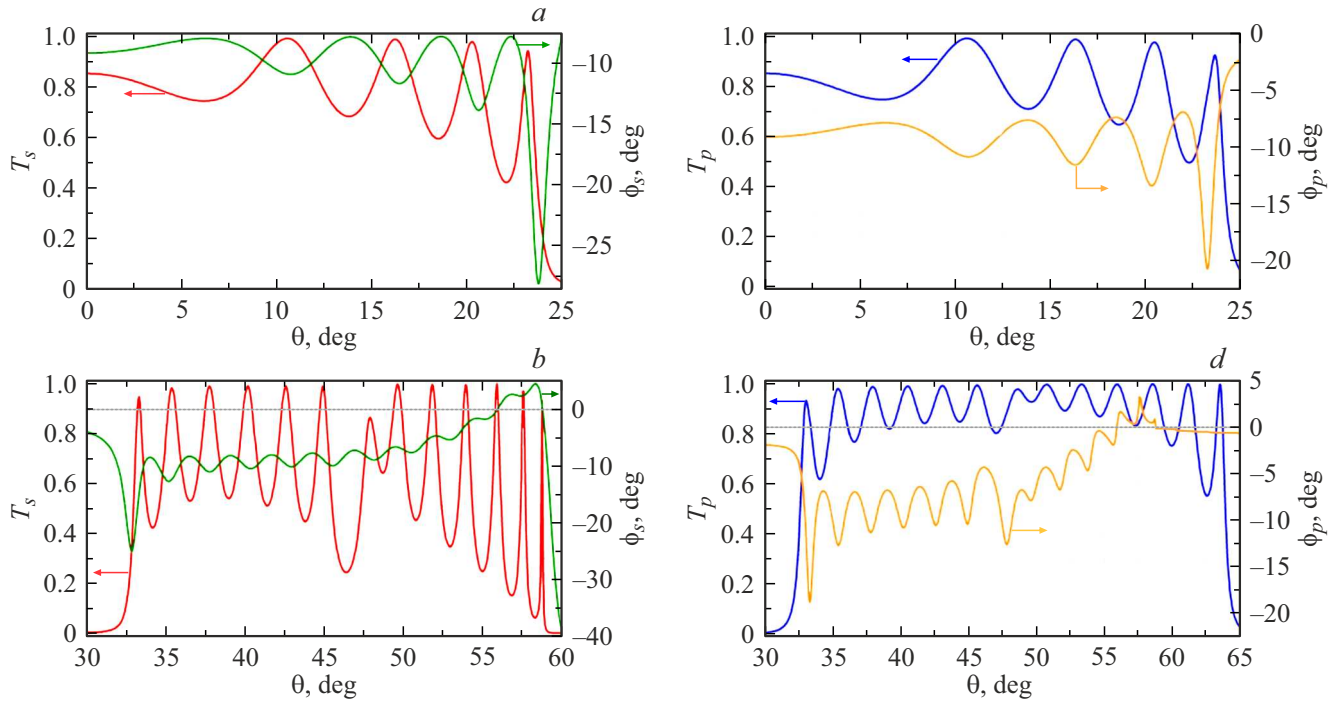

Рис. 7. Угловые зависимости коэффициентов пропускания и углов ФВ: $T_s(\theta)$ и $\varphi_s(\theta)$ (a,c); $T_p(\theta)$ и $\varphi_p(\theta)$ (b,d) при $\lambda = 1.3\,\mu$m $(\omega_0 \approx 1.449$ rad·PHz$)$ для структуры $[(SY)^3(TB)^5]^7$ с утолщенными магнитными слоями YIG и Bi:YIG: $d_Y = 5d_{0Y} = 0.8800\,\mu$m, $d_B = 5d_{0B} = 0.8075\,\mu$m. Красная и синяя кривые соответствуют коэффициентам пропускания, зеленая и оранжевая — углам ФВ.

(ближний ИК) довольно редким результатом. Совмещения максимальных значений пропускания с гигантскими значениями углов ФВ в различных одноперiодических ФК с дефектным слоем были описаны в работах [18,29,30,44]. Например, в [30] на ФК-структурах $(SiO_2/TiO_2)^k$/BiYIG/$(TiO_2/SiO_2)^k$ численно получено ФВ с удельным значением $-28^\circ/\mu$m. Однако такие гигантские значения имеют место при очень низком ($\sim 2\%$) пропускании. Хорошее пропускание ($\sim 73\%$ и $\sim 87\%$) сопровождается удельным вращением $-1^\circ/\mu$m и $-0.83^\circ/\mu$m соответственно, а среднему коэффициенту прохождения ($\sim 42\%$) соответствует ФВ $-2.8^\circ/\mu$m [30]. Расчеты, проведенные в [44] для магнитного ФК на основе GGG и Bi:YIG с двумя (магнитным и немагнитным) дефектными слоями показали, что при определенных параметрах структуры удельное ФВ достигает $2-4.8^\circ/\mu$m при высоких значениях коэффициента пропускания (0.95–0.98). В работе [18] проведены теоретические расчеты ФВ на одномерном ФК $(SiO_2/GGG)^N$/Bi:YIG/$(GGG/SiO_2)^N$, содержащем магнитный дефект.

При некоторых комбинациях толщин дефектного слоя и количества периодов получено ФВ удельное вращение до нескольких градусов на микрон: $\Phi \sim -1.5^\circ/\mu\text{m}$ (при $T_p \sim 0.9$), $\Phi \sim -3^\circ/\mu\text{m}$ (при $T_p \sim 0.5$). Наибольшее значение $\Phi \sim -6^\circ/\mu\text{m}$ соответствует незначительному пропусканию $T_p \sim 0.1-0.15$. В работе [29] экспериментально наблюдалось гигантское ФВ в ФК с комплексными магнитными дефектами (два разных слоя Bi:YIG) вида $(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2)^m/\text{M}/(\text{SiO}_2/\text{TiO}_2)^m$. В видимом диапазоне длин волн 613–761 nm на некоторых образцах достигалось удельное вращение до $66^\circ/\mu\text{m}$ при $T = 0.6$ ($\theta_F = -20.3^\circ$).

Как правило, бездефектные периодические ФК не дают таких высоких значений ФВ, а также заметное ФВ имеет место при небольших значениях коэффициента пропускания ЭМВ. Например, в двухпериодическом (фотонно-магнонном) кристалле $[\text{YIG}\ /(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2)^4/\text{TiO}_2]^5$, рассмотренном в [12], максимальные значения удельного ФК для волн s- и p-поляризованных ЭМВ составляли соответственно $\varphi^{\pm}_{s(\max)} = -1.5^\circ$ ($T_s \sim 0.02$) и $\varphi^{-}_{p(\max)} = -0.3^\circ$ ($T_p \sim 0.15$), что с учетом толщины всего ФК дало значения удельного вращения порядка $\Phi_s = \pm 0.11^\circ/\mu\text{m}$ и $\Phi_p = -0.02^\circ/\mu\text{m}$. При пропускании, близком к единице, ФВ очень мало: $\varphi_s \sim 0.01^\circ$, $\varphi_s \sim 0.03^\circ$.

В настоящей работе мы показываем возможности достижения достаточно больших значений ФВ (от нескольких градусов до десятков градусов) при значительном пропускании именно на бездефектной периодической структуре. В ФК $[(SY)^3(TB)^5]^7$, имеющем общую длину $L_s = 20.511\,\mu\text{m}$, удельное ФВ на длине волны $\lambda_0 = 1.3\,\mu\text{m}$ достигает наибольших значений $\Phi_p = -0.233^\circ/\mu\text{m}$ ($\varphi^{-}_{p(\max)} = -4.78^\circ$, $T_p = 0.71$) и $\Phi_s = -0.21^\circ/\mu\text{m}$ ($\varphi^{-}_{s(\max)} = -4.2^\circ$, $T_p = 0.79$). Для случая $\lambda_0 = 1.55\,\mu\text{m}$ соответствующие удельные значения составляют $\Phi_p = -0.15^\circ/\mu\text{m}$ ($\varphi^{-}_{p(\max)} = -3.05^\circ$, $T_p = 0.82$) и $\Phi_s = -0.11^\circ/\mu\text{m}$ ($\varphi^{-}_{s(\max)} = -2.3^\circ$, $T_s = 0.9$). Для ФК с пятикратно увеличенными толщинами магнитных слоев ($L_s = 57.903\,\mu\text{m}$) наибольшие значения удельного ФВ на длине волны $\lambda_0 = 1.55\,\mu\text{m}$: $\Phi_p = -0.72^\circ/\mu\text{m}$ ($\varphi^{-}_{p(\max)} = -41.78^\circ$, $T_p = 0.19$), $\Phi_p = -0.42^\circ/\mu\text{m}$ ($\varphi^{-}_{p(\max)} = -24.29^\circ$, $T_p = 0.81$) и $\Phi_s = -0.32^\circ/\mu\text{m}$ ($\varphi^{-}_{s(\max)} = -20.25^\circ$, $T_p = 0.946$). Для длины волны $\lambda_) = 1.3\,\mu\text{m}$ наибольшие значения удельного ФВ составляют $\Phi_s = -0.49^\circ/\mu\text{m}$ ($\varphi^{-}_{s(\max)} = -28.05^\circ$, $T_p = 0.34$) и $\Phi_p = 0.36^\circ/\mu\text{m}$ ($\varphi^{-}_{p(\max)} = -20.74^\circ$, $T_p = 0.762$). Эти значения удельного ФВ сравнимы с результатами теоретических расчетов, полученными в работе [11] для двух ФК-структур на основе SiO_2 и Ta_2O_5 с комплексными магнитными дефектами из слоев Bi:YIG и SiO_2, где удельные значения ФВ достигают $0.446^\circ/\mu\text{m}$ и $0.676^\circ/\mu\text{m}$ при коэффициенте пропускания, близком к единице. В случае трехпериодического ФК $[(SY)^3(TB)^5]^7$ полученные значения удельного ФВ в несколько раз меньше, чем в работе [18], но они на один — два порядка превосходят соответствующие значения ФВ в двухпериодических магнитных ФК [12].

Заключение

В настоящей работе мы показали, что в одномерном бездефектном трехпериодическом ФК на основе слоев из оксидов кремния и титана, а также магнитных слоев ферритов-гранатов YIG и Bi:YIG возможно сочетание высоких (близких к единице) значений коэффициентов пропускания и больших углов ФВ (до нескольких десятков градусов) в области внутризонных полос пропускания, близких к телекоммуникационным длинам волн $\lambda_0 = 1.55\,\mu\text{m}$ и $\lambda_0 = 1.3\,\mu\text{m}$.

Значения углов ФВ для структуры $(\text{SiO}_2/\text{YIG})^3(\text{TiO}_2/\text{Bi:YIG})^5]^7$ при некоторых частотах могут значительно (на один–два порядка) превышать значения для магнонно-фотонных кристаллов вида $[\text{YIG}/(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2)^4]^5/\text{YIG}$ [12]. Помимо этого, в трехпериодическом ФК максимумы ФВ s- и p-поляризованных волн могут совмещаться с соответствующими областями высокого пропускания. Таким образом, при фиксированных углах падения настройка частоты в пределах полосы пропускания позволяет достичь хороших результатов — значительных углов ФВ при максимальном пропускании ЭМВ.

Показана возможность поляризационной настройки (переключение поляризации падающей ЭМВ) угла ФВ и коэффициентов пропускания, а также настройки этих параметров путем изменения угла падения излучения ИК диапазона. Для обеих длин волн ($\lambda_0 = 1.55\,\mu\text{m}$ и $\lambda_0 = 1.3\,\mu\text{m}$) углы ФВ могут достигать сравнимых значений при достаточно высоком ($> 70\%$) пропускании, т. е. структура может быть функциональной на двух рабочих частотах.

Приведенные результаты указывают на перспективность использования мультипериодических магнито-фотонных кристаллов для потенциальных технических разработок устройств оптоэлектроники и нанофотоники. При этом следует отметить также, что по аналогии с ФК, рассмотренным в [10–12], трехпериодические ФК с магнитными слоями, в частности, ФК вида $[(\text{ST})^N(\text{YB})^M]^K$, могут выступать в роли комплексных магнонных кристаллов, способных поддерживать и передавать (независимо от ЭМВ) магнонные возбуждения гигагерцевого диапазона. Согласно нашим оценкам, на структуре $[(\text{ST})^N(\text{YB})^M]^K$ ФВ может достигать -63° при умеренном пропускании ЭМВ. С учетом этой особенности такие трехпериодические системы можно использовать в качестве многофункциональной структуры (магнонно-фотонные кристаллы) с запрещенными магнонными и фотонными зонами в гигагерцевом и петагерцевом режимах соответственно, которые могут лечь в основу новых многофункциональных устройств на стыке фотоники и магноники.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-22-00466).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] A.K. Zvezdin, V.A. Kotov. *Modern Magnetooptics and Magnetooptical Materials* (Bristol, Institute of Physics Publishing, 1997). DOI: 10.1201/9780367802608
[2] *Magnetism*, ed. by É. Du Trémolet de Lacheisserie, D. Gignouxand M. Schlenker (Boston, Springer, 2005).
[3] J. Grafe, M. Schmidt, P. Audehm, G. Schutz, E. Goering. Rev. Sci. Instrum., **85**, 023901 (2014). DOI: 10.1063/1.4865135
[4] M. Atatüre, J. Dreiser, A. Badolato, A. Imamoglu. Nature Phys., **3**, 101 (2007). DOI: 10.1038/nphys521
[5] N. Dissanayake, M. Levy, A. Chakravarty, P.A. Heiden, N. Chen, V.J. Fratello. J. Appl. Phys., **99**, 091112 (2011). DOI: 10.1063/1.3633344
[6] Y.S. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii, Y.P. Lee, T. Rasing. Appl. Phys. Lett., **97** (11), 011901 (2010). DOI: 10.1063/1.3488679
[7] T. Goto, A.V. Baryshev, K. Tobinaga, M. Inoue. J. Appl. Phys., **107**, 09A946 (2010). DOI: 10.1063/1.3365431
[8] T. Mikhailova, A. Shaposhnikov, A. Prokopov, A. Karavainikov, S. Tomilin, S. Lyashko, V. Berzhansky. In: *EPJ Web of Conferences* (2018), vol. 185, 02016. DOI: 10.1051/epjconf/201818502016
[9] Y.S. Dadoenkova, F.F.L. Bentivegna, S.G.Moiseev. Phys. Scr., **98**, 105006 (2019). DOI: 10.1088/1402-4896/ab2780
[10] E.A. Diwan, F. Royer, D. Jamon, R. Kekesi, S. Neveau, M.F. Blanc-Mignon, J.J. Rousseau. JNN, **16**, 10160 (2016). DOI: 10.1166/jnn.2016.12844
[11] B. Gaiyan, D. Lijuan, F. Shuai, F. Zhifang. Opt. Mater., **35** (2), 252 (2012). DOI: 10.1016/j.optmat.2012.08.015
[12] Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii, J. Klos, M. Krawczyk. IEEE Trans. Magn., **53**, 2501005 (2017). DOI: 10.1109/TMAG.2017.2712278
[13] J.W. Klos, M. Krawczyk, Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii. J. Appl. Phys., **115** (17), 174311 (2014). DOI: 10.1063/1.4874797
[14] Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii, J.W. Klos, M. Krawczyk. J. Appl. Phys., **120** (7), 73903 (2016). DOI: 10.1063/1.4961326
[15] J.W. Klos, M. Krawczyk, Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii. IEEE Trans. Magn., **50** (11), 2 (2014). DOI: 10.1109/TMAG.2014.2321532
[16] Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova, J.W. Kłos, M. Krawczyk, I.L. Lyubchanskii. Phys. Rev. A, **96** (4), 43804 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevA.96.043804
[17] J.D. Joannopoulos, S.G. Johnson, J.N.J. Winn, R.D. Meade. *Photonic Crystals. Molding the Flow of Light*, 2nd ed. (Princeton, Prinstone University Press, 2008).
[18] S.V. Eliseeva, Y.F. Nasedkina, D.I. Sementsov. Progr. Electromag. Res. M, **51**, 131 (2016). DOI: 10.2528/PIERM16080403
[19] I.S. Panyaev, L.R. Yafarova, D.G. Sannikov, N.N. Dadoenkova, Y.S. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii. J. Appl. Phys., **126** (10), 103102 (2019). DOI: 10.1063/1.5115829
[20] I.S. Panyaev, N.N. Dadoenkova, Y.S. Dadoenkova, I.A. Rozhleys, M. Krawczyk, I.L. Lyubchanskii, D.G. Sannikov. J. Phys. D, **49** (43), 435103 (2016). DOI: 10.1088/0022-3727/49/43/435103
[21] I.S. Panyaev, D.G. Sannikov, Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova. IEEE Sens. J., **22** (23), 22428 (2022). DOI: 10.1109/JSEN.2022.3217117
[22] I.S. Panyaev, D.G. Sannikov, N.N. Dadoenkova, Y.S. Dadoenkova. Appl. Opt., **60** (7), 1943 (2021). DOI: 10.1364/ao.415966
[23] И.А. Глухов, С.Г. Моисеев. Опт. и спектр., **131** (11), 1475 (2023). DOI: 10.61011/OS.2023.11.57005.5095-23
[24] A.D. Block, P. Dulal, B.J.H. Stadler, N.C.A. Seaton. IEEE Photonics J., **6**, 0600308 (2014). DOI: 10.1109/JPHOT.2013.2293610
[25] A. Kehlberger, K. Richter, M.C. Onbasli, G. Jakob, D.H. Kim, T. Goto, C.A. Ross, G. Gotz, G. Reiss, T. Kuschel, M. Klaui. Phys. Rev. Applied, **4**, 014008 (2015). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.4.014008
[26] S. Mito, Yu. Shiotsu, J. Sasano, H. Takagi, M. Inoue. AIP Advances, **7** (5), 056316 (2017). DOI: 10.1063/1.4976952
[27] F. Royer, B. Varghese, E. Gamet, S. Neveau, Y. Jourlin, D. Jamon. ACS Omega, **5**, 2886 (2020). DOI: 10.21/acsomega.9b03728
[28] T.V. Mikhailova, V.N. Berzhansky, A.N. Shaposhnikov, A.V. Karavainikov, A.R. Prokopov, Y.M. Kharchenko, I.M. Lukienko, O.V. Miloslavskaya, M.F. Kharchenko. Opt. Mater., **78**, 521 (2018). DOI: 10.1016/j.optmat.2018.03.011
[29] В.Н. Бержанский, А.Н. Шапошников, А.Р. Прокопов, А.В. Каравайников, Т.В. Михайлова, И.Н. Лукиенко, Ю.Н. Харченко, В.О. Голуб, О.Ю. Салюк, В.И. Белотелов, ЖЭТФ, **150**, 859 (2016). DOI: 10.7868/S004445101611002X
[30] M. Inoue, K.I. Arai, T. Fujii, M. Abe. J. Appl. Phys., **83** (11), 6768 (1998). DOI: 10.1063/1.367789
[31] M. Inoue, R. Fujikawa, A. Baryshev, A. Khanikaev, P.B. Lim, H. Ushida, O. Aktsipetrov, A. Fedyanin, T. Murzina, A. Granovsky. J. Phys. D, **39**, R151 (2006). DOI: 10.1109/INTMAG.2006.375428
[32] D.O. Ignatyeva, T.V. Mikhailova, P. Kapralov, S. Lyashko, V.N. Berzhansky, V.I. Belotelov. Phys. Rev. Applied, **22** (4), 044064 (2024). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.22.044064
[33] И.А. Глухов, И.С. Паняев, Д.Г. Санников, Ю.С. Дадоенкова, Н.Н. Дадоенкова. Опт. и спектр., **132** (5), 557 (2024). DOI: 10.61011/OS.2024.05.58464.6401-24
[34] D.W. Berreman. J. Opt. Soc. Am., **62** (4), 502 (1972). DOI: 10.1364/JOSA.62.000502
[35] J.R. Devore. J. Opt. Soc. Am., **41** (6), 416 (1951). DOI: 10.1364/JOSA.41.000416
[36] I.H. Malitson. J. Opt. Soc. Am., **55** (10), 1205 (1965). DOI: 10.1364/JOSA.55.001205
[37] B. Johnson, A.K. Walton. Br. J. Appl. Phys., **16** (4), 475 (1965). DOI: 10.1088/0508-3443/16/4/310
[38] M. Torfeh, H. Le Gall. Phys. Status Solidi, **63** (1), 247 (1981). DOI: 10.1002/pssa.2210630133
[39] V. Doormann, J.P. Krumme, C.P. Klages, M. Erman. Appl. Phys. A, **34** (4), 223 (1984). DOI: 10.1007/BF00616576
[40] M. Wallenhorst, M. Niemöller, H. Dötsch, P. Hertel, R. Gerhardt, B. Gather. J. Appl. Phys., **77** (7), 2902 (1995). DOI: 10.1063/1.359516

[41] J.P. Krumme, C.P. Klages, V. Doormann. Appl. Opt., **23** (8), 1184 (1984). DOI: 10.1364/AO.23.001184
[42] N.N. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii, M.I. Lyubchanskii, E.A. Shapovalov, Y.P. Lee. *Frontiers in Optical Technology: Materials & Devices* (Nova Science, New York, 2007), p. 22–72.
[43] В.И. Белотелов, А.К. Звездин. *Фотонные кристаллы и другие метаматериалы* (Бюро Квантум, М., 2006) 143 с.
[44] M.J. Steel, M. Levy, R.M. Osgood, Jr. IEEE Photonics Technology Letters, **12** (9) 1171 (2000). DOI: 10.1109/68.874225