

Принцип механического усиления для пьезоэлектрических датчиков сил

© А.П. Черкун

Институт спектроскопии РАН,
108840 Троицк, Московская обл., Россия
e-mail: alexander.cherkun@yandex.ru

Поступило в Редакцию 5 декабря 2023 г.

В окончательной редакции 9 июня 2025 г.

Принято к публикации 6 июля 2025 г.

В сканирующей зондовой микроскопии (СЗМ) для контроля контакта зонда с поверхностью применяются пьезоэлектрические резонаторы (ПР), в которых сигнал силы давления зонда на поверхность преобразуется в электрический сигнал. Контакт зонда с поверхностью должен происходить через соприкосновение отдельных атомов. С целью повышения чувствительности разработана новая методика механического усиления сигнала силы. ПР, объединенный с примитивным динамическим усилителем (ДУ) и зондом, образуют новую резонансную систему, в которой амплитуда колебаний ПР во много раз отличается от амплитуды колебаний зонда. В этой системе ДУ служит первым каскадом усиления, а ПР вторым, поэтому выходное соотношение сигнал/шум определяется шумом первого каскада, который может быть значительно меньше, чем шум ПР. Приведен детальный теоретический расчет такой системы, осуществленной на практике с экспериментальной чувствительностью масштаба 1 pN в частотной полосе 100 Hz, что на порядок лучше, чем фундаментальный теоретический предел для ПР без применения ДУ. Излагаемый принцип механического усиления имеет универсальный характер и позволит использовать один и тот же тип серийно выпускаемых ПР как для разных задач СЗМ, так и для других видов силовой диагностики.

Ключевые слова: зондовая микроскопия, силовой шум, резонатор, изгибные колебания.

DOI: 10.61011/JTF.2025.10.61358.298-23

Введение

В 1995 г. авторы [1,2] впервые сообщили об успешном применении в ближнепольной сканирующей оптической микроскопии одного из видов пьезоэлектрических резонаторов (ПР), часового камертонного кварцевого резонатора (ККР), в качестве датчика контактной силы между зондом и поверхностью. Те же авторы в [3], рассматривая вопрос о том, сколь малые амплитуды силы могут чувствовать датчики такого типа, указали на существование шумового порога силы $D_F = 0.62 \text{ pN}/\sqrt{\text{Hz}}$, неотъемлемо присущего используемому ими ККР при работе в комнатной атмосфере. Однако предположение, что минимальная детектируемая амплитуда силы (МДС) при любой конструкции датчика на основе такого ККР не может быть меньше шумового порога $F_{\min} = D_F \sqrt{B}$, где B — некая частотная полоса пропускания сигнала силы [4], оказывается неверным.

Формула для шумового порога D_F записана в явном виде в [5]:

$$D_F = \sqrt{4K_B T \gamma_{\text{eff}}} (\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}), \quad (1)$$

где γ_{eff} (N·s/m) — эффективный коэффициент вязкого трения осциллятора; K_B — постоянная Больцмана; T — температура. Если рассматривать вязкое трение ККР о воздух, то чем меньше размер ККР, тем меньше вязкость и силовой шум. Интересно, что существует другой способ снижения шумовой помехи. В [5] рас-

сматривается конструкция датчика (рис. 1, b), где микроскопическими размерами обладает не ККР, а малая концевая часть 5 некой „резонансной консоли“ (РК), к которой прикреплен микроскопический зонд 2. Важно еще, что эта концевая часть колеблется со значительно большей амплитудой (рис. 1, d), чем плечи 1 ККР.

Оказывается, что эта РК, будучи объединена с ККР поводком 7 в единую колебательную систему, выступает как динамический усилитель сигнала силы, действующей на зонд, по сути, являясь первым каскадом усиления. Тогда в конечном итоге соотношение сигнал/шум всего датчика определяется шумом первого каскада, т.е. по (1) коэффициентом вязкого трения микроскопической концевой части 5 РК. И этот коэффициент примерно в 100 раз меньше, чем коэффициент трения для ККР. Соответственно весь датчик оказывается способен по (1) чувствовать в 10 раз меньшие амплитуды сил, чем обыкновенный датчик (рис. 1, a) на основе такого же ККР.

Схематически два варианта датчика представлены на рис. 1. Зонд 2 имеет форму микроскопической пирамидки с масштабом высоты $10 \mu\text{m}$ и радиусом острия 10 nm. Масштаб размеров ККР показан на фото рис. 1, c. У обыкновенного датчика вершины плеч 1 ККР колеблются на резонансной частоте данного ККР с амплитудой равной амплитуде колебаний зонда 2. При приближении зонда 2 к поверхности образца 4 на зонд начинает действовать переменная сила давления

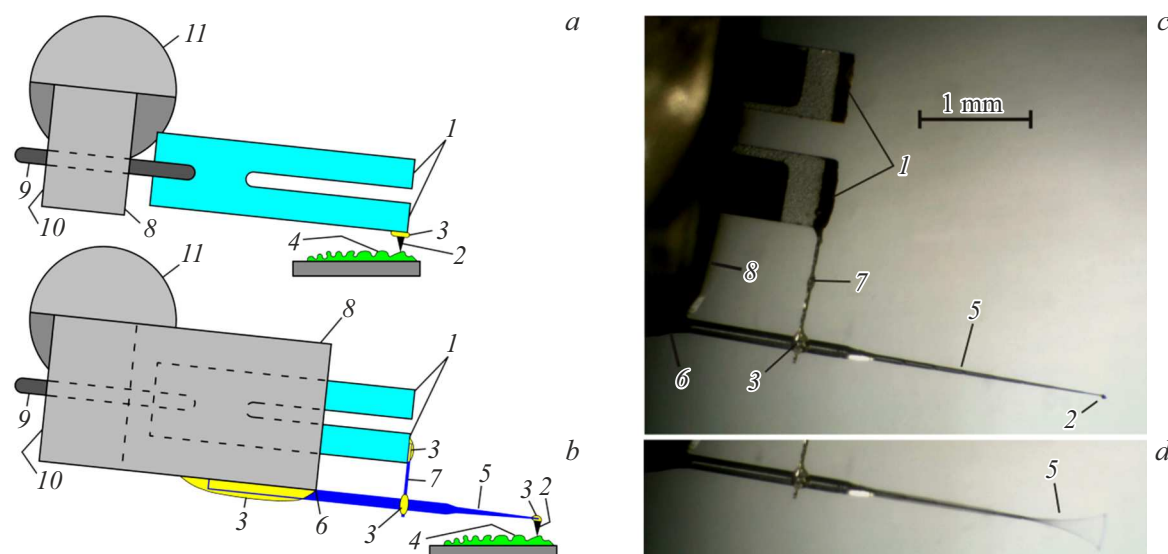


Рис. 1. Датчики контакта на основе ККР: *a* — обыкновенный датчик без усиления; *b* — с механическим усилением; *c* — фото реального датчика; *d* — фото колебаний гигантской амплитуды. 1 — плечи ККР; 2 — микроскопический зонд; 3 — клеевые соединения; 4 — сканируемый образец; 5 — резонансная консоль и ее концевая часть; 6 — начало резонансной консоли; 7 — поводок; 8 — остаток металлического корпуса ККР; 9 — электроды ККР; 10 — стеклянный цоколь ККР; 11 — несущая консоль датчика.

на той же частоте. Задача датчика и обслуживающей электроники состоит в детектировании амплитуды этой силы (подразумевается амплитуда фурье-компоненты). Датчик, прикрепленный к несущей консоли 11, совершает горизонтальное построчное сканирование образца 4. В процессе сканирования движение датчика в вертикальном направлении включено в петлю обратной связи по поддержанию равенства константе амплитуды силы давления на зонд 2.

В отличие от обыкновенного датчика амплитуда колебаний вершин плеч 1 ККР у датчика с механическим усилением на рис. 1, *b–d* в экспериментах [5] была в 33 раза меньше, чем у зонда 2. Для демонстрации этого факта на фото рис. 1, *d* на ККР было подано напряжение амплитудой масштаба 10 В, что вызвало гигантскую амплитуду колебаний зонда 2. При сканировании эта амплитуда выбирается из диапазона от долей до десятков нанометров.

При внешней простоте конструкции на фото рис. 1, *c* она представляет собой реализацию нескольких идей, и при ее работе выполняется ряд важных для практики закономерностей. Это многообразие нюансов можно сравнить со сложным устройством электромотора, хотя по сути он является всего лишь воплощением закона Ампера. В итоге для датчика, использовавшегося в [5] для магнитно-силовой микроскопии (МСМ), сообщается, что получена чувствительность или МДС $F_{\min} = 1.4 \text{ pN}$ в частотной полосе $B = 100 \text{ Hz}$. С такой чувствительностью, учитывая, что два электрона на расстоянии 10 nm отталкиваются с силой 2.3 pN, можно попытаться „увидеть“ единичные примесные

атомы, доноры или акцепторы, на поверхности полупроводника.

Одна из первых идей конструкции рис. 1, *b, c* состоит в том, что РК 5 приклеивается к корпусу 8 ККР так, чтобы собственная резонансная частота изгибных колебаний выступающей ее части от точки 6 до точки зонда 2 (поводок 7 пока не приклеен) равнялась резонансной частоте ККР. Одной из важнейших закономерностей является равенство коэффициента динамического усиления РК отношению амплитуды колебаний точки зонда 2 к амплитуде колебаний плеча ККР, жестко связанного поводком 7 с РК. Таким образом в датчике [5] это усиление равнялось 33. Ранее в [6] эта закономерность была проверена экспериментально. Там указанное отношение амплитуд равнялось 8, и в тонком эксперименте с электростатической силой было показано, что динамическое усиление, создаваемое РК, тоже равно 8 с точностью 10 %.

В настоящей работе проводятся теоретическое описание и обоснование поставленных целей и обнаруженных практических закономерностей, которые важны для успешной разработки датчика с механическим усилением (рис. 1, *b, c*). В частности, будет вычислен полный коэффициент преобразования амплитуды силы, действующей на острие 2, в амплитуду электрического отклика на электродах 9 ККР. Также будет вычислен шум, на фоне которого измеряется полезный сигнал. Хотя это расчет конкретной конструкции, его нетрудно модифицировать для других проектов. В конце настоящей работы приводятся еще три примера применения принципа механического усиления для датчиков силы на основе ПР.

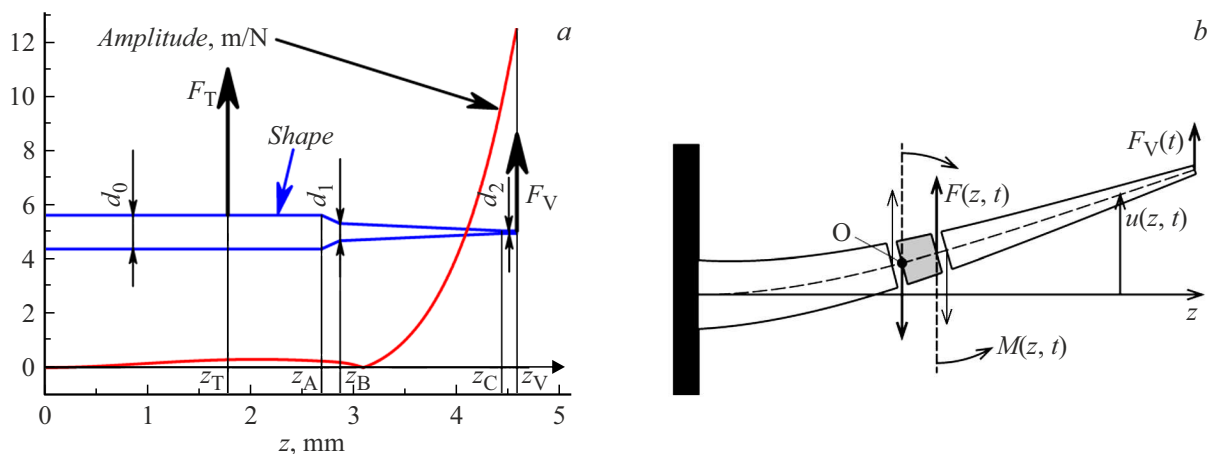


Рис. 2. *a* — выбранная форма РК и график $|A(z)|$ распределения амплитуды резонансных колебаний по ее длине z ; *b* — схема для записи уравнения изгибных колебаний РК.

1. Выбор формы резонансной консоли

Для целей МСМ требуется повышенная силовая чувствительность при высокой скорости реакции датчика силы. На рис. 2, *a* представлены выбранные для этого форма и размеры РК. Подбор размеров осуществлялся эмпирически с помощью численного расчета параметров изгибных резонансных колебаний РК, соответствующих текущим размерам. Первая цель подбора — равенство частоты изгибных резонансных колебаний РК частоте ККР. Вторая цель — большое отношение амплитуд колебаний концевой и средней части РК. Другие цели — это простота формы, малая „парусность или воздушная вязкость“ концевой части, а также малая ее эффективная масса. Этим был обусловлен выбор формы в виде „длинного тонкого“ конуса.

Начальный диаметр РК $d_0 = 0.125$ mm соответствует стандартному диаметру кварцевого оптического волокна, из которого РК вытравливается в плавиковой кислоте. Далее в точке $z_A = 2.69$ mm начинается значительное сужение диаметра до $d_1 = 0.064$ mm в точке $z_B = 2.87$ mm (область сужения выбрана в виде „короткого“ конуса, чтобы соответствовать технологии травления). Далее идет „длинный“ конус до точки $z_C = 4.44$ mm, на длине которого диаметр уменьшается до $d_2 = 0.01$ mm. Заканчивается РК цилиндрической частью $d_2 = 0.01$ mm (конечная точка $z_V = 4.59$ mm). Сужение от d_0 к d_1 сделано для уменьшения эффективной массы РК, которая влияет на скорость реакции датчика. „Длинная“ коническая часть, которая в [5] называется „микропруток“, служит для обеспечения наибольшей амплитуды колебаний конца РК по отношению к амплитуде колебаний ее „толстой“ средней части в точке $z_T = 1.78$ mm крепления поводка. Коничность также важна для уменьшения эффективной массы РК, а также для уменьшения вязкого трения о воздух, которое является источником силового шума и в конечном

итоге определяет предельную силовую чувствительность датчика [5].

На рис. 2, *a* также представлен расчетный график распределения модуля амплитуды резонансных колебаний (без поводка 7) такой РК по ее длине, начиная от точки $z = 0$ крепления РК (точка *b* на рис. 1, *b, c*). В точке $z = 3.1$ mm есть „узел“ колебаний. Узлы не являются помехой для работы, но добавлением узлов можно при надобности удлинить РК. Расчетное отношение амплитуды A_V в точке крепления зонда z_V к амплитуде A_T в точке крепления поводка z_T получается весьма значительным: $K_0 = |A_V/A_T| = 42.66$. Далее покажем, что в РК возникает механическое усиление приблизительно с таким же коэффициентом K_0 , предварительно сформулировав, какой точный смысл вкладывается в это понятие.

2. Уравнение для колебаний РК и его решение

Для записи уравнения колебаний РК на рис. 2, *b* изображена балка с переменным по длине диаметром. Левая часть балки жестко закреплена. Прямая ось z соответствует состоянию покоя балки, а смещение средней линии балки в процессе малых изгибных колебаний обозначено функцией $u(z, t)$, где t — время, а z — координата оси z . Подразумевается тонкая балка, у которой характерный поперечный размер d много меньше ее длины l (для рис. 2, *a* это соответствует $d_0 \ll z_V$). На незакрепленный конец действует внешняя сила $F_V(t)$, а в середине, как показано на рис. 2, *a* в точке $z = z_T$, сила поводка $F_T(t)$. Серым цветом выделен „малый“ элемент и „жирными“ линиями показаны две поперечные силы, действующие на этот элемент со стороны остальной части балки. Лишь одна из двух имеет обозначение $F(z, t)$. Также на этот элемент действуют два вращательных момента, один из которых обозначен $M(z, t)$. Подразумеваются изгибные колебания в одной плоскости. Сумма

моментов относительно точки О равна

$$S_O = F(z, t)\Delta z + \frac{\partial M(z, t)}{\partial z}\Delta z = (F + M_z)\Delta z,$$

где Δz — длина элемента, а индексы вида „ z “ или „ t “ в дальнейшем будут означать дифференцирование по z или по t . Эта сумма вызывает угловое ускорение элемента по формуле $S_O = (I\rho\Delta z)\varphi_{tt}$, где $I\rho\Delta z$ — момент инерции элемента относительно О (при $\Delta z \ll d$); ρ — плотность материала; I — „момент инерции сечения“, который для круглого сечения равен $I = \pi d^4/64$; φ_{tt} — угловое ускорение, а φ — угол по формуле $\varphi = \arctan(u_z) \approx u_z$. Величина M при малых амплитудах колебаний $u(z, t)$ связана с модулем Юнга E материала по известной формуле [2]:

$$M = u_{zz}EI. \quad (2)$$

Можно показать, что для низкочастотных мод резонансных колебаний величина $I\rho\varphi_{tt}$ имеет квадратичный порядок малости $(d/l)^2$ по отношению к величине M_z , и для тонких балок ее можно не учитывать, т.е. $S_O = 0$, или

$$F = -M_z. \quad (3)$$

Запись закона Ньютона $F = ma$ в отсутствие внешних сил, например, вязкого трения о воздух, даст $F_z = \rho s u_{tt}$, где $s(z)$ — текущая площадь поперечного сечения. Теперь добавим вязкость:

$$F_z - g u_t = \rho s u_{tt}, \quad (4)$$

где $g(z)$ — удельная вязкость ($N \cdot s/m^2$). Для дальнейших расчетов произвольно примем, что для прутка круглого сечения диаметра $d(z)$ удельная вязкость пропорциональна диаметру $g = \nu d$, и пусть $\nu = 100$ ($N \cdot s/m^3$) (истинная величина вязкости и зависимость от диаметра для демонстрационных целей не актуальны), для кварцевого оптоволокна $\rho = 2659$ kg/m^3 и $E = 7.87 \cdot 10^{10}$ N/m^2 [2].

Подставляя в (4) выражения (2), (3) и величины $s = \pi d^2/4$, $I = \pi d^4/64$, $g = \nu d$ для круглого сечения, получим уравнение колебаний

$$(\pi d^2/4)\rho \cdot u_{tt} = -(\pi E/64) \cdot (d^4 u_{zz})_{zz} - \nu d u_t. \quad (5)$$

Это линейное по $u(z, t)$ однородное дифференциальное уравнение с переменными (диаметр d зависит от z) коэффициентами. Но эти коэффициенты действительные и не зависят от времени t , поэтому решения можно искать в виде

$$u(z, t) = \text{real}[A(z) \exp(i\omega t)], \quad (6)$$

где „ real “ означает „действительная часть“, $A(z)$ — комплексная амплитуда, ω — круговая частота. Если комплексную амплитуду записать в виде $A(z) = |A(z)| \exp(i\varphi(z))$, то

$u(z, t) = |A(z)| \cos(\omega t + \varphi(z))$. Для действующих сил аналогично подразумевается

$$g(z, t) = \text{real}[F(z) \exp(i\omega t)] \text{ или } g_V(t) = \text{real}[F_V \exp(i\omega t)].$$

Тогда после подстановки $A(z) \exp(i\omega t)$ вместо $u(z, t)$ в (5) для комплексной амплитуды получается обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$-\omega^2(\pi d^2/4)\rho \cdot A = -(\pi E/64)(d^4 A_{zz})_{zz} - i\omega \nu d \cdot A. \quad (7)$$

Граничные условия для (7) в точке закрепления балки $z = 0$: $A = 0$, $A_z = 0$; в точке $z = z_V$: $A_{zz} = 0$, $(\pi E/64)(d^4 A_{zz})_z = (-F_V)$ на основе (3); при $z = z_T$: величины A , A_z , A_{zz} непрерывны, а $(\pi E/64)(d^4 A_{zz})_z$ испытывает скачок $(+F_T)$. Уравнение (7) решалось численно методом Рунге–Кутты для ряда фиксированных частот $f = \omega/(2\pi)$. Оно имеет два независимых параметра — амплитуды сил F_V и F_T , и два основных зависимых — амплитуды $A_V = A(z_V)$ в точке z_V и $A_T = A(z_T)$ в точке z_T .

Один из результатов решения представлен на рис. 2, а. Это график распределения амплитуды $|A(z)|$ резонансных колебаний РК по ее длине при $F_V = 1$ Н, $F_T = 0$, $f = 32768$ Гц. Одновременно можно считать, что это график модуля амплитуды колебаний РК под действием силы с амплитудой $F_T = K_0 \approx 42.66$ Н при $F_V = 0$, $f = 32768$ Гц, так как разность между этими графиками не более 0.031 м/Н, что меньше толщины линии графика.

Размеры РК подобраны так, чтобы ее резонансная частота равнялась резонансной частоте ККР $f_0 = 32768$, что демонстрируется на амплитудно-частотном графике A_1 на рис. 3.

Почти так же выглядит график A_2 — отличие 10% появляется лишь при девиации ± 1000 Гц, т.е. РК ведет себя одинаково как под воздействием амплитуды силы F_V , так и под воздействием в K_0 раз большей амплитуды силы $F_T = K_0 F_V$, но приложенной в точке $z = z_T$, где амплитуда колебаний, определенная по графику рис. 2, а, в $K_0 \approx 42.66$ раз меньше. Зависимости от частоты соответствующих фаз p_2 и p_1 отличаются на π рад (с точностью несколько сотых: $p_2 - p_1 = \pi \pm 0.03$ рад), что обусловлено наличием „узла“ колебаний на графике рис. 2, а.

Можно вычислить эффективную массу m_V колебаний РК, приведенную к ее вершине, приравняв соответствующие кинетические энергии колебаний:

$$m_V = \left\{ \int_0^{z_V} \rho s(z) |A(z)|^2 dz \right\} / |A(z_V)|^2. \quad (8)$$

Аналогично вычисляется эффективный коэффициент вязкости γ_V :

$$\gamma_V = \left\{ \int_0^{z_V} \nu d(z) |A(z)|^2 dz \right\} / |A(z_V)|^2. \quad (9)$$

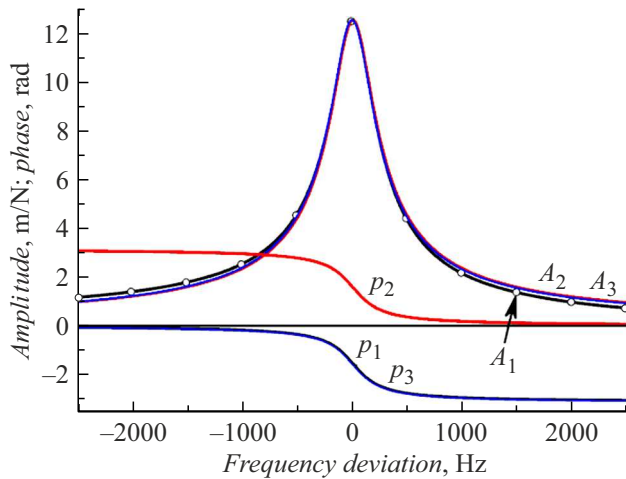


Рис. 3. Расчетный амплитудный $A = |A(z_v)|$ и $p = \text{imag}(\ln(A(z_v)))$ фазовый отклик вершины РК на переменные силы с амплитудой F_v или F_T , действующие на вершину или в точке поводка, в зависимости от девиации частоты $f - f_0$. A_1, p_1 — амплитуда и фаза при $F_v = 1$ Н и $F_T = 0$; A_2, p_2 — при $F_v = 0$ и $F_T = K_0 \approx 42.66$ Н; A_3, p_3 — амплитуда и фаза классического осциллятора с эффективной массой m_v , коэффициентом вязкости γ_v и с частотой резонанса f_0 при $F_v = 1$ Н.

Тогда на рис. 3 можно увидеть с какой точностью амплитуда и фаза колебаний классического осциллятора по формуле

$$A_v = F_v / [m_v(\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega\gamma_v]$$

совпадают с графиками A_1, p_1 для РК. Если еще учесть влияние силы с амплитудой F_T , то уравнение этого осциллятора будет

$$F_v - F_T/K_0 = m_v\ddot{A}_v + \gamma_v\dot{A}_v + k_v A_v, \quad (10)$$

где $k_v = \omega_0^2 m_v$; знак „—“ перед F_T/K_0 учитывает, что точка поводка и вершина РК колеблются в противофазе (фазы p_1 и p_2 на рис. 3).

Интересно отметить, что при $f - f_0 = 0$ достигается абсолютно точное равенство $A_1 = A_2$. Этот факт является следствием общей симметрии $A(x, y, f) = A(y, x, f)$, сначала обнаруженной в процессе численного расчета, где $A(z, z_1, f)$ обозначает комплексное решение $A(z)$ уравнения (7), когда в точке z_1 действует внешняя сила с амплитудой $F = 1$ Н с частотой f (по сути это дельта-функция $\delta(z - z_1)$, а $A(z, z_1, f)$ — это функция Грина). Таким образом для уравнения типа (7) выполняется общий „принцип взаимности“, впервые сформулированный в XIX в., когда при любой частоте f сила единичной амплитуды, действующая в точке $z = y$, возбуждает в точке $z = x$ точно такую же (комплексную) амплитуду колебаний, какую возбуждала бы в точке $z = y$ сила единичной амплитуды, действующая в точке $z = x$. В этой терминологии $K_0 = |A(z_v, z_v, f_0)/A(z_T, z_v, f_0)|$

и $K_0 = |A(z_v, z_v, f_0)/A(z_v, z_T, f_0)|$ совпадают. Соответствие проведенных расчетов принципу взаимности является их проверкой на корректность.

Результаты расчетов, представленные на рис. 3, показывают, что РК в довольно широком частотном диапазоне $f_r \pm 500$ Hz ведет себя как единая мода осциллятора, несмотря на довольно длинное и тонкое окончание $d_2 = 0.01$ mm. Уточним, что в данном частотном диапазоне амплитуда и фаза колебаний для любой точки z ведут себя так же как амплитуда и фаза вершины z_v на графиках рис. 3, только для амплитуды в точке z надо учесть множитель $|A(z)/A(z_v)|$, определяемый по графику рис. 2, а. При менее удачном выборе формы РК рядом с резонансной частотой f_0 могла оказаться другая резонансная частота РК, что негативно повлияло бы на скорость реакции датчика [4]. Расчет по (8) дает массу $m_v = 1.62 \cdot 10^{-10}$ kg; эффективный динамический коэффициент жесткости $k_v = m_v \omega_0^2 = 6.85$ N/m; вязкость по (9) $\gamma_v = 3.88 \cdot 10^{-7}$ N·s/m.

Но для дальнейших целей удобно представить осциллятор, отражающий поведение РК в диапазоне $f_r \pm 500$ Hz, не в терминах колебаний вершины $z = z_v$, а в терминах колебаний точки поводка $z = z_T$. Тогда уравнение (10) будет выглядеть:

$$F_T - K_0 F_v = m_T \ddot{A}_T + \gamma_T \dot{A}_T + k_T A_T, \quad (11)$$

где $m_T = K_0^2 m_v$; $\gamma_T = K_0^2 \gamma_v$; $k_T = \omega_0^2 m_T$; $A_v = -K_0 A_T$.

Чтобы явно сформулировать, какой смысл вкладывается в понятие „усиление“ РК, рассмотрим близкую практике ситуацию [5,6], когда некое устройство „X“ поддерживает в точке $z = z_T$ строго постоянную амплитуду колебаний $A_T = 1$, например, на частоте f_0 . Если в вершине $z = z_v$ начнет действовать на какой-либо частоте f амплитуда силы ΔF_v , то в отсутствие устройства „X“ она вызвала бы в точке z_T дополнительную амплитуду колебаний $A(z_T, z_v, f) \Delta F_v$. Но, чтобы в точке z_T амплитуда не изменилась, устройство „X“ создаст дополнительную амплитуду силы

$$\Delta F_T = -[A(z_T, z_v, f)/A(z_T, z_T, f)] \Delta F_v.$$

Тогда с учетом линейности уравнения (5) сумма добавочных амплитуд, вызванных силами ΔF_v и ΔF_T , точно равна 0 в точке z_T . Расчет при $f = f_0$ дает $\Delta F_T \approx K_1 \exp(0.011i) \Delta F_v$, где „коэффициент усиления“ $K_1 \approx 42.63$ отличается от K_0 лишь на 0.03, сдвиг фазы около 0.011 rad. В диапазоне $f_0 \pm 500$ Hz коэффициент $K_1(f) = |-A(z_T, z_v, f)/A(z_T, z_T, f)|$ меняется не более, чем на 1.5, а фаза не более, чем на 0.003 rad. Это один из вариантов формулировки и демонстрации механического усиления РК и отклонения его величины от константы K_0 . Для демонстрации вместо численных расчетов и графиков можно было бы проводить математический анализ формул, но такой путь представляется сейчас избыточным. Покажем на следующей модели, как работает механическое усиление в составе объединенной резонансной системы (ОРС), состоящей из РК и ККР, связанных поводком 7 рис. 1.

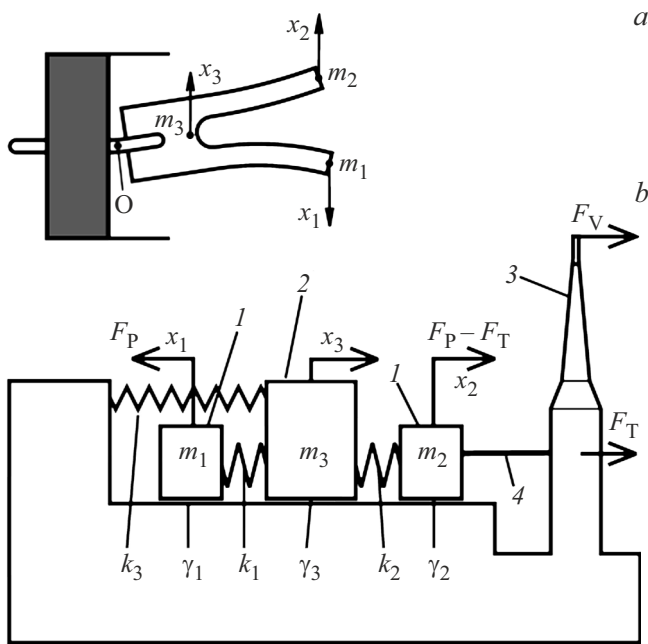


Рис. 4. *a* — три основных элемента ККР и их координаты перемещения; *b* — модель ОРС, где ККР представлен тремя точечными массами и тремя координатами их перемещения: 1 — плечи ККР с массами m_1 и m_2 и координатами x_1 и x_2 ; 2 — общая кристаллическая часть плеч ККР с массой m_3 и координатой x_3 ; 3 — РК как на рис. 2, *a*; 4 — поводок.

3. Полная электромеханическая модель датчика с механическим усилением

На рис. 4, *a* изображена схема ККР, у которого два плеча с эффективными массами m_1 и m_2 и координатами перемещения их вершин x_1 и x_2 , связанные друг с другом через общую кристаллическую часть с эффективной массой m_3 , которая может поворачиваться вокруг некой точки O в процессе изгиба электродов, которые к ней припаяны. Для упрощения эти поворотные смещения заменяются некой обобщенной координатой x_3 . Эта упрощенная схема ККР представлена на рис. 4, *b*, где каждая из трех масс имеет свой коэффициент вязкого трения $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ и упругие связи с коэффициентами жесткости k_1, k_2, k_3 , как это показано на рисунке. На оба плеча действует пьезоэлектрическая сила одинаковой величины F_P , но в противоположных направлениях. Такие же две равные и противоположные силы действуют на массу m_3 со стороны m_1 и m_2 . Они не показаны на рисунке, так как в сумме дают нуль. Только на одно плечо m_2 действует сила со стороны поводка $(-F_T)$. Такая же по величине сила F_T , но противоположная по направлению, действует через поводок на РК так, как это рассматривалось выше, и действует сила F_V .

Три уравнения механики Ньютона для трех масс модели ККР на рис. 4, *b*:

$$m_2 \ddot{x}_2 + \gamma_2 \dot{x}_2 + k_2(x_2 - x_3) = F_P(t) - F_T(t),$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + \gamma_1 \dot{x}_1 + k_1(x_1 + x_3) = F_P(t),$$

$$m_3 \ddot{x}_3 + \gamma_3 \dot{x}_3 + k_1(x_1 + x_3) + k_2(x_3 - x_2) + k_3 x_3 = 0. \quad (12)$$

Теперь уравнение (7) для РК объединяется с системой (12) для ККР при помощи двух равенств: равенство амплитуд колебаний $x_2 = A_T = A(z_T)$ и равенство сил поводка F_T . Некоторые результаты расчетов для этой ОРС представлены на рис. 5.

Для расчета графиков рис. 5, *a* принималось $m_1 = m_2 = m_0$, где m_0 — эффективная масса одного плеча ККР по формуле (8), которая для балки постоянного сечения равна точно $m_0 = 0.25 \rho V \approx 5.15 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$, где $\rho = 2659 \text{ kg/m}^3$ — плотность, $V = 0.34 \cdot 0.6 \cdot 3.8 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$ — объем плеча; $k_1 = k_2 = \omega_0^2 m_0$; $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_0 = \omega_0 m_0 / Q$, где добротность $Q = 10000$; и выбрано произвольно $m_3 = 5m_0$, $k_3 = (5/9)k_2$, $\gamma_3 = 30\gamma_1$. Для этой ОРС еще определяются эффективная масса по формуле

$$m_S = (2m_0 + K_0^2 m_V) / 4 \quad (13)$$

и коэффициент вязкости

$$\gamma_S = (2\gamma_0 + K_0^2 \gamma_V) / 4. \quad (14)$$

Результаты расчетов, представленные на рис. 5, *a* показывают, что ОРС так же, как и РК в диапазоне $f_r \pm 500 \text{ Hz}$ ведет себя как единая мода осциллятора. Отношение амплитуд колебаний двух любых компонент этого осциллятора в указанном диапазоне частот почти не зависит от частоты, и это отношение выражается через K_0 . В дополнительных материалах к [5] приводится экспериментальный график зависимости амплитуды и фазы колебаний вершины РК от частоты входного напряжения на электродах ККР. Этот график соответствует поведению амплитуды и фазы A_{4p4} на рис. 5, *a*. Заметим, что достаточно точное совпадение амплитуд и фаз A_{7p7} колебаний классического осциллятора по формуле $A = F / [m_S(\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega\gamma_S]$ при $F = K_0^2 / 4 \text{ N}$ с другими амплитудами и фазами колебаний ОРС может быть обосновано аналитически. Подстановка в систему (12) выражения для F_T из (11) и равенства $x_2 = A_T$ приводит к указанным выше выражениям (13), (14) для m_S и γ_S . Несмотря на то что эффективная масса РК m_V меньше массы плеча m_0 в 3200 раз, величина $K_0^2 m_V$ в (13) уже не является пренебрежимо малой: $K_0^2 m_V = 0.57m_0$. Интересно отметить, что, не меняя формы РК, можно легко увеличить K_0 в несколько раз. Надо лишь точку крепления поводка z_T сдвинуть ближе к точке b (рис. 1) клеевого крепления РК, т.е. уменьшить z_T . Тогда эффективная масса ОРС m_S в несколько раз превысит начальную эффективную массу ККР $m_0/2$, т.е. окажется,

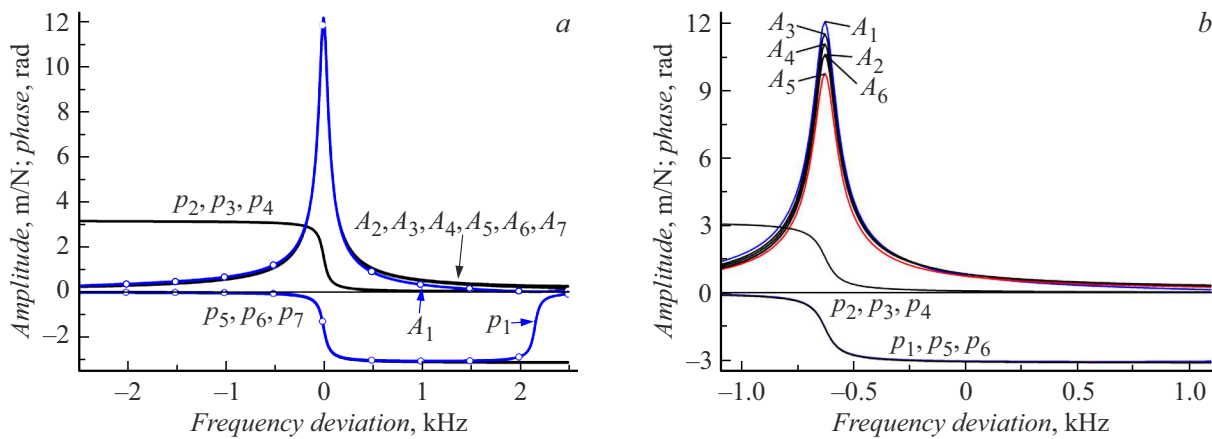


Рис. 5. Расчетные амплитудные $|A(f)|$ и фазовые $p = \text{imag}(\ln(A(f)))$ отклики элементов ОРС на переменные силы с амплитудой F_V или F_P в зависимости от их частоты $f - f_0$. *a* — в случае совпадения резонансных частот РК и ККР, когда $m_1 = m_2 = m_0$; *b* — в случае различия на 2.5% частот РК и ККР, когда $m_2 = 1.1m_0$. A_1, p_1 — амплитуда и фаза колебаний вершины РК при $F_V = 1 \text{ N}$ и $F_P = 0$; A_2, p_2 — амплитуда и фаза x_1 свободной вершины ККР при $F_V = K_0 \text{ N}$ и $F_P = 0$; A_3, p_3 — амплитуда и фаза x_2 связанной вершины ККР при $F_V = K_0 \text{ N}$ и $F_P = 0$; A_4, p_4 — вершины РК при $F_V = 0$ и $F_P = K_0/2 \text{ N}$; A_5, p_5 и A_6, p_6 — x_1 и x_2 при $F_V = 0$ и $F_P = K_0^2/2 \text{ N}$; A_7, p_7 — амплитуда и фаза классического осциллятора с массой m_s , коэффициентом вязкости γ_s и с частотой резонанса $f_r = f_0$ при $F = K_0^2/4 \text{ N}$.

что маленький микропруток реально определяет эффективную массу всей ОРС. Так же возрастет электрическая индуктивность (15) датчика, что замедлит скорость его реакции [4]. С точки зрения скорости реакции и силовой чувствительности следует уменьшать m_V и γ_V , а значит уменьшать размеры микропрутка. На рис. 5, *a* амплитуда в районе девиации $\Delta f = 2200 \text{ Hz}$ почти обращается в нуль ($A_1 \approx 0.006$), а фаза p_1 изменяется на $\pi \text{ rad}$. При дальнейшем уменьшении размеров микропрутка эта Δf будет уменьшаться, что приведет к ограничению рабочей частотной полосы датчика. Но уменьшение рабочей полосы увеличит время отклика датчика [4], т.е. выбор оптимального размера микропрутка зависит от конечной цели.

4. Связь электрических параметров ОРС с ее механическими параметрами

На рис. 6, *a* показана эквивалентная электрическая схема ККР, довольно точно описывающая его электрические свойства в диапазоне $f_r \pm 500 \text{ Hz}$. Эта схема вместе с формулами, выражающими связь электрических параметров схемы с механическими параметрами ККР неоднократно рассматривались в литературе [7]. Например, индуктивность L_0 пропорциональна массе m_0 одного плеча ККР: $L_0 = m_0/(2\alpha^2)$, где α — константа электромеханической связи. Исходя из экспериментальной $L_0 = 5100 \text{ H}$ для используемых в [5] ККР, вычисляется $\alpha = 7.1 \cdot 10^{-6} \text{ N/V}$. Или амплитуда генератора переменного напряжения $U_F = F_T/(2\alpha)$ пропорциональна амплитуде переменной силы F_T , действующей на вершину плеча ККР. Эти и многие другие формулы могут

быть получены на основе наглядной схемы рис. 6, *b*, где во вторичной цепи трансформатора с условным соотношением „числа витков“ вторичной и первичной обмотки $n_2/n_1 = \alpha$ нарисованы две L, R, C цепи. Эти цепи символизируют два плеча ККР, а величины их индуктивностей, сопротивлений и емкостей непосредственно выражаются механическими параметрами $m_1, \gamma_1, 1/k_1$ и $m_2, \gamma_2, 1/k_2$. Горизонтальный L, R, C мостик с величинами $m_3, \gamma_3, 1/k_3$ символизирует взаимосвязь двух плеч ККР через их общую кристаллическую часть рис. 5. Величины x_1, x_2, x_3 соответствуют смещениям на рис. 4, но приведенные к первичной обмотке трансформатора они будут означать пьезоэлектрические заряды по формуле $q = \alpha x$. Тогда амплитуды токов будут $I = i\omega q = i\omega \alpha x$. Схема во вторичной цепи трансформатора выбрана не случайно. Легко показать, что дифференциальные уравнения, описывающие ее поведение, точно совпадают с уравнениями (12), описывающими поведение трех точечных масс m_1, m_2, m_3 на рис. 4. Заметим лишь, что в (12) F_P будет выражаться через напряжение U на электродах ККР по формуле $F_P = \alpha U$. В статье [8] проводится оценка величины α , исходя из пьезоэлектрического модуля $d_{21} = 2.31 \cdot 10^{-12} \text{ C/N}$ для кристалла кварца. Величина α зависит от формы графика распределения амплитуды колебаний по длине плеча ККР. Пример подобного графика дан на рис. 2, *a* для РК. Если форма графика колебаний каждого из двух плеч ККР слабо меняется в диапазоне $f_r \pm 500 \text{ Hz}$, то можно говорить о постоянстве α в этих пределах, что неявно подразумевается на схеме рис. 6, *b*. Вероятно, модель рис. 6, *b* не будет точно отражать все особенности поведения ККР в случае, когда не соблюдаются равенства $m_1 = m_2, k_1 = k_2, \alpha_1 = \alpha_2$, но она выглядит как наиболее простая и разумная из тех моделей, в которые входили бы все

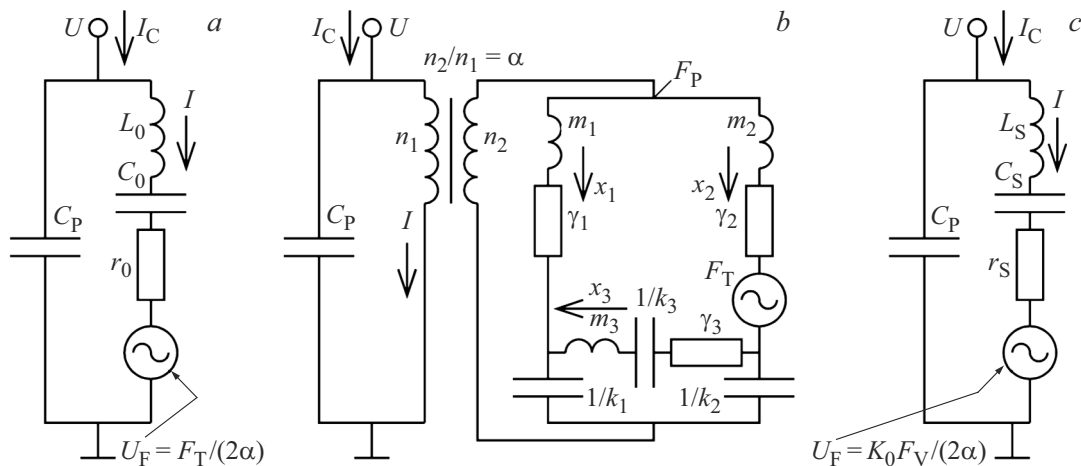


Рис. 6. Три эквивалентные электрические схемы: *a* — схема ККР; *b* — модель двух плеч ККР и действия единой константы α электромеханической связи, где механические смещения x_1, x_2 , интерпретируются как электрические заряды; *c* — схема для ОРС с механическим усилением.

эти параметры. И эта модель может быть однозначно рассчитана как аналитическими, так и компьютерными средствами.

Одним из важных результатов этих расчетов является вывод, что электрическое поведение сложной ОРС сводится к такой же простой эквивалентной схеме рис. 6, *c* как и схема рис. 6, *a*. При этом получаются весьма точные выражения для индуктивности и сопротивления ОРС аналогично (13) и (14):

$$L_S = (2m_0 + K_0^2 m_V) / (4\alpha^2), \quad (15)$$

$$r_S = (2\gamma_0 + K_0^2 \gamma_V) / (4\alpha^2). \quad (16)$$

Хотя графики A_7, p_7 на рис. 5 подтверждают лишь действенность формул (13) и (14), и специально не проводилась серия экспериментов для точного подтверждения (15) и (16), тем не менее в единичном эксперименте измеренное увеличение индуктивности ОРС было $L_S/L_0 = 1.76$, а расчет по (15) давал прогноз увеличения в 1.6 раза. Учитывая погрешность эксперимента, соответствие этих двух величин удовлетворительное.

Вторым важным результатом является демонстрация стабильности поведения ОРС в случае, когда не соблюдается точно равенство резонансных частот ККР и РК. Для расчета графиков рис. 5, *b* изменен на 10% лишь один параметр по сравнению с расчетом графиков рис. 5, *a* — выбрано $m_2 = 1.1m_0$. Это понижает резонансную частоту ККР на 2.5%, вызывает дисбаланс двух его плеч и приводит к отклонению на 2.5% резонансных частот ККР и РК. На рис. 5, *b* графики $A_1 - A_6$ и $p_1 - p_6$ имеют тот же смысл, что и на рис. 5, *a*. Видно, что ОРС сохранила поведение как единая мода колебаний осциллятора. С точностью масштаба 10% сохранилось равенство амплитуд двух плеч ККР, и сохранились столь же высокие амплитуды резонансных колебаний элементов ОРС как на рис. 5, *a*. Однако из-за возникшего небольшого (10%) различия амплитуд колебаний плеч

ККР формулы для L_S и r_S теперь будут иметь более сложный вид, чем (15) и (16). Заметим, что результат, представленный на рис. 5, априори не был очевиден, так как ОРС состоит из многих резонансных элементов: два плеча ККР плюс РК с ее микропрутком. Могла возникнуть сложная картина близких резонансных частот, или асимметрия, вызванная приклежкой поводка лишь к одному плечу ККР, могла привести к большому различию амплитуд колебаний плеч ККР и текущих через них токов.

Остается показать, что механическое усиление действует не только в РК, но и проявляется как электрический эффект в рамках ОРС. На рис. 6, *c* это касается формулы амплитуды генератора электрического напряжения

$$U_F = K_0 F_V / (2\alpha). \quad (17)$$

Это генератор выражает электрический отклик ОРС на амплитуду силы F_V , действующей на вершину РК. Системы уравнений (12) совместно с уравнением (11) для РК достаточно, чтобы аналитически показать, как получается выражение

$$U - U_F = I(i\omega L_S + r_S + 1/(i\omega C_S)).$$

И это равенство, являясь аналогом закона Ома для правой цепи эквивалентной схемы рис. 6, *c*, будет обоснованием этой схемы. При этом были бы получены выражения для L_S, r_S, C_S и равенство $U_F = K_0 F_V / (2\alpha)$. Вместо этого приведем компьютерный расчет методики практического использования ОРС, описанной в [5,6]. В этой методике компенсируется параллельная емкость C_P (рис. 6) (делается $C_P = 0$), а ток I задается неизменным по частоте и амплитуде при помощи генератора тока, что приводит к постоянству амплитуды колебаний плеч ККР и вершины РК в процессе сканирования. Измеряемым параметром служит изменение ΔU на

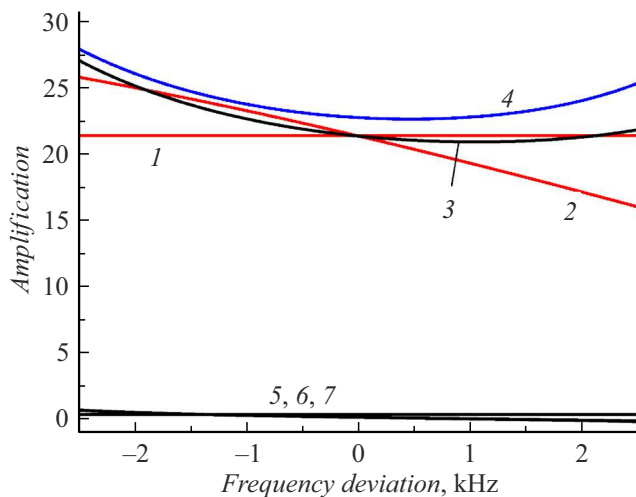


Рис. 7. Коэффициент усиления. 1 — константа $K_0/2$; 2 — коэффициент $|G_K/2|$; 3 — коэффициент $|G|$; 4 — тот же коэффициент $|G_{dis}|$ в случае дисбаланса $m_2 = 1.1m_0$; 5–7 — мнимые части $\text{imag}(G_K/2)$, $\text{imag}(G)$, $\text{imag}(G_{dis})$.

электродах ККР в ответ на изменение ΔF_V силового воздействия на вершину РК.

Обозначим символами X_{P1} и X_{P2} смещения x_1 и x_2 (рис. 4), возникающие при условии $F_P = 1$ и $F_V = 0$, и символами X_{V1} и X_{V2} при условии $F_P = 0$ и $F_V = 1$. Учитывая $I = i\omega\alpha(x_1 + x_3 + x_2 - x_3) = i\omega\alpha(x_1 + x_2)$ и $\Delta F_P = \Delta U\alpha$, неизменность тока $\Delta I = 0$ можно записать в виде

$$\Delta U\alpha(X_{P1} + X_{P2}) + \Delta F_V(X_{V1} + X_{V2}) = 0.$$

На рис. 7 показано, насколько расчетный коэффициент усиления $G = -(X_{V1} + X_{V2})/(X_{P1} + X_{P2})$ отличается от соответствующего ему по рис. 6, с коэффициента $K_0/2$. Там же показано, как у свободной РК зависит от частоты отношение $G_K = A(z_V, z_V, f)/A(z_T, z_V, f)$ амплитуд в точках $z = z_V$ и $z = z_T$. Расчеты основывались на решении уравнения (7) совместно с системой (12).

5. Оценка скоростных и шумовых характеристик осуществленной на практике ОРС

Теперь на основе эквивалентной схемы рис. 6, с можно оценить скоростные и шумовые характеристики ОРС, о которой рассказывалось в [5]. На рис. 5 и 6 видно, что в диапазоне частот $f_r \pm B$, где $B = 500$ Hz, амплитудные и фазовые характеристики ОРС качественно не отличаются от характеристик ККР, поэтому скорость реакции ОРС не будет отличаться от скорости реакции ККР по идеологии [4], т.е. время реакции имеет ограничение масштаба $\tau > 1/(2\pi B) = 0.3$ ms.

Шумовые силовые характеристики определяются коэффициентами вязкого трения по формуле (1), но в [5]

акцентировалось внимание на то, что шум Джонсона–Найквиста резистора r_S на рис. 6, с является электрическим выражением силового шума. Не используя (16), можно сразу оценить, что ОРС по схеме рис. 6, с обладает шумовым порогом напряжения $D_U = \sqrt{4K_B Tr_S}$ (V/ $\sqrt{\text{Hz}}$), который в итоге на основе (17) определяет силовой шумовой порог D_{FV} датчика: $K_0 D_{FV}/(2\alpha) = D_U$, т.е.

$$D_{FV} = \sqrt{4K_B Tr_S} \cdot 2\alpha/K_0. \quad (18)$$

Подстановка экспериментальных величин из [5] $r_S = 900$ k Ω и $K_0 = 33$ при $T = 300$ K дает $D_{FV} = 0.053$ pN/ $\sqrt{\text{Hz}}$, что на порядок меньше шума $D_F = 0.62$ pN/ $\sqrt{\text{Hz}}$ из [3] (в [5] использовались похожие ККР с $D_F = \sqrt{4K_B Tr_0} \cdot 2\alpha = 0.58$ pN/ $\sqrt{\text{Hz}}$, где в комнатной атмосфере $r_0 = 100$ k Ω).

Но вернемся к (16). Если отломить кончик микропрутка, то r_S упадет до $r_S = 200$ k Ω . Это свидетельство того, что „вязкость“ клеевых соединений 3 на рис. 1 увеличивает $r_0 = 100$ k Ω не более, чем в два раза. Значит главный вклад в формуле (16) принадлежит компоненте $K_0^2 \gamma_V$, и после подстановки этой главной части (16) в (18) получается $D_{FV} = \sqrt{4K_B T \gamma_V}$, что аналогично (1). Более того, по формуле (9) в величину γ_V главный вклад вносит лишь часть микропрутка, которая колеблется с наибольшей амплитудой по графику рис. 2, а. Длина этой части имеет масштаб 0.5 mm и соизмерима с длиной кантилеверов в классической сканирующей зондовой микроскопии (СЗМ), поэтому полученный шумовой порог $D_{FV} = 0.053$ pN/ $\sqrt{\text{Hz}}$ имеет такой же масштаб как силовой шум кантилеверов в комнатной атмосфере [5].

6. Варианты механического усиления

Предлагаемая выше идеология и расчетная схема могут применяться для разработки других конструкций датчиков силы. На рис. 8 даны несколько вариантов.

На рис. 8, а показано, как принцип механического усиления мог бы использоваться в составе „qPlus“ сенсора [9]. Достоинства конструкции „qPlus“ сенсора, его крошечных размеров и методики частотной модуляции проявляются в решении широкого круга задач СЗМ. Тем не менее серийные кантилеверы еще на порядок меньше по размеру, поэтому имеют меньший силовой шум.

Если соединить плечо 1 „qPlus“ сенсора при помощи легкого жесткого поводка-толкателя 2 с кантилевером 3 так, чтобы расстояние от точки касания кантилевера и толкателя до чипа кантилевера 4 было в ≈ 6 раз меньше длины кантилевера, то возникнет механическое усиление сигнала силы в ≈ 10 раз. При этом остальные характеристики сенсора, в том числе его выходной силовой шум, мало изменятся, а соотношение сигнал/шум улучшится вплоть до 10 раз. Равенство собственных резонансных частот кантилевера и сенсора не требуется.

В статье [10] описывается применение конического кварцевого капилляра с микронным входным отверстием

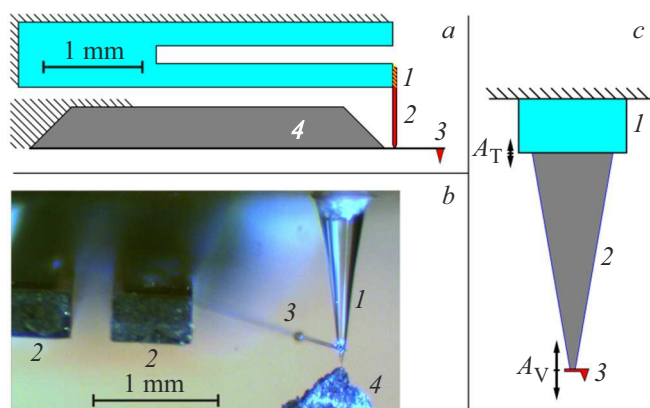


Рис. 8. Варианты применения механического усиления. *a* — применение в составе „qPlus“ сенсора: 1 — „qPlus“ сенсор; 2 — поводок-толкатель; 3 — серийный кантилевер с зондом (не в масштабе); 4 — чип кантилевера. *b* — для работы с жестким зондом-капилляром: 1 — зонд-капилляр; 2 — плечи ККР; 3 — поводок; 4 — образец, кусок Gd. *c* — усиление для продольных колебаний: 1 — ПР; 2 — тело усилителя; 3 — вершина усилителя с зондом.

в качестве зонда. Этот капилляр имеет значительный угол конуса (рис. 8, *b*), поэтому обладает большой механической жесткостью и массой. В конструкции рис. 8, *b* нет механического усилителя в виде РК. Здесь поводок 3 приклеивается не к самой вершине плеча ККР, а в середине этого плеча, и амплитуда колебаний вершины плеча ККР оказывается больше амплитуды A_V изгибных колебаний капилляра в его вершине в $n \approx 3$ раз. Здесь идея механического усиления работает в обратном направлении. Хотя формально уменьшается чувствительность к силе в $n \approx 3$ раза, зато негативное влияние жесткости капилляра на работоспособность ПР ослабляется квадратично в $n^2 \approx 10$ раз.

Для увеличения скорости сканирования при выборе резонансной частоты в мегагерцовом диапазоне вместо изгибных колебаний могут использоваться продольные колебания. На рис. 8, *c* показана возможная схема механического усиления силы в этом случае. Формула тела механического усилителя 2 следует выбрать такой, чтобы амплитуда резонансных продольных колебаний A_V вершины усилителя 3 была в ≈ 10 раз больше амплитуды колебаний A_T ПР 1. Усилитель 2 здесь выполняет роль согласования микроскопических размеров и параметров зонда с макроскопическими размерами и параметрами ПР.

Заключение

Когда ПР применяется для измерения силы, действующей на острие зонда в СЗМ, можно сделать так, чтобы амплитуда A_T колебаний ПР отличалась от амплитуды A_V колебаний острия зонда в несколько раз. Тогда отношение $K = A_V/A_T$ становится дополнительным

конструктивным параметром датчика силы. Обеспечив $K \gg 1$, можно увеличить сигнал силы в K раз, при этом улучшить выходное соотношение сигнал/шум. В случае, когда $K \ll 1$, то, потеряв чувствительность в $1/K$ раз, можно ослабить квадратично в $1/K^2$ раз негативное влияние на ПР жесткости или массы зондовой системы. Когда применяется механический усилитель силы в виде резонансной консоли, то усиление оказывается малошумящим, и соотношение сигнал/шум датчика можно улучшить на порядок. В итоге силовая чувствительность выходит на уровень классической оптической схемы в СЗМ, т.е. датчик (рис. 1, *c*) при габаритах масштаба 10 mm, способный работать и в вакууме, и при криогенных температурах, заменяет собой лазер, двухсекционный фотодиод и механику их юстировки. При этом датчик выделяет меньше 1 nW тепловой мощности.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] K. Karrai, R.D. Grober. Appl. Phys. Lett., **66**, 1842 (1995). <https://doi.org/10.1063/1.113340>
- [2] K. Karrai, R.D. Grober. Ultramicroscopy, **61**, 197 (1995). [https://doi.org/10.1016/0304-3991\(95\)00104](https://doi.org/10.1016/0304-3991(95)00104)
- [3] R.D. Grober, J. Acimovic, J. Schuck, D. Hessman, P.J. Kindlemann, J. Hespanha, A.S. Morse, K. Karrai, I. Tiemann, S. Manus. Rev. Sci. Instrum., **71**, 2776 (2000). <https://doi.org/10.1063/1.1150691>
- [4] D.V. Serebryakov, A.P. Cherkun, B.A. Loginov, V.S. Letokhov. Rev. Sci. Instrum., **73**, 1795 (2002). <https://doi.org/10.1063/1.1462038>
- [5] A.P. Cherkun, G.V. Mishakov, A.V. Sharkov, E.I. Demikhov. Ultramicroscopy, **217**, 113072 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.ultramic.2020.113072>
- [6] A.P. Cherkun, D.V. Serebryakov, S.K. Sekatskii, I.V. Morozov, V.S. Letokhov. Rev. Sci. Instrum., **77**, 033703 (2006). <https://doi.org/10.1063/1.2186386>
- [7] J. Rychen, T. Ihn, P. Studerus, A. Herrmann, K. Ensslin, H.J. Hug, P.J.A. van Schendel, H.J. Guntherodt. Rev. Sci. Instrum., **71**, 1695 (2000). <https://doi.org/10.1063/1.1150521>
- [8] F.J. Giessibl. Appl. Phys. Lett., **76**, 1470 (2000). <https://doi.org/10.1063/1.126067>
- [9] T. Seeholzer, D. Tarau, L. Hollendonner, A. Auer, R. Rachel, D. Grohmann, F.J. Giessibl, A.J. Weymouth. J. Phys. Chem. B, **127** (31), 6949 (2023). <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.3c02875>
- [10] B.N. Mironov, S.A. Aseyev, S.V. Chekalin. Micron, **116**, 61 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.micron.2018.09.013>