05,07

# Влияние внешнего поля на фазовые состояния спинового нематика с одноионной анизотропией „легкая ось“

© О.А. Космачев, Е.О. Фадеева, Ю.А. Фридман, Е.А. Ярыгина

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,
Симферополь, Республика Крым, Россия

E-mal: yuriifridman@gmail.com

Поступила в Редакцию 11 июля 2025 г.
В окончательной редакции 20 июля 2025 г.
Принята к публикации 22 июля 2025 г.

В работе исследовано влияние внешнего магнитного поля на фазовые состояния спинового нематика с одноионной анизотропией „легкая ось“ во внешнем магнитном поле. Рассмотрен случай преобладающего биквадратичного обменного взаимодействия. Система исследована в двух возможных геометриях: поле параллельно оси анизотропии, и поле перпендикулярно оси анизотропии. Показано, что в обоих случаях в системе реализуется осевая нематическая фаза, но значения полей перехода осевой нематик-парамагнитное состояние различно.

**Ключевые слова**: спиновый нематик; одноионная анизотропия „легкая ось“; внешнее поле; квадрупольный эллипсоид.

DOI: 10.61011/FTT.2025.08.61322.185-25

## 1. Введение

Состояние спинового нематика является одним из наиболее необычных состояний магнитоупорядоченных структур. Стандартное магнитное упорядочение связано с нарушением симметрии относительно обращения времени [1,2], тогда как в спиновом нематике спонтанное нарушение вращательной симметрии определяется мультипольными средними, т.е. разноузельными (или одноузельными) спиновыми корреляторами [3–22]. Обычно свойства спиновых нематиков исследуются в случае отсутствия внешнего поля. При этом, возникает вопрос: а будет ли устойчива нематическая фаза при включении внешнего магнитного поля? Влияние магнитного поля на устойчивость нематических состояний активно исследуется в магнетиках со спином магнитного иона $S = 1/2$, в которых нематическое состояние характеризуется разноузельными спиновыми средними [23–34]. Однако влияние магнитного поля на фазовые состояния негейзенберговского магнетика с биквадратичным обменным взаимодействием приводит к новым, необычным результатам. Так, в работе [35] было показано, что как в изотропном, так и в спиновом нематике с одноионной анизотропией, реализуется устойчивое нематическое состояние. При этом внешнее магнитное поле оказывает существенное влияние на геометрический образ этого состояния в спиновом пространстве. Так, в отсутствие внешнего поля геометрическим образом нематического состояния в спиновом пространстве является одноосный эллипсоид (бесконечно тонкий диск), тогда как включение поля трансформирует квадрупольный эллипсоид в двухосный эллипсоид. Кроме того, в работе [36] было показано, что в ферромагнетике с большим биквадратичным обменным взаимодействием и одноионной анизотропией типа „легкая плоскость“, наличие внешнего магнитного поля, перпендикулярного базисной плоскости, приводит к реализации „угловой“ нематической фазы, в которой квадрупольные двухосные эллипсоиды ориентированы под некоторым углом к оси квантования, т.е приводит к реализации нового фазового состояния — „угловой“ нематической фазе. Возникновение такого состояния связано с наличием легкоплоскостной анизотропии, приводящей к эффекту квантового сокращения спина [37], и внешнего магнитного поля. Возникает вопрос: будет ли энергетически выгодна реализация такой „угловой“ нематической фазы в легкоосном негейзенберговском ферромагнетике, находящемся во внешнем поле, ортогональном легкой оси?

Таким образом, целью данной работы является исследование фазовых состояний негейзенберговского ферромагнетика с большим биквадратичным обменным взаимодействием, и одноионной анизотропией типа „легкая ось“, находящемся во внешнем магнитном поле.

## 2. Негейзенберговский анизотропный ферромагнетик в продольном магнитном поле

В качестве исследуемой модели рассмотрим ферромагнетик со спином магнитного иона $S = 1$, в обменном гамильтониане которого учитывается как гейзенберговский обмен, так и биквадратичный. Кроме того, исследуемая система обладает одноионной анизотропией типа „легкая ось“, и находится во внешнем магнитном поле, параллельном оси легкого намагничения. Гамильтониан такого ферромагнетика можно представить следующим

образом:

$$\mathscr{H} = -H\sum_n S_n^z - \beta\sum_n (S_n^z)^2 - \frac{1}{2}\sum_{n_1\neq n_2}\Big[J(n-n')(\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n'}) + K(n-n')(\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n'})^2\Big], \quad (1)$$

где $J, K$ — константы билинейного и биквадратичного обменных взаимодействий, $\beta > 0$ — константа одноионной анизотропии типа „легкая ось“, $H$ — внешнее поле в энергетических единицах. В дальнейшем будем рассматривать только случай большого биквадратичного взаимодействия $K > J$, а также предполагается, что рассмотрение проводится при низких температурах, т.е. $T \to 0$.

Прежде чем рассматривать влияние внешнего поля на состояние анизотропного спинового нематика, рассмотрим поведение системы при $H = 0$ [14]. Как было показано в работах [12,16,17,19–21], в случае большого биквадратичного обмена в системе реализуется нематическое состояние, описываемое следующими параметрами порядка:

$$\langle S^z\rangle = \cos 2\alpha, \quad q_2^0 = 3\langle (S^z)^2\rangle - S(S+1),$$

$$q_2^2 = \langle (S^x)^2\rangle - \langle (S^y)^2\rangle = \sin 2\alpha,$$

где $\alpha$ — параметр обобщенного $u{-}v$ преобразования [38], который в случае отсутствия внешнего поля может принимать значение $\pm\pi/4$. Таким образом, в рассматриваемом случае параметры порядка, определяющие нематическое состояние, имеют следующий вид:

$$\langle S^z\rangle = 0, \quad q_2^0 = 1, \quad q_2^2 = \pm 1. \quad (2)$$

Из соотношений (2) следует, что

$$\langle (S^z)^2\rangle = 1, \ \langle (S^x)^2\rangle = 1, \ \langle (S^y)^2\rangle = 0,$$

если $\alpha = \pi/4$; или

$$\langle (S^z)^2\rangle = 1, \ \langle (S^x)^2\rangle = 0, \ \langle (S^y)^2\rangle = 1,$$

если $\alpha = -\pi/4$. Таким образом, геометрический образ в спиновом пространстве нематического состояния анизотропного спинового нематика с анизотропией „легкая ось“ является одноосный эллипсоид (бесконечно тонкий диск), ориентированный либо в плоскости ZOX ($\alpha = \pi/4$), либо в плоскости ZOY ($\alpha = -\pi/4$). При этом, энергия основного состояния в обоих случаях одинакова и равна

$$E_{gs} = -\frac{K_0}{3} - \beta,$$

а векторы основного состояния имеют вид:

$$|\psi_{gs}\rangle = \frac{|1\rangle + |-1\rangle}{\sqrt{2}} \ (\alpha = \pi/4);$$

$$|\psi_{gs}\rangle = \frac{|1\rangle - |-1\rangle}{\sqrt{2}} \ (\alpha = -\pi/4).$$

Следовательно, нематическое состояние при $H = 0$ является вырожденным по ориентации квадрупольных эллипсоидов в спиновом пространстве относительно оси легкого намагничения, т.е. оси $OZ$.

При включении внешнего поля, параллельного оси анизотропии, возникает ненулевой магнитный момент, т.е. $\langle S^z\rangle \neq 0$, причем величина его меньше номинального значения спина магнитного иона. Энергия основного состояния в этом случае равна:

$$E_{gs} = -\frac{K_0}{3} - \beta - H\cos 2\alpha + \frac{1}{2}(K_0 - J_0)\cos^2 2\alpha, \quad (3)$$

а параметры порядка, при этом, принимают вид:

$$\langle S^z\rangle = \cos 2\alpha, \ \ q_2^0 = 1, \ \ q_2^2 = \sin 2\alpha, \quad (4)$$

где

$$\langle (S^x)^2\rangle = \frac{1}{2}(1 + \sin 2\alpha);$$

$$\langle (S^y)^2\rangle = \frac{1}{2}(1 - \sin 2\alpha); \quad \langle (S^z)^2\rangle = 1. \quad (5)$$

Поскольку мы рассматриваем поведение системы при низких температурах ($T \to 0$), то выражение для энергии основного состояние (3) определяет плотность свободной энергии исследуемого магнетика. Анализ плотности свободной энергии показывает, что

$$\cos 2\alpha = \langle S^z\rangle = \frac{H}{K_0 - J_0},$$

т.е. при полях меньше критического ($H_c < K_0 - J_0$) в спиновом нематике с легкоосной одноионной анизотропией реализуется так называемый осевой нематик, геометрическим образом которого в спиновом пространстве, как следует из соотношений (5), является двухосный эллипсоид, главная ось которого параллельна оси $OZ$, т.е. параллельна как направлению внешнего поля, так и оси легкого намагничения.

При полях, больших $H_c$, параметры порядка принимают следующий вид:

$$\langle S^z\rangle = 1, \ \ q_2^0 = 1, \ \ q_2^2 = 0,$$

и магнетик переходит в парамагнитное состояние.

## 3. Негейзенберговский анизотропный ферромагнетик в поперечном магнитном поле

Рассмотрим теперь поведение легкоосного спинового нематика в поперечном внешнем поле, перпендикулярном оси легкого намагничения. Для определенности будем предполагать, что магнитное поле параллельно оси $OZ$, а легкоосная анизотропия ориентирована по оси $OX$. Как и ранее предполагается, что спин

магнитного иона $S = 1$, температуры низкие, а константа биквадратичного обменного взаимодействия превосходит константу билинейного обмена, т.е. $K > J$. Гамильтониан магнетика, в этом случае, имеет вид:

$$\mathscr{H} = -H\sum_n S_n^z - \beta\sum_n (S_n^x)^2 - \frac{1}{2}\sum_{n_1\neq n_2}\Big[J(n-n')(\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n'}) + K(n-n')(\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n'})^2\Big]. \tag{6}$$

Включение внешнего поля приведет к возникновению ненулевого магнитного момента, ориентация и величина которого будут определяться конкуренцией внешнего поля и материальных параметров системы, в частности — одноионной анизотропии. Можно ожидать, что в такой геометрии возможна реализация так называемой „угловой" нематической фазы, как это наблюдается в легкоплоскостном спиновом нематике (см., например, [36]). Следовательно, можно предположить, что возникающий под действием магнитного поля магнитный момент ориентирован под некоторым углом $\theta$ к оси $OZ$. Для определенности будем считать, что магнитный момент лежит в плоскости ZOX. С помощью унитарного преобразования

$$\mathscr{H}(\theta) = U\mathscr{H}U^+, \quad U(\theta) = \prod_n \exp[i\theta S_n^y]$$

перейдем в собственную систему координат на каждом узле, в которой ось $OZ$ совпадает с направлением среднего магнитного момента. В собственной системе координат энергия основного состояния, совпадающая в случае низких температур с плотностью свободной энергии, имеет вид:

$$E_{gr,st} = -H\cos\theta\cos 2\alpha + \frac{1}{2}(K_0 - J_0)\cos^2 2\alpha + \frac{\beta}{2}\cos^2\theta(1-\sin 2\alpha). \tag{7}$$

Здесь, как и ранее, $\alpha$ — параметр $u-v$ преобразования.

Минимизируя плотность свободной энергии (7) по параметрам $\theta$ и $\alpha$ получим связь этих параметров с материальными параметрами магнетика:

$$\cos\theta = \frac{H}{\beta}\,\frac{\cos 2\alpha}{1-\sin 2\alpha}, \quad \sin 2\alpha = -\frac{H^2}{2\beta(K_0-J_0)}. \tag{8}$$

Используя соотношения (8), а также учитывая, что в собственной системе координат $\cos 2\alpha = \langle S\rangle$, получим

$$\langle S^z\rangle = \left(\frac{\beta}{H} + \frac{H}{2(K_0-J_0)}\right)\cos\theta. \tag{9}$$

Из анализа выражения (9) следует, что среднее значение магнитного момента убывает с ростом величины магнитного поля, поскольку первое слагаемое убывает с ростом поля как гипербола (при фиксированных $\beta, \theta$), а второе — растет как линейная функция. Такое поведение среднего значения магнитного момента свидетельствует о том, что в данном случае, в отличие от легкоплоскостного нематика [36], „угловая" нематическая фаза не реализуется, а возникает осевая нематическая фаза, в которой ненулевой магнитный момент параллелен внешнему полю, а параметры порядка определяются соотношениями (4). При этом, средний магнитный момент с ростом поля растет, а квадрупольный эллипсоид, как следует из явного вида одноузельных корреляторов

$$\langle (S^z)^2\rangle = 1,$$

$$\langle (S^y)^2\rangle = \frac{1}{2}(1-\sin 2\alpha), \quad \langle (S^x)^2\rangle = \frac{1}{2}(1+\sin 2\alpha),$$

трансформируется в двухосный эллипсоид, главная ось которого ориентирована по магнитному полю.

Энергия основного состояния в этой фазе равна:

$$E_{gr,st} = -H\cos 2\alpha + \frac{1}{2}(K_0 - J_0)\cos^2 2\alpha + \frac{\beta}{2}(1-\sin 2\alpha). \tag{10}$$

а волновой вектор основного состояния имеет вид: $|\psi_{gr,st}\rangle = \cos\alpha|1\rangle + \sin\alpha|-1\rangle$.

Поскольку мы рассматриваем систему при низких температурах, то энергия основного состояния (при $T \to 0$) определяет плотность свободной энергии, минимизация которой по параметру позволяет получить следующее уравнение на этот параметр:

$$H\sin 2\alpha - (K_0 - J_0)\sin 2\alpha\cos 2\alpha + \frac{\beta}{2}\cos 2\alpha = 0.$$

После несложных математических преобразований это уравнение можно привести к виду:

$$\left(\frac{H}{K_0-J_0}\right)^{2/3} + \left(\frac{\beta}{2(K_0-J_0)}\right)^{2/3} = 1. \tag{11}$$

Уравнение (11) в общем случае описывает замкнутую кривую (астроиду) в переменных

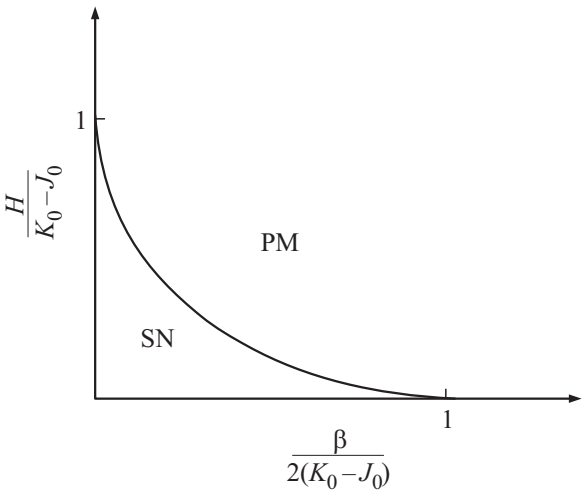
$$\frac{H}{K_0-J_0}, \quad \frac{\beta}{2(K_0-J_0)}$$

(см. [1]). В рассматриваемом случае уравнение (11) описывает лишь часть астроиды, поскольку все параметры, входящие в (11) положительны, т.е. это часть астроиды, лежащая в первом квадранте. Кроме того, уравнение (11) позволяет определить поле перехода между осевой нематической фазой, характеризуемое параметрами порядка (4), и парамагнитным состоянием, характеризуемом параметрами порядка

$$\langle S^z\rangle = 1, \quad q_2^0 = 1, \quad q_2^2 = 0.$$

Величина критического поля определяется следующим образом:

$$H_c = (K_0 - J_0)\left[1 - \left(\frac{\beta}{2(K_0-J_0)}\right)^{2/3}\right]^{3/2}.$$




Фазовая диаграмма спинового нематика с анизотропией „легкая ось“ в поперечном магнитном поле.

Таким образом, при $H < H_c$ реализуется осевое нематическое состояние, а при $H > H_c$ — парамагнитная фаза. Графически это можно представить следующим образом (см. рисунок).

## 4. Заключение

В чем же причина столь разительного отличия, казалось бы, очень близких моделей: спиновый нематик с анизотропией „легкая плоскость“ в поперечном поле, и спиновый нематик с анизотропие „легкая ось“, также в поперечном поле?

Чтобы понять возникающие различия в поведении магнетиков с одноионной анизотропией „легкая ось“ и „легкая плоскость“ во внешнем магнитном поле, обратимся к рассмотрению ситуации в отсутствие внешнего поля. Как показано в [36], при $H = 0$ и большом биквадратичном обменном взаимодействии в магнетике реализуется нематическое состояние с $\langle S\rangle = 0$. При этом, одноионная анизотропия типа „легкая плоскость“ ориентирует одноосный квадрупольный эллипсоид (бесконечно тонкий диск) в базисной плоскости, т.е. создает эффективную анизотропию квадрупольных параметров порядка. При включении внешнего магнитного поля, перпендикулярного базисной плоскости, возникает конкуренция между эффективной анизотропией и магнитным полем, что приводит к реализации „угловой“ нематической фазы. В рассматриваемом в данной работе случае, т.е. спинового нематика с анизотропией „легкая ось“, при $H = 0$ также реализуется нематическое состояние с $\langle S\rangle = 0$, но квадрупольный эллипсоид (бесконечно тонкого диска) формируется в плоскости либо $XOZ$, либо в плоскости $ZOY$. Внешнее поле, включенное перпендикулярно оси анизотропии оказывается лежащим в плоскости одноосного эллипсоида, а это означает, что отсутствует конкуренция между эффективной анизотропией квадрупольных параметров порядка и внешним полем. Следовательно, при включении внешнего поля, ориентированного параллельно оси $OZ$, возникает ненулевой магнитный момент, ориентированный по магнитному полю ($0 < \langle S^z\rangle < 1$), и квадрупольный двухосный эллипсоид ориентируется так, что его главная ось параллельна также оси $OZ$. Таким образом, в рассматриваемом нами случае, при $H \neq 0$ и большом биквадратичном обменном взаимодействии, „угловая“ нематическая фаза не реализуется, а возникает состояние осевого нематика.

Таким образом, можно утверждать, что симметрийные свойства спинового нематика с анизотропией „легкая ось“, и спинового нематика с анизотропией „легкая плоскость“ являются различными.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

[1] L.D. Landau, E.M. Lifshitz. Electrodynamics of Continuous Media, 2nd ed., edited by E.M. Lifshitz, L.P. Pitaevskiy (Nauka, Moscow, 1982).
[2] A.I. Ahiezer, V.G. Baryakhtar, S.V. Peletminskiy. Spin Waves (Nauka, Moscow, 1967).
[3] A.F. Andreev, V.I. Marchenko. Sov. Usp. Fiz. Nauk **130**, 39–63 (1980).
[4] A.F. Andreev, I.A. Grishchuk. Sov. Phys. JETP **60**, 267 (1984).
[5] L.E. Svistov, T. Fujita, H. Yamaguchi, S. Kimura, K. Omura, A. Prokofiev, A.I. Smirnov, Z. Honda, M. Hagiwara. JETP letters, **93**, *1*, 21 (2011). https://doi.org/10.1134/S0021364011010073
[6] M.E. Zhitomirsky, H. Tsunetsugu. Europhys. Lett. **92**, 37001 (2010).
[7] P. Chandra, P. Coleman. Phys. Rev. Lett., **66**, 100 (1991). https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.66.100
[8] A.V. Chubukov. Phys. Rev. B. **44**, 4693 (1991). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.44.4693
[9] V.M. Matveev. Sov. Phys.-JETP. **38**, 813 (1974).
[10] F. Michaud, F. Vernay, F. Mila. Phys. Rev. B. **84**, 184424 (2011). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.184424
[11] B.A. Ivanov, A.K. Kolezhuk. Phys. Rev. B **68**, 052401 (2003). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.68.052401
[12] A.M. Perelomov. Sov. Phys. Usp. **20**, 703 (1977).
[13] N. Papanikolaou. Nucl. Phys. B **305**, 367 (1988).
[14] Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, Ph.N. Klevets. JMMM **325**, 125 (2013). https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2012.08.027
[15] Yu.A. Fridman, O.A. Kosmachev, A.K. Kolezhuk, B.A. Ivanov. Phys. Rev. Lett. **106**, 097202 (2011). https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.097202
[16] O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridmana, E.G. Galkina, B.A. Ivanov. JETPh **120**, *2*, 281(2015).
[17] O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman, B.A. Ivanov. JETP Letters, **105**, *7*, 453 (2017). https://doi.org/10.7868/S0370274X17070074
[18] E.G. Galkina, B.A. Ivanov, O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman. Low Temp. Phys. **41**, *5*, 382 (2015). https://doi.org/10.1063/1.4921470
[19] A. Läuchli, F. Mila, K. Penc. Phys. Rev. Lett. **97**, 087205 (2006). https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.087205

[20] A. Smerald, N. Shannon. Phys. Rev. B **88**, 184430 (2013). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.88.184430
[21] E.L. Nagaev, Magnets with Complex Exchange Interactions [In Russian] (Moscow, Naika, 1988).
[22] A.A. Zvyagin, V.V. Slavin. Phys. Rev. B. **106**, 054429 (2022). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.106.054429
[23] F. Mila. Physics. **10**, 64 (2017).
[24] R. Nath, A.A. Tsirlin, H. Rosner, C. Geibel. Phys. Rev. B. **78**, 064422 (2008). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.78.064422
[25] M. Yoshida, K. Nawa, H. Ishikawa, M. Takigawa, M. Jeong, S. Krämer, M. Horvatić, C. Berthier, K. Matsui, T. Goto, S. Kimura, T. Sasaki, J. Yamaura, H. Yoshida, Y. Okamoto, Z. Hiroi. Phys. Rev. B. **96**, 180413(R) (2017). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.180413
[26] A. Orlova, E.L. Green, J.M. Law, D.I. Gorbunov, G. Chanda, S. Krämer, M. Horvatić, R.K. Kremer, J. Wosnitza, G.L.J.A. Rikken. Phys. Rev. Lett. **118**, 247201 (2017). https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.247201
[27] K.Y. Povarov, V.K. Bhartiya, Z. Yan, A. Zheludev. Phys. Rev. B. **99**, 024413 (2019). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.99.02441
[28] V.K. Bhartiya, K.Y. Povarov, D. Blosser, S. Bettler, Z. Yan, S. Gvasaliya, S. Raymond, E. Ressouche, K. Beauvois, J. Xu, F. Yokaichiya, A. Zheludev. Phys. Rev. Research. **1**, 033078 (2019). https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.1.033078
[29] F. Landolt, S. Bettler, Z. Yan, S. Gvasaliya, A. Zheludev, S. Mishra, I. Sheikin, S. Krämer, M. Horvatić, A. Gazizulina, O. Prokhnenko. Phys. Rev. B. **102**, 094414 (2020). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.102.094414
[30] K.M. Ranjith, F. Landolt, S. Raymond, A. Zheludev, M. Horvatić. Phys. Rev. B. **105**, 134429 (2022). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.105.134429
[31] N. Büttgen, K. Nawa, T. Fujita, M. Hagiwara, P. Kuhns, A. Prokofiev, A.P. Reyes, L.E. Svistov, K. Yoshimura, M. Takigawa. Phys. Rev. B **90**, 134401 (2014). 10.1103/PhysRevB.90.134401
[32] D. Flavián, S. Hayashida, L. Huberich, D. Blosser, K.Yu. Povarov, Z. Yan, S. Gvasaliya, A. Zheludev. Phys. Rev. B. **101**, 224408 (2020). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.101.224408
[33] J.A.M. Huhtamäki, T.P. Simula, M. Kobayashi, K. Machida. Phys. Rev. A **80**, 051601(R) (2009). https://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.051601
[34] O. Morsch, M. Oberthaler. Rev. Mod. Phys. **78**, 179 (2006). https://doi.org/10.1103/RevModPhys.78.179
[35] Ya.Yu. Matyunina, O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman. Physics of Metals and Metallography, **125**, *5*, 463 (2024).
[36] O.A. Kosmachev, Yu.A. Fridman, E.A. Yarygina. JMMM, **622**, 172958 (2025). https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2025.172958
[37] T. Morija. Phys.Rev. **117**, *3*, 635 (1960).
[38] V.V. Val'kov. Theor. Math. Phys. **76**, *1*, 766 (1988).

*Редактор Т.Н. Василевская*