

Релаксация кутрита на основе двойной полупроводниковой квантовой точки

© Л.Е. Федичкин, А.Е. Бердашкевич, З.И. Саяпин, Д.А. Тарпанов, Д.Ю. Шапошников

Московский физико-технический институт,
141701 Долгопрудный, Московская обл., Россия
E-mail: leonid@phystech.edu

Поступило в Редакцию 29 апреля 2025 г.

В окончательной редакции 29 апреля 2025 г.

Принято к публикации 29 апреля 2025 г.

Рассмотрена релаксация кутрита, построенного на основе системы с двумя туннельно-связанными квантовыми точками. В качестве возможных каналов релаксации исследованы инфракрасные излучательные переходы между тремя уровнями пространственного квантования, используемыми для обработки и хранения квантовой информации. На основе ранее предложенной метрики квантовых процессов — меры максимального отклонения — доказано, что в случае кутрита вклад релаксации в уменьшение вероятности получения искомого результата квантовых вычислений представляется компактным аналитическим выражением.

Ключевые слова: кутрит, квантовые точки, релаксация, квантовые вычисления.

DOI: 10.61011/JTF.2025.09.61238.88-25

Введение

Одной из интенсивно развивающихся областей науки являются квантовые вычисления. В перспективе квантовые компьютеры, лежащие в основе данной области, будут способны решать практические задачи, недоступные самым мощным классическим суперкомпьютерам [1,2].

Квантовый компьютер обычной архитектуры является системой, состоящей из большого числа элементарных логических квантовых ячеек с несколькими дискретными состояниями, чаще всего двухуровневых, — кубитов, или, например, трехуровневых — кутритов, рассмотренных в настоящей работе. Для того чтобы выполнять обработку информации эффективнее, чем классический компьютер, нужна система из множества кутритов, не теряющая когерентность при выполнении тысяч логических операций. Одной из привлекательных систем для создания полноценных масштабируемых квантовых процессоров являются системы на основе электронных состояний в двойных полупроводниковых квантовых точках [3–5]. Важной проблемой, препятствующей быстрому прогрессу в области создания квантовых компьютеров, в том числе квантовых компьютеров на основе пространственных электронных состояний в полупроводниковых квантовых точках, являются ошибки, возникающие при выполнении квантовых логических операций из-за наличия шумов в кубитах и неточностей исполнения. Вследствие этого одной из главных задач в деле построения практически полезных полномасштабных квантовых информационных процессоров является снижение величины аппаратных ошибок до уровня, ниже которого их влияние уже можно будет нивелировать алгоритмическими способами при помощи, например, процедур квантовой коррекции ошибок. Поэтому совершенно необходимо оценивать системы — кандидаты

в квантовые информационные процессоры по степени влияния взаимодействия с внешним окружением на уровень возникающих в них аппаратных сбоев.

Цель настоящей работы заключается в рассмотрении процессов декогеренции в кутритах, использующих три нижних энергетических состояния пространственного квантования носителей заряда в двухточечных наноструктурах.

1. Конструкция кутрита

Рассматривалась кремниевая наноструктура, состоящая из двух квантовых точек, разделенных туннельным барьером, с одним электроном, схематически показанная на рис. 1.

Предлагаемая схема изготовления исследуемой нами структуры использует технологические шаги, аналогич-

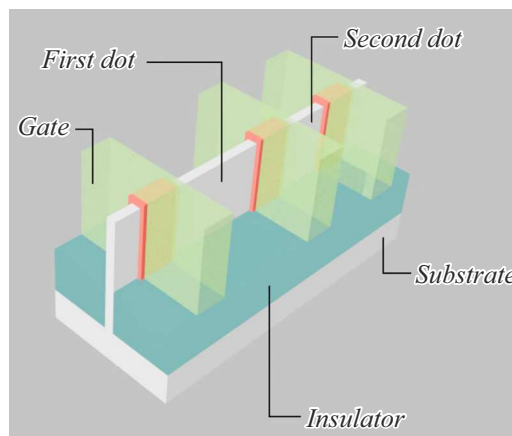


Рис. 1. Схема кутрита.

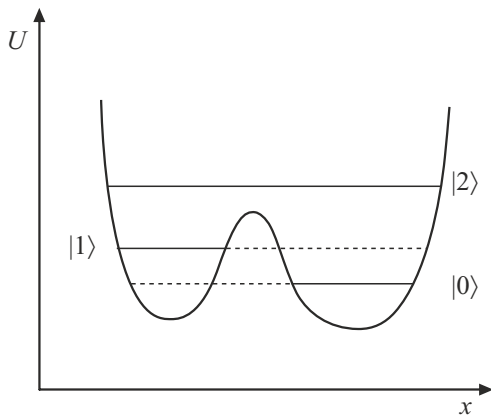


Рис. 2. Нижние энергетические уровни в системе двух туннельно-связанных полупроводниковых квантовых точек.

ные этапам изготовления FinFET транзистора: за вытравливанием из кремниевого основания так называемого плавника (ребра) — активной области, в которой будет расположен наш электрон, следует формирование композитного слоя и диэлектрика с высоким показателем диэлектрической проницаемости. Далее наносятся тонкие металлические затворы, служащие для формирования границ квантовых точек и барьера между ними, а также могущие в дальнейшем использоваться для настройки параметров кутрита и для управления им. В результате формируется профиль потенциала вдоль структуры и уровни пространственного квантования электрона, качественно показанные на рис. 2.

2. Расчет скоростей релаксации

Скорости релаксации кутрита рассчитывались в низкотемпературном пределе. Предполагалось, что энергия, необходимая для переходов на более высоколежащие уровни, намного выше, чем температура решетки и энергетическое расстояние между тремя базовыми уровнями пространственного квантования электрона в двухъямном потенциале двух смежных квантовых точек. Влияние температуры решетки на скорости релаксации в структурах кубитов на основе двойных квантовых точек оценивалось в работе [6]. Было показано, что при температурах ниже или порядка нескольких кельвинов влияние температуры не приводит к значительным изменениям скорости релаксации. В нашем случае энергии межуровневых переходов превосходят более чем на порядок энергии межуровневых переходов, рассмотренные в статье [6], поэтому влияние нагрева до гелиевых температур тем более не будет иметь существенного эффекта.

Волновые функции электрона в трех нижних пространственных состояниях $\psi_j(x)$, где $j = 0, 1, 2$ искались из решения одномерного стационарного уравнения Шредингера. Локализация электрона в двух поперечных направлениях y и z считалась постоянной и много мень-

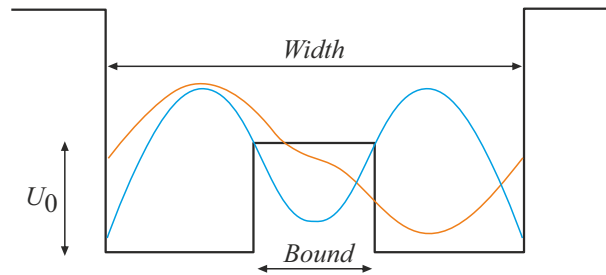


Рис. 3. Профиль потенциала вдоль оси x , и ход волновых функций двух нижних энергетических состояний электрона $\psi_0(x)$ и $\psi_1(x)$.

шей продольного распределения вдоль оси x . Двухъямный потенциал, используемый для расчетов волновых функций, считался прямоугольным, как показано на рис. 3.

Матричный элемент оператора дипольного момента d_{ab} между волновыми функциями электрона в a -м и b -м энергетических уровнях нашей системы $\psi_a(x)$ и $\psi_b(x)$:

$$d_{ab} = \int_{-\text{width}/2}^{\text{width}/2} \psi_a \cdot qx \cdot \psi_b dx, \quad (1)$$

где width — ширина рассматриваемой нами квантовой точки.

Ввиду наличия дипольного момента кутрит, находясь на возбужденных уровнях 1 и 2, может осуществить излучательный переход и изменить свое состояние, что на вычислительном уровне вызовет сбой в обрабатываемой и хранящейся в нем квантовой информации.

Вероятности излучательных переходов рассчитывались в марковском приближении. Векторный потенциал $A(r, t)$ поля, излучаемого диполем в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ :

$$\hat{A}(r, t) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 V}} \sum_k \sum_s \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} \left(\hat{a}_{ks} \epsilon_{ks} e^{ikr} + \hat{a}_{ks}^\dagger \epsilon_{ks}^* e^{-ikr} \right). \quad (2)$$

Здесь V — объем среды, k — волновой вектор излучаемой плоской волны, s — поляризация излучения, ω — частота излучения, ϵ_{ks} — направляющий вектор поляризации волны.

Взаимодействие электрона с полем излучения описывается стандартным гамильтонианом

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} - \frac{e}{2m} (\hat{p} \hat{A} + \hat{A} \hat{p}) + \frac{e^2 \hat{A}^2}{2m} + U(r) = \hat{H}_0 + \hat{H}'. \quad (3)$$

Здесь m — эффективная масса электрона в полупроводнике, $U(r)$ — потенциал двойной квантовой точки. Мат-

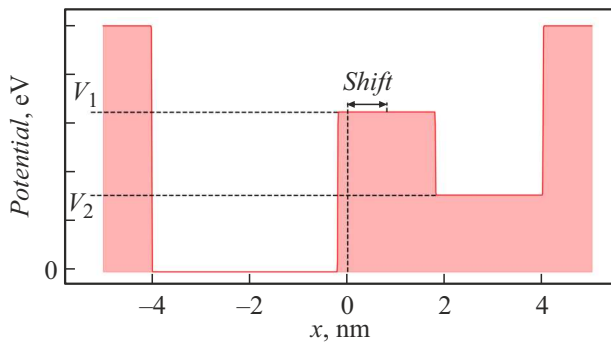


Рис. 4. Профиль двучечной структуры с шириной барьера, равной 2 nm, со сдвигом относительно центра shift и высотой барьера V_1 eV и высотой второй (правой) ямы V_2 .

ричный элемент перехода в дипольном приближении

$$\langle j | \hat{H}' | f \rangle = -\frac{e}{m} \sum_{ks} \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 \varepsilon V \omega}} \times \left\langle i \left| \hat{a}_{ks}^\dagger \varepsilon e^{ikr} p + \hat{a}_{ks} \hat{\varepsilon}_{ks} e^{-ikr} p \right| f \right\rangle. \quad (4)$$

Полная вероятность излучения фотона в единицу времени:

$$\Gamma_{ab} = \frac{\omega_{ab}^3 d_{ab}^2}{3\pi c^3 \hbar \varepsilon_0} \sqrt{\varepsilon}. \quad (5)$$

Итоговые вероятности спонтанной релаксации с излучением фотона Γ_{ab} рассчитывались по золотому правилу Ферми согласно формуле (5).

Рассмотрим зависимость полной вероятности излучения фотона в единицу времени при переходах между тремя нижними энергетическими состояниями электрона ψ_0 , ψ_1 и ψ_2 от профиля потенциала вдоль оси x .

Будем смещать потенциал вдоль оси барьера и наблюдать за изменением Γ_{10} , Γ_{21} , Γ_{20} . Потенциальный уровень второй ямы поднимем на высоту V_2 , приняв уровень первой ямы за 0, а V_1 будет обозначать высоту барьера. Параметры системы выберем следующие: ширина всей квантовой точки 8 nm, ширина барьера 2 nm, как показано на рис. 4.

3. Динамика квантового состояния кутрита в процессе релаксации

При релаксации кутрита его состояние становится сцепленным с окружением и для описания необходимо использовать формализм матрицы плотности [7]. Обозначим матрицу плотности трехуровневой системы ρ . Пусть $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$ — основное, первое и второе возбужденные энергетические состояния системы соответственно. Тогда в нулевом приближении гамильтониан системы в отсутствие релаксации записывается:

$$H = \varepsilon_0 |0\rangle\langle 0| + \varepsilon_1 |1\rangle\langle 1| + \varepsilon_2 |2\rangle\langle 2|, \quad (6)$$

где ε_0 , ε_1 , ε_2 — энергии состояний $|0\rangle$, $|1\rangle$ и $|2\rangle$ соответственно.

В марковском приближении динамика состояния описывается уравнением Линдблада:

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho(t)] - \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1} \left(\mathbf{L}^{(\alpha)\dagger} \mathbf{L}^{(\alpha)} \rho(t) + \rho(t) \mathbf{L}^{(\alpha)\dagger} \mathbf{L}^{(\alpha)} - 2\mathbf{L}^{(\alpha)} \rho(t) \mathbf{L}^{(\alpha)} \right), \quad (7)$$

где $\mathbf{L}^{(\alpha)}$ — операторы Линдблада, определяющие неунитарную часть эволюции, $\hbar$ — приведенная постоянная Планка, i — мнимая единица, t — время.

Матрицу плотности кутрита для процесса релаксации можно выразить в произвольный момент времени в энергетическом базисе при $t > 0$:

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \rho_{00}(t) & \rho_{01}(t) & \rho_{02}(t) \\ \rho_{10}(t) & \rho_{11}(t) & \rho_{12}(t) \\ \rho_{20}(t) & \rho_{21}(t) & \rho_{22}(t) \end{pmatrix} \quad (8)$$

и ввиду громоздкости получающихся выражений и невозможности дальнейшего упрощения мы вынуждены выписать компоненты матрицы плотности по отдельности ниже:

$$\begin{aligned} \rho_{00}(t) &= \rho_{00}(0) + \rho_{11}(0)(1 - e^{-\Gamma_{10}t}) \\ &+ \rho_{22}(0) \left(1 + \frac{-e^{-(\Gamma_{20}-\Gamma_{21})t}(\Gamma_{10} - \Gamma_{20}) + \Gamma_{21}e^{-\Gamma_{10}t}}{\Gamma_{10} - \Gamma_{20} - \Gamma_{21}} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\rho_{01}(t) = \rho_{01}(0)e^{(i\varepsilon_{10}/\hbar - \Gamma_{10}/2)t}, \quad (10)$$

$$\rho_{02}(t) = \rho_{02}(0)e^{(i\varepsilon_{20}/\hbar - (\Gamma_{20}+\Gamma_{21})/2)t}, \quad (11)$$

$$\rho_{10}(t) = \rho_{10}(0)e^{(-i\varepsilon_{10}/\hbar - \Gamma_{10}/2)t}, \quad (12)$$

$$\rho_{11}(t) = \rho_{11}(0)e^{-\Gamma_{10}t} + \rho_{22}(0) \frac{\Gamma_{21}(-e^{-\Gamma_{10}t} + e^{-(\Gamma_{20}-\Gamma_{21})t})}{\Gamma_{10} - \Gamma_{20} - \Gamma_{21}}, \quad (13)$$

$$\rho_{12}(t) = \rho_{12}(0)e^{(i\varepsilon_{21}/\hbar - (\Gamma_{10}+\Gamma_{20}+\Gamma_{21})/2)t}, \quad (14)$$

$$\rho_{20}(t) = \rho_{20}(0)e^{(-i\varepsilon_{20}/\hbar - (\Gamma_{20}+\Gamma_{21})/2)t}, \quad (15)$$

$$\rho_{21}(t) = \rho_{21}(0)e^{(-i\varepsilon_{21}/\hbar - (\Gamma_{10}+\Gamma_{20}+\Gamma_{21})/2)t}, \quad (16)$$

$$\rho_{22}(t) = \rho_{22}(0)e^{-(\Gamma_{20}+\Gamma_{21})t}, \quad (17)$$

где для компактности были введены дополнительные обозначения

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_i - \varepsilon_j, \quad (i, j) \in \{(1, 0), (2, 0), (2, 1)\}. \quad (18)$$

Под идеальным процессом мы понимаем унитарную эволюцию системы (эффективно выполняющую фазовую операцию кутрита), под действием собственного гамильтониана (6) без учета взаимодействия с электромагнитным полем. Обозначим матрицу плотности, описывающей систему в этом случае, ρ^{ideal} .

Ее динамика подчиняется квантовому уравнению Лиувилля:

$$\frac{d\rho^{ideal}(t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho^{ideal}(t)]. \quad (19)$$

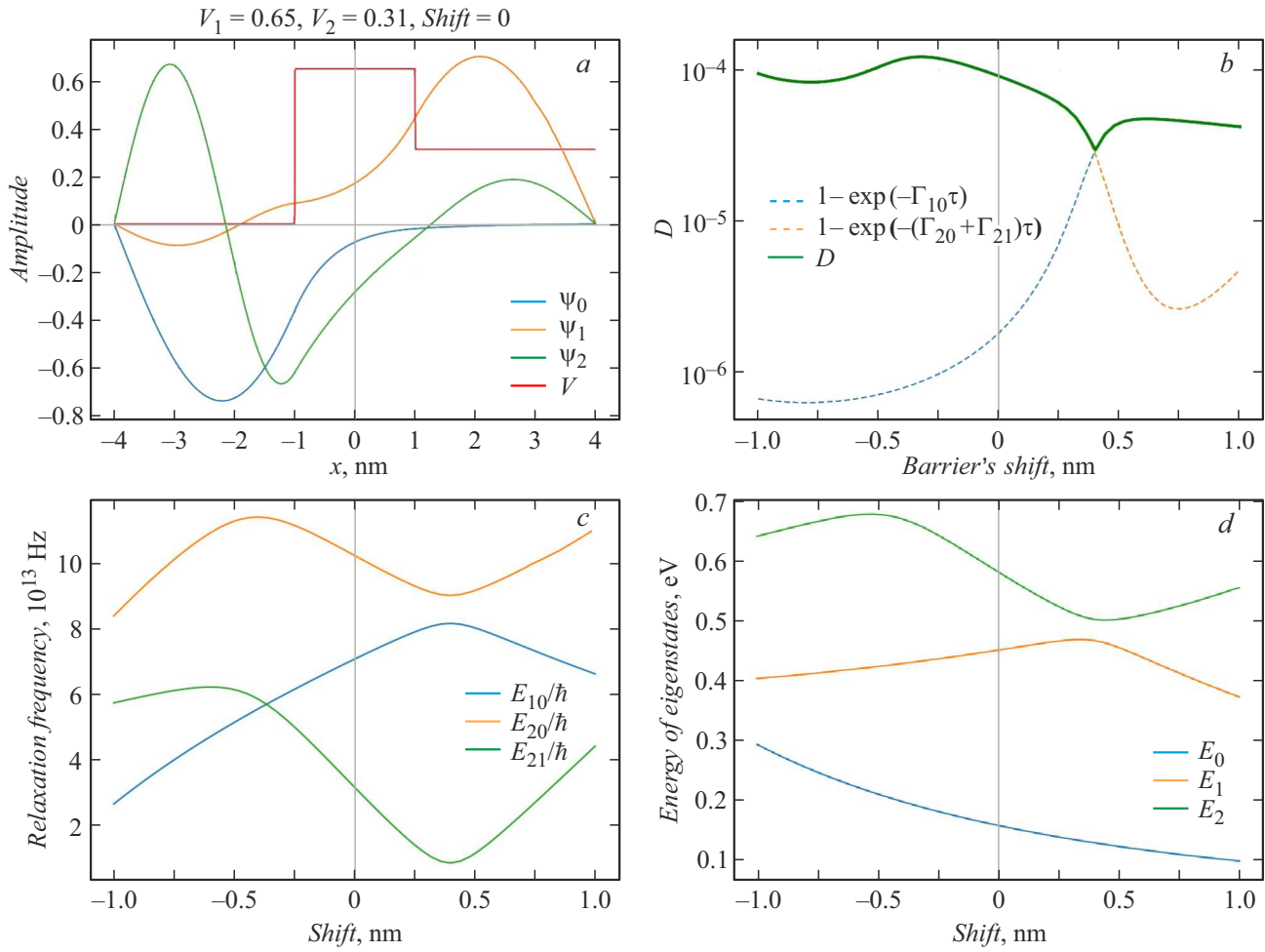


Рис. 5. *a* — график волновых функций, соответствующих задействованным дискретным уровням в точке (параметры точки указаны на рисунке). *b* — график зависимости D (мера декогеренции кутрита) от сдвига барьера для ямы шириной 8 nm и барьера шириной, равной 2 nm, $V_2 = 0.31$ eV, $V_1 = 0.65$ eV. Релаксация вычислялась за характерное время $\tau = 1000 \frac{\hbar\pi}{\varepsilon_{10}}$, где ε_{10} — энергия перехода между 0 и 1 уровнями. *c* — график зависимости частот релаксации между соответствующими уровнями в зависимости от сдвига барьера. *d* — график зависимости энергии собственных состояний в зависимости от сдвига барьера.

Повторяя аналогичные действия, что и в предыдущей секции, а также используя условие на равенство матриц плотности в начальный момент времени в обоих процессах, получаем выражение для ρ^{ideal} в энергетическом базисе:

$$\rho_{00}^{ideal}(t) = \rho_{00}^{ideal}(0), \quad (20)$$

$$\rho_{01}^{ideal}(t) = \rho_{01}^{ideal}(0)e^{i\varepsilon_{10}t/\hbar}, \quad (21)$$

$$\rho_{02}^{ideal}(t) = \rho_{02}^{ideal}(0)e^{i\varepsilon_{20}t/\hbar}, \quad (22)$$

$$\rho_{10}^{ideal}(t) = \rho_{10}^{ideal}(0)e^{-i\varepsilon_{10}t/\hbar}, \quad (23)$$

$$\rho_{11}^{ideal}(t) = \rho_{11}^{ideal}(0), \quad (24)$$

$$\rho_{12}^{ideal}(t) = \rho_{12}^{ideal}(0)e^{i\varepsilon_{21}t/\hbar}, \quad (25)$$

$$\rho_{20}^{ideal}(t) = \rho_{20}^{ideal}(0)e^{-i\varepsilon_{20}t/\hbar}, \quad (26)$$

$$\rho_{21}^{ideal}(t) = \rho_{21}^{ideal}(0)e^{-i\varepsilon_{21}t/\hbar}, \quad (27)$$

$$\rho_{22}^{ideal}(t) = \rho_{22}^{ideal}(0). \quad (28)$$

4. Мера максимального отклонения кутрита

Для оценки меры влияния спонтанной релаксации на качество хранимого в кутрите квантового состояния мы воспользовались мерой максимального отклонения D , также называемой мерой декогеренции в случае, если один из процессов идеальный, а другой зашумленный [8,9]. Отметим, что в нашей ситуации попытки выписать аналитическое выражение для оценки влияния спонтанной релаксации кутрита на точность выполнения фазовых операций, опираясь на альтернативные подходы, использующих вычисление других параметров, как, например, точность (fidelity), рандомизированный бенчмаркинг, перекрестная энтропия, используя выражения для элементов матрицы плотности, приведенные в разд. 3, не приводят к удовлетворительным результатам. В лучшем случае результирующие аналитические выражения после максимального упрощения занимают

несколько страниц. Кратко охарактеризуем эти параметры применительно к нашим условиям.

Точность (fidelity) количественно определяет „близость“ между двумя матрицами плотности и определяется как

$$F(\rho, \sigma) = \left(\text{Tr} \sqrt{\sqrt{\rho} \sigma \sqrt{\rho}} \right)^2, \quad (29)$$

где ρ и σ — матрицы плотности двух квантовых состояний [10]. Это определение требует, в частности, вычисления квадратных корней из матриц и приводит обычно к довольно объемным выражениям.

В случае применения рандомизированного бенчмаркинга оценивается средняя ошибка базовых квантовых операций при выполнении многократных случайных последовательностей базовых операций [11]. Сначала происходит выполнение множества произвольно выбранных последовательностей гейтов Клиффорда, которые должны вернуть квантовый процессор в исходное состояние. Затем производится измерение в конце каждой последовательности, с целью удостовериться, что получено изначальное состояние, и строится график зависимости точности между полученным ψ_m и изначальными состояниями ψ от длины последовательности m . В случае ошибок, не зависящих от параметров и времени, график будет соответствовать

$$F(\psi_m, \psi) = A p^m + B, \quad (30)$$

где коэффициенты A и B учитывают ошибки подготовки состояния и измерения, а также побочный эффект от ошибки на конечном элементе управления; p — параметр затухания точности, который характеризует среднюю вероятность отсутствия ошибки при выполнении одного гейта Клиффорда в последовательности. Релаксация приводит к экспоненциальному затуханию

$$p \approx e^{-t_g/T_1}, \quad (31)$$

где t_g — длительность квантовой операции, T_1 — характерное время затухания. Таким образом, с помощью рандомизированного бенчмаркинга можно оценить вклад релаксации при применении рандомизированного набора операций. Данный метод не всегда дает правильную оценку ошибок даже по порядку величины, поскольку во многих случаях последовательность операций в практически полезных осмысленных алгоритмах не является достаточно случайной для данной методики.

Перекрестная энтропия позволяет сравнить распределение результатов измерений с идеальным распределением [12]. Для этого создается набор случайных квантовых цепей, достаточно сложных, чтобы их выходное состояние было близким к случайному. Каждое выполнение дает последовательность битов, представляющую состояние кубитов после применения схемы. Частота появления этих последовательностей битов формирует эмпирическое распределение вероятностей, а затем на классическом компьютере моделируется идеальное поведение схемы (без шумов и ошибок).

По вычисленной кросс-энтропии между реальным и идеальным распределениями можно оценить уровень шумов и ошибок в системе. Кросс-энтропия:

$$F_{\text{ХЕВ}} = 2^n \langle P(x_i) \rangle_i - 1 = \frac{2^n}{k} \sum_{i=1}^k |\langle 0^n | C | x_i \rangle|^2 - 1, \quad (32)$$

где n — число кубитов, $P(x_i)$ — вероятность получить битовую строку x_i в идеальной квантовой схеме C , а усреднение проводится по всем измеренным результатам. В нашем случае компактного аналитического выражения для кросс-энтропии также получить не удастся.

Данные соображения привели нас к необходимости использовать метрику максимального отклонения D . При этом D является не просто одной из множества абстрактных математических метрик, но и имеет прямой физический и практически важный смысл — она гарантирует, что вероятность извлечь из квантового процессора (в нашем случае кутрита) искомое значение ухудшится по абсолютной величине вследствие шума не больше, чем на D , причем строго доказано, что в общем случае эту оценку нельзя улучшить [9].

Заметим, что кутрит, находящийся в начальном состоянии, заданном девятиэлементной матрицей плотности $\rho(0)$, в идеальном (бесшумном) случае должен эволюционировать по закону $\rho^A(t)$, а в реальной ситуации его состояние изменяется по закону $\rho^B(t)$. $D(t)$ между двумя процессами A и B , описываемыми матрицами плотности $\rho^A(t)$ и $\rho^B(t)$ соответственно и удовлетворяющих начальному условию

$$\rho^A(0) = \rho^B(0) = \rho(0) \quad (33)$$

определяется следующим образом:

$$D(t) = \sup_{\rho(0)} \|\rho^A(t) - \rho^B(t)\|_\lambda, \quad (34)$$

где точная верхняя грань берется по всем возможным начальным состояниям процессов, а $\|\cdot\|_\lambda$ обозначает операторную норму, которая в общем случае определяется так

$$\|A\|_\lambda = \sup_{\varphi \neq 0} \sqrt{\frac{\langle \varphi | A^\dagger A | \varphi \rangle}{\langle \varphi | \varphi \rangle}}. \quad (35)$$

В нашем случае, поскольку мы вычисляем норму оператора, который является разностью двух операторов плотности, операторная норма всегда существует и равна максимальному (по модулю) собственному значению разностной матрицы

$$\|A\|_\lambda = \max_i |\lambda_i(A)|. \quad (36)$$

Супремум для метрики D достигается в случае, когда действие шума приводит к максимальному отклонению состояния кутрита от его же состояния в идеальном процессе.

В нашем случае довольно громоздкие расчеты неожиданно привели в финале к компактному и физически

ясному результату — максимальное отклонение достигается при начальном состоянии $|2\rangle$, если $\Gamma_{10} \leq \Gamma_{20} + \Gamma_{21}$, либо при начальном состоянии $|1\rangle$, если $\Gamma_{10} > \Gamma_{20} + \Gamma_{21}$.

Таким образом, искомая мера декогеренции кутрита:

$$D(t) = 1 - e^{-\max(\Gamma_{10}, \Gamma_{20} + \Gamma_{21})t}. \quad (37)$$

Расчеты положения уровней кутрита, скоростей релаксации, меры декогеренции показаны на рис. 5. Видно, что в выбранной области параметров качество кутрита всюду лучше $2 \cdot 10^{-4}$. Время выполнения фазовой операции τ выбрано равным $1000 \hbar\pi/\varepsilon_{10}$, так как при оптическом управлении выполнение операций контроля кутрита за более короткое время приведет к нерезонансному воздействию на соседние переходы и соседние кутриты и может вызвать ошибку управления выше, чем примерно 10^{-3} . Параметры специально подобраны не для самого оптимального случая, а для демонстрации перехода максимума от одного процесса к другому по мере сдвига барьера (излома на графике зависимости меры максимального отклонения от положения барьера).

Заключение

Рассмотрена конструкция кутрита на основе пространственных состояний электрона в двойной полупроводниковой квантовой точке. Для процессов спонтанной релаксации кутрита определена мера декогеренции D , вносимой этими процессами. Полученное для меры декогеренции простое и ясное аналитическое выражение позволяет оценивать качество кутритов в зависимости от скоростей релаксации в них.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] M.A. Nielsen, I.L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000)
- [2] Л.Е. Федичкин. Наука и Жизнь, **7**, 14 (2023). <https://www.nkj.ru/archive/articles/48332/>
- [3] T. Tanamoto. Phys. Rev. A, **61** (2), 022305 (2000).
- [4] L. Fedichkin, M. Yanchenko, K.A. Valiev. Nanotechnology, **11** (4), 387 (2000).
- [5] L. Fedichkin, A. Fedorov. Phys. Rev. A, **69** (3), 032311 (2004).
- [6] L. Fedichkin, A. Fedorov. IEEE Transactions on Nanotechnology, **4** (1), 65 (2005).
- [7] L. Landau. Z. Phys., **45** (5–6), 430 (1927).
- [8] L. Fedichkin, A. Fedorov, V. Privman. Proc. SPIE, **5105**, 243 (2003).
- [9] E.A. Pankovets, L.E. Fedichkin. Proceed. Steklov Institute of Mathem., **324** (1), 169 (2024).
- [10] R. Jozsa. J. Modern Opt., **41** (12), 2315 (1994).
- [11] J. Emerson, R. Alicki, K. Życzkowski. J. Opt. B: Quant. Semiclassical Opt., **7** (10), S347 (2005).
- [12] F. Arute, K. Arya, R. Babbush, et al. Nature, **574**, 505 (2019).