

01

Перспективы ускорения электронов лазерами не слишком большой мощности

© Е.А. Вишняков

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: juk301@mail.ru

Поступило в Редакцию 7 мая 2025 г.

В окончательной редакции 7 мая 2025 г.

Принято к публикации 7 мая 2025 г.

Проанализированы возможности фемтосекундных тераваттных лазерных систем не слишком большой мощности (~ 100 TW) для генерации электронных пучков методом ускорения кильватерными волнами в релятивистской лазерной плазме. Проведен согласованный анализ оптимальных параметров лазерных импульсов и плазмы, позволяющих достичь энергий электронных пучков на уровне 0.5 GeV. Показано, что лазерные импульсы длительностью 40 fs, полученные из системы мощностью 60 TW, позволяют ускорить электроны в плазме плотностью $1.9 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ до энергий ~ 500 MeV на длине ускорения порядка 1 cm. Произведено сравнение расчетов с результатами, полученными ранее в экспериментах на лазерных системах сопоставимой мощности.

Ключевые слова: кильватерное ускорение, лазерное ускорение электронов, тераваттные лазеры, компактный ускоритель.

DOI: 10.61011/JTF.2025.09.61222.100-25

Введение

Получение электронных пучков высокого качества является важной задачей современной прикладной и фундаментальной физики. Под высоким качеством пучка подразумеваются определенные комбинации параметров пучка, таких как относительно большие значения электрического заряда (от 10^{-11} до 10^{-8} C), малый эмиттанс пучка (одновременно малый размер и низкая угловая расходимость), а также высокая энергия электронов на уровне $\sim$ GeV. В настоящее время электронные пучки высокого качества рутинно получают на синхротронах [1] и лазерах на свободных электронах (ЛСЭ) [2]. В основном полученные электронные пучки используются для генерации излучения в ультрафиолетовой, экстремальной ультрафиолетовой (ЭУФ), мягкой рентгеновской (МР) и жесткой рентгеновской областях спектра [3].

В то же время стоимость постройки и введения в эксплуатацию синхротрона или ЛСЭ достаточно велика, что ограничивает доступ исследователей к таким уникальным источникам излучения. Однако в последние годы эти трудности понемногу преодолеваются посредством использования компактных лазерно-плазменных ускорителей на основе мультитераваттных и петаваттных лазерных комплексов, которые возникают по всему миру [4]. В отличие от петаваттных лазерных систем фемтосекундные лазеры мощности порядка ~ 100 TW могут себе позволить не только выдающиеся исследовательские центры, но и высшие учебные заведения с научно-исследовательскими лабораториями.

Концепция компактных плазменных ускорителей была сформулирована в общих чертах еще в 1950-х годах в работах Г.И. Будкера, В.И. Векслера и Я.Б. Файнберга [5–7]. В течение многих лет после этого предлагались решения в виде плазменных ускорителей на основе возбуждения плазменных волн при помощи вначале СВЧ генераторов, а затем также и высокоэнергетических релятивистских электронных пучков [8]. Такие решения позволяли создать в плазменных волнах ускоряющие электрические поля с характерным значением напряженности на уровне 0.5 MV/cm, что уже приближалось к значениям ускоряющих полей в существовавших на тот момент синхротронах.

На тот же исторический период пришелся расцвет эпохи развития лазеров, когда год от года появлялись все новые длины волн для генерации лазерных импульсов, а также шло беспрецедентное повышение мощности лазерных систем, в том числе за счет более коротких длительностей лазерных импульсов. Идея создания компактного плазменного ускорителя на основе ультракоротких лазерных импульсов впервые была предложена Т. Таджимой и Дж. Доусоном в 1979 г. [9]. В этой фундаментальной работе было показано, что ультракороткие лазерные импульсы высокой интенсивности возбуждают при определенных условиях продольные ленгмюровские волны в плазме, электрические поля в которых могут достигать значений $\sim$ GV/cm, что на несколько порядков больше, чем максимально возможные ускоряющие поля в традиционных ускорителях на основе радиочастотных резонаторов. Позже эти выводы были подтверждены более глубоким теоретическим анализом и компьютерным моделированием [10,11].

Первые экспериментальные работы по ускорению электронов кильватерными волнами в плазме, возбуждаемыми ультракороткими лазерными импульсами, которое сейчас иногда называют лазерным кильватерным ускорением (Laser WakeField Acceleration, LWFA), стали возможными после изобретения Д. Стрикленд и Ж. Мурю в 1985 г. метода усиления чирпированных лазерных импульсов [12], что позволило создавать лазерные системы невиданной ранее мощности. Уже в середине 1990-х гг. начали появляться мультитераваттные лазеры с мощностью в десятки и даже сотни TW.

Первые успешные эксперименты по кильватерному лазерному ускорению давали возможность получить электроны с энергиями до 30–40 MeV и широким, практически непрерывным, спектром [13–15]. Такие электронные пучки не представляли особенно высокой ценности для дальнейшего использования в плане генерации излучения. Однако в 2004 г. три независимые группы практически одновременно сообщили об экспериментальной генерации кильватерными волнами в плазме электронных пучков с энергией ~ 100 MeV и энергетическим разбросом на уровне $< 10\%$ [16–18], что позволило говорить о квазимоноэнергетических пучках.

Можно сказать, что с этого момента началось развитие эры компактных лазерно-плазменных ускорителей. Достижимая энергия получаемых электронных пучков быстро выросла вначале до 1 GeV [19], затем был практически десятилетний перерыв, пока значения энергии получаемых электронных пучков не достигли 2 GeV [20], а затем и 4 GeV [21]. В 2019 г. была опубликована работа [22], в которой в компактном лазерном ускорителе удалось получить электронный пучок с энергией 8 GeV при прохождении петаваттного лазерного импульса через подготовленный плазменный канал, и долгое время это был лучший результат по лазерно-плазменному ускорению электронов. Однако в 2024 г. сразу две группы сообщили о достижении энергии пучков в 10 GeV [23,24].

Параллельно с попытками повысить энергию электронных пучков, получаемых в лазерно-плазменных ускорителях, идут исследования по улучшению параметров этих генерируемых пучков электронов. В качестве желаемых характеристик электронных пучков обычно называют относительно большой заряд (на уровне от 10^{-11} до 10^{-9} C), малую расходимость пучка (от 1 до 10 mrad) и малый эмиттанс, который обычно легко достигается за счет малых ($\sim \mu\text{m}$) исходных размеров электронного пучка, но затем очень быстро ухудшается по мере распространения полученного пучка в свободном пространстве после выхода из плазмы [25]. Также высокое внимание должно уделяться воспроизводимости свойств электронного пучка, а именно максимальному сохранению его характеристик от выстрела к выстрелу. Наиболее впечатляющих успехов в этом отношении продемонстрировала команда немецкого компактного ускорителя LUX [26], которая показала стабильную генерацию электронных пучков с энергией

368 MeV и зарядом 25 pC при частоте следования 1 Hz в течение 28 h работы ускорителя [27].

В то время как в мире возникает все больше лазерных комплексов, доставляющих в экспериментальные камеры импульсы мощностью от нескольких сотен тераватт до 10 петаватт [28], существует также потребность в понимании возможностей менее мощных (~ 100 TW) лазерных систем для проведения экспериментов, в том числе по ускорению электронов кильватерными волнами в разреженной лазерной плазме.

В настоящей работе проведен согласованный расчет требований к лазерной системе невысокой мощности (менее 100 TW), позволяющей получать в компактном лазерно-плазменном ускорителе электронные пучки с энергиями порядка 0.5 GeV. Обсуждаются характеристики газоплазменной мишени для такого компактного ускорителя и области его потенциальных применений. В частности, обсуждается возможность использования комбинации такой лазерной системы с компактным лазерно-плазменным ускорителем для создания компактного лазера на свободных электронах — цели, к которой движутся в настоящее время уже около десятка научных групп по всему миру [29].

1. Уравнения метода ускорения электронов кильватерными волнами в плазме

1.1. Нормализованный вектор-потенциал электромагнитной волны лазерного поля

Первым ключевым фактором для эффективного ускорения электронов лазерным полем в плазме является релятивистская интенсивность электромагнитной волны лазера, которая определяется значением нормализованного вектор-потенциала a , выраженного в виде отношения импульса, который приобретает свободный электрон в поле лазерной волны за четверть периода ее колебаний, к импульсу $p = m_e c$:

$$a = eE_{\text{las}} / m_e c \omega_{\text{las}}. \quad (1)$$

Здесь ω_{las} — угловая частота лазерного излучения, E_{las} — максимальное значение напряженности электрического поля в лазерной волне, e и m_e — заряд и масса электрона, c — скорость света в вакууме.

Значение $a = 1$ отвечает случаю, при котором свободный электрон за четверть периода колебаний лазерной волны разгоняется из состояния покоя до импульса $m_e c$. Соответственно значение нормализованного вектор-потенциала a должно быть $a \sim 1$, чтобы лазерное поле было релятивистским. Ниже будет явно показана связь параметра a с интенсивностью лазерного поля, а также указан оптимальный диапазон значений a для эффективного ускорения электронов методом бегущей кильватерной волны в плазме.

1.2. Соотношение между длительностью лазерного импульса и плотностью плазмы

При прохождении мощного ультракороткого лазерного импульса через плазму в ней возникают продольные ленгмюровские волны [30]. В отличие от поперечных волн вектор электрического поля в таких волнах колеблется в направлении распространения волны, а частота равна плазменной частоте и зависит только от плотности плазмы n_e :

$$\omega_{pl} = \sqrt{e^2 n_e / \varepsilon_0 m_e} \approx 56 \sqrt{n_e} [\text{м}^{-3}]. \quad (2)$$

В формуле (2) плазменная частота ω_{pl} измеряется в $[\text{с}^{-1}]$, а электронная плотность выражается в количестве электронов на кубический метр.

Лазерный пучок, проходящий через плазму, представляет собой волновой пакет, движущийся с групповой скоростью, определяемой показателем преломления плазмы:

$$v_{gr\,las} = c \sqrt{1 - (\omega_{pl}/\omega_{las})^2} < c, \quad (3)$$

где ω_{las} — угловая частота лазерного излучения, c — скорость света в вакууме. Здесь подразумевается, что плазма разреженная, т. е. $\omega_{pl} < \omega_{las}$.

Проходя через плазму, ультракороткий лазерный импульс выталкивает из области интенсивного электромагнитного поля электроны в окружающую плазму под действием поперечных выталкивающих сил, чем порождает бегущую за лазерным импульсом волну сжатия и растяжения электронной плотности (рис. 1). Это и есть релятивистская волна Ленгмюра, фазовая скорость которой оказывается равна групповой скорости лазерного импульса (3), возбуждающего эту волну:

$$v_{phase\,pl} = \omega_{pl}/k_{pl} = v_{gr\,las} = c \sqrt{1 - (\omega_{pl}/\omega_{las})^2} < c. \quad (4)$$

Здесь k_{pl} — волновой вектор распространяющейся ленгмюровской волны в плазме, который связан с периодом волны классическим соотношением $k_{pl} = 2\pi/\lambda_{pl}$.

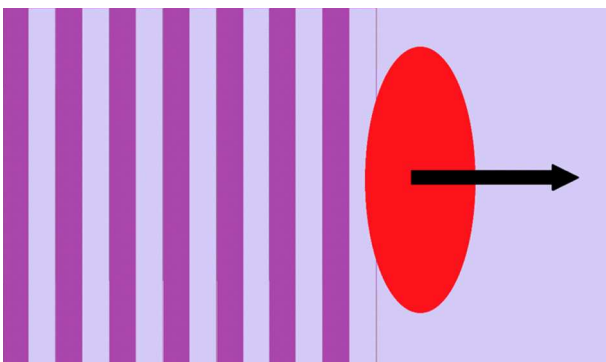


Рис. 1. Схематическая иллюстрация одномерной модели, в которой проходящий через плазму лазерный импульс возбуждает бегущую за ним ленгмюровскую волну с периодической модуляцией электронной плотности (волну сжатия и растяжения).

Такая продольная релятивистская волна, возбуждаемая лазерным импульсом и бегущая за ним, называется релятивистской кильватерной волной в разреженной плазме.

Как было показано еще Т. Таджимой и Дж. Доусоном в работе [9], для наиболее эффективного возбуждения такой кильватерной волны необходимы два условия. Первое условие — это релятивистская интенсивность лазерной волны, а второе условие говорит об оптимальном соотношении длительности лазерного импульса и периода плазменных колебаний в ленгмюровской волне, а именно, что длина лазерного импульса в оптимальном случае должна быть равной половине плазменной длины волны:

$$L_{las\,imp} = \lambda_{pl}/2 = \pi c / \omega_{pl}, \quad (5)$$

или, что тоже самое, выражение (5) должно быть верным и для соотношения длительности лазерного импульса и периода плазменных колебаний в ленгмюровской кильватерной волне:

$$\tau_{las\,imp} = T_{pl}/2 = \pi / \omega_{pl}. \quad (6)$$

В записи формул (5) и (6) принято наиболее часто встречаемое в экспериментах приближение $\omega_{pl} \ll \omega_{las}$, при котором фазовая скорость ленгмюровской волны (4) уже оказывается достаточно близка к скорости света в вакууме c , а сама рассматриваемая задача является существенно релятивистской.

Таким образом, из уравнений (2) и (6) появляется соотношение, связывающее длительность лазерного импульса, плазменную частоту и электронную плотность в плазме:

$$\tau_{las\,imp} = \pi / \omega_{pl} = \pi \sqrt{\varepsilon_0 m_e / e^2 n_e} \approx 0.56 \text{ пс} / \sqrt{n_e [10^{16} \text{ см}^{-3}]}. \quad (7)$$

Из формулы (7) видно, что при плотностях газоплазменных мишеней в диапазоне от 10^{16} до 10^{20} см^{-3} , что наиболее часто реализуется в экспериментах, для эффективного возбуждения кильватерной волны нужны субпикосекундные лазерные импульсы.

1.3. Ускоряющее поле и необходимые значения интенсивности

Как было упомянуто выше, первое важное условие, описанное в работах [9,10], говорит, что интенсивность лазерного излучения зависит от параметра a из формулы (1) и должна быть порядка или выше релятивистского порога, определяемого выражением

$$I = 2\pi^2 \varepsilon_0 m_e^2 c^5 / e^2 (a / \lambda_{las})^2 = 1.37 \cdot 10^{18} \text{ Вт/см}^2 (a / \lambda_{las} [\mu\text{м}])^2. \quad (8)$$

Значение интенсивности $1.37 \cdot 10^{18} \text{ Вт/см}^2$ из формулы (8) считается пределом, выше которого световое электромагнитное поле является релятивистским. Этот предел зависит от длины волны излучения λ_{las} , и при значении $a = 1$ соответствует случаю, когда значения

напряженности электрического поля световой волны было достаточно для того, чтобы за четверть периода колебаний разогнать свободный электрон, который изначально находился в состоянии покоя, до импульса $p = m_e c$. Соответственно при длине волны лазерного излучения $\lambda_{las} = 800 \text{ nm}$ этот релятивистский порог будет еще выше, так как интенсивность $I \propto (1/\lambda_{las})^2$. Величина параметра a из формул (1) и (8) во многом определяет характер возбуждаемой мощным лазерным импульсом кильватерной волны и физику процессов, при которых происходит захват электронов в полость и их ускорение.

Интенсивность релятивистской лазерной волны и значение нормализованного вектор-потенциала a из формул (1) и (8) определяет то, насколько быстро и эффективно электроны будут под воздействием пондеромоторных сил удаляться из той области пространства, через которую проходит лазерный импульс (рис. 2). Соответственно от этого будет зависеть и глубина модуляции электронной плотности в следующей за фемтосекундным лазерным импульсом релятивистской кильватерной волне.

Еще работы [9,10] показали, что эффективное ускорение электронов возможно при глубокой модуляции электронной плотности в релятивистской кильватерной волне в разреженной плазме, так как глубина модуляции электронной плотности напрямую связана с отношением реального ускоряющего поля и теоретически возможного. Это можно проиллюстрировать на примере взаимодействия слабoreлятивистских лазерных импульсов ($a < 1$) с разреженной плазмой (рис. 3). При $a < 1$ возмущение электронной плотности в одномерной бегущей кильватерной волне можно считать гармоническим:

$$\delta n_e(x, t) = -\delta n_{e_max} \cos(k_{pl}x - \omega_{pl}t). \quad (9)$$

Подставляя зависимость (9) в обычное уравнение Пуассона для электрического поля $\Delta\phi = -\nabla E = -\rho_e/\epsilon_0 = -\delta n_e e/\epsilon_0$, получаем после

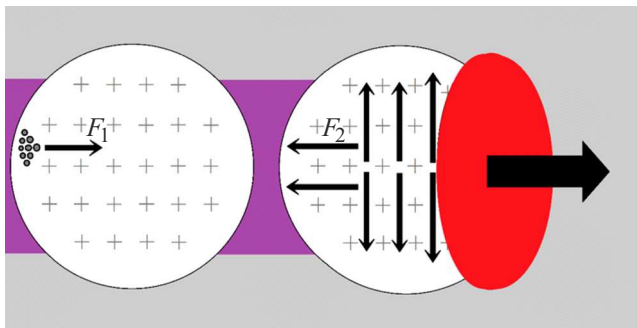


Рис. 2. Иллюстрация трехмерной модели, в которой фемтосекундный лазерный импульс порождает пондеромоторную силу F_2 , выталкивающую электроны из области высокой интенсивности лазерного поля, вследствие чего образуется ионная полость. F_1 обозначает силу, ускоряющую электронный пучок, захваченный внутри ионной полости.

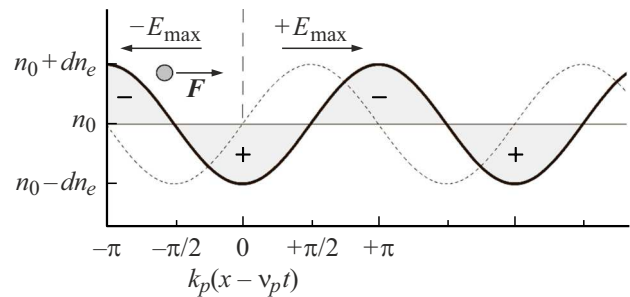


Рис. 3. Зависимость электронной плотности (сплошная линия) и продольного ускоряющего электрического поля (пунктирная линия) в гармонической кильватерной волне, возбуждаемой слабoreлятивистским лазерным импульсом с $a < 1$. Зависимости приведены от нормированной бегущей координаты $k_{pl}(x - v_{phase} \cdot pt)$, где за отметку 0 принята точка, в которой продольное электрическое поле меняет знак с „–“ на „+“.

интегрирования выражение

$$\begin{aligned} \delta E(x, t) &= (\delta n_{e_max} e / \epsilon_0 k_{pl}) \sin(k_{pl}x - \omega_{pl}t) \\ &= E_{max} \alpha \sin(k_{pl}x - \omega_{pl}t). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь E_{max} — максимальное ускоряющее продольное поле, а коэффициент $\alpha = \delta n_{e_max}/n_e$ — глубина модуляции электронной плотности кильватерной волны, которая зависит от нормализованного вектор-потенциала a лазерного поля. Уравнение (10) показывает, что поведение продольного ускоряющего поля в слабoreлятивистском случае будет также иметь гармонический характер (рис. 3), а значение E_{max} находится по следующей формуле:

$$E_{max} = m_e c \omega_{pl} / e \approx 0.96 \text{ V/cm} \sqrt{n_e [\text{cm}^{-3}]}. \quad (11)$$

Здесь было использовано соотношение $k_{pl} = \omega_{pl}/c$ и выражение (2).

Из формулы (11) сразу видно, что при значении электронной плотности плазмы порядка $n_e = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ напряженность продольного ускоряющего поля может достигать значений $\sim \text{GV/cm}$ при глубине модуляции электронной плотности $\alpha \approx 1$. Отметим, что даже глубины модуляции $\alpha = 0.1$ в плазме с плотностью $n_e = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ достаточно, чтобы получить пиковую напряженность ускоряющего поля на уровне 0.3 GV/cm .

При более высоких значениях нормализованного вектор-потенциала лазерного поля $a > 1.5$ взаимодействие фемтосекундного лазерного импульса с разреженной плазмой становится существенно более нелинейным, что изменяет форму зависимости ускоряющего продольного поля от координаты и времени $\delta E(x, t)$, которая в отличие от выражения (10) теперь уже перестает быть гармонической. Однако при значениях $a > 2$ удастся получить более глубокую модуляцию электронной плотности [31], что позволяет достигать ускоряющих полей, близких к максимальному значению (11).

Если подставить значение нормализованного вектор-потенциала лазерного поля $a = 2$ в формулу (8), то получим для лазерного излучения с длиной волны $\lambda_{las} = 800 \text{ nm}$ характерное значение требуемой интенсивности сфокусированного лазерного импульса:

$$I = 1.37 \cdot 10^{18} \text{ W/cm}^2 (a/\lambda_{las} [\mu\text{m}])^2 \approx 8.6 \cdot 10^{18} \text{ W/cm}^2. \quad (12)$$

Чтобы обеспечить такую интенсивность лазерного излучения в фокусе, обычно приходится собирать фокусирующую систему, способную дать перетяжку с диаметром фокального пятна в районе $d \sim 20 \mu\text{m}$ по полной ширине на полувысоте (FWHM), и при этом обладающую хорошим профилем пучка. Результаты расчетов и моделирования [31] показывают, что в одном из наиболее оптимальных вариантов согласованного набора параметров для лазерно-плазменного ускорения электронов нужно, чтобы диаметр фокального пятна, в которое фокусируются возбуждающие кильватерную волну фемтосекундные лазерные импульсы, был близок к значению плазменной длины волны ленгмюровских волн:

$$d \approx \lambda_{pl} = 2\pi c/\omega_{pl} \approx 33 \mu\text{m} / \sqrt{n_e [10^{18} \text{ cm}^{-3}]}. \quad (13)$$

Отметим, что необходимое значение мощности лазерной системы зависит от выбранного значения электронной плотности плазмы по закону

$$P = I\pi d^2/4 \approx 7.4 \cdot 10^{13} \text{ W} / n_e [10^{18} \text{ cm}^{-3}]. \quad (14)$$

Если сделать первичную оценку необходимой мощности лазерной системы, зная значения выражений (12) и (13) для электронной плотности плазмы $n_e = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, то получим из (14) необходимую мощность лазера на уровне $P = 7 \cdot 10^{13} \text{ W} = 70 \text{ TW}$.

1.4. Максимальная энергия пучка

По аналогии с обычной релятивистской механикой в физике лазерно-плазменных ускорителей на основе бегущей кильватерной волны вводятся два важных параметра:

$$\gamma_{pl} = \omega_{las}/\omega_{pl}, \quad \beta_{pl} = \sqrt{1 - (1/\gamma_{pl})^2}. \quad (15)$$

Чтобы убедиться в корректности аналогии, достаточно подставить формулы (15) в (3) и (4), после чего получить классические выражения

$$\gamma_{pl} = 1 / \sqrt{1 - (v_{phase\ pl}/c)^2}$$

и

$$\beta_{pl} = v_{phase\ pl}/c = v_{gr\ las}/c.$$

Имея в руках выражения параметров (15), можно получить значения предельной максимальной энергии электронного пучка, ускоренного в кильватерной волне,

следуя простой формуле из [9,10] и учитывая, что в большинстве случаев $\beta_{pl} \approx 1$:

$$W_{\max} = 2\beta_{pl}\gamma_{pl}^2 m_e c^2 \approx 2\gamma_{pl}^2 m_e c^2. \quad (16)$$

Формула (16) будет служить основой нашего расчета, так как она дает значение максимально возможной энергии электронного пучка, ускоренного при оптимальных параметрах лазерной системы при заданном значении коэффициента γ_{pl} , который по формуле (15) определяется из соотношения плазменной частоты и частоты колебаний светового поля в лазерной волне, а значит, зависит исключительно от двух параметров — средней электронной плотности в плазме и длины волны лазерного излучения.

1.5. Оптимальная длина ускорения

Тем не менее, чтобы получить в реальном эксперименте значения энергии пучка электронов на уровне значений (16), необходимо обеспечить соблюдение оптимальных условий ускорения на макроскопических длинах порядка нескольких миллиметров или даже сантиметров, в зависимости от средней плотности плазмы [9,10].

Первичную оценку необходимой минимальной длины ускорения можно получить простым делением формулы (16) на $eE_{\max}$ из выражения (11):

$$l_{\text{accel min}} = W_{\max}/eE_{\max} = 2\gamma_{pl}^2 c/\omega_{pl}. \quad (17)$$

Формула (17) сразу дает возможность увидеть, насколько быстро растет длина ускорения с повышением максимальной энергии электронного пучка: и $W_{\max}$, и l_{accel} возрастают пропорционально γ_{pl}^2 .

Из рис. 3 видно, что в области пониженной электронной плотности в бегущей за фемтосекундным лазерным импульсом кильватерной волне присутствуют две разные фазы: фаза ускорения, где продольное электрическое поле направлено против движения лазерного импульса, и фаза замедления, где продольное электрическое поле направлено вдоль направления распространения лазерного импульса. В первой фазе захваченный электронный пучок ускоряется, а во второй замедляется. Если нарисовать подробную фазовую диаграмму зависимости энергии электронного пучка от его положения внутри ускоряющей полости [32,33], то будет видно, что фазовые траектории электронов будут замкнутыми: вначале электронный пучок разгоняется и понемногу начинает обгонять бегущую за лазерным импульсом кильватерную волну, затем проходит точку, в которой продольное электрическое поле меняет знак, и далее пучок уже начинает замедляться (рис. 4). Наибольшую энергию электронный пучок будет иметь именно после момента прохождения точки нулевого ускоряющего поля, соответствующего точке 0 на рис. 4. Если подобрать длину плазменной среды так, чтобы время прохождения лазерного импульса через нее было равно времени ускорения от энергии захвата электронов в разреженную область

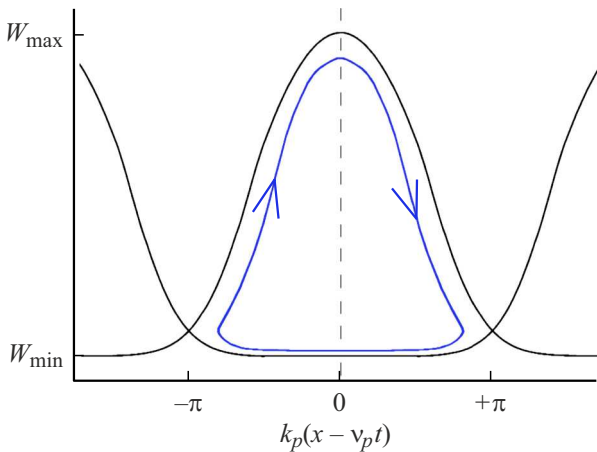


Рис. 4. Фазовая траектория захваченного в ионную плотность электронного пучка. Фазовые траектории частиц являются замкнутыми и находятся в области, ограниченной сепаратрисами. Покуда электроны находятся в области $k_{pl}(x - v_{phase\ pl}t) < 0$, пучок ускоряется, а после прохождения точки 0 и приобретения максимальной энергии, не превышающей максимального теоретического значения W_{max} , начинается замедление.

до W_{max} (16), то такая протяженность плазменной среды может считаться оптимальной длиной ускорения. Эта длина называется длиной дефазировки и записывается в виде:

$$l_{accel\ optim} = l_{dephas} = \gamma_{pl}^2 \lambda_{pl}. \quad (18)$$

Если подставить значение электронной плотности $n_e = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ в (13) и (15), то получим значение длины дефазировки (18) на уровне 60 mm. Это достаточно много, и для того чтобы экспериментально реализовать такую большую длину ускорения, нужно будет выполнить условие самофокусировки лазерного импульса, чтобы обеспечить его распространение в канале с пониженной электронной плотностью на большие расстояния порядка 1 cm и более. При этом из теории релятивистской самофокусировки возникает дополнительное ограничение на мощность лазерного импульса [34]:

$$P_{\min} = P_{self-focus} = \gamma_{pl}^2 2m_e^2 c^5 / e^2 \approx \gamma_{pl}^2 \cdot 17.4 \text{ GW}. \quad (19)$$

При электронной плотности $n_e = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ выражение (19) дает значение 30 TW, что является необходимым минимумом для создания самофокусирующего канала для распространения лазерного импульса в плазменной среде при данной плотности без использования дополнительных лазерных импульсов, подготавливающих плазменную среду.

Здесь необходимо отметить два аспекта. Во-первых, значение мощности (19) для самофокусировки лазерного импульса в плазме обратно пропорционально электронной плотности плазмы $P_{\min} \propto 1/n_e$, поэтому для уменьшения $P_{\min}$ можно просто повысить электронную

плотность (однако следует помнить, что при этом также уменьшится как значение W_{max} (16), так и значение (18) для длины дефазировки l_{dephas}). Во-вторых, на современных установках никогда не работают в условиях $P \approx P_{\min} = P_{self-focus}$, так как из-за флуктуаций параметров лазерного импульса можно очень быстро потерять условие самофокусировки, необходимое для эффективного ускорения электронного пучка, так что обычно используют соотношение [35,36], которого будем придерживаться и мы:

$$P = (3 - 5)P_{self-focus} \approx (3 - 5)\gamma_{pl}^2 \cdot 17.4 \text{ GW}. \quad (20)$$

Последнее ограничение на длину плазменной среды, необходимой для ускорения захваченного электронного пучка, связано с длиной, на которой лазерный импульс теряет достаточно энергии, чтобы перестать эффективно возбуждать кильватерную волну. Эта длина называется длиной истощения лазерного импульса и рассчитывается по формуле [32,37]:

$$l_{depl\ las} = \gamma_{pl}^2 \cdot c \tau_{las}. \quad (21)$$

Видно, что при выполнении соотношения (6) длина истощения лазерного пучка, рассчитываемая по формуле (21), будет в два раза меньше, чем длина дефазировки (18). Таким образом, из-за ограничения (21) не получится достичь в реальном эксперименте энергий пучка W_{max} из формулы (16), но можно получить до 60–70 % от этого значения.

2. Расчет параметров лазерной системы не слишком большой мощности

Исходя из описанного в предыдущем разделе, попробуем собрать и свести все необходимые требования к лазеру и экспериментальной системе в общем виде в таблице. Для начала выберем рабочую область значений электронной плотности n_e . С одной стороны, как было показано выше, значение $n_e = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ приводит к относительно высокому значению $P_{self-focus}$ из (19), равному 30 TW, что, согласно требованию (20), накладывает на лазерную систему ограничение $P > 90 \text{ TW}$. А так как $P_{\min} \propto 1/n_e$, более низкую плотность плазмы рассматривать для нашей задачи нецелесообразно.

Следующим шагом ограничим сверху диапазон интересующих нас значений n_e . Для этого построим зависимость W_{max} (16) от электронной плотности n_e (рис. 5) и договоримся, что нам интересны пучки электронов с энергией $W_{max} > 200 \text{ MeV}$. Тогда область интересующих нас плотностей электронов в плазме будет соответствовать закрашенной области на рис. 5. При этом интересующие значения плотности n_e должны удовлетворять соотношению $10^{18} < n_e < 8.8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, или $n_e \sim 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

Расчет параметров эксперимента по ускорению электронов кильватерной волной на лазерной системе мощностью менее 100 TW

Параметр, единицы измерения	Целевое значение	Формула	Результат расчета
Длительность $\tau_{las\ imp}$, fs	> 30	—	40
Оптимальная электронная плотность n_{e_opt} , cm^{-3}	$\sim 10^{18}$	$(56\text{ fs}/\tau_{las\ imp})^2 \cdot 10^{18}$	$1.9 \cdot 10^{18}$
ω_{pl} , s^{-1}	$< 2.4 \cdot 10^{14}$	$56\sqrt{n_e[\text{m}^{-3}]}$	$7.7 \cdot 10^{13}$
γ_{pl}	> 20	ω_{las}/ω_{pl}	30.5
$W_{\max}$ (теор.), MeV	> 400	$2\gamma_{pl}^2 \cdot m_e c^2$	930
$E_{\max}$, GV/cm	> 1	$m_e c \omega_{pl}/e$	1.3
λ_{pl} , μm	~ 20	$2\pi c/\omega_{pl}$	24.4
Минимальная мощность самофокусировки $P_{self-focus}$, TW	< 20	$\gamma_{pl}^2 2m_e^2 c^5/e^2$	15.8
Мощность лазера P , TW	< 100	$4P_{self-focus}$	63
Интенсивность излучения в фокусе I , W/cm^2	$> 8.6 \cdot 10^{18}$	$4P/\pi d^2$	$1.2 \cdot 10^{19}$
Нормализованный вектор-потенциал a	> 2	$\sqrt{I/I_{rel}}$	2.4
Длина дефазировки l_{dephas} , mm	~ 10	$\gamma_{pl}^2 \cdot \lambda_{pl}$	22.7
Длина истощения лазера $l_{depl\ las}$, mm	~ 10	$\gamma_{pl}^2 \cdot c\tau_{las}$	11
Длина ускорения l_{accel} , mm	~ 10	$\min\{l_{dephas}, l_{depl\ las}\}$	11

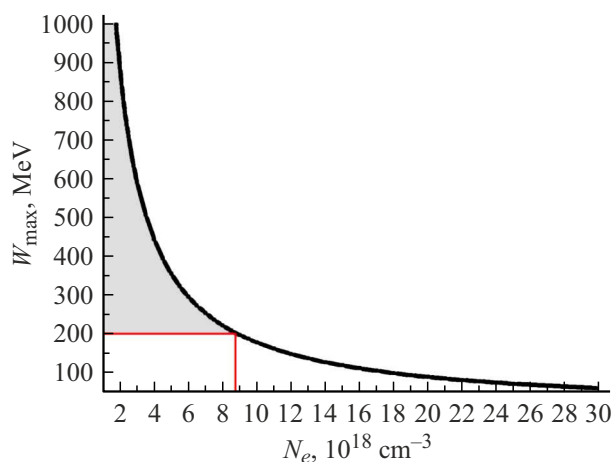


Рис. 5. Зависимость максимально возможного теоретического значения энергии ускоренного пучка $W_{\max}$ от электронной плотности плазмы. Закрашенная область соответствует диапазону значений n_e , при которых $W_{\max} > 200$ MeV, а необходимая требуемая мощность фемтосекундной лазерной системы еще не превышает 100 TW.

Далее ограничим длину плазменной среды каким-нибудь разумным значением, достаточно легко реализуемым в современных экспериментах. Во многих современных экспериментальных работах по ускорению электронных пучков кильватерными волнами используются газовые сопла либо газовые капиллярные ячейки с длиной плазменного канала порядка 1 см. Поэтому и мы возьмем за референс значение $l_{accel} \sim 1$ см.

В качестве длины волны излучения лазера возьмем длину волны $\lambda_{las} = 800$ nm, характерную для Ti:Sa-лазерных систем. Тогда значение лазерной частоты будет равно $\omega_{las} = 2\pi c/\lambda_{las} = 2.36 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$. Отношение $\gamma_{pl} = \omega_{las}/\omega_{pl} \approx \lambda_{pl}/\lambda_{las}$ из (15) нам требуется как можно выше, желательно $\gamma_{pl} > 20$, что усиливает ограничение на n_e и устанавливает новую верхнюю границу электронной плотности: $n_e < 4.4 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. При этом $W_{\max}$, рассчитанное по формуле (16), становится выше: $W_{\max} > 400$ MeV.

Так как итоговая длина ускорения электронного пучка будет определяться тремя факторами (наличием самофокусировки, длиной дефазировки (18) и длиной истощения лазерного импульса (21) в плазменной среде), имеет смысл взять достаточно большую длительность лазерного импульса. Возьмем для расчета $\tau_{las\ imp} = 40$ fs. В качестве остальных параметров эксперимента запишем во вторую колонку таблицы требование на $E_{\max}$ из (11): $E_{\max} > 1$ GV/cm, после чего допишем пожелание к мощности лазерной системы: $P < 100$ TW.

Теперь перейдем к расчету согласованной электронной плотности, выразив n_e из (6) и (7) при $\tau_{las\ imp} = 40$ fs. Получим значение $n_{e_opt} = 1.9 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Это значение соответствует значению $\gamma_{pl} = 30.5$, откуда по формуле (16) получаем $W_{\max} = 930$ MeV. Подстановка n_{e_opt} в формулу (11) дает значение $E_{\max} = 1.3$ GV/cm, что соответствует заявленным требованиям.

Следующим шагом нужно обеспечить выполнение условия самофокусировки лазерного импульса в плазме согласно условию (20). Подставляя значение $\gamma_{pl} = 30.5$

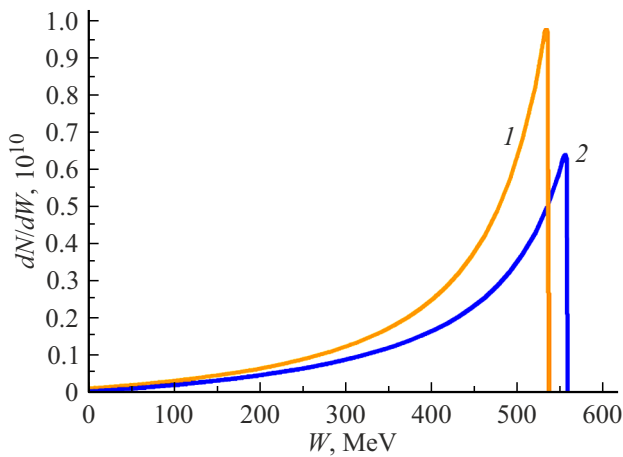


Рис. 6. Теоретически рассчитанные спектры распределения числа частиц по энергиям, полученные в моделировании ускорения электронов кильватерной волной при прохождении лазерного импульса ($\tau_{las\ imp} = 40$ fs, $a = 2.4$) через разреженную плазму со средней плотностью $n_{e\ opt} = 1.9 \cdot 10^{18}$ см $^{-3}$. Кривая 1 соответствует общему заряду захваченного пучка на уровне 15 pC, кривая 2 — 10 pC.

в формулу (19), получим минимальную необходимую мощность лазерной системы для выполнения условия самофокусировки $P_{self-focus} = 15.8$ TW. Тогда, согласно формуле (20), нам необходимо иметь лазерную систему мощностью $P \approx 4P_{self-focus} \approx 63$ TW.

Теперь проверим, что интенсивность лазерного излучения в фокусе превышает значение (12) при мощности лазерной системы на уровне 60 TW. Взяв диаметр пятна фокусировки равным λ_{pl} , согласно (13), получим из выражения (14), что интенсивность в фокусе будет равна $\approx 1.2 \cdot 10^{19}$ W/cm 2 , что превышает значение $8.6 \cdot 10^{18}$ W/cm 2 из (12). При этом нормализованный вектор-потенциал a , определенный из выражений (1) и (8), будет равен 2.4.

Что касается общей длины ускорения, то она будет определяться минимальным из значений длины дефазировки l_{dephas} (18) и длины истощения лазерного импульса $l_{depl\ las}$ (21). В случае наших параметров расчета длина дефазировки l_{dephas} равна 22.7 mm, а длина истощения лазерного импульса $l_{depl\ las}$ равна 11 mm. Это позволяет собрать компактный лазерно-плазменный ускоритель на релятивистских кильватерных волнах с характерной длиной плазменного канала, равной 11 mm, что соответствует референсному значению $l_{accel} \sim 1$ cm.

Необходимая геометрия для подобных экспериментов реализуется, в частности, при использовании газонаполненных капилляров, как в работах [19–22, 26]. Процессы установления необходимого профиля плотности перед прохождением фемтосекундного лазерного импульса через газовую среду в капилляре также активно моделируются [38].

Вследствие того, что в рассчитанном наборе параметров, приведенном в таблице, выполняется со-

отношение $l_{depl\ las} < l_{dephas}$, в реальности не удастся достичь тех значений W_{max} , которые рассчитываются по формуле (16). Однако моделирование подтверждает, что реально достижимые значения энергии ускоренных электронных пучков могут быть довольно высоки и составлять до 60–70 % от максимальных теоретических значений [39]. Примеры спектров электронов, получаемых на выходе из ускоряющего канала длиной 11 mm при рассчитанных параметрах эксперимента, приведены на рис. 6.

Кривые, приведенные на рис. 6, были рассчитаны по формулам для одномерной модели из [32]. Такой вид спектров определяется тем, что разные электроны из пучка захватываются в ускоряющую полость в разные моменты времени, с различной энергией и в разной фазе. Соответственно они попадают на разные фазовые траектории (рис. 4). При этом возникает ситуация, при которой основная масса электронов пучка достигает максимальной энергии, соответствующей их фазовой траектории, в то время как часть окружающих электронов уже перешла в фазу замедления и обладает энергией меньше максимума, а еще часть электронов не успела за время нахождения в ускоряющей полости разогнаться до максимальных энергий. При этом чем выше суммарный заряд у захваченных электронов, тем сильнее этот заряд влияет на продольное ускоряющее поле, что снижает эффективность ускорения и максимальную энергию ускоренного пучка.

Следует отметить, что лазерные системы мощностью ~ 100 TW используются для лазерного ускорения электронов в нескольких лабораториях мира. В качестве примера можно назвать SIOM в Китае, где лазерная система мощностью 200 TW продуцировала в компактном лазерно-плазменном ускорителе вначале электронные пучки с энергией 580 MeV, а затем вышла на генерацию пучков с энергиями в диапазоне 780–840 MeV и относительным разбросом по энергии в пучке на уровне 0.2–0.4 % [29]. В Германии в настоящий момент работает экспериментальная установка LUX, в которой лазерная система Angus мощностью 69 TW используется для генерации электронных пучков с энергией 258 MeV и относительным разбросом по энергии на уровне 0.7 % [26, 27]. Еще одним примером служит лаборатория COXINEL во Франции, где лазер мощностью 50 TW продуцирует электроны с энергией 250 MeV, а проект рассчитан на генерацию электронных пучков с энергиями до 400 MeV [29]. Теоретические расчеты и результаты моделирования показывают, что правильный выбор газовой мишени может позволить получать электронные пучки с энергиями 500–600 MeV с использованием лазерных систем мощностью порядка 50 TW [39]. В России электронные пучки с энергиями около 0.5 GeV были получены на лазерном комплексе PEARL в Нижнем Новгороде [40–42], однако этот комплекс более мощный, чем лазерные системы, рассматриваемые в настоящей работе.

Приведенные данные показывают, что мультитераваттные системы не слишком большой мощности (~ 100 TW) могут успешно использоваться для создания электронных пучков с энергиями порядка 0.5 GeV и относительно небольшим разбросом по энергии. Многие из названных лабораторий преследуют амбициозную цель создать компактный ЛСЭ с использованием лазерно-плазменного ускорителя на кильватерных волнах в разреженной плазме. Расчеты показывают, что в зависимости от выбранного ондулятора можно будет получить яркость мягкого рентгеновского излучения на уровне 10^{21} photon/mrad²/mm² в 0.1% ширину спектрального диапазона для некогерентного излучения [43], и до 10^{29} photon/mrad²/mm² в 0.1% ширину спектрального диапазона для когерентного МР излучения [44].

Заключение

В работе проведен самосогласованный расчет параметров лазерной системы относительно небольшой мощности (~ 100 TW), позволяющей продуцировать электронные пучки с энергией порядка 0.5 GeV методом ускорения релятивистскими кильватерными волнами в компактном лазерно-плазменном ускорителе. Показано, что для лазерных импульсов длительностью 40 fs при оптимальном значении электронной плотности $1.9 \cdot 10^{18}$ cm⁻³ параметр эксперимента γ_{pl} составляет 30.5 , а релятивистская самофокусировка в плазме наступает при мощности лазера $P_{self-focus} = 15.8$ TW. Имея в виду четырехкратный запас по мощности, продемонстрировано, что лазерная система мощностью 63 TW способна продуцировать в компактном газоплазменном ускорителе электронные пучки с энергиями ~ 550 MeV на длине ускорения 11 mm, при этом значение максимальной теоретически достижимой энергии электронного пучка при рассчитанных параметрах эксперимента составляет 930 MeV. Сравнение полученных результатов с данными из различных экспериментов на лазерных системах сопоставимой мощности дает основание полагать, что проведенный расчет может быть полезным для создания ЛСЭ мягкого рентгеновского диапазона на основе компактного лазерно-плазменного ускорителя с использованием лазерной системы не слишком большой мощности.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] A.V. Bukhtiyarov, V.I. Bukhtiyarov, A.D. Nikolenko, I.P. Prosvirin, R.I. Kvon, O.E. Tereshchenko. AIP Conf. Proc., **2299**, 060003 (2020). DOI: 10.1063/5.0030740
- [2] P.G. O'Shea, H.P. Freund. Science, **292** (5523), 1853 (2001). DOI: 10.1126/science.1055718
- [3] И.М. Тернов. УФН, **165** (4), 429 (1995). DOI: 10.3367/UFNr.0165.199504c.0429 [I.M. Ternov. Phys.-Usp., **38** (4), 409 (1995). DOI: 10.1070/PU1995v038n04ABEH000082]
- [4] C. Danson, D. Hillier, N. Hopps, D. Neely. High Power Laser Sci. Eng., **3**, e3 (2015). DOI: 10.1017/hpl.2014.52
- [5] G.J. Budker. In: *CERN Symposium on High Energy Accelerators and Pion Physics*, ed. by E. Regenstreif (Geneva, CERN, 1956), v. 1, p. 68. DOI: 10.5170/CERN-1956-025
- [6] V.I. Veksler. In: *CERN Symposium on High Energy Accelerators and Pion Physics*, ed. by E. Regenstreif (Geneva, CERN, 1956), v. 1, p. 80. DOI: 10.5170/CERN-1956-025
- [7] I.B. Fainberg. In: *CERN Symposium on High Energy Accelerators and Pion Physics*, ed. by E. Regenstreif (Geneva, CERN, 1956), v. 1, p. 84. DOI: 10.5170/CERN-1956-025
- [8] Я.Б. Файнберг. *Владимир Иосифович Векслер* (ОИЯИ, Дубна, 2003)
- [9] T. Tajima, J.M. Dawson. Phys. Rev. Lett., **43**, 267 (1979). DOI: 10.1103/PhysRevLett.43.267
- [10] E. Esarey, C.B. Schroeder, W.P. Leemans. Rev. Mod. Phys., **81** (3), 1229 (2009). DOI: 10.1103/RevModPhys.81.1229
- [11] A. Pukhov, J. Meyer-ter-Vehn. Appl. Phys. B, **74** (4-5), 355 (2002). DOI: 10.1007/s003400200795
- [12] D. Strickland, G. Mourou. Opt. Commun., **56** (3), 219 (1985). DOI: 10.1016/0030-4018(85)90120-8
- [13] A. Modena, Z. Najmudin, A.E. Dangor, C.E. Clayton, K.A. Marsh, C. Joshi, V. Malka, C.B. Darrow, C. Danson, D. Neely, F.N. Walsh. Nature, **377**, 606 (1995). DOI: 10.1038/377606a0
- [14] F. Amiranoff, S. Baton, D. Bernard, B. Cros, D. Descamps, F. Dorchies, F. Jacquet, V. Malka, J.R. Marqués, G. Matthieussent, P. Miné, A. Modena, P. Mora, J. Morillo, Z. Najmudin. Phys. Rev. Lett., **81** (5), 995 (1998). DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.995
- [15] V. Malka, S. Fritzler, E. Lefebvre, M.-M. Aleonard, F. Burgy, J.-P. Chambaret, J.-F. Chemin, K. Krushelnick, G. Malka, S.P.D. Mangles, Z. Najmudin, M. Pittman, J.-P. Rousseau, J.-N. Scheurer, B. Walton, A.E. Dangor. Science, **298** (5598), 1596 (2002). DOI: 10.1126/science.1076782
- [16] S.P.D. Mangles, C.D. Murphy, Z. Najmudin, A.G.R. Thomas, J.L. Collier, A.E. Dangor, E.J. Divall, P.S. Foster, J.G. Gallacher, C.J. Hooker, D.A. Jaroszynski, A.J. Langley, W.B. Mori, P.A. Norreys, F.S. Tsung, R. Viskup, B.R. Walton, K. Krushelnick. Nature, **431**, 535 (2004). DOI: 10.1038/nature02939
- [17] C.G.R. Geddes, Cs. Toth, J. van Tilborg, E. Esarey, C.B. Schroeder, D. Bruhwiler, C. Nieter, J. Cary, W.P. Leemans. Nature, **431**, 538 (2004). DOI: 10.1038/nature02900
- [18] J. Faure, Y. Glinec, A. Pukhov, S. Kiselev, S. Gordienko, E. Lefebvre, J.-P. Rousseau, F. Burgy, V. Malka. Nature, **431**, 541 (2004). DOI: 10.1038/nature02963
- [19] W.P. Leemans, B. Nagler, A.J. Gonsalves, Cs. Tóth, K. Nakamura, C.G.R. Geddes, E. Esarey, C.B. Schroeder, S.M. Hooker. Nat. Phys., **2**, 696 (2006). DOI: 10.1038/nphys418
- [20] X. Wang, R. Zgadzaj, N. Fazel, Zh. Li, S.A. Yi, X. Zhang, W. Henderson, Y.-Y. Chang, R. Korzekwa, H.-E. Tsai, C.-H. Pai, H. Quevedo, G. Dyer, E. Gaul, M. Martinez, A.C. Bernstein, T. Borger, M. Spinks, M. Donovan, V. Khudik, G. Shvets, T. Ditmire, M.C. Downer. Nat. Commun., **4**, 1988 (2013). DOI: 10.1038/ncomms2988

- [21] W.P. Leemans, A.J. Gonsalves, H.-S. Mao, K. Nakamura, C. Benedetti, C.B. Schroeder, C. Tóth, J. Daniels, D.E. Mittelberger, S.S. Bulanov, J.-L. Vay, C.G.R. Geddes, E. Esarey. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 245002 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.245002
- [22] A.J. Gonsalves, K. Nakamura, J. Daniels, C. Benedetti, C. Pieronek, T.C.H. de Raadt, S. Steinke, J.H. Bin, S.S. Bulanov, J. van Tilborg, C.G.R. Geddes, C.B. Schroeder, C. Tóth, E. Esarey, K. Swanson, L. Fan-Chiang, G. Bagdasarov, N. Bobrova, V. Gasilov, G. Korn, P. Sasorov, W.P. Leemans. *Phys. Rev. Lett.*, **122**, 084801 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevLett.122.084801
- [23] C. Aniculaesei, Th. Ha, S. Yoffe, L. Labun, S. Milton, E. McCary, M.M. Spinks, H.J. Quevedo, O.Z. Labun, R. Sain, A. Hannasch, R. Zgadzaj, I. Pagano, J.A. Franco-Altamirano, M.L. Ringuette, E. Gaul, S.V. Luedtke, G. Tiwari, B. Ersfeld, E. Brunetti, H. Ruhl, T. Ditmire, S. Bruce, M.E. Donovan, M.C. Downer, D.A. Jaroszynski, B.M. Hegelich. *Matter Radiat. Extremes*, **9**, 014001 (2024). DOI: 10.1063/5.0161687
- [24] A. Picksley, J. Stackhouse, C. Benedetti, K. Nakamura, H.E. Tsai, R. Li, B. Miao, J.E. Shrock, E. Rockafellow, H.M. Milchberg, C.B. Schroeder, J. van Tilborg, E. Esarey, C.G.R. Geddes, A.J. Gonsalves. *Phys. Rev. Lett.*, **133**, 255001 (2024). DOI: 10.1103/PhysRevLett.133.255001
- [25] M. Migliorati, A. Bacci, C. Benedetti, E. Chiadroni, M. Ferrario, A. Mostacci, L. Palumbo, A.R. Rossi, L. Serafini, P. Antici. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, **16** (1), 011302 (2013). DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.16.011302
- [26] N. Delbos, C. Werle, I. Dornmair, T. Eichner, L. Hübner, S. Jalas, S.W. Jolly, M. Kirchen, V. Leroux, P. Messner, M. Schnepf, M. Trunk, P.A. Walker, P. Winkler, A.R. Maier. *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A*, **909**, 318 (2018). DOI: 10.1016/j.nima.2018.01.082
- [27] A.R. Maier, N.M. Delbos, T. Eichner, L. Hübner, S. Jalas, L. Jeppe, S.W. Jolly, M. Kirchen, V. Leroux, P. Messner, M. Schnepf, M. Trunk, P.A. Walker, C. Werle, P. Winkler. *Phys. Rev. X*, **10**, 031039 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevX.10.031039
- [28] C.N. Danson, C. Haefner, J. Bromage, Th. Butcher, J.-Ch.F. Chanteloup, E.A. Chowdhury, A. Galvanauskas, L.A. Gizzi, J. Hein, D.I. Hillier. *High Power Laser Sci. Eng.*, **7**, e54 (2019). DOI: 10.1017/hpl.2019.36
- [29] C. Emma, J. Van Tilborg, R. Assmann, S. Barber, A. Cianchi, S. Corde, M.E. Couprie, R. D'Arcy, M. Ferrario, A.F. Habib. *High Power Laser Sci. Eng.*, **9**, e57 (2021). DOI: 10.1017/hpl.2021.39
- [30] L. Tonks, I. Langmuir. *Phys. Rev.*, **33**, 195 (1929).
- [31] A. Pukhov, S. Gordienko, S. Kiselev, I. Kostyukov. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **46**, B179 (2004). DOI: 10.1088/0741-3335/46/12B/016
- [32] S.V. Bulanov, T.Zh. Esirkepov, Y. Hayashi, H. Kiriya, J.K. Koga, H. Kotaki, M. Mori, M. Kando. *J. Plasma Phys.*, **82** (3), 905820308 (2016). DOI: 10.1017/S0022377816000623
- [33] V. Malka. In: *Proc of the CAS-CERN Accelerator School: Plasma Wake Acceleration*, ed. by B. Holzer (Geneva, CERN, 2016), v. 1, p. 1. DOI: 10.5170/CERN-2016-001.1
- [34] G.-Zh. Sun, E. Ott, Y.C. Lee, P. Guzdar. *Phys. Fluids*, **30** (2), 526 (1987). DOI: 10.1063/1.866349
- [35] D.H. Froula, C.E. Clayton, T. Döppner, K.A. Marsh, C.P.J. Barty, L. Divol, R.A. Fonseca, S.H. Glenzer, C. Joshi, W. Lu, S.F. Martins, P. Michel, W.B. Mori, J.P. Palastro, B.B. Pollock, A. Pak, J.E. Ralph, J.S. Ross, C.W. Siders, L.O. Silva, T. Wang. *Phys. Rev. Lett.*, **103**, 215006 (2009). DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.215006
- [36] K. Nakajima, A. Deng, X. Zhang, B. Shen, J. Liu, R. Li, Zh. Xu, T. Ostermayr, S. Petrovics, C. Klier, K. Iqbal, H. Ruhl, T. Tajima. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, **14**, 091301 (2011). DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.14.091301
- [37] W. Lu, M. Tzoufras, C. Joshi, F.S. Tsung, W.B. Mori, J. Vieira, R.A. Fonseca, L.O. Silva. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, **10**, 061301 (2007). DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.10.061301
- [38] G.A. Bagdasarov, K.O. Kruchinin, A.Yu. Molodtsozhentsev, P.V. Sasorov, S.V. Bulanov, V.A. Gasilov. *Phys. Rev. Research*, **4**, 013063 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevResearch.4.013063
- [39] S. Maity, A. Mondal, E. Vishnyakov, A. Molodtsozhentsev. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **66**, 035012 (2024). DOI: 10.1088/1361-6587/ad238e
- [40] A.A. Soloviev, K.F. Burdonov, V.N. Ginzburg, A.A. Gonoskov, E.V. Katin, A.V. Kim, A.V. Kirsanov, A.V. Korzhimanov, I.Yu. Kostyukov, V.V. Lozhkarev, G.A. Luchinin, A.N. Mal'shakov, M.A. Martyanov, E.N. Nerush, O.V. Palashov, A.K. Poteomkin, A.M. Sergeev, A.A. Shaykin, M.V. Starodubtsev, I.V. Yakovlev, E.A. Khazanov. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A*, **653**, 35 (2011). DOI: 10.1016/j.nima.2011.01.180
- [41] S.E. Perevalov, K.F. Burdonov, A.V. Kotov, D.S. Romanovskiy, A.A. Soloviev, M.V. Starodubtsev, A.A. Golovanov, V.N. Ginzburg, A.A. Kochetkov, A.P. Korobeinikova, A.A. Kuz'min, I.A. Shaikin, A.A. Shaykin, I.V. Yakovlev, E.A. Khazanov, I.Yu. Kostyukov. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **62** (9), 094004 (2020). DOI: 10.1088/1361-6587/aba19f
- [42] A.A. Соловьев, К.Ф. Бурдонов, В.Н. Гинзбург, М.Ю. Глявин, Р.С. Земсков, А.В. Котов, А.А. Кочетков, А.А. Кузьмин, А.А. Мурзанев, И.Б. Мухин, С.Е. Перевалов, С.А. Пикуз, М.В. Стародубцев, А.Н. Степанов, Ж. Фукс, И.А. Шайкин, А.А. Шайкин, И.В. Яковлев, Е.А. Хазанов. *УФН*, **194** (3), 313 (2024). DOI: 10.3367/UFNr.2022.11.039612 [A.A. Soloviev, K.F. Burdonov, V.N. Ginzburg, M.Yu. Glyavin, R.S. Zemskov, A.V. Kotov, A.A. Kochetkov, A.A. Kuzmin, A.A. Murzanov, I.B. Mukhin, S.E. Perevalov, S.A. Pikuz, M.V. Starodubtsev, A.N. Stepanov, Ju. Fuchs, I.A. Shaikin, A.A. Shaikin, I.V. Yakovlev, E.A. Khazanov. *Phys.-Usp.*, **67** (3), 293 (2024). DOI: 10.3367/UFNe.2022.11.039612]
- [43] A.Y. Molodtsozhentsev, J.T. Green, P. Zimmermann, A. Jancarek, S.M. Maity, A. Mondal, S.N. Niekrasz, E. Vishnyakov. In: *Proc. of the 67th ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop on Future Light Sources*, ed. by H.-H. Braun, J. Chrin, R. Ganter, N. Hiller, V. RW Schaa (Lucerne, JACoW Publishing, 2024), p. 237. DOI: 10.18429/JACoW-FLS2023-TH2C2
- [44] A.Y. Molodtsozhentsev, G. Korn, L. Pribyl, A.R. Maier. In: *Proc. 60th ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop on Future Light Sources*, ed. by Y.H. Chin, Zh. Zhao, C. Petit-Jean-Genaz, V. RW Schaa (Shanghai, JACoW Publishing, 2018), p. 62. DOI: 10.18429/JACoW-FLS2018-TUA2WC02