

15
Бесконтактный подвес магнита с диамагнитной стабилизацией при горизонтальной ориентации магнитных моментов

© К.А. Легостаев,^{1,2} М.П. Волков²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251 Санкт-Петербург, Россия

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: legostaev.ka@spbstu.ru

Поступило в Редакцию 26 ноября 2024 г.

В окончательной редакции 25 апреля 2025 г.

Принято к публикации 30 апреля 2025 г.

Рассмотрена модель бесконтактного подвеса постоянного магнита с диамагнитной стабилизацией положения в магнитном поле, созданном двумя удерживающими постоянными магнитами с горизонтальной ориентацией магнитных моментов. Создан макет подвеса с использованием магнитов NdFeB для двух вариантов ориентации магнитных моментов относительно оси, соединяющей центры удерживающих магнитов. Измерены зависимости сил взаимодействия от расстояния между магнитами для обоих вариантов. Обнаружено, что расчет удовлетворительно описывает экспериментальные зависимости сил взаимодействия от координаты даже на небольших расстояниях, сравнимых с размерами магнитов. Полученные выражения для сил взаимодействия могут быть использованы при проектировании и создании систем магнитного подвеса широкого назначения с увеличенной подъемной силой.

Ключевые слова: бесконтактный подвес, постоянные магниты, диамагнитная стабилизация равновесия, горизонтальная левитационная система, диполь-дипольное взаимодействие.

DOI: 10.61011/JTF.2025.08.60909.429-24

Введение

Бесконтактные магнитные подвесы широко применяются в технике, например, как чувствительные элементы измерительных устройств, устройства для микроперемещений и харвестеры механических колебаний [1]. Простым пассивным магнитным подвесом является вертикальный магнитный подвес, в котором сильный постоянный магнит или электромагнит создает вертикальную силу, компенсирующую вес подвешенного небольшого постоянного магнита, а для стабилизации положения равновесия левитирующего постоянного магнита используются близкорасположенные пластины из диамагнитного материала, например, пиролютического графита или висмута [2]. В работе [3] была предложена модификация магнитного подвеса, в которой горизонтальное расположение постоянных магнитов обеспечивает устойчивое равновесие подвешенного магнита по вертикали, а для стабилизации положения по горизонтали также используются диамагнитные пластины. Такой горизонтальный подвес, как было показано в работе [4], имеет ряд преимуществ по сравнению с вертикальным вариантом. На основе горизонтального диамагнитного подвеса был создан ряд технических устройств, например, харвестер механических колебаний [5], высокочувствительный датчик сил [6] и газовый расходомер [7].

В работе [8] рассмотрена возможность увеличения подъемной силы вертикального магнитного подвеса путем оптимизации удерживающей магнитной системы.

В работе [9] взаимодействие постоянных магнитов в системе вертикального магнитного подвеса анализировалось при использовании предварительно вычисленных значений магнитного поля в каждой точке рассматриваемой области. В этой работе намагниченность аксиально намагниченных цилиндрических постоянных магнитов рассчитывалась в приближении однослойного цилиндрического соленоида с однородной поверхностной плотностью тока.

Для горизонтального диамагнитного подвеса также можно провести оптимизацию магнитной системы, для этого требуется провести расчет сил, действующих на левитирующий магнит и их зависимость от взаимного расположения удерживающих и левитирующего магнитов. Так, в работе [10] рассмотрен один из вариантов оптимизации магнитной системы горизонтального магнитного подвеса, направленный на реализацию би-стабильной магнитной системы. Проведен расчет сил, действующих между магнитами, с использованием вычисления значений магнитного поля в каждой точке рассматриваемой области и сил, действующих между подвешенным магнитом и стабилизирующими диамагнитными пластинами.

В настоящей работе рассмотрены два варианта расположения удерживающих и подвешенного магнита с горизонтально ориентированными магнитными моментами, проведен расчет сил, действующих на подвешенный магнит, при использовании выражения для сил взаимодействия точечных магнитных диполей для обоих вариантов

расположения магнитов. Проведено сравнение теоретических зависимостей с экспериментальными данными, полученными на собранных макетах магнитного подвеса.

1. Вычисление сил взаимодействия левитирующего и удерживающего магнитов при горизонтальной ориентации магнитных моментов

При горизонтальной ориентации магнитных моментов двух магнитов для вычисления силы взаимодействия достаточно рассмотреть два базовых варианта расположения. Первый вариант — когда магнитные моменты лежат в одной вертикальной плоскости, проходящей через центры магнитов, и второй вариант — когда магнитные моменты перпендикулярны этой плоскости. При других вариантах взаимной ориентации горизонтально направленных магнитных моментов силу взаимодействия можно представить в виде суперпозиции сил от двух базовых вариантов.

1.1. Первый вариант расположения постоянных магнитов

Первый (стандартный) вариант горизонтального диамагнитного подвеса представлен на рис. 1, *a*. На рисунке указан левитирующий магнит 1, удерживающие магниты 2 и 3 (магнитные моменты всех магнитов направлены вдоль оси ox) и стабилизирующие диамагнитные пластины 4 и 5. Сила, действующая на левитирующий магнит со стороны удерживающего магнита, имеет вертикальную компоненту F_z и горизонтальные компоненты F_x и F_y . Вертикальные компоненты сил от двух удерживающих магнитов складываются, что позволяет уравновесить магнит, а их зависимость от координаты позволяет обеспечить устойчивое равновесие по вертикальной оси. Горизонтальная компонента силы F_y отсутствует вследствие симметрии системы, а при отклонении от оси симметрии, как будет показано в дальнейшем, возникает возвращающая сила. Горизонтальные компоненты сил 0 от удерживающих магнитов направлены в разные стороны и компенсируют друг друга при расположении левитирующего магнита в центре системы. При отклонении левитирующего магнита от центра появляется нескомпенсированная сила, т.е. положение магнита по горизонтальной оси ox является неустойчивым. Введение диамагнитных пластин позволяет добиться устойчивого равновесия и в этом направлении.

Зависимости горизонтальной и вертикальной компонент сил, действующих на левитирующий магнит от соответствующей координаты, могут быть вычислены с использованием простых формул для взаимодействия точечных магнитных диполей [11]. Использование этих формул позволяет получить точные значения сил взаимодействия на больших расстояниях между магнитами,

когда их размерами можно пренебречь, но приводит к неточностям при малом расстоянии между магнитами. Так, в работах [12,13] сила взаимодействия магнитов была рассчитана как точными методами, учитывающими размеры магнитов (модель поверхностных токов, модель фиктивных магнитных зарядов), так и по формулам диполь-дипольного взаимодействия. Было показано, что первые два метода хорошо описывают экспериментальные данные при всех расстояниях между магнитами, а расчет по формулам диполь-дипольного приближения совпадает с экспериментом на достаточно больших расстояниях, приводя к заметной ошибке на малых расстояниях. При этом ошибка составляет менее 10%, если расстояние между магнитами превышает четыре характерных размера магнита (в нашем случае — диаметров магнитов). В нашей задаче используются магниты правильной формы (цилиндры), отклонение левитирующего магнита от оси симметрии невелико, и можно ожидать, что силы взаимодействия магнитов будут описываться формулами диполь-дипольного взаимодействия и на меньших расстояниях. Для проверки этого предположения в настоящей работе выполнен расчет зависимостей сил взаимодействия от расстояния и проведено их сравнение с экспериментальными зависимостями, полученными на созданной модели магнитного подвеса с использованием магнитов NdFeB.

Расчет сил, действующих со стороны удерживающего магнита на левитирующий магнит, проведем по формуле для взаимодействия точечных магнитных диполей [11]:

$$\mathbf{F} = \frac{3(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})}{r^5} \mathbf{p}_2 + \frac{3(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^5} \mathbf{p}_1 + \frac{3(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)}{r^5} \mathbf{r} - \frac{15(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^7} \mathbf{r}. \quad (1)$$

На рис. 1, *b* представлена схема для расчета сил в магнитной системе (первый вариант рис. 1, *a*). На этой схеме горизонтально ориентированные магнитные моменты магнитов лежат на одной вертикальной плоскости oxz , и сила их взаимодействия равна:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{3p_1 p_2 \cos \alpha}{r^4} \mathbf{i} + \frac{3p_1 p_2 \cos \alpha}{r^4} \mathbf{i} + \frac{3p_1 p_2 \cos \alpha}{r^4} \mathbf{i} \\ &+ \frac{3p_1 p_2 \sin \alpha}{r^4} \mathbf{k} - \frac{15p_1 p_2 \cos^3 \alpha}{r^4} \mathbf{i} - \frac{15p_1 p_2 \sin \alpha \cos^2 \alpha}{r^4} \mathbf{k} \\ &= \mathbf{i} \left(\frac{9p_1 p_2 \cos \alpha}{r^4} - \frac{15p_1 p_2 \cos^3 \alpha}{r^4} \right) + \mathbf{k} \left(\frac{3p_1 p_2 \sin \alpha}{r^4} - \frac{15p_1 p_2 \sin \alpha \cos^2 \alpha}{r^4} \right) = \mathbf{i} F_x + \mathbf{k} F_z. \end{aligned}$$

Таким образом, компоненты сил равны

$$F_z = \frac{3p_1 p_2}{r^4} \sin \alpha (1 - 5 \cos^2 \alpha),$$

$$F_x = \frac{3p_1 p_2}{r^4} \cos \alpha (3 - 5 \cos^2 \alpha).$$

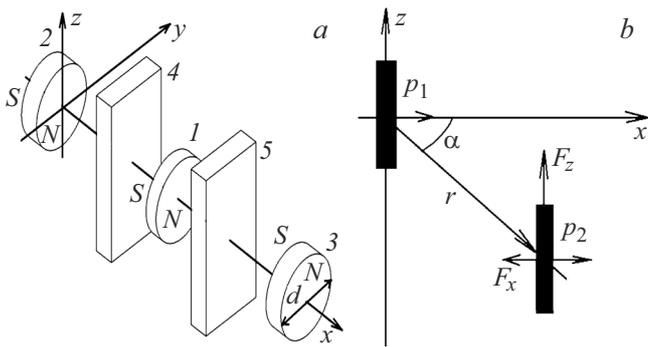


Рис. 1. *a* — схема горизонтальной магнитной левитационной системы для первой конфигурации, *b* — схема для расчета сил взаимодействия удерживающего и левитирующего магнитов.

Проведем следующие замены:

$$r \cos \alpha = x, \quad r \sin \alpha = z, \quad r = \sqrt{x^2 + z^2},$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}.$$

Получаем

$$F_z = \frac{3p_1 p_2 (z^3 - 4zx^2)}{(x^2 + z^2)^{7/2}}, \tag{2}$$

$$F_x = \frac{3p_1 p_2 (3xz^2 - 2x^3)}{(x^2 + z^2)^{7/2}}. \tag{3}$$

Для анализа функциональных зависимостей компонент силы от расстояния будем считать, что расчет ведется для двух одинаковых магнитов цилиндрической формы $p_1 = p_2$.

Магнитный момент цилиндрического магнита эквивалентен магнитному моменту однослойного соленоида с такими же размерами и с плотностью поверхностного тока \mathbf{J} , определяемой материалом магнитов [14]:

$$p = JhS, \tag{4}$$

где $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ — площадь поперечного сечения постоянного магнита диаметра d ; h — толщина постоянного магнита; J — поверхностная плотность тока, определяемая материалом магнита.

Тогда можно провести нормировку координат z и x в формулах (2), (3) на величину диаметра магнитов d . График для зависимости приведенной силы F_z/A , где $A = (3/16)(\pi h J)^2$, от смещения z/d по оси oz представлен на рис. 2 для ряда фиксированных значений отклонения по оси ox .

Из рис. 2 видно, что с увеличением расстояния между магнитами вдоль оси ou абсолютные значения вертикальной компоненты силы уменьшаются, максимум зависимости немного смещается, но вид функции F_z/A меняется слабо. Функция F_z является четной относительно переменной x , поэтому силы от двух удерживающих

магнитов (2, 3 на рис. 1, *a*) на левитирующий магнит суммируются, откуда следует, что условием равновесия является равенство F_z половине веса магнита. Предположим, что вертикальная компонента силы равна половине веса левитирующего магнита при $x = d$ в точках E_1 и E_2 (рис. 2), при этом устойчивое равновесие будет наблюдаться только в точке E_2 при отрицательных значениях z , так как при смещении левитирующего магнита из этой точки возникнет возвращающая сила. Если же магнит попадает в область от E_1 до E_2 , то действующая на него сила будет больше его веса, и он будет перемещаться в положение E_2 . При увеличении расстояния между удерживающими магнитами точки E_1 и E_2 сближаются, и максимальное расстояние между магнитами, когда еще возможно равновесие, соответствует случаю, когда точки E_1 и E_2 совпадают в точке локального максимума.

В силу симметрии, выражение для компоненты силы $F_y(y)$ имеет такой же функциональный вид, как для $F_z(z)$, и при небольшом отклонении магнита от $y = 0$ будет возникать возвращающая сила, т.е. вдоль этой оси реализуется устойчивое равновесие.

Горизонтальная компонента силы взаимодействия магнитов F_x является нечетной функцией расстояния между магнитами, и поэтому в центре между двумя удерживающими магнитами суммарная сила, действующая на левитирующий магнит, должна быть равна нулю. При небольшом отклонении левитирующего магнита от центра на расстояние δ возникает небольшая нескомпенсированная сила $F(\delta)$:

$$F(\delta) = F_x(x + \delta) + F_x(-x + \delta), \tag{5}$$

где x — начальное расстояние между удерживающим и левитирующим магнитами, δ — смещение левитирующего магнита относительно положения равновесия вдоль оси x .

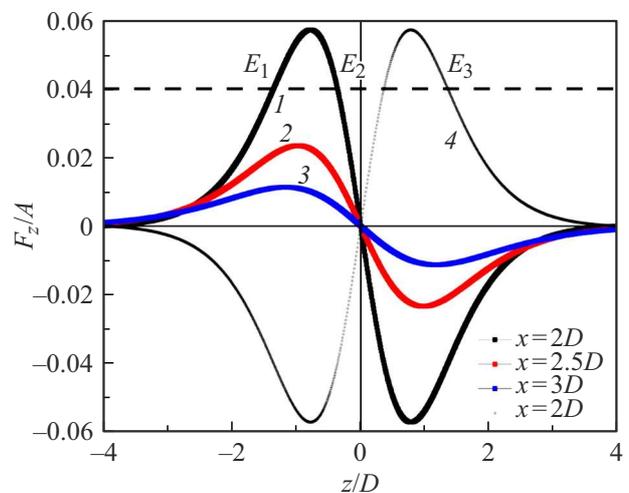


Рис. 2. Зависимости приведенной силы F_z/A от смещения z/d при фиксированных значениях $x = 2d, 2.5d, 3d$ для первого варианта расположения магнитов.

Эта небольшая сила компенсируется силой отталкивания от диамагнитных материалов, например, пластин чистого висмута или пиролитического графита. Малая величина диамагнитной восприимчивости использованных в работе пластин висмута и графита позволяет получить только небольшую потенциальную яму в центре между пластинами, и достижение полной левитации подвешенного магнита (т.е. наличия заметного просвета между подвешенным магнитом и пластинами) требует точной подстройки расстояния как между левитирующим магнитом и удерживающими магнитами, так и между левитирующим магнитом и диамагнитными пластинами.

Отметим, что при антипараллельной ориентации магнитных моментов удерживающих и левитирующего магнитов на зависимости $F_z(z)$ (пунктир на рис. 2) также имеется точка уравнивания веса магнита, где можно ожидать устойчивого равновесия (точка E_3). Но в этой точке противоположная направленность магнитного момента левитирующего магнита и магнитного поля от удерживающих магнитов приведет к появлению момента сил, стремящегося расположить магнитные моменты параллельно. Для этого случая стационарный подвес не реализуется.

1.2. Второй вариант расположения постоянных магнитов

На рис. 3, *a* приведен второй вариант расположения магнитов, когда моменты направлены вдоль оси oy , а на рис. 3, *b* представлена схема для расчета сил взаимодействия F_x и F_z постоянных магнитов в случае, когда плоскости магнитов расположены в одной вертикальной плоскости oxz , а магнитные моменты ориентированы нормально к этой плоскости (случай, когда левитирующий магнит сдвинут по оси oy , будет рассмотрен отдельно). Обозначения на этих рисунках такие же, как на рис. 1.

Силы взаимодействия F_x и F_z для системы постоянных магнитов, представленных на рис. 3, *b*, также были

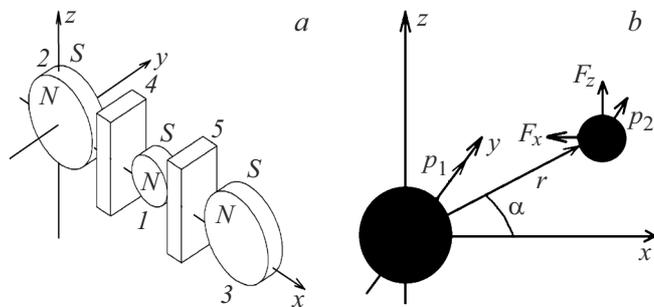


Рис. 3. *a* — схема горизонтальной магнитной левитационной системы для второй конфигурации; *b* — схема для расчета сил взаимодействия F_x и F_z удерживающего и левитирующего магнитов.

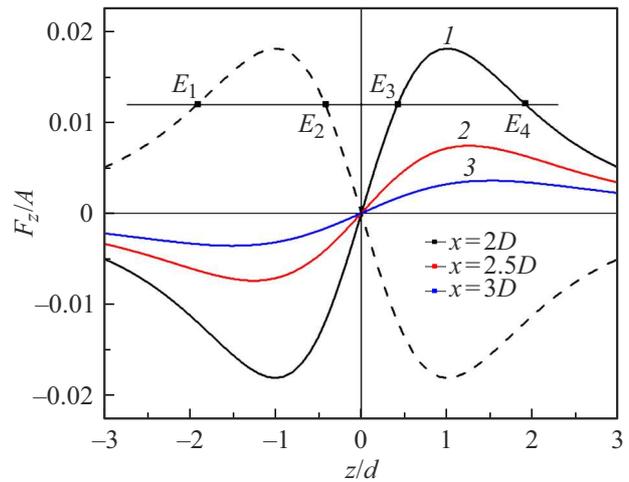


Рис. 4. Зависимости приведенной силы F_z/A от смещения z при фиксированных значениях $x = 2d, 2.5d, 3d$ для второй конфигурации.

рассчитаны с использованием формулы (1):

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{3(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})}{r^5} \mathbf{p}_2 + \frac{3(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^5} \mathbf{p}_1 + \frac{3(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)}{r^5} \mathbf{r} \\ &- \frac{15(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^7} \mathbf{r} = \frac{3p_1 p_2}{r^4} (\cos \alpha \mathbf{i} + \sin \alpha \mathbf{k}) \\ &= \mathbf{i} \left(\frac{3p_1 p_2 \cos \alpha}{r^4} \right) + \mathbf{k} \left(\frac{3p_1 p_2 \sin \alpha}{r^4} \right) = \mathbf{i} F_x + \mathbf{k} F_z. \end{aligned}$$

Таким образом, компоненты сил равны

$$F_z = \frac{3p_1 p_2}{r^4} \sin \alpha, \quad F_x = \frac{3p_1 p_2}{r^4} \cos \alpha.$$

Проведем следующие замены:

$$\begin{aligned} r \cos \alpha &= x, \quad r \sin \alpha = z, \quad r = \sqrt{x^2 + z^2}, \\ \cos \alpha &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}. \end{aligned}$$

Получаем

$$F_z = \frac{3p_1 p_2 z}{(x^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}}, \tag{6}$$

$$F_x = \frac{3p_1 p_2 x}{(x^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}}. \tag{7}$$

При анализе функциональной зависимости компонент сил взаимодействия от расстояния магнитные моменты будем рассматривать равными ($p_1 = p_2$), и проведем нормировку координат z и x в формулах (6), (7) на величину диаметра магнитов d (аналогично первому расчету). Зависимость приведенной силы F_z/A представлена в графическом виде на рис. 4 для набора фиксированных значений отклонений магнитов по оси ox .

Из рис. 4 видно, что с увеличением расстояния между магнитами вдоль оси oy , аналогично первой

конфигурации, абсолютные значения вертикальной компоненты силы уменьшаются, максимум зависимости немного смещается, вид функции F_z/A меняется слабо. Как и в первой конфигурации, функция F_z является четной относительно переменной x , откуда следует, что сила, действующая на левитирующий магнит, будет равна сумме сил от двух удерживающих магнитов (2, 3 на рис. 3, *a*), поэтому условием равновесия будет равенство F_z половине веса магнита, указанной на рис. 4 горизонтальной линией.

Можно было бы предположить, что устойчивое равновесие будет наблюдаться в точке E_4 , но в этой точке направление магнитного момента левитирующего магнита противоположно магнитному полю удерживающих магнитов, и возникает момент сил, поворачивающий левитирующий магнит на 180° . Зависимость силы взаимодействия для антипараллельной ориентации магнитных моментов указана на рис. 4 пунктирной линией. Устойчивое равновесие будет наблюдаться в точке E_2 при отрицательных значениях z , так как при смещении из этой точки будут возникать возвращающие силы. Если же магнит попадает в область от E_1 до E_2 , то действующая на него сила будет больше его веса, и он будет подниматься в положение E_2 . При увеличении расстояния между удерживающими магнитами точки E_1 и E_2 сближаются, и максимальное расстояние между магнитами, когда еще возможно равновесие, соответствует случаю, когда точки E_1 и E_2 совпадают в точке локального максимума, что также наблюдается в первой конфигурации.

Компонента F_x , как и в первом варианте расположения магнитов, является нечетной функцией расстояния между магнитами, в центре между двумя удерживающими магнитами суммарная сила, действующая на левитирующий магнит, будет равна нулю. При небольшом отклонении левитирующего магнита от центра на расстояние δ возникает небольшая нескомпенсированная сила, которая уравнивается силой со стороны диамагнитных пластин.

Расчет компоненты $F_y(y)$ был проведен с использованием формулы (1) с учетом противоположной ориентации магнитных моментов удерживающего и левитирующего магнитов. Схема для расчета $F_y(y)$ приведена на рис. 5, *a*.

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= -\frac{3p_1p_2 \sin \alpha}{r^4} \mathbf{j} - \frac{3p_1p_2 \sin \alpha}{r^4} \mathbf{j} - \frac{3p_1p_2 \sin \alpha}{r^4} \mathbf{j} \\ &\quad - \frac{3p_1p_2 \cos \alpha}{r^4} \mathbf{i} - \frac{15p_1p_2 \sin^3 \alpha}{r^4} \mathbf{j} - \frac{15p_1p_2 \cos \alpha \sin^2 \alpha}{r^4} \mathbf{i} \\ &= -\mathbf{j} \left(\frac{9p_1p_2 \sin \alpha}{r^4} + \frac{15p_1p_2 \sin^3 \alpha}{r^4} \right) \\ &\quad - \mathbf{i} \left(\frac{3p_1p_2 \cos \alpha}{r^4} + \frac{15p_1p_2 \cos \alpha \sin^2 \alpha}{r^4} \right). \end{aligned}$$

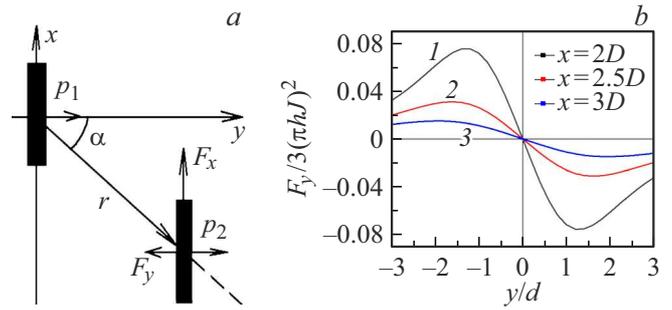


Рис. 5. *a* — схема для вычисления силы взаимодействия; *b* — зависимости приведенной силы F_y/A от смещения y при фиксированных значениях $x = 2d, 2.5d, 3d$ для второй конфигурации.

В данном случае компонента силы F_x аналогична компоненте по формуле (6) (совпадает с ней при $\alpha = 90^\circ$), и в середине между двумя удерживающими магнитами будет равна нулю, а возникающая при небольшом отклонении левитирующего магнита от центра нескомпенсированная сила должна быть уравновешена силой со стороны диамагнитных пластин. В этой конфигурации расположения магнитов центр подвешенного магнита находится на большем расстоянии от диамагнитной пластины, чем в первой конфигурации, и достижение полной левитации магнита (без касания одной из пластин и с заметным просветом между магнитом и пластинами) представляет собой еще более сложную задачу. Достичь полностью бесконтактного подвеса удастся при использовании подвешенного магнита малого размера и при максимально возможном расстоянии между удерживающими магнитами, когда сила, возникающая при отклонении магнита от центрального положения, имеет минимальное значение.

Компонента F_y равна

$$F_y = -\frac{3p_1p_2}{r^4} \sin \alpha (3 + 5 \cos^2 \alpha).$$

С учетом введенных ранее замен получаем итоговую зависимость для горизонтальной компоненты F_y для второго случая ориентации и направления магнитных моментов:

$$F_y = -\frac{3p_1p_2(8y^3 + 3yx^2)}{(x^2 + y^2)^{7/2}}. \quad (8)$$

На рис. 5, *b* показана зависимость приведенной силы $F_y/3(\pi hJ)^2$ от смещения y для набора фиксированных значений x . При смещении левитирующего магнита вдоль оси oy будет возникать возвращающая сила, и поэтому по оси oy будет наблюдаться устойчивое равновесие.

2. Методика эксперимента

Для определения магнитного момента используемых постоянных магнитов была измерена сила взаимодей-

ствия двух одинаковых магнитов, расположенных на одной оси, с сонаправленными магнитными моментами p в зависимости от расстояния между магнитами. Тогда по формуле (1) сила между магнитами равна:

$$F = \frac{6p^2}{r^4}. \quad (9)$$

В эксперименте использовались два одинаковых магнита из NdFeB диаметром 50 mm и толщиной 5 mm. Сила взаимодействия магнитов измерялась с использованием электронных весов. Чтобы исключить влияния магнитов на систему весов, на весы устанавливался пенопластовый блок, в верхней части которого фиксировался один из магнитов с вертикально ориентированным направлением магнитного момента. Второй магнит имел такую же ориентацию магнитного момента и плавно перемещался в вертикальном направлении. Показания электронных весов фиксировались в зависимости от расстояния между магнитами.

В другом эксперименте измерялась сила взаимодействия между центральным магнитом 1 и боковыми магнитами 2 и 3 (рис. 1, *a*). Для этого центральный магнит 1 с горизонтально ориентированным направлением магнитного момента устанавливался на пенопластовом блоке, а боковые магниты 2 и 3 плавно перемещались в вертикальном направлении с сохранением расстояния между ними, и регистрировалось изменение силы взаимодействия. Такой эксперимент был проведен для обоих вариантов расположения и ориентации магнитных моментов.

Макет горизонтального диамагнитного подвеса был изготовлен с использованием магнитов NdFeB и массивных пластин пиролитического графита в качестве диамагнитных стабилизаторов равновесия. Удерживающие магниты имели диаметр 50 mm, толщину 10 mm и были закреплены соосно так, что расстояние между ними можно было плавно менять. Левитирующие магниты были двух типов: „таблетка“ с диаметром 5 mm и толщиной 1 mm и два „диска“ с диаметрами 12 и 25 mm и толщинами 1 и 2 mm.

3. Результаты и обсуждения

3.1. Измерения сил взаимодействия постоянных магнитов

Зависимость силы взаимодействия двух постоянных магнитов с диаметром 50 mm и толщиной 5 mm с сонаправленными магнитными моментами от расстояния между ними вдоль оси симметрии представлена на рис. 6, *a*, где точками изображены результаты измерений. При больших расстояниях между магнитами (более 40 cm) зависимость хорошо аппроксимируется зависимостью r^{-4} (указана сплошной линией) и, пользуясь формулой (4), можно определить величину магнитного момента такого магнита, которая оказалась равной $0.16 \text{ A}\cdot\text{m}^2$.

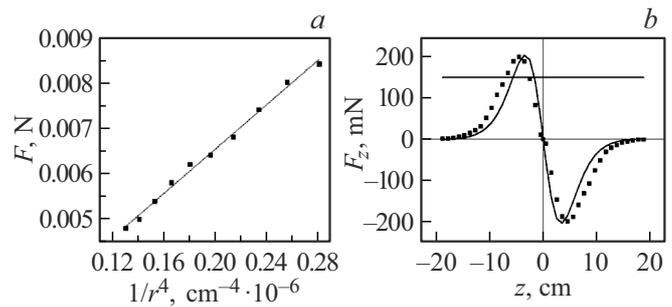


Рис. 6. *a* — зависимость силы взаимодействия двух одинаковых магнитов с сонаправленными магнитными моментами от r^{-4} ; *b* — зависимость вертикальной компоненты силы между удерживающими и левитирующим магнитом от вертикальной координаты z при $x = 8.5 \text{ cm}$ для первой конфигурации (точки — эксперимент, сплошная линия — расчет по формуле (2), горизонтальная прямая — вес левитирующего магнита).

Магнитное поле цилиндрического постоянного магнита с осевой намагниченностью может моделироваться полем однослойного соленоида с поверхностной плотностью тока J , длина и радиус которого равны длине и радиусу магнита. По формуле (4), поверхностная плотность тока исследованного магнита оказывается равной $J = 7800 \text{ A/m}$ и предполагается одинаковой для всех используемых нами постоянных магнитов из NdFeB. Используя это значение J , мы получили значения магнитных моментов для каждого магнита: для таблетки — $p = 1.5 \text{ A}\cdot\text{m}^2$, для дисков с диаметром 12 mm — $p = 8.8 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ и с диаметром 25 mm — $p = 77 \text{ A}\cdot\text{m}^2$.

Зависимость измеренной вертикальной компоненты силы F_z между удерживающими магнитами (диаметром 50 mm и толщиной 10 mm) и левитирующим магнитом (диаметр 20 mm и толщина 5 mm), расположенными на расстоянии 8.5 cm, представлены на рис. 6, *b* (точки) с магнитными моментами, направленными вдоль оси ox . Зависимость силы F_z от расстояния z (формула (2)) для магнитных моментов $p_1 = 1600 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ и $p_2 = 30 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ при $y = 8.5 \text{ cm}$ указана на рис. 6, *b* сплошной линией.

На рис. 6, *b* наблюдается хорошее согласие вычисленных и экспериментальных зависимостей $F_z(z)$, хотя расстояние между удерживающим и левитирующим магнитами (8.5 cm) всего в 1.7 раза больше диаметра удерживающего магнита (5 cm). Следует отметить, что такое удовлетворительное согласие экспериментальных и расчетных значений получено в условиях, когда применимость формулы для взаимодействия точечных дипольных моментов представлялось мало оправданным.

Горизонтальной линией на рис. 6, *b* указан вес центрального магнита, равенство вертикальной компоненты F_z и веса магнита достигается при $z \sim -2 \text{ cm}$, что соответствует точке устойчивого равновесия E_2 на рис. 3. При увеличении расстояния между удерживающими магнитами вертикальная компонента силы F_z резко убывает, при $x = 8.5 \text{ cm}$ максимум силы $F_{\text{max}} = 200 \text{ mN}$

(рис. 5, *b*), а при $x = 10.5 \text{ cm}$ — $F_{\text{max}} \sim 50 \text{ mN}$, что значительно меньше веса магнита.

Для второй конфигурации магнитных моментов также была измерена зависимость вертикальной компоненты F_z между удерживающими и левитирующим магнитами. При этом использовались те же самые магниты, что и при измерении компоненты F_z в первой конфигурации (удерживающие магниты: диаметр 50 mm, толщина 10 mm; левитирующий магнит: диаметр 20 mm, толщина 5 mm). Расстояние между левитирующим и удерживающим магнитом также составляло 8.5 mm.

На рис. 7, *a* точками представлена экспериментальная зависимость компоненты F_z , а сплошной линией показана зависимость для используемых магнитов, полученная с использованием формулы (6). Из рис. 7, *a* видно хорошее согласие между экспериментальными данными и теоретической зависимостью, что еще раз позволяет убедиться в правомерности использования формул для диполь-дипольного взаимодействия для описания магнитных систем на основе постоянных магнитов конечных размеров при небольших расстояниях между ними.

На рис. 7, *a* представлена сила взаимодействия F_z при расстоянии между левитирующим и удерживающим магнитами, равном 8.5 cm, и ее максимальное значение меньше, чем вес левитирующего магнита (150 mN). Получение точки устойчивого равновесия E_1 для данного набора магнитов при условии, что их магнитные моменты направлены вдоль оси oy , возможно при сближении левитирующего и удерживающих магнитов на расстояния меньше 8.5 cm. На рис. 7, *b* представлено сравнение экспериментальных данных для обоих вариантов ориентации и направления магнитов при условии, что расстояние между левитирующим и удерживающим магнитом составляет 8.5 cm. Видно, что при одном расстоянии между магнитами вертикальная сила для второго варианта расположения и ориентации магнитов меньше, чем для первого, но вторая ориентация обес-

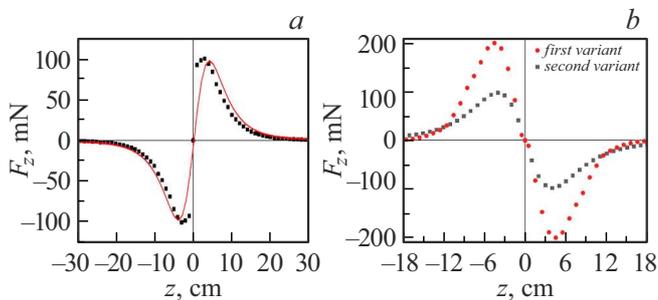


Рис. 7. *a* — зависимость вертикальной компоненты силы между удерживающими и левитирующим магнитом от вертикальной координаты z при $x = 8.5 \text{ cm}$ для второй конфигурации (точки — эксперимент, сплошная линия — расчет по формуле (6)); *b* — сравнение экспериментальных данных для двух вариантов ориентаций магнитных моментов при расстоянии между удерживающими и левитирующим магнитами $x = 8.5 \text{ cm}$.

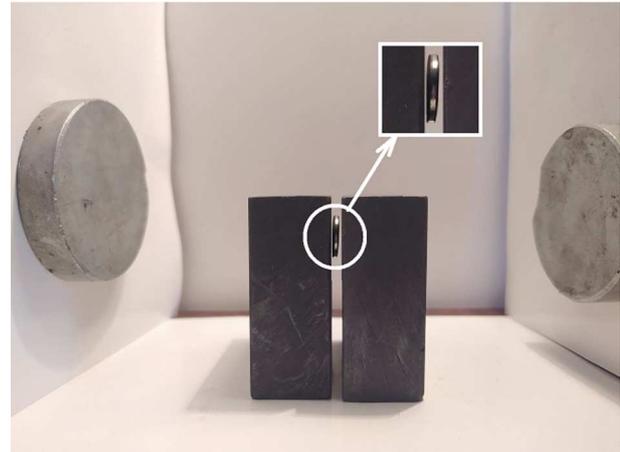


Рис. 8. Макет системы бесконтактного подвеса на основе первого варианта расположения и ориентации удерживающих и левитирующего магнитов.

печивает свободный доступ к левитирующему магниту, что может быть важно для технических приложений.

Максимальное расстояние между удерживающим и левитирующим магнитами x_{max} , при котором еще возможно равновесие левитирующего магнита, соответствует точке максимума на зависимости $F_z(z)$ и было экспериментально определено на макете магнитного подвеса при плавном увеличении расстояния x вплоть до потери равновесия левитирующего магнита. В этот момент для каждого магнита фиксировалась величина отклонения от оси симметрии z_{max} . Используя определенную в эксперименте величину x_{max} , по формуле (2) было определено значение z_{max} . В таблице приведены характеристики используемых в эксперименте магнитов, максимальное расстояние между удерживающим и левитирующим магнитами x_{max} , измеренное значение z_{max} и расчетные значения z_{max} , вычисленные по формуле (2). Наблюдается хорошее согласие измеренных и вычисленных значений величины z_{max} .

3.2. Макеты магнитных подвесов

Макет магнитного подвеса на основе первого варианта расположения и ориентации удерживающих и левитирующего магнитов приведен на рис. 8. Устойчивая левитация наблюдается для всех магнитов при отрицательных значениях координаты z , как показано на фото (рис. 8) для „диска“.

На рис. 9 представлено фото макета системы бесконтактного подвеса на основе второго варианта расположения и ориентации удерживающих и левитирующего магнитов, представленного на рис. 2. В качестве удерживающих постоянных магнитов также использовались магниты диаметром 50 mm и толщиной 10 mm, диамагнитные экраны из пиролитического графита и левитирующий магнит в форме диска с диаметром 10 mm и

Размеры, магнитные моменты и параметры равновесия магнитов

Магниты	Размеры магнитов (диаметр, толщина), mm	Магнитный момент, $A \cdot cm^2$	Измеренное значение x_{max} , mm	Измеренное значение z_{max} , mm	Расчетное значение z_{max} , mm
Таблетка	5; 1	1.5	93	-32	32.4
Диск 1	12; 1	8.8	88	-34	34.8
Диск 2	25; 2	77	90	-33	33.1

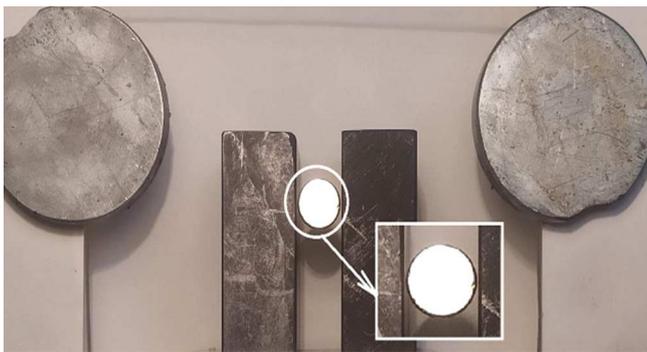


Рис. 9. Макет системы бесконтактного подвеса на основе второго варианта расположения и ориентации удерживающих и левитирующего магнитов.

толщиной 2 mm. Для этого варианта также наблюдалась устойчивая левитация постоянного магнита.

Заключение

Показано, что в рассмотренных системах с горизонтально ориентированными магнитными моментами постоянных магнитов реализуется устойчивое равновесия для двух конфигураций расположения магнитов при наличии диамагнитной стабилизации: первая — когда магнитные моменты удерживающих и левитирующего магнитов лежат в одной вертикальной плоскости, и вторая — когда магнитные моменты нормальны плоскости, соединяющей центры магнитов. Выражения для сил между левитирующим и удерживающими магнитами были вычислены с использованием формул для диполь-дипольного взаимодействия магнитных моментов. Экспериментально измеренные с помощью электронных весов зависимости сил взаимодействия от расстояния хорошо описываются полученными формулами даже на небольших расстояниях между взаимодействующими магнитами. Таким образом, вычисления сил взаимодействия постоянных магнитов с использованием формул диполь-дипольного взаимодействия могут быть использованы для расчета и оптимизации систем магнитного бесконтактного подвеса.

Для обоих рассмотренных конфигураций расположений магнитов с горизонтальной ориентацией магнитных

моментов были собраны макеты магнитного подвеса, подтвердившие наличие устойчивой левитации при диамагнитной стабилизации положения вдоль одной оси.

Благодарности

Авторы благодарят Г.С. Волкову за помощь в проведении расчетов.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Q.H. Gao, H. Yan, H.X. Zou, W.B. Li. *Science China Tech. Sc.*, **64** (1), 44 (2020). DOI: 10.1007/s11431-020-1550-1
- [2] M.D. Simon, L.O. Heflinger, A.K. Geim. *Am. J. Phys.*, **69** (6), 702 (2001). DOI: 10.1119/1.1375157
- [3] E. Cazacu, I.V. Nemoianu. *Rev. Roum. Sci. Techn. – Électrotechn. et Énerg.*, **55** (2), 153 (2010).
- [4] E. Cazacu, I.V. Nemoianu. *Rev. Roum. Sci. Techn. – Électrotechn. et Énerg.*, **56** (3), 249 (2011).
- [5] S. Palagummi, J. Zou, F.G. Yuan. *J. Vib. Acous.*, **137** (2015). DOI: 10.1115/1.4030665
- [6] J. Abadie, E. Piat, S. Oster, M. Boukallel. *Sensors and Actuators A: Phys.*, **173** (1), 227 (2012). DOI: 10.1016/j.sna.2011.09.025
- [7] K. Zhang, Y. Su, J. Ding, Z. Zhang. *IEEE Sens. J.*, **18** (17), 6978 (2018). DOI: 10.1109/JSEN.2018.2853680
- [8] L. Liu, F.G. Yuan. *J. Soun. Vib.*, **332** (2), 455 (2013). DOI: 10.1016/j.jsv.2012.08.004
- [9] J.N. Ho, W.-Ch. Wang. *AIP Advances*, **8**, 085107 (2018). DOI: 10.1063/1.5039753
- [10] S. Palagummi, F.G. Yuan. *Sensors and Actuators A: Phys.*, **279**, 743 (2018). DOI: 10.1016/j.sna.2018.07.001
- [11] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теоретическая физика. Теория поля* (Физматлит, М., 2003), т. 2.
- [12] M. González. *Eur. J. Phys.*, **38** (2), (2017). DOI: 10.1088/1361-6404/38/2/025202
- [13] Y. Zhang, Y. Leng, H. Zhang, X. Su, S. Sun, X. Chen, J. Xu. *J. Intell. Manuf. Spec. Equip.*, **1**, 43 (2020). DOI: 10.1108/JIMSE-09-2020-009
- [14] Е.М. Парселл. *Электричество и магнетизм. Берклевский курс физики* (Наука, М., 1975), т. 2.