

Электрооптические переходы в полупроводниковом наноцилиндрическом слое

© В.А. Арутюнян

Гюмрийский филиал Государственного инженерного университета Армении, Гюмри, Армения

E-mail: volharut@mail.ru

(Поступила в Редакцию 19 июля 2011 г.)

Рассмотрены одноэлектронные состояния в квантованном цилиндрическом слое при наличии умеренного однородного электрического поля, когда энергия, сообщаемая частице со стороны поля, становится сравнимой с энергией ее ротационного движения. Получен явный вид соответствующего энергетического спектра и огибающих волновых функций носителей заряда в слое. Рассчитана полоса электрооптического поглощения слабой электромагнитной волны. С увеличением поля интенсивность поглощения увеличивается. Внешнее поле приводит к явной зависимости поглощения от эффективных масс носителей заряда. С увеличением разности между их значениями интенсивность поглощения убывает. Наблюдается также эффективное уширение запрещенной зоны, которое определяется геометрическими размерами образца и величиной внешнего поля.

1. Введение

Наряду со многими низкоразмерными структурами полупроводниковые нанотрубки в настоящее время являются одним из наиболее актуальных объектов исследования в физике низкоразмерных систем, что обусловлено перспективностью их широкого приборного применения [1–3]. Интерес к подобным наногетероструктурам, представляющим собой новый важный класс материалов (группы IV, III–V, II–VI, оксиды, халкогениды и др. [4]) и элементов оптоэлектроники, обусловлен прежде всего их многофункциональностью и эффективным комбинированием в них различных уникальных свойств систем пониженной размерности. В связи с этим определенным интересом представляет исследование физических свойств отдельно взятого полупроводникового наноцилиндрического слоя, который может иметь прикладное значение как сам по себе, так и в качестве компонента более сложной системы [5,6]. Названный слой сочетает в себе, в частности, ряд физических особенностей как квантовой нити, так и квантовой пленки [7–8].

С другой стороны, известно, что внешние статические поля, в частности электрическое, оказывают существенное модулирующее воздействие на ряд физических характеристик образца. В работах [9,10] рассмотрены электрооптические переходы в наноцилиндрическом слое в присутствии возмущающего однородного, а в [11] — при наличии слабого радиального электростатического поля. Предельные случаи электрооптического поглощения в полупроводниковом наноцилиндрическом слое при наличии сильных (однородного и радиального) электрических полей рассмотрены в [12–14].

В настоящей работе теоретически рассчитан энергетический спектр носителей заряда в квантованном цилиндрическом слое, помещенном в однородное электростатическое поле. Внешнее поле считается умеренным в

том смысле, что энергия, сообщаемая носителю заряда со стороны внешнего поля, меняется в интервале от нуля до энергии, сравнимой с энергией ротационного движения частицы в слое. Рассмотрена также специфика электрооптического поглощения при межзонных дипольных переходах в слое.

2. Общие допущения

Рассматриваемую систему представим как композицию кор/слой/среда, предполагая ее бесконечной вдоль оси симметрии z .

При описании поперечного движения носителей (в плоскости (r, φ)), которое в дальнейшем нас в основном и будет интересовать, так как внешнее поле выбрано действующим именно в этой плоскости, соотношения между параметрами кора, собственно слоя и среды предполагаем такими, что в радиальном направлении r в отсутствие внешнего поля слой с достаточной точностью можно аппроксимировать бесконечно глубокой потенциальной ямой, „свернутой в трубку“,

$$U(r) = \begin{cases} 0, & R_1 < r < R_2, \\ \infty, & r \leq R_1, \quad r \geq R_2, \end{cases} \quad (1)$$

где R_1, R_2 — соответственно внутренний и внешний радиусы слоя. Выбор модели квантовой ямы для слоя в виде (1) будет физически адекватным в тех случаях, когда кор и среда изготовлены из одного и того же материала и между энергетическими характеристиками контактирующих материалов выполняются следующие соотношения: материал слоя по сравнению с материалом кора (среды) является более узкозонным, их запрещенные зоны перекрываются, а величина разрыва зонной энергии, отсчитанной от вакуумного уровня, для контактирующих материалов на интерфейсе много

больше энергии размерного квантования носителей заряда в слое. Кроме того, предполагается, что толщина слоя такова, что кинетическая энергия, обусловленная размерным квантованием, много больше энергии кулоновского взаимодействия и связывания электрона и дырки в экситон в пределах слоя не происходит. Таким образом, имеет место условие

$$L \ll a_L, \quad (2)$$

где $L = R_2 - R_1$ — толщина слоя, a_L — боровский радиус объемного экситона в материале слоя. В плане совокупного выполнения приведенных условий типичными можно считать, например, структуры CdS/HgS/CdS, ZnS/CdS/ZnS, CdS/PbS/CdS (см., например, [15–17]).

Одновременно предполагаем, что толщина слоя много меньше его радиуса

$$L \ll R_1. \quad (3)$$

Это условие с технической точки зрения будет наиболее приближено к физической ситуации, когда система проявляет одновременно свойства как квантовой нити, так и квантовой пленки. С энергетической точки зрения условие (3) равнозначно условию малости энергии вращения частицы в слое по сравнению с энергией ее размерного квантования в радиальном направлении. Из соотношения неопределенностей нетрудно получить, что между эффективными периодами единичного цикла радиального (T_{conf}) и вращательного (T_{rot}) движений при этом будет иметь место соотношение

$$\frac{T_{\text{conf}}}{T_{\text{rot}}} \sim \frac{L^2}{R_1^2} \ll 1, \quad (4)$$

т.е. вращательное движение частицы в слое является медленным по сравнению с ее радиальным движением, что в дальнейшем дает возможность для решения соответствующего двумерного уравнения Шредингера воспользоваться адиабатическим приближением и специфику вращательного движения частицы рассматривать в рамках модели двумерного ротатора [9,14]. Отметим также, что если для движения в радиальном направлении доминирующими в плане сильного проявления размерного квантования предполагаются, как и в случае квантовой пленки [18], в основном низшие состояния, то специфика ротационного движения такова, что его особенности наиболее отчетливо проявляются при рассмотрении состояний с ненулевой энергией. В дальнейшем будем обсуждать именно эти состояния.

Предположим, что внешнее однородное поле \mathbf{E} направлено вдоль оси x : $\mathbf{E} = \mathbf{E}(E, 0, 0)$. В рассматриваемом случае, когда диэлектрические постоянные кора, слоя и среды составляют $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_1$ соответственно, учет искажения приложенного внешнего поля вследствие поляризации остова, окружающего носитель с зарядом q , для потенциальной энергии частицы в пределах слоя [19] приводит к следующему результату:

$$V(r, \varphi) = q \left(Br + \frac{C}{r} \right) \cos \varphi \equiv V(r) F \cos \varphi,$$

где постоянные B и C равны

$$B = F \frac{2(\epsilon_{2,1} + 1)R_2^2}{(\epsilon_{2,1} + 1)^2 R_2^2 - (\epsilon_{2,1} - 1)^2 R_1^2} \equiv FB_0,$$

$$C = F \frac{2(\epsilon_{2,1} - 1)R_1^2 R_2^2}{(\epsilon_{2,1} + 1)^2 R_2^2 - (\epsilon_{2,1} - 1)^2 R_1^2} \equiv FC_0$$

$$(\epsilon_{2,1} = \epsilon_2/\epsilon_1, \quad F = qE).$$

3. Одноэлектронные состояния в слое в присутствии внешнего поля

Рассмотрение проведем для случая простых зон с параболическим законом дисперсии. Тогда в случае трубчатой системы со свободным движением носителей вдоль оси симметрии z в цилиндрических координатах (r, φ, z) имеем следующее уравнение Шредингера:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \psi(r, \varphi, z) + V(r, \varphi) \psi(r, \varphi, z) = E_{\text{tot}} \psi(r, \varphi, z), \quad (5)$$

где μ — изотропная эффективная масса, E_{tot} — полная энергия движения частицы в слое. Огибающая волновая функция вдоль оси z будет представлять собой плоскую волну $w(z) \sim \exp(ik_z z)$ с энергией $E_{\text{long}} \equiv E(p_z) = p_z^2/2\mu = \hbar^2 k_z^2/2\mu$, где p_z — составляющая квазиимпульса вдоль оси симметрии. Электростатический потенциал нормирован таким образом, что минимум потенциальной ямы по угловой переменной приходится на значение $\varphi = \pi$.

Представив $\psi(r, \varphi, z)$ в виде $\psi(r, \varphi, z) = w(z)f(r, \varphi)$ и исключая из уравнения (5) движение вдоль оси симметрии, после стандартной подстановки $f(r, \varphi) = \chi(r, \varphi)/\sqrt{r}$ для движения частицы в плоскости (r, φ) приходим к уравнению

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \chi(r, \varphi) + V(r, \varphi) \chi(r, \varphi) = E_{\text{tr}} \chi(r, \varphi), \quad (6)$$

где E_{tr} — полная энергия поперечного движения частицы в слое.

Для изменения радиальной части $V(r)$ электростатического потенциала (16) в интервале $[R_1, R_2]$ при $R_2 - R_1 \ll R_1, R_2$ приходим к следующей оценке:

$$\left| \frac{V(R_2) - V(R_1)}{V(R_1)} \right| \cong \frac{1}{\epsilon_{21}} \frac{L}{R_1}.$$

Последняя совместно с общими условиями адиабатичности (3), (4) позволяет отделить в уравнении (6) часть, соответствующую быстрому (радиальному) движению носителей заряда, и для энергии E_{rad} и огибающих

волновых функций $\phi(r)$ радиального движения получаем [13]

$$E_{\text{rad}} \cong E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2\mu L^2}, \quad (7)$$

$$\phi(r) \equiv \phi_n(r) = \sqrt{\frac{2}{L}} \frac{\sin \frac{\pi n}{L}(r - R_1)}{\sqrt{r}} \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (8)$$

Заменив теперь функции $1/r^2$ и $V(r)$ их адиабатически средними по состояниям (8)

$$\langle r^{-2} \rangle \equiv R_n^{-2} \cong R_1^{-2} \left[1 - \frac{L}{R_1} + \frac{L^2}{R_1^2} \left(1 - \frac{3}{2\pi^2 n^2} \right) \right], \quad (9)$$

$$\langle V(r) \rangle = \left\langle B_0 r + \frac{C_0}{r} \right\rangle \cong B_0 R_1 \left(1 + \frac{L}{2R_1} \right) + \frac{C_0}{L} \ln \frac{R_2}{R_1} \equiv V_0, \quad (10)$$

для движения по угловой переменной приходим к уравнению

$$\frac{d^2 f(\varphi)}{d\varphi^2} - [\lambda^2 + g(\varphi)] f(\varphi) = 0, \quad (11)$$

где введены следующие обозначения:

$$\lambda^2 = -\beta, \quad \beta = \alpha + \frac{1}{4} = \frac{E_{\text{ang}}}{\hbar^2/2\mu R_n^2} + \frac{\hbar^2}{8\mu R_n^2} \frac{1}{\hbar^2/2\mu R_n^2},$$

$$g(\varphi) = \eta \cos \varphi, \quad \eta = \frac{V_0}{\hbar^2/2\mu R_n^2},$$

E_{ang} — энергия углового движения частицы в присутствии внешнего поля. Подстановкой

$$f(\varphi) = \exp \left[\lambda \int u(\varphi) d\varphi \right] \quad (12)$$

формула (11) приводится к выражению типа уравнения Риккати [20]:

$$\lambda \frac{du(\varphi)}{d\varphi} + \lambda^2 u^2(\varphi) - \lambda^2 - g(\varphi) = 0. \quad (13)$$

Решение этого уравнения можно представить в виде ряда

$$u(\varphi) = \sum_k u_k(\varphi) \lambda^{-k} \quad (14)$$

при условии, что последний сходится [20]. Подставляя (14) в (13), для первых трех значений $u_k(\varphi)$ получаем:

$$u_0 = \pm 1, \quad u_1 = \frac{du_0}{d\varphi} = 0, \\ u_2 = \frac{g(\varphi) - u_1' - u_1^2}{2u_0} = \pm \frac{\eta \cos \varphi}{2}. \quad (15)$$

Для вычисления членов ряда с $k \geq 2$ воспользуемся следующей формулой [20]:

$$u_{k+1} = -\frac{1}{2u_0} \left[u_k' + \sum_{p=1}^k u_p u_{k+1-p} \right]. \quad (16)$$

В уравнении (11) энергетический параметр α может быть как положительным, так и отрицательным, а $|\eta|$ может принимать любые значения от нуля до бесконечности. Мы ограничимся рамками случая, когда

$$0 \leq |\eta| \leq 1, \quad \alpha > 0. \quad (17)$$

Физически это соответствует ситуации, когда энергия, которая сообщается частице со стороны поля, меньше или сравнима по величине с энергией ротационного движения частицы в отсутствие поля. В энергетическом спектре частицы, как отмечалось выше, при выбранном интервале изменения поля будут рассматриваться только возбужденные уровни, что соответствует случаю положительных α . Точнее, с учетом выбранного в (11) начала отсчета энергии при $\eta = 0$ величина $\alpha \geq 3/4$, что соответствует случаю рассмотрения уровней с $m \neq 0$ для невозмущенных состояний плоского ротатора в отсутствие внешнего поля.

Воспользовавшись формулами (15), (16), для $u(\beta, \varphi)$ получаем последовательность вида

$$u(\beta, \varphi) \sim \sqrt{\beta} \left(1 - \frac{\eta^2}{16\beta^2} - \frac{\eta^2}{64\beta^3} - \frac{\eta^2}{256\beta^4} - \dots \right. \\ \left. - \frac{15\eta^4}{1024\beta^4} - \frac{15\eta^4}{2048\beta^5} - \dots \right),$$

сходимость которой с учетом условий (17) очевидна. После несложных вычислений, пренебрегая исчезающе малыми слагаемыми, для показателя экспоненты из (12) получаем

$$\lambda \int u(\varphi) d\varphi \approx i\sqrt{\beta} \left(1 - \frac{\eta^2}{4\beta(4\beta-1)} - \frac{15\eta^4}{512\beta^3(2\beta-1)} \right) \\ + i \frac{(4\beta+1)\eta \sin \varphi}{8\beta\sqrt{\beta}} - \frac{(4\beta+1)\eta \cos \varphi}{16\beta^2}. \quad (18)$$

Уравнение (11) является разновидностью уравнения Маттье, и его решения в данном случае должны быть периодическими с периодом 2π [21]. Из этого требования получаем следующее условие для определения энергетического спектра:

$$\sqrt{\beta} \left[1 - \frac{\eta^2}{4\beta(4\beta-1)} - \frac{15\eta^4}{512\beta^3(2\beta-1)} \right] = m \\ \left(\beta = \alpha + \frac{1}{4}, \quad |m| = 1, 2, \dots \right). \quad (19)$$

Для волновой функции в общем виде соответственно получаем

$$f(\varphi) \equiv f_m(\varphi, \eta) \cong C \exp \{ im + ib \sin \varphi + a \cos \varphi \}. \quad (20)$$

Здесь C — нормировочная постоянная, $b = \frac{\eta(1+4\beta)}{8\beta\sqrt{\beta}}$, $a = \frac{\eta(1+4\beta)}{16\beta^2}$.

Таблица 1. Результаты графического решения уравнения (19) для значений $\alpha_m = \alpha_m(\eta)$

m	α_m	η									
		0.05	0.075	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	0.9	1.0
1	α_1	0.7504	0.7509	0.7517	0.7566	0.7649	0.7763	0.7907	0.8371	0.8754	0.9023
2	α_2	3.7501	3.7502	3.7503	3.7513	3.7531	3.7553	3.7583	3.7688	3.7771	3.7834
3	α_3	8.7500	8.7501	8.7502	8.7506	8.7513	8.7523	8.7536	8.7581	8.7616	8.7643

Таблица 2. Корни уравнения (21)

m	α	η									
		0.05	0.075	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	0.9	1.0
1	α_1	0.7504	0.7509	0.7516	0.7562	0.7638	0.7743	0.7874	0.8302	0.8616	0.8845
2	α_2	3.7501	3.7502	3.7503	3.7513	3.7530	3.7553	3.7583	3.7686	3.7767	3.7829
3	α_3	8.7500	8.7501	8.7502	8.7506	8.7513	8.7523	8.7537	8.7580	8.7615	8.7643

4. Обсуждение результатов

В табл. 1 приведены результаты графического решения уравнения (19) для значений $|m| = 1, 2, 3$. Из полученных результатов ясно, что с ростом поля (и сужением квантовой ямы) энергетические уровни частицы смещаются вверх. С другой стороны, действие поля ослабевает по мере увеличения номера уровня (значения квантового числа m).

Для выбранного интервала значений полевого параметра η при $|m| \geq 1$ уравнение (19) с достаточной точностью можно привести к кубическому уравнению

$$\beta^3 - m^2\beta^2 - \frac{\eta^2}{8}\beta - \frac{\eta^2}{32} = 0 \tag{21}$$

(21) с корнями, дающими явные аналитические выражения для энергетических уровней частицы (табл. 2),

$$\begin{aligned} \beta_m = & \frac{m^2}{3} + \left\{ \left(\frac{m^2}{3} \right)^3 + \frac{m^2\eta^2}{48} + \frac{\eta^2}{64} \right. \\ & + \sqrt{-\left(\frac{m^4}{9} + \frac{\eta^2}{24} \right)^3 + \left[\left(\frac{m^2}{3} \right)^3 + \frac{m^2\eta^2}{48} + \frac{\eta^2}{64} \right]^2} \Bigg\}^{\frac{1}{3}} \\ & + \left\{ \left(\frac{m^2}{3} \right)^3 + \frac{m^2\eta^2}{48} + \frac{\eta^2}{64} \right. \\ & - \sqrt{-\left(\frac{m^4}{9} + \frac{\eta^2}{24} \right)^3 + \left[\left(\frac{m^2}{3} \right)^3 + \frac{m^2\eta^2}{48} + \frac{\eta^2}{64} \right]^2} \Bigg\}^{\frac{1}{3}} \\ & \left. \left(\beta_m = \alpha_m + \frac{1}{4} \right) \right. \end{aligned} \tag{22}$$

Для сравнительно слабых полей, в интервале $|\eta| \leq 0.5$ уравнение (19) можно еще более упростить, и спектр

возбужденных состояний приближенно можно определить посредством получающегося из (19) квадратного уравнения

$$\beta^2 - m^2\beta - \frac{\eta^2}{8} = 0 \tag{23}$$

с корнями (табл. 3)

$$\alpha_m = \frac{1}{2} \left(m^2 - \frac{1}{4} \right) \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{8\eta^2}{(4m^2 - 1)^2}} \right). \tag{24}$$

Отметим, что в рассматриваемых приближениях все уровни с $|m| \geq 1$ оказываются двукратно вырожденными.

Как следует из вида волновой функции (20), она будет либо четной, либо нечетной. Для каждой из них соответственно можем записать

$$f_m^{(+)}(\varphi, \eta) = C_1 \exp\{-a \cos \varphi\} \cos(|m| + b \sin \varphi), \tag{25}$$

$$f_m^{(-)}(\varphi, \eta) = C_2 \exp\{-a \cos \varphi\} \sin(|m| + b \sin \varphi). \tag{26}$$

После несложного интегрирования [22] для нормировочных постоянных C_1, C_2 получаем

$$\begin{aligned} C_1 = & \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[I_0(\sqrt{4a^2}) + \frac{(a^2 - b^2)^{|m|}}{(b - a)^{2|m|}} I_{2|m|}(\sqrt{4a^2 - 4b^2}) \right]^{-\frac{1}{2}}, \\ C_2 = & \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[I_0(\sqrt{4a^2}) - \frac{(a^2 - b^2)^{|m|}}{(b - a)^{2|m|}} I_{2|m|}(\sqrt{4a^2 - 4b^2}) \right]^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \tag{27}$$

Здесь $I_k(x)$ — модифицированные функции Бесселя первого рода k -го порядка.

На рис. 1 и рис. 2 представлены графики функций $y(\varphi, \eta, m) = |f_m^{(+)}(\varphi, \eta)|^2$ для нескольких значений m и η .

Как видим, при наличии внешнего поля нарушается характерное для ротатора равномерное распределение плотности вероятности в интервале полного оборота $[0, 2\pi]$. В присутствии поля наиболее вероятно нахождение частицы вокруг значения $\varphi = \pi$. При фиксированном значении номера уровня m с увеличением

Таблица 3. Корни уравнения (23)

m	α	η									
		0.05	0.075	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
1	α ₁	0.7504	0.7509	0.7513	0.7517	0.7537	0.7566	0.7603	0.7647	0.7758	0.7896
2	α ₂	3.7501	3.7502	3.7503	3.7504	3.7507	3.7513	3.7521	3.7530	3.7553	3.7830
3	α ₃	8.7500	8.7500	8.7501	8.7502	8.7503	8.7506	8.7509	8.7513	8.7523	8.7536

поля вероятность нахождения частицы в выбранном интервале увеличивается, а при фиксированном значении поля амплитудное значение плотности вероятности уменьшается с увеличением номера уровня. Отметим, что в предельном случае сильных полей вращение как таковое вообще отсутствует и частица совершает малые колебания в узком угловом конусе вокруг φ = π [13]. В предельном случае η → 0 волновые функции (25), (26) попросту переходят в волновые функции двумерного ротатора с эффективным радиусом вращения R_n из (9). В качестве примера применения полученных результа-

тов рассмотрим межзонные оптические переходы в слое в присутствии электрического поля.

Предположим, что падающая световая волна

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e} A_0 \exp i(\omega t - \mathbf{q}\mathbf{r}) + \text{с.с.} \quad (28)$$

с амплитудой A₀, частотой ω, волновым вектором **q** и единичным вектором поляризации **e** направлена вдоль оси y и поляризована линейно вдоль оси x

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(0, q, 0), \quad \mathbf{e} = \mathbf{e}(1, 0, 0).$$

Соответствующее возмущение, связанное со слабой волной, представим, как обычно [23], в виде

$$A = \frac{i\hbar|e|}{m_0c} (\mathbf{A}\mathbf{P}), \quad (29)$$

где **P** — трехмерный оператор импульса, m₀ — масса свободного электрона, e — его заряд, c — скорость света в вакууме.

Для матричного элемента M_{c,v} межзонных переходов |n_v, m_v, p_{vz}⟩ → |n_c, m_c, p_{cz}⟩ в общем случае имеем [23]

$$M_{c,v} = A_{c,v} \int \psi_c^*(r, \varphi, z) \psi_v(r, \varphi, z) r dr d\varphi dz, \quad (30)$$

где A_{c,v} — матричный элемент оператора (29), построенный на блоховских амплитудах v- и c-зон. По радиальному квантовому числу получаем известные правила отбора: n_c = n_v. Для матричных элементов и пороговых частот конкретных переходов соответственно получаем: в случае четно-четных межзонных переходов

$$M_{c,v}^{(e-e)} = \pi A_{c,v} C_{1c} C_{1v} \left\{ \frac{[(a_c + a_v)^2 - (b_c + b_v)^2]^{\frac{|m_c|+|m_v|}{2}}}{[(b_c + b_v) - (a_c + a_v)]^{|m_c|+|m_v|}} \times I_{|m_c|+|m_v|} \left(\sqrt{(a_c + a_v)^2 - (b_c + b_v)^2} \right) + \frac{[(a_c - a_v)^2 - (b_c - b_v)^2]^{\frac{|m_c|+|m_v|}{2}}}{[(b_c - b_v) - (a_c - a_v)]^{|m_c|+|m_v|}} \times I_{|m_c|+|m_v|} \left(\sqrt{(a_c - a_v)^2 - (b_c - b_v)^2} \right) \right\}, \quad (31)$$

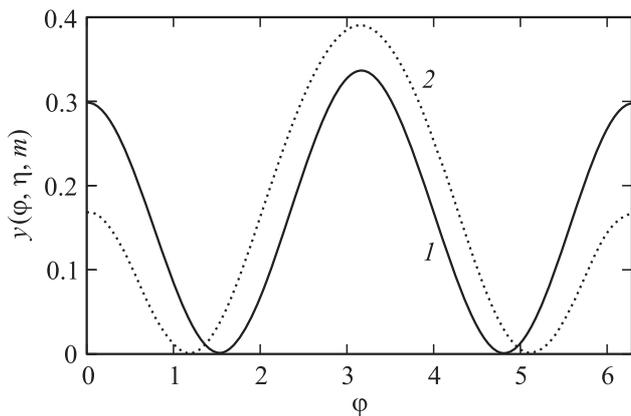


Рис. 1. Графики функции y(φ, η, m) = |f_m⁽⁺⁾(φ, η)|² при m = 1 для значений поля η = 0.1 (1) и 0.75 (2).

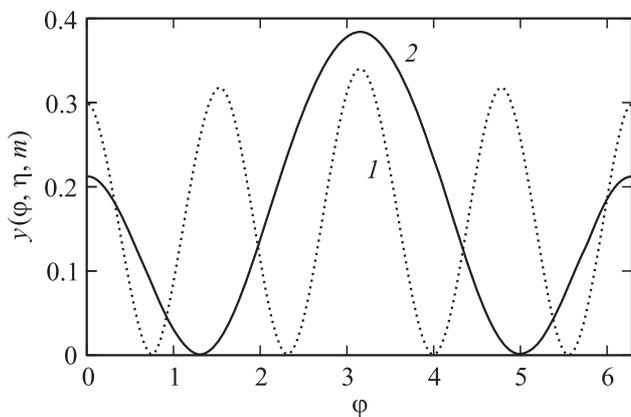


Рис. 2. Графики функции y(φ, η, m) = |f_m⁽⁺⁾(φ, η)|² при m = 2 (1) и 1 (2) для значений поля η = 0.5.

в случае нечетно-нечетных межзонных переходов

$$M_{c,v}^{(o-o)} = \pi A_{c,v} C_{2c} C_{2v} \left\{ \frac{[(a_c + a_v)^2 - (b_c + b_v)^2]^{\frac{|m_c|+|m_v|}{2}}}{[(b_c + b_v) - (a_c + a_v)]^{|m_c|+|m_v|}} \times I_{|m_c|+|m_v|} \left(\sqrt{(a_c + a_v)^2 - (b_c + b_v)^2} \right) - \frac{[(a_c - a_v)^2 - (b_c - b_v)^2]^{\frac{|m_c|+|m_v|}{2}}}{[(b_c - b_v) - (a_c - a_v)]^{|m_c|+|m_v|}} \times I_{|m_c|+|m_v|} \left(\sqrt{(a_c - a_v)^2 - (b_c - b_v)^2} \right) \right\}. \quad (32)$$

Здесь $b_{c,v} = \frac{\eta_{c,v}(1+4\beta_{c,v})}{8\beta_{c,v}\sqrt{\beta_{c,v}}}$, $a_{c,v} = \frac{\eta_{c,v}(1+4\beta_{c,v})}{16\beta_{c,v}^2}$, $\eta_{c,v} = \frac{V_0}{\hbar^2/2\mu_{c,v}R_{nc,v}^2}$.

Пороговая частота перехода будет задаваться выражением

$$\hbar\omega_{c,v} = E_g^L + \pi^2 \hbar^2 n^2 (\mu_c^{-1} + \mu_v^{-1}) + E_{ang}^{(c)} + E_{ang}^{(v)}, \quad (33)$$

где E_g^L — ширина запрещенной зоны массивного образца из материала слоя, $E_{ang}^{(c,v)}$ — энергия углового движения частицы в присутствии внешнего поля в c - и v -зонах соответственно.

Для четно-нечетных или нечетно-четных переходов матричный элемент равен нулю. Как видим, матричные элементы (интенсивности) межзонных переходов явно зависят от значений эффективных масс носителей заряда.

Проведенные для матричных элементов численные расчеты показывают следующее.

1) Интенсивность переходов уменьшается с увеличением квантового числа m . При $\eta = 0.75$ и $s = \mu_v/\mu_c = 1$ имеем

$$|M_{1,1}^{(e-e)}|^2 : |M_{2,1}^{(e-e)}|^2 = 7.5 \cdot 10^{-3} : 4 \cdot 10^{-5},$$

$$|M_{1,1}^{(o-o)}|^2 : |M_{2,1}^{(o-o)}|^2 = 10.95 \cdot 10^{-3} : 5.3 \cdot 10^{-5}. \quad (34)$$

2) Интенсивность переходов возрастает с увеличением поля. При $m_c = m_v = 1$, $s = 1$ имеем

$$|M_{1,1}^{(e-e)}(\eta = 0.3)|^2 : |M_{1,1}^{(e-e)}(\eta = 0.75)|^2 = 3 \cdot 10^{-3} : 7.5 \cdot 10^{-3},$$

$$|M_{1,1}^{(o-o)}(\eta = 0.3)|^2 : |M_{1,1}^{(o-o)}(\eta = 0.75)|^2 = 6.32 \cdot 10^{-4} : 10.95 \cdot 10^{-3}. \quad (35)$$

3) Интенсивность переходов уменьшается с увеличением отношения $s = \mu_v/\mu_c$. При $\eta = 0.75$ и $s = \mu_v/\mu_c = 3.75$ имеем

$$|M_{1,1}^{(e-e)}(\eta_v = 0.75, s = 1)|^2 : |M_{1,1}^{(e-e)}(\eta_v = 0.75, s = 3.75)|^2 = 7.5 \cdot 10^{-3} : 3 \cdot 10^{-3},$$

$$|M_{1,1}^{(o-o)}(\eta_v = 0.75, s = 1)|^2 : |M_{1,1}^{(o-o)}(\eta_v = 0.75, s = 3.75)|^2 = 10.95 \cdot 10^{-3} : 1.83 \cdot 10^{-3}. \quad (36)$$

Что касается частотной зависимости коэффициента поглощения $K_{c,v}(\omega)$, то она в данном случае также будет описываться характерной для 1D-систем [24] зависимостью

$$K_{c,v}(\omega) \sim (\omega - \omega_{c,v})^{-\frac{1}{2}} \Theta(\omega_{c,v}),$$

где $\Theta(\omega_{c,v})$ — ступенчатая функция Хевисайда.

5. Заключение

На основе результатов, полученных в настоящей работе, можно сделать следующие выводы.

Предложенный теоретический подход позволяет провести описание состояний носителей заряда в слое для интервала значений полей, когда теория возмущений уже неприменима.

Под влиянием поля вероятность пространственного распределения носителей такова, что максимум вероятности для отрицательных частиц приходится на область значений азимутального угла вокруг значений $\varphi = \pi$, а положительных частиц — вокруг значений $\varphi = 0$, т. е. по диаметру системы. Это логически полностью согласуется с предельным случаем сильного однородного поля, когда поле попросту локализует разноименные заряды на противоположных концах диаметра слоя [13,14].

Внешнее поле снимает запреты по азимутальному квантовому числу при межзонных оптических переходах, однако при наличии поля отсутствуют межзонные дипольные переходы между состояниями с различной четностью.

Возрастание поля приводит к увеличению поглощения и одновременно к эффективному уширению запрещенной зоны образца, так что путем варьирования величины внешнего поля и геометрических размеров системы можно добиться контролируемого регулирования оптических параметров исследуемого образца.

Поле приводит к явной зависимости поглощения от эффективной массы носителей заряда, что делает предложенный подход особенно продуктивным при рассмотрении соединений с большой разницей значений эффективных масс носителей заряда, например соединения InSb, где, как известно [25], не только наблюдается сильное различие масс электронов и дырок, но и происходит расщепление на подзоны тяжелых и легких дырок.

Автор выражает благодарность А.Р. Папояну за помощь в расчетах.

Список литературы

[1] M. Law, J. Goldberger, P. Yang, Ann. Rev. Mater. Res. **34**, 83 (2004); J. Martine-Duart, R.J. Martin-Palmer, F. Agullo-Rueda. Nanotechnology for microelectronics and optoelectronics, Cambridge University Press, N.Y. (2005). 304 p.

- [2] G.Shen, Y. Bando, D. Golberg, *Int. J. Nanotechnol.* **4**, 730 (2007); Ch. Bae, H. Yoo, S. Kim, K. Lee, J. Kim, M.A. Sung, H. Shin. *Chem. Mater.* **20**, 756 (2008).
- [3] Li Xiuling. *J. Phys. D* **41**, 193 001 (2008).
- [4] J. Goldberger, R. He, Y. Zhang, S. Lee, H. Yan, H.-J. Choi, P. Yang. *Nature* **422**, 599 (2003); J. Goldberger, R. Fan, P. Yang. *Acc. Chem. Res.* **39**, 239, (2006); J.M. de Almeida. *Phys. Lett. A* **374**, 877 (2010); S. Adachi. *Properties of semiconductors alloys. Group-IV. III-V and II-VI semiconductors.* Wiley (2009). 244 p.
- [5] Н.В. Ткач, И.В. Пронишин, А.М. Маханец. *ФТТ* **40**, 557 (1998).
- [6] Н.В. Ткач, В.А. Головацкий. *ФТТ* **43**, 350 (2001).
- [7] R.N. Musin, X.-Q. Wang. *Phys. Rev. B* **74**, 165 308 (2006); L.E. Ramos, J. Furthmüller, F. Bechstedt. *Phys. Rev. B* **72**, 045 351 (2005).
- [8] N. Malkova, C.Z. Ning. *Phys. Rev. B* **75**, 155 407 (2007).
- [9] V.A. Narutyunyan, K.S. Aramjan, H.Sh. Petrosjan. *Physica E* **21**, 111 (2004).
- [10] В.А. Арутюнян. *ФТП* **39**, 839 (2005).
- [11] V.A. Narutyunyan. *Appl. Surf. Sci.* **256**, 455 (2009).
- [12] V.A. Narutyunyan. *Physica E* **41**, 695 (2009).
- [13] В.А. Арутюнян. *ФТТ* **52**, 1621 (2010).
- [14] V.A. Narutyunyan. *J. Appl. Phys.* **109**, 014 325 (2011)
- [15] V.A. Narutyunyan. *Physica E* **39**, 37 (2007).
- [16] J.W. Haus, H.S. Zhou, I. Honma, H. Komiyama. *Phys. Rev. B* **47**, 1359 (1993).
- [17] D. Schooss, A. Mews, A. Eychemüller, H. Weller. *Phys. Rev. B* **49**, 17 072 (1994).
- [18] В.Г. Коган, В.З. Кресин. *ФТТ* **11**, 3230 (1969).
- [19] В. Смайт. *Электростатика и электродинамика.* ИЛ, М. (1954). 605 с.
- [20] Э. Камке. *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.* Наука, М. (1971). 576 с.
- [21] Г. Бейтмен, А. Эрдейи. *Высшие трансцендентные функции.* Наука, М. (1967). Т. 3. 300 с.
- [22] А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. *Интегралы и ряды.* Наука, М. (1981). Т. 1. 800 с.
- [23] H. Haug, S. Koch. *Quantum theory of optical and electronic properties of semiconductors.* 4th ed. World (2006). 465 p.; G. Bastard. *Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures.* Les Editions de Physique, Les Ulis (1998). 327 p.
- [24] O. Stier. *Electronic and optical properties of quantum dots and wires.* Wissenschaft & Technik Verlag, Berlin (2001). 428 p.; P. Harrison. *Quantum wells, wires and dots. Theoretical and computational Physics.* Wiley (2005). 564 p.
- [25] Б.М. Аскеров. *Электронные явления переноса в полупроводниках.* Наука, М. (1985). 320 с.