03

Влияние теплового граничного условия на стенке плоского канала и аксиальной теплопроводности жидкости на теплообмен при ламинарном пульсирующем течении в квазистационарном режиме

© Е.П. Валуева

Московский энергетический институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия
E-mail: ep.valueva@gmail.com

Поступило в Редакцию 9 января 2025 г.
В окончательной редакции 27 февраля 2025 г.
Принято к публикации 27 февраля 2025 г.

Исследована возможность повышения эффективности теплопередающих устройств с помощью наложения на ламинарное течение пульсаций расхода с большими амплитудами колебаний. Наибольшее увеличение теплоотдачи при пульсирующем течении по сравнению со случаем стационарного течения происходит в области относительно низких частот пульсаций расхода, т. е. в квазистационарном режиме. Среднее по длине канала и времени число Нуссельта может возрасти на 50 % по сравнению с его значением при стационарном течении, а в случае влияния аксиальной теплопроводности жидкости для малых чисел Пекле и относительно коротких труб — в несколько раз.

Ключевые слова: теплообмен, пульсирующее квазистационарное течение, аксиальная теплопроводность.

DOI: 10.61011/PJTF.2025.11.60482.20253

Рассматривается теплообмен при ламинарном пульсирующем течении в плоском канале. Средняя по сечению скорость $\langle u\rangle$ изменяется во времени по гармоническому закону

$$\langle U\rangle = 1 + A\cos(\omega t),$$

где $\langle U\rangle = \langle u\rangle/\langle\overline{u}\rangle$, $\langle\overline{u}\rangle$ — средняя по сечению и времени скорость, A — амплитуда колебаний, ω — круговая частота.

Нестационарное уравнение энергии при развитом течении имеет следующий вид:

$$\mathrm{Wo}_T^2\frac{\partial\vartheta}{\partial t_\omega} + U\frac{\partial\vartheta}{\partial X} = \frac{\partial^2\vartheta}{\partial Y^2} + \frac{1}{\mathrm{Pe}^2}\frac{\partial^2\vartheta}{\partial X^2}. \quad (1)$$

Здесь $t_\omega = t\omega$ — безразмерное время; $X = x/(h\mathrm{Pe})$, $Y = y/h$ — безразмерные продольная и поперечная координаты; $\vartheta = \lambda(T - T_0)/(hq_w)$ — безразмерная температура при заданной плотности теплового потока на стенке $q_w = \mathrm{const}$; $U = u/\langle\overline{u}\rangle$ — безразмерная продольная скорость; $\mathrm{Pe} = \mathrm{RePr}$ — число Пекле; $\mathrm{Re} = \langle\overline{u}\rangle h/\nu$ — число Рейнольдса; ν — кинематический коэффициент вязкости; $\mathrm{Wo}_T = 2\mathrm{Wo}\sqrt{\mathrm{Pr}}$, $\mathrm{Wo} = \frac{h}{2}\sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$ — число Вомерсли; h — ширина канала; T_0 — температура на входе в канал.

Одним из способов интенсификации теплообмена в различных теплопередающих устройствах может являться наложение пульсаций расхода на ламинарное течение. В [1] проведена классификация режимов пульсирующего ламинарного течения. По значению чисел Вомерсли выделяются следующие режимы: квазистационарный (Wo, $\mathrm{Wo}_T < 1$), высокочастотный (Wo, $\mathrm{Wo}_T > 10$) и промежуточный. Показано, что увеличение теплоотдачи при пульсирующем течении по сравнению со случаем стационарного течения возможно только при высоких амплитудах колебаний $A > 1$. Установлено, что наибольшее увеличение теплоотдачи происходит в области относительно низких частот пульсаций расхода, т. е. в квазистационарном режиме. В этом случае, при $\mathrm{Wo}_T \ll 1$, первый член в уравнении (1) можно опустить и решать стационарное уравнение энергии. Если рассматривается теплообмен при развивающемся течении, продольная и поперечная составляющие скорости находятся из решения системы стационарных уравнений движения и неразрывности. В [2,3] предложен способ использования данных о гидродинамических и тепловых характеристиках стационарного течения для получения этих характеристик при квазистационарном пульсирующем течении:

$$U(X, Y, \omega t) = U_s(X/\langle U\rangle, Y)\langle U\rangle,$$

$$\vartheta(X, Y, \omega t) = \vartheta_s(X/\langle U\rangle, Y),$$

$$\Delta\vartheta(X, \omega t) = \Delta\vartheta_s(X/\langle U\rangle). \quad (2)$$

Здесь U_s, ϑ_s, $\Delta\vartheta_s$ — скорость, температура, температурный напор (разница между температурой стенки и средней массовой температурой жидкости), полученные из решения стационарных уравнений.

Для анализа влияния пульсаций расхода на гидродинамику и теплообмен в [3] предложено разделить период колебаний на две части, в первой из которых жидкость движется от входа в канал к его выходу (прямое течение), а во второй части периода — в противоположном направлении (обратное течение). Такое разделение позволяет использовать полученные данные для расчета различных теплопередающих устройств, в частности теплообменных аппаратов, в которых осуществляется интенсификация теплообмена. На практике длина обогреваемого участка канала L_q является конечной величиной. Для обратного течения в соотношениях (2) расстояние от начала обогрева X следует заменить на $X-L_q$.

Начиная с 60-х годов прошлого века проводилось исследование теплообмена при наличии аксиальной теплопроводности жидкости. Работы [4–8] выполнены для развитого течения и бесконечных длин обогреваемого и предшествующего ему адиабатического участка: $L_q \to \infty$, $L_0 \to -\infty$. На входе в адиабатический участок задавался равномерный профиль температуры. На выходе из обогреваемого участка в некоторых работах распределение температуры по поперечной координате находилось из решения уравнения энергии, в котором не учитывается аксиальная теплопроводность жидкости. В других работах полагалось, что на выходе температуры изменяются в продольном направлении по закономерностям, соответствующим случаю отсутствия влияния аксиальной теплопроводности. В работах [5–8] рассматривалось течение в круглой трубе, а в [7,8] — кроме того, и в плоском канале. Расчеты с граничным условием первого рода на стенке обогреваемого участка проведены в [4,6,8], а с граничным условием второго рода — в [5–8]. Приближенный аналитический метод решения задачи (разложение по собственным функциям) использован в [4,5,7]. При этом на границе адиабатического и обогреваемого участков ставились условия равенства температур и их производных по длине (последнее условие не должно выполняться точно, так как оно не следует из уравнения энергии). В [6,8] решение задачи получено методом конечных разностей.

В теплопередающих устройствах теплоносители обычно поступают в канал с постоянной температурой. Адиабатический участок отсутствует, его длина равна нулю. Обогреваемый участок имеет конечную длину L_q. На выходе из обогреваемого участка температура жидкости в продольном направлении не изменяется. Задача в описанной выше постановке решена впервые.

Решается стационарное уравнение энергии для развитого течения

$$U\frac{\partial \vartheta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial Y^2} + \frac{1}{\mathrm{Pe}^2}\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial X^2}. \qquad (3)$$

Граничные условия для уравнения (3) имеют следующий вид: при $X = 0$ $\vartheta = 0$, при $X = L_q$ $\partial\vartheta/\partial X = 0$, при $Y = 0$ $\partial\vartheta/\partial Y = 0$, при $Y = 1/2$ $\partial\vartheta/\partial Y = 1$.

При развитом течении в плоском канале $U = 1.5(1 - 4Y^2)$.

Решение зависит от числа Пекле Pe и длины обогреваемого участка L_q. Число Нуссельта вычисляется по соотношению $\mathrm{Nu}_s = 1/\Delta\vartheta_s$.

Для решения уравнения (3) разработана новая безусловно устойчивая конечно-разностная схема, являющаяся комбинацией двух известных схем: итерационных методов Гаусса–Зейделя и продольно-поперечной

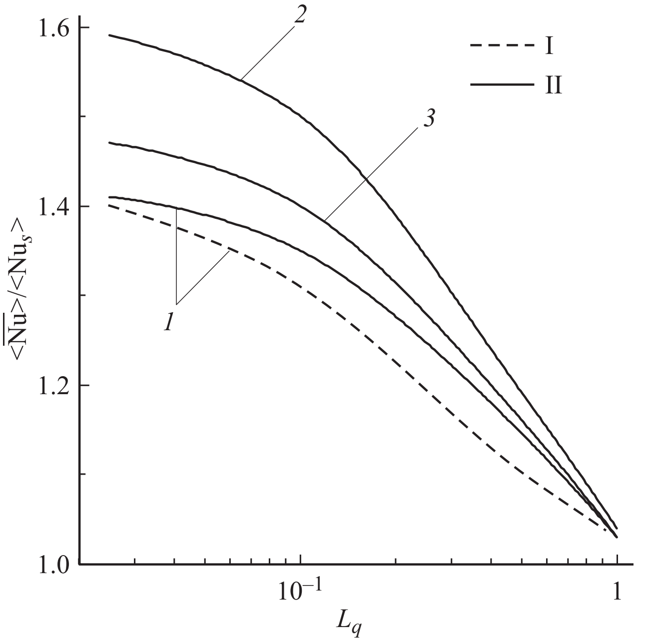

Рис. 1. Зависимость среднего по времени и длине канала числа Нуссельта от длины обогреваемого участка при граничном условии первого рода. *1* — $\langle\overline{\mathrm{Nu}}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, *2* — $\langle\overline{\mathrm{Nu}^d}\rangle/\langle\mathrm{Nu}\rangle_s$, *3* — $\langle\overline{\mathrm{Nu}^r}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$. I — $\langle\overline{\mathrm{Nu}_1}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, II — $\langle\overline{\mathrm{Nu}_2}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$.

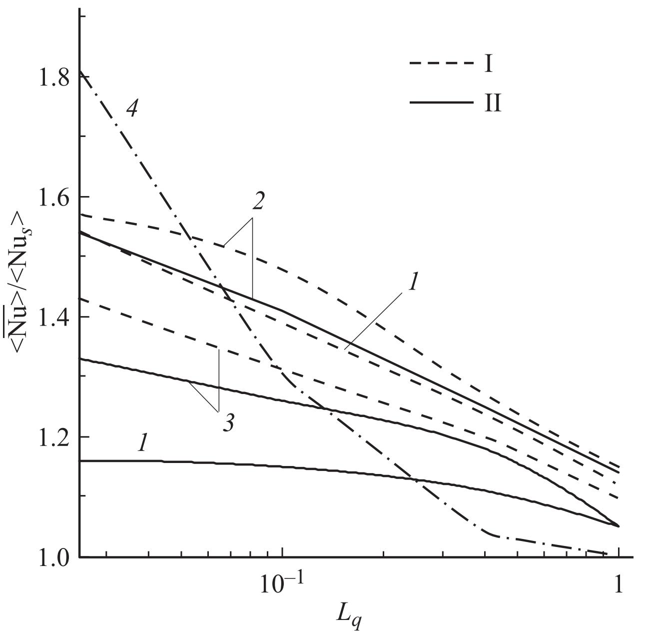

Рис. 2. Зависимость среднего по времени и длине канала числа Нуссельта от длины обогреваемого участка при граничном условии второго рода. *1* — $\langle\overline{\mathrm{Nu}}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, *2* — $\langle\overline{\mathrm{Nu}^d}\rangle/\langle\mathrm{Nu}\rangle_s$, *3* — $\langle\overline{\mathrm{Nu}^r}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, *4* — $\langle\mathrm{Nu}_s\rangle/\mathrm{Nu}_\infty$. I — $\langle\overline{\mathrm{Nu}_1}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, II — $\langle\overline{\mathrm{Nu}_2}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$.

прогонки. В этой схеме учтен переход от решения уравнения эллиптического типа к решению уравнения параболического типа при отсутствии влияния акси-

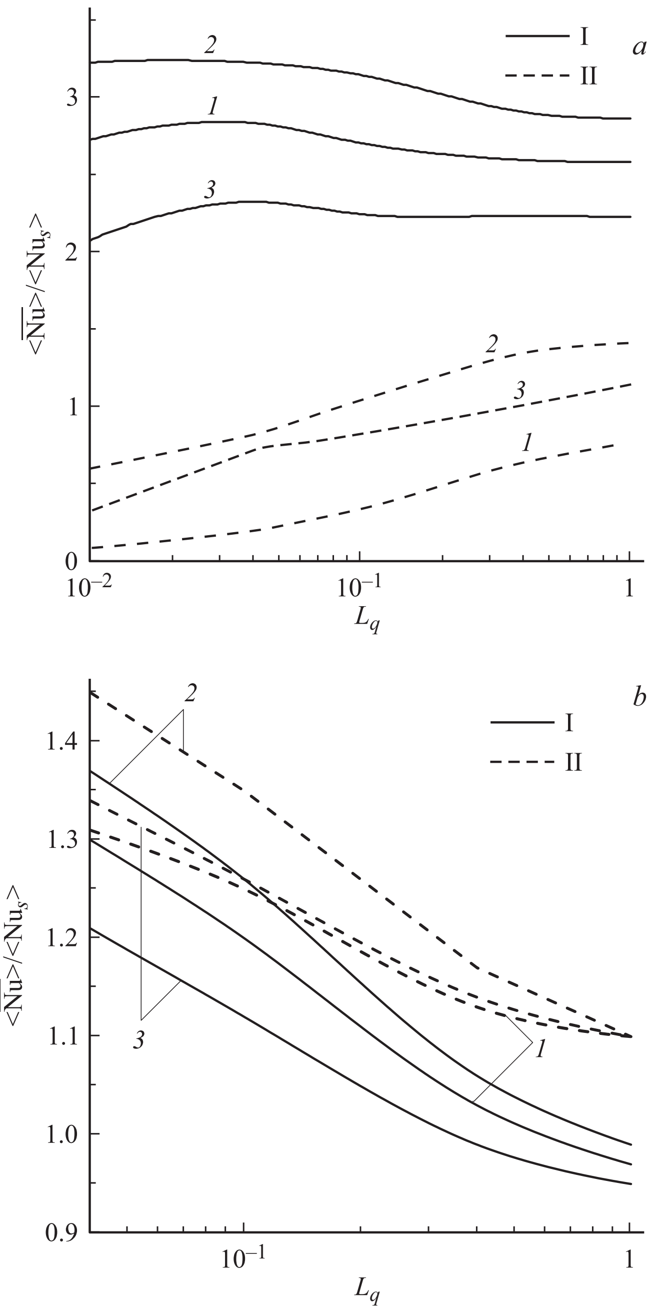

Рис. 3. Зависимости среднего по времени и длине канала числа Нуссельта от длины обогреваемого участка для $\mathrm{Pe} = 1$ (a) и 1000 (b). *1* — $\langle\overline{\mathrm{Nu}}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, *2* — $\langle\overline{\mathrm{Nu}^d}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, *3* — $\langle\overline{\mathrm{Nu}^r}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$. I — $\langle\overline{\mathrm{Nu}_1}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, II — $\langle\overline{\mathrm{Nu}_2}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$.

альной теплопроводности. Кроме того, использование предложенной схемы позволяет минимизировать число итераций.

Проведена верификация разработанной методики численного моделирования. При отсутствии влияния аксиальной теплопроводности жидкости ($\mathrm{Pe} \to \infty$) получено хорошее согласие результатов расчета $\mathrm{Nu}_s(X)$ с данными, приведенными в [9]. Различие составляет порядка 10 % при $X = 10^{-5}$ и порядка нескольких процентов при $X = 0.1$. При учете аксиальной теплопроводности рассчитанные изменения числа Нуссельта вдоль канала для малых чисел Пекле и $L_q \to \infty$, $L_0 \to -\infty$ и качественно, и количественно совпадают с результатами предыдущих исследований, упомянутых выше. Максимальное различие, как и различие между данными, полученными в указанных выше работах, наблюдается при $\mathrm{Pe} = 1$ на входе в обогреваемый участок и находится в пределах 10–15 %.

Результаты расчета числа Нуссельта при стационарном течении для ограниченной длины обогреваемого участка использованы для получения данных при квазистационарном пульсирующем течении по методу, описанному выше.

В методике расчета различных теплопередающих устройств используются данные о среднем по длине канала и по времени числе Нуссельта. Осреднение по времени можно провести двумя способами: $\mathrm{Nu}_1 \propto \overline{1/\Delta\vartheta}$, $\mathrm{Nu}_2 \propto 1/\overline{\Delta\vartheta}$. Для прямого течения осреднение по времени проводится в той части периода, в которой осуществляется течение с положительным значением средней по сечению скорости. Для обратного течения осреднение по времени проводится в той части периода, в которой поток жидкости направлен от выхода к входу в канал.

Результаты расчетов для $A = 5$ представлены на рис. 1–3. Кроме средних чисел Нуссельта для прямого Nu^d и обратного Nu^r течения на рисунках показаны числа Нуссельта, осредненные по всему периоду колебаний $\overline{\mathrm{Nu}}$. Значения $\overline{\mathrm{Nu}_1}$, $\langle\overline{\mathrm{Nu}_1}\rangle$ находятся между значениями $\overline{\mathrm{N}_1^d}$, $\langle\overline{\mathrm{N}_1^d}\rangle$ и $\overline{\mathrm{N}_1^r}$, $\langle\overline{\mathrm{N}_1^r}\rangle$. Соотношения между Nu_2 и Nu_1, а также между $\overline{\mathrm{Nu}_2}$, $\langle\overline{\mathrm{Nu}_2}\rangle$ и $\overline{\mathrm{Nu}_2^d}$, $\langle\overline{\mathrm{Nu}_2^d}\rangle$, $\overline{\mathrm{Nu}_2^r}$, $\langle\overline{\mathrm{Nu}_2^r}\rangle$, могут быть разными. Они определяются зависимостями температурного напора от времени и расстояния от начала обогрева для прямого и обратного течения.

Расчеты, результаты которых представлены на рис. 1, 2, выполнены ранее для развивающегося течения при $\mathrm{Pr} = 0.7$ без учета аксиальной теплопроводности жидкости. Для граничного условия на стенке канала второго рода ($q_w = \mathrm{const}$, рис. 2) увеличение теплоотдачи благодаря наложению пульсаций расхода несколько выше, чем для граничного условия первого рода ($T_w = \mathrm{const}$, рис. 1). При $\mathrm{Pr} = 7$ отмеченного различия не наблюдается. На рис. 2 показано также изменение среднего по длине числа Нуссельта вдоль канала для стационарного развивающегося течения по отношению к его стабилизированному значению $\mathrm{Nu}_\infty = 4.12$. Следует отметить, что для $\mathrm{Pr} \geqslant 7$ влияние развития течения на отношение чисел Нуссельта при квазистационарном и стационарном течении становится незначительным.

По разработанной методике численного моделирования проведены расчеты развивающегося и развитого стационарного течения в плоском канале с учетом аксиальной теплопроводности жидкости с ограниченными длинами адиабатического и обогреваемого участков. Полученные данные использованы для вычисления чисел Нуссельта при квазистационарном течении, зависящих от продольной координаты и времени. Расчеты показали, что влияние развития течения на отношение чисел Нуссельта при квазистационарном и стационарном течении несущественно при $\mathrm{Pr} > 7$.

Расчеты, результаты которых показаны на рис. 3, проведены для развитого течения с учетом аксиальной теплопроводности жидкости для граничного условия второго рода. В этом случае число Нуссельта зависит не от числа Прандтля, а от числа Пекле. Для малых чисел Пекле порядка нескольких единиц (рис. 3, a) и относительно коротких труб теплоотдача возрастает в несколько раз по сравнению с теплоотдачей при стационарном течении. Для больших чисел Пекле, $\mathrm{Pe} > 100$ (рис. 3, b), когда влияние аксиальной теплопроводности незначительно, теплоотдача увеличивается в несколько меньшей степени, чем для развивающегося течения жидкости с числом Прандтля $\mathrm{Pr} = 0.7$ (рис. 2). С возрастанием числа Прандтля указанное различие уменьшается. Расчеты, выполненные для граничного условия первого рода, показали, что вид граничного условия слабо влияет на отношение числа Нуссельта к его значению при стационарном течении.

Финансирование работы

Работа поддержана Российским научным фондом (проект № 23-29-00128).

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у нее нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Е.П. Валуева, М.С. Пурдин, Теплофизика и аэромеханика, **23** (6), 893 (2016). [E.P. Valueva, M.S. Purdin, Thermophys. Aeromech., **23** (6), 857 (2016). DOI: 10.1134/S0869864316060081].

[2] Е.П. Валуева, В.С. Зюкин, ТВТ, **60** (1), 56 (2022). DOI: 10.31857/S0040364422010070 [E.P. Valueva, V.S. Zyukin, High Temp., **60** (1), 50 (2022). DOI: 10.1134/S0018151X22010254].

[3] Е.П. Валуева, ТВТ, **62** (4), 536 (2024). DOI: 10.31857/S0040364424040089 [E.P. Valueva, High Temp., **62** (4), 471 (2024). DOI: 10.1134/S0018151X25700051].

[4] Б.С. Петухов, Ф.Ф. Цветков, Инж.-физ. журн., **4** (3), 10 (1961).

[5] Б.С. Петухов, *Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах* (Энергия, М., 1967), с. 196–208.

[6] D.K. Hennecke, Wärme Stoffübertragung, **1** (3), 177 (1968). DOI: 10.1007/BF00751149

[7] C.-J. Hsu, Am. Inst. Chem. Eng. J., **17** (3), 732 (1971).

[8] T.V. Nguyen, Int. J. Heat Mass Transfer, **35** (7), 1733 (1992). DOI: 10.1016/0017-9310(92)90143-G

[9] R.K. Shah, A.L. London, *Laminar flow forced convection in ducts* (Academic Press, N.Y., 1978), p. 172, 181, 191, 193.