

07
**Неизохронность ферромагнитных наночастиц различных форм
в магнитном поле**

© А.А. Матвеев,^{1,2} О.Ю. Архипова,^{1,2} Е.В. Решетова,³ А.Р. Сафин,^{1,4} О.В. Кравченко,^{1,3} С.А. Никитов^{1,2}

¹ Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
125009 Москва, Россия

² Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
141701 Москва, Россия

³ Федеральный исследовательский центр „Информатика и управление“ РАН,
119333 Москва, Россия

⁴ Национальный исследовательский университет „МЭИ“,
111250 Москва, Россия
e-mail: maa.box@yandex.ru

Поступило в Редакцию 18 декабря 2024 г.

В окончательной редакции 19 февраля 2025 г.

Принято к публикации 20 февраля 2025 г.

Исследована возможность управления неизохронностью ферромагнитных наночастиц с помощью внешнего магнитного поля. Методом гамильтонова формализма получены аналитические выражения, характеризующие нелинейный сдвиг частоты резонансных колебаний намагниченности для диагонального тензора размагничивающих факторов. Показано, что при повороте и изменении величины вектора внешнего постоянного магнитного поля можно добиться перестройки резонансной частоты колебаний за счет изменения амплитуды прикладываемого переменного магнитного поля как для сферического, так и для цилиндрического образца при наличии одноосной анизотропии. В изотропном случае для сферически симметричного образца коэффициент неизохронности равен нулю в силу симметрии тензора размагничивания сферы, тогда как для цилиндрического образца он ненулевой. Полученные результаты могут использоваться для построения новых типов существенно нелинейных микроволновых устройств спинтроники и магноники.

Ключевые слова: неизохронность, коэффициент неизохронности, гамильтонов формализм, тензор размагничивания.

DOI: 10.61011/JTF.2025.06.60467.461-24

Введение

Магнитные материалы находят применение в спинтронных устройствах для передачи и обработки информации. Активно исследуется возможность генерации сверхвысокочастотной динамики намагниченности в различных магнитных образцах [1,2]. Традиционно для практических применений рассматриваются радиотехнические элементы на основе пленок или сфер [3,4]. Так, сферы, изготовленные из железо-иттриевого граната, широко применяются в СВЧ электронике в качестве частотно-селективных элементов [4]. Предлагается создавать однокаскадные фильтры и резонаторы [5]. Также проводятся исследования, направленные на изучение физики взаимодействий ферромагнитных сфер со сверхпроводниками [6]. Вопросам как применения в спинтронных устройствах линейной и нелинейной динамики намагниченности в ферро- и антиферромагнитных пленках, так и управления свойствами таких структур уделяется большое научное внимание [1,7]. При помощи магнитных пленок возможно решать широкий спектр задач: от хранения данных [8] и магнитометрии [9] до генерации спинового тока [10] и нейроморфных вычислений [11]. В настоящее время изучению динамики

намагниченности в магнитных образцах, геометрические формы которых отличны от сфер и пленок не уделяется столь большого научного внимания. Тем не менее магнитные цилиндры предлагается использовать как непланарные решения для задач передачи сигналов в спинтронике [12,13]. Отметим, что возможность управления неизохронностью колебаний, которая может быть вызвана анизотропией формы, оказывается существенной при разработке спинтронных устройств, поскольку она определяет соотношение между частотой колебаний намагниченности и их амплитудой [14,15]. Кроме того, при достаточно большой неизохронности фазовые шумы будут усиливаться амплитудными шумами за счет амплитудно-фазовой конверсии [3].

Ранее в [14] рассматривалась динамика колебаний намагниченности в образце с геометрией тонкой пленки с учетом нелинейного сдвига частоты колебаний, а в [15] было исследовано влияние внешнего магнитного поля на нелинейный сдвиг частоты в таком образце. Целью настоящей работы является получение и исследование нелинейных коэффициентов сдвига частоты колебаний намагниченности (коэффициентов неизохронности) для спинтронных ферромагнитных образцов с геометрией в

форме сферы и тонкого цилиндра при наличии внешнего магнитного поля.

1. Теоретический анализ

Динамику намагниченности в ферромагнитном материале можно описать с помощью уравнения Ландау–Лифшица, которое имеет вид [14,16]:

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -\gamma\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \alpha\mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt}, \quad (1)$$

где γ — модуль гиромагнитного отношения электрона, \mathbf{m} — вектор намагниченности, нормированный на намагниченность насыщения M_s , \mathbf{H}_{eff} — эффективное магнитное поле, α — коэффициент затухания Гильберта [17]. Отметим, что в настоящей работе мы исследуем влияние внешнего магнитного поля на нелинейность ферромагнитного образца, поэтому достаточно ограничиться рассмотрением консервативной части уравнения (1). В таком случае, при дальнейшем анализе можно не учитывать затухание Гильберта. Эффективное магнитное поле связано с магнитной энергией E как вариационная производная ее функционала [14,18]:

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{1}{\mu_0 M_s} \frac{\delta E}{\delta \mathbf{m}}. \quad (2)$$

Здесь μ_0 — магнитная постоянная. Полная магнитная энергия записывается в виде

$$E = \int \varepsilon_V dV, \quad (3)$$

где ε_V — объемная плотность магнитной энергии. Мы используем макроспиновое приближение, поскольку не исследуем распространение волн в ферромагнетиках или динамику неоднородных состояний намагниченности [19]. Значит можно не учитывать энергетический вклад обменного взаимодействия. Тогда плотность магнитной энергии можно записать как

$$\varepsilon_V = -\mu_0 M_s \mathbf{H}_0 \mathbf{m} - K_u (\mathbf{m} \mathbf{e}_u)^2 + \frac{\mu_0 M_s^2}{2} \mathbf{m} \hat{D} \mathbf{m}. \quad (4)$$

В выражении (4) первое слагаемое в правой части возникает за счет приложения к ферромагнитному образцу внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 и называется объемной плотностью энергии Зеемана. Второе слагаемое описывает вклад одноосной магнитной анизотропии, которая может возникнуть из-за нарушения симметрии кристалла в процессе роста [20], с константой K_u и вектором направления \mathbf{e}_u . В настоящей работе мы не рассматриваем кристаллографическую анизотропию. Однако в рамках используемого подхода для сферической и цилиндрической форм ферромагнитного образца ее можно учесть так же, как и для тонких ферромагнитных пленок [15]. Третье слагаемое представляет собой плотность энергии поля размагничивания, которая возникает в результате

диполь-дипольного взаимодействия в ферромагнетике. Для описания энергетического вклада такого взаимодействия может быть использован диагональный тензор размагничивания \hat{D} . Данный тип тензора применяется для моделирования динамики намагниченности в сфере, протяженном цилиндре или тонкой пленке [21]. Таким образом, плотность энергии в уравнении (4) принимает вид

$$\varepsilon_V = -\mu_0 M_s \mathbf{H}_0 \mathbf{m} - K_u (\mathbf{m} \mathbf{e}_u)^2 + \frac{\mu_0 M_s^2}{2} (D_{xx} (\mathbf{m} \mathbf{e}_x)^2 + D_{yy} (\mathbf{m} \mathbf{e}_y)^2 + D_{zz} (\mathbf{m} \mathbf{e}_z)^2), \quad (5)$$

где D_{xx}, D_{yy}, D_{zz} — диагональные компоненты тензора размагничивающих факторов \hat{D} . Тогда эффективное магнитное поле можно записать как

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_0 + H_u (\mathbf{m} \mathbf{e}_u) \mathbf{e}_u - M_s (D_{xx} (\mathbf{m} \mathbf{e}_x) \mathbf{e}_x + D_{yy} (\mathbf{m} \mathbf{e}_y) \mathbf{e}_y + D_{zz} (\mathbf{m} \mathbf{e}_z) \mathbf{e}_z), \quad (6)$$

где H_u — поле одноосной анизотропии, связанное с константой K_u соотношением

$$H_u = 2K_u / (\mu_0 M_s).$$

Уравнение (1) является векторным нелинейным уравнением. Такой вид уравнений трудно анализировать теоретически. В таком случае можно воспользоваться методом гамильтонова формализма [22], позволяющим преобразовать уравнение Ландау–Лифшица к гамильтоновым уравнениям. Отметим, что такие уравнения представляют собой эффективный инструмент для анализа нелинейной динамики и широко используются в различных областях. Например, гамильтонов формализм применим для изучения плазмы [23], бозе-эйнштейновского конденсата [24] и в гидродинамике [25]. Этот метод заключается во введении новой комплексной переменной, описывающей динамику намагниченности, квадрат модуля которой описывает мощность колебаний [14,22]. Одним из простейших способов введения такой переменной является преобразование, связывающее эту новую переменную с амплитудой прецессии намагниченности. Для определения амплитуды прецессии необходимо найти вектор, вокруг которого будет колебаться намагниченность \mathbf{m} . Орт \mathbf{e}_ξ такого направления может быть найден из уравнения

$$-\frac{1}{\mu_0 M_s} \frac{\delta E}{\delta \mathbf{m}} = H \mathbf{e}_\xi, \quad (7)$$

где H — внутреннее магнитное поле. В декартовой системе координат вектор \mathbf{e}_ξ представлен как

$$\mathbf{e}_\xi = (\cos(\theta) \cos(\varphi), \cos(\theta) \sin(\varphi), \sin(\theta)).$$

Пусть ξ это угол в плоскости OXY между вектором анизотропии \mathbf{e}_u и осью OX . Обозначим через θ_0 и φ_0 полярный и азимутальный углы внешнего магнитного

поля H_0 . Тогда углы ориентации вектора \mathbf{e}_ξ и внутреннее магнитное поле H можно найти из системы уравнений

$$\begin{aligned}(H + M_s D_{xx}) \cos(\theta) \cos(\varphi) &= H_0 \cos(\theta_0) \cos(\varphi_0) \\ &+ H_u(\mathbf{e}_\xi \mathbf{e}_u) \cos(\xi), \\ (H + M_s D_{yy}) \cos(\theta) \sin(\varphi) &= H_0 \cos(\theta_0) \sin(\varphi_0) \\ &+ H_u(\mathbf{e}_\xi \mathbf{e}_u) \sin(\xi), \\ (H + M_s D_{zz}) \sin(\theta) &= H_0 \sin(\theta_0).\end{aligned}\quad (8)$$

Введем два орта \mathbf{e}_ξ и \mathbf{e}_η дополняющие \mathbf{e}_z до правой тройки

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_\xi &= \sin(\theta) \cos(\varphi) \mathbf{e}_x + \sin(\theta) \sin(\varphi) \mathbf{e}_y - \cos(\theta) \mathbf{e}_z, \\ \mathbf{e}_\eta &= -\sin(\varphi) \mathbf{e}_x + \cos(\varphi) \mathbf{e}_y.\end{aligned}\quad (9)$$

Гамильтоновы уравнения записываются относительно переменных, называемых каноническими [22]. В зависимости от конкретной задачи такие переменные могут быть комплексно-сопряженными, а также зависеть от координат и времени. Применительно к описанию динамики намагниченности канонические переменные чаще всего связаны с отклонением вектора \mathbf{m} от его положения равновесия [14,15]. Для спиновых волн каноническое преобразование было впервые представлено Хольштейном и Примаковым [26]. В рассматриваемом случае такое преобразование можно записать как

$$a = \frac{m_\xi - i m_\eta}{\sqrt{2(1 + m_\xi)}}.\quad (10)$$

Здесь m_ξ , m_η , m_ξ — проекции вектора \mathbf{m} на соответствующие оси координат. Безразмерная переменная a описывает амплитуду прецессии намагниченности. Уравнение динамики для этой переменной в исследуемом случае будет иметь вид

$$\frac{\partial a(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -i \frac{\partial H_a}{\partial a^*},\quad (11)$$

где

$$H_a = \gamma E / (\mu_0 M_s)$$

— нормированная магнитная энергия, зависящая от комплексной амплитуды a . Мы действуем в макроспиновом приближении и не учитываем пространственные неоднородности намагниченности \mathbf{m} . В таком случае $a = a(t)$ а значит в уравнении (11) в левой части можно записать полную, а не частную производную. Для перехода от уравнения Ландау–Лифшица (1) к его гамильтоновой записи (11) необходимо заменить базис $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ на новый $\mathbf{e}_\xi, \mathbf{e}_\eta, \mathbf{e}_z$ и учесть обратное к (10) преобразование

$$\begin{aligned}m_\xi &= (1 - 2|a|^2), \\ m_\eta &= \sqrt{1 - |a|^2} (a + a^*), \\ m_\eta &= -i \sqrt{1 - |a|^2} (a - a^*).\end{aligned}\quad (12)$$

Выражения (12) можно получить непосредственно из (10), учитывая, что длина вектора намагниченности сохраняется $m_\xi^2 + m_\eta^2 + m_z^2 = 1$. Энергия H_a может быть разложена в ряд по безразмерной переменной a вблизи минимума магнитной энергии. Запишем такой ряд с учетом слагаемых не выше 4 порядка малости

$$\begin{aligned}H_a &= A|a|^2 + \left(\frac{1}{2} B a^2 + \frac{1}{2} B^* a^{*2}\right) + (V|a|^2 a + V^* |a|^2 a^*) \\ &+ U_1 |a|^4 + (U_2 |a|^2 a^2 + U_2^* |a|^2 a^{*2}) + \dots\end{aligned}\quad (13)$$

Полученные выражения для коэффициентов ряда (13) представлены в Приложении А. С помощью гамильтониана H_a возможно описывать динамику намагниченности ферромагнитных образцов различных геометрических форм. Полученный гамильтониан (13) весьма громоздок для анализа, поэтому необходимо применить некоторые преобразования. Заметим, что его квадратичная часть не диагональная. Упростить квадратичную часть возможно при помощи преобразования Боголюбова [27]. В рассматриваемом случае такое преобразование может быть представлено как

$$a = ub - vb^*,\quad (14)$$

где

$$\begin{aligned}u &= \sqrt{\frac{A + \omega_0}{\omega_0}}, \\ v &= \sqrt{\frac{A - \omega_0}{\omega_0}}, \\ \omega_0 &= \sqrt{A^2 - |B|^2}.\end{aligned}$$

При такой замене ряд для гамильтониана имеет вид

$$\begin{aligned}H_b &= \omega_0 |b|^2 + (W_1 |b|^2 b + W_1^* |b|^2 b^* + W_2 b^3 + W_2^* b^{*3}) \\ &+ T |b|^4 + \dots\end{aligned}\quad (15)$$

Здесь

$$\begin{aligned}W_1 &= -v^{*2} V^* v + 2u(Vv - u^* V^*)v^* + u^* V u^2, \\ W_2 &= V^* v^{*2} - V u^2 V^*,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T &= (u^2 U_1 - 3u U_2^* v^*) u^{*2} - 3 \left(u^2 U_2 - \frac{4}{3} u U_1 v^* + v^{*2} U_2^* \right) v u^* \\ &- 3v^* U_2 u v^2 + v^{*2} U_1 v^2.\end{aligned}\quad (16)$$

Заметим, что диагонализация (14) является каноническим преобразованием, т.е. сохраняет гамильтонову форму уравнений. В этом случае уравнение консервативной динамики для комплексной амплитуды b можно записать следующим образом:

$$\frac{db}{dt} = -i \frac{\partial H_b}{\partial b^*}.\quad (17)$$

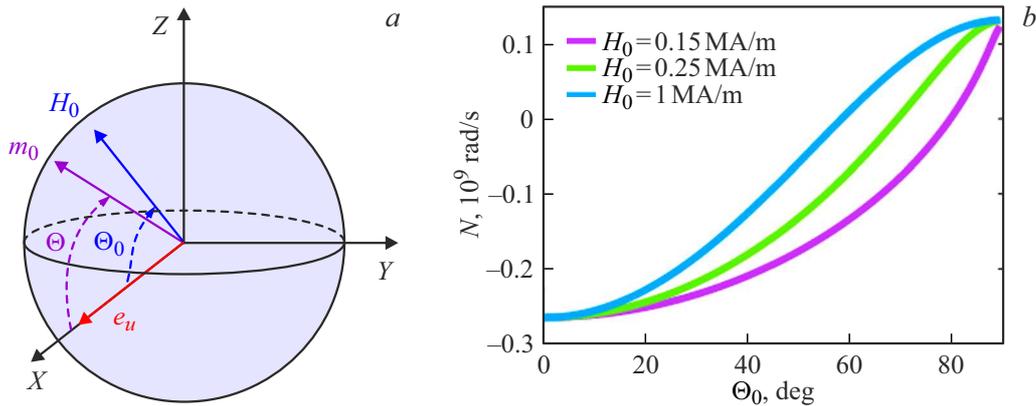


Рис. 1. *a* — схематическое изображение сферического ферромагнитного образца с намагниченностью \mathbf{m} при приложении внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 . Вектор одноосной анизотропии \mathbf{e}_u направлен вдоль оси OX . *b* — зависимость коэффициента неизохронности сферы от полярного угла Θ_0 приложения внешнего магнитного поля.

В (15) можно исключить слагаемые, пропорциональные третьей степени комплексной амплитуды b . Однако для этого необходимо использовать квазиканоническую нелинейную замену. Это означает, что гамильтонова форма сохранится только в том случае, если при разложении гамильтониана отбросить члены высокого порядка. Как было показано ранее [14,15], можно использовать следующую нелинейную замену:

$$b = c + \frac{1}{\omega_0} (W_1 c^2 - 2W_1^* |c|^2 - W_2^* c^{*2}). \quad (18)$$

При таком преобразовании гамильтониан принимает простую форму

$$H_c = \omega_0 |c|^2 + \frac{N}{2} |c|^4, \quad (19)$$

где коэффициент неизохронности определяется выражением

$$N = 2 \left(T - 3 \frac{|W_1|^2 + |W_2|^2}{\omega_0} \right). \quad (20)$$

Уравнение динамики для комплексной амплитуды c с гамильтонианом (19) принимает вид

$$\frac{dc}{dt} = -i\omega(|c|^2)c, \quad (21)$$

где частота прецессии выражается как

$$\omega(|c|^2) = \omega_0 + N|c|^2. \quad (22)$$

Здесь ω_0 — собственная частота, N — коэффициент нелинейности. Таким образом, коэффициент нелинейности определяет связь между частотой и мощностью $|c|^2$ прецессии намагниченности в ферромагнитном материале. Отметим, что изменение $|c|^2$ возможно при приложении к образцу сверхвысокочастотного переменного магнитного поля, возбуждающего прецессию намагниченности [28]. В таком случае, при $N \neq 0$ возможно управление резонансной частотой ферромагнитной наночастицы.

2. Расчеты

В качестве материала, из которого изготовлены ферромагнитные образцы различных форм, был выбран железо-иттриевый гранат $Y_3Fe_5O_{12}$. Рассматриваемый материал считается одним из лучших среди твердотельных магнетиков, поскольку может быть использован для изучения динамики высокочастотного намагничивания благодаря его чрезвычайно малому коэффициенту затухания Гильберта α , который может достигать значений порядка $5 \cdot 10^{-5}$ [29]. В качестве исследуемых геометрий (рис. 1, *a* и 2, *a*) ферромагнитных образцов использовались сфера и круговой цилиндр. Значения компонент тензора размагничивающих факторов для сферы: $D_{xx} = D_{yy} = D_{zz} = 1/3$; кругового цилиндра: $D_{xx} = D_{yy} = 1/2$, $D_{zz} = 0$. Для расчетов использовались следующие магнитные параметры материала: $M_s = 1.3 \cdot 10^5$ A/m, $H_u = 1.2 \cdot 10^3$ A/m, $\mathbf{e}_u = (1, 0, 0)$.

В силу того, что при различных величинах и направлениях прикладываемого к ферромагнитной наночастице вектора внешнего магнитного поля направление основного состояния \mathbf{m}_0 оказывается тоже различным, то для определения коэффициента неизохронности N при заданном \mathbf{H}_0 необходимо сначала решить систему (8) относительно углов φ , Θ и только потом воспользоваться формулами (16), (20), (A1). Поэтому при построении графиков, представленных на рис. 1, *b*, 2, *b* и 2, *c*, для каждой точки основное состояние находилось отдельно, при помощи численного решения (8).

3. Результаты

Рассмотрим, как будет изменяться нелинейность ферромагнитных образцов при различных ориентациях и величинах внешнего магнитного поля. На рис. 1, *b* показана зависимость N для сферы от полярного угла внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 . Отметим, что перестройка N в данном случае возможна лишь благодаря нали-

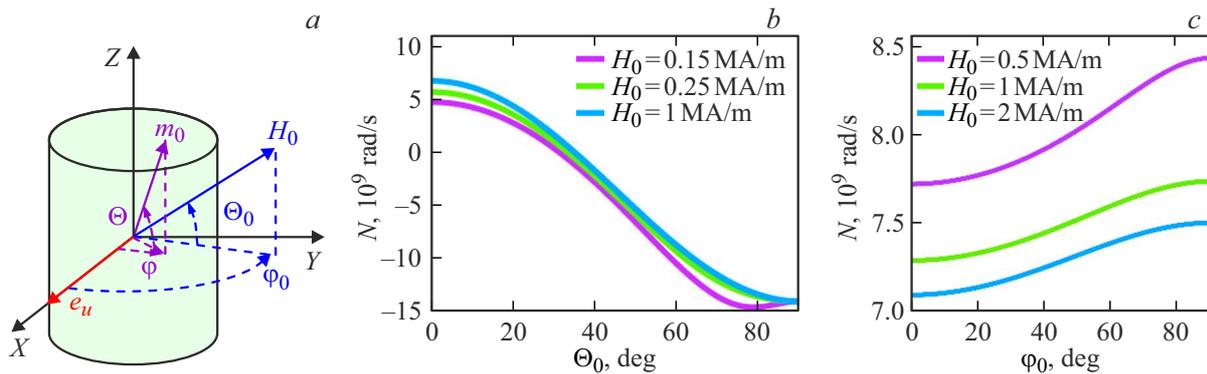


Рис. 2. *a* — схематическое изображение цилиндрического ферромагнитного образца с намагниченностью \mathbf{m} при приложении внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 . Вектор одноосной анизотропии \mathbf{e}_u направлен вдоль оси OX . *b* — зависимость коэффициента неизохронности N цилиндра от полярного угла Θ_0 приложения внешнего магнитного поля при азимутальном угле $\Phi_0 = 0$. *c* — зависимость N от азимутального угла Φ_0 внешнего магнитного поля при $\Theta_0 = 0$.

чению одноосной магнитной анизотропии. В однородной изотропной сфере магнитная энергия при

$$\mathbf{H}_{01} = (H_{0x1}, H_{0y1}, H_{0z1}), \quad \mathbf{m} \parallel \mathbf{H}_{01}$$

ничем не отличается от энергии в состоянии

$$\mathbf{H}_{02} = (H_{0x2}, H_{0y2}, H_{0z2}), \quad \mathbf{m} \parallel \mathbf{H}_{02}$$

и определяется только приложенным внешним магнитным полем. Значит, не отличаются и коэффициенты разложения этой энергии по амплитуде $|c|$. Более того, оказывается, что для сферы $A = \gamma H_0$, а все остальные коэффициенты ряда для H_a (12) нулевые, а значит и $N = 0$. В таком случае при возбуждении прецессии \mathbf{m} в ферромагнитной сфере будет отсутствовать амплитудно-фазовая конверсия шумов и смещение резонансной частоты при изменении амплитуды колебаний намагниченности, что делает сферические элементы перспективными частотно-селективными элементами для устройств спинтроники. Тем не менее если же в сферическом ферромагнитном образце есть магнитная анизотропия, то достичь нулевого коэффициента неизохронности будет возможно при помощи магнитного поля, приложенного под определенным углом к вектору направления анизотропии \mathbf{e}_u . На рис. 2, *b, c* представлены зависимости N для прямого кругового цилиндра от полярного и азимутального углов внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 соответственно при разных значениях величины этого поля. Рассмотрим зависимость коэффициента нелинейности от азимутального угла Φ_0 при $\Theta_0 = 0$. С увеличением H_0 график $N(\Phi_0)$ становится более пологим и область перестройки неизохронности $\Delta N = N_{\max} - N_{\min}$, определяемая как разница между максимальным и минимальными значениями N , уменьшается. Это объясняется тем, что при больших внешних полях вклад в энергию от магнитной анизотропии становится мал по сравнению с энергией Зеемана. А значит, магнитная энергия в случае, когда сильное внешнее магнитное поле приложено вдоль оси OX , т.е. $\mathbf{H}_0 = (H_0, 0, 0)$, мало отличается от

магнитной энергии при приложении этого поля вдоль оси OY , т.е. когда $\mathbf{H}_0 = (0, H_0, 0)$. Рассмотрим теперь зависимость $N(\Theta_0)$ при $\Phi_0 = 0$ (рис. 2, *b*). Отметим, что достижение нулевой неизохронности для такого цилиндра возможно и в том случае, если внешнее магнитное поле \mathbf{H}_0 приложено под некоторым углом к плоскости основания цилиндра. Если Θ_0 отличен от нуля, то в отличие от сферического образца перестройка коэффициента нелинейности возможна даже в отсутствие одноосной магнитной анизотропии. Это связано с тем, что состояния $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$ и $\mathbf{m} = (m_x, m_y, 0)$ отличаются по энергии E вследствие наличия анизотропного вклада от диполь-дипольного взаимодействия в полную магнитную энергию. Действительно, тензор размагничивающих факторов \hat{D} для ферромагнитного цилиндра недиагональный.

Заключение

В работе было получено аналитическое выражение для коэффициента неизохронности N ферромагнитных наночастиц в форме сферы и цилиндра, энергия диполь-дипольного взаимодействия которых может быть описана при помощи диагонального тензора размагничивающих факторов. Учет одноосной магнитной анизотропии в этом выражении позволяет утверждать, что если в сферическом ферромагнитном образце есть магнитная анизотропия, то добиться нулевого коэффициента нелинейности возможно при приложении внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 под некоторым углом к вектору направления этой анизотропии. Кроме того, было показано, что колебания намагниченности в однородной изотропной сфере изохронны. Для образца в форме прямого кругового цилиндра анализ полученного для выражения показал, что в такой геометрии возможно достижение нулевого коэффициента нелинейности при приложении внешнего магнитного поля под некоторым углом к плоскости основания цилиндра.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение № 075-15-2024-538).

Конфликт интересов

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] С.А. Никитов, А.Р. Сафин, Д.В. Калябин, А.В. Садовников, Е.Н. Бегинин, М.В. Логунов, М.А. Морозова, С.А. Одинцов, С.А. Осокин, А.Ю. Шараевская, Ю.П. Шараевский, А.И. Кирилук, УФН, **190**(10), 1009 (2020). DOI: 10.3367/UFNr.2019.07.038609
- [2] М.Е. Селезнев, Ю.В. Никулин, В.К. Сахаров, Ю.В. Хивинцев, А.В. Кожевников, С.Л. Высоцкий, Ю.А. Филимонов, ЖТФ, **91**(10), 1504 (2021). DOI: 10.21883/JTF.2021.10.51363.136-21
- [3] Б.А. Калиникос, А.Б. Устинов, С.А. Баруздин. *Спин-волновые устройства и эхо-процессоры* (Радиотехника, М., 2013)
- [4] В.М. Геворкян, В.Н. Кочемасов, А.Р. Сафин. *Электроника: наука, технология, бизнес*, **227**(6), 76 (2023). DOI: 10.22184/1992-4178.2023.227.6.76.89
- [5] J. Krupka, B. Salski, P. Kopyt, G. Wojciech. *Sci. Rep.*, **6**(1), 34739 (2016). DOI: 10.1038/srep34739
- [6] R. Morris, A. van Loo, S. Kosen, A. Karenowska. *Sci Rep.*, **7**(1), 11511 (2017). DOI: 10.1038/s41598-017-11835-4
- [7] Д.О. Кривулин, И.Ю. Пашенькин, Р.В. Горев, П.А. Юнин, М.В. Сапожников, А.В. Грунин, С.А. Захарова, В.Н. Леонтьев, ЖТФ, **93**(7), 907 (2023). DOI: 10.21883/JTF.2023.07.55744.72-23
- [8] Н.В. Островская, В.А. Скиданов, Ю.А. Юсипова. ЖТФ, **93**(5), 687 (2023). DOI: 10.21883/JTF.2023.05.55464.250-22
- [9] С.Л. Высоцкий, А.В. Кожевников, Ю.А. Филимонов. ФТТ, **63**(9), 1258 (2021). DOI: 10.21883/FTT.2021.09.51249.02H
- [10] D.A. Gabrielyan, D.A. Volkov, E.E. Kozlova, A.R. Safin, D.V. Kalyabin, A.A. Klimov, V.L. Preobrazhensky, M.B. Strugatsky, S.V. Yagupov, I.E. Moskal, G.A. Ovsyannikov, S.A. Nikitov. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **57**, 305003 (2024). DOI: 10.1088/1361-6463/ad3f28
- [11] A.Yu. Mitrofanova, A.R. Safin, D.P. Egorov, O.V. Kravchenko, N.I. Bazenkov. *2021 Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS)* (Hangzhou, China, 2021), p. 2568–2572. DOI: 10.1109/PIERS53385.2021.9694780
- [12] C. Navau, J. Prat-Camps, O. Romero-Isart, J. Cirac, A. Sanchez. *Phys. Rev. Lett.*, **112**, 253901 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.253901
- [13] P. Fischer, D. Sanz-Hernández, R. Streubel, A. Fernández-Pacheco. *APL Mater.*, **8**(1), 010701 (2020). DOI: 10.1063/1.5134474
- [14] A. Slavin, V. Tiberkevich. *IEEE TMAG*, **44**(7), 1916 (2008). DOI: 10.1109/TMAG.2008.924537
- [15] A.A. Matveev, A.R. Safin, S.A. Nikitov. *JMMM*, **592**(7), 171825 (2024). DOI: 10.1016/j.jmmm.2024.171825
- [16] L.D. Landau, E.M. Lifshitz. *Phys. Z. Sowietunion*, **8**(1), 153 (1935).
- [17] T.L. Gilbert. *IEEE Trans. Magn.*, **40**(6), 3443 (2004). DOI: 10.1109/tmag.2004.836740
- [18] Ю.К. Фетисов, А.В. Маковкин. ЖТФ, **71**(1), 86 (2001).
- [19] В.А. Орлов, В.С. Прокопенко, Р.Ю. Руденко, И.Н. Орлова. ЖТФ, **92**(4), 562 (2022). DOI: 10.21883/JTF.2022.04.52243.273-21
- [20] C. Vittoria, H. Lessoff, N. Wilsey. *IEEE Transactions on Magnetics*, **8**(3), 273 (1972). DOI: 10.1109/TMAG.1972.1067301
- [21] A. Newell, W. Williams, D. Dunlop. *J. Geophys. Res.*, **98**, 9551 (1993). DOI: 10.1029/93JB00694
- [22] P. Krivosik, C. Patton. *Phys. Rev. B*, **82**(18), 184428 (2010). DOI: 10.1103/PhysRevB.82.184428
- [23] E.A. Kuznetsov. *J. Exp. Theor. Phys.*, **93**(5), 1052 (2001). DOI: 10.1134/1.1427116
- [24] V. Zakharov, S. Nazarenko. *Physica D*, **201**(3), 203 (2005). DOI: 10.1016/j.physd.2004.11.017
- [25] Y. Lvov, E. Tabak. *Physica D*, **195**(1), 106 (2004). DOI: 10.1016/j.physd.2004.03.010
- [26] T. Holstein, H. Primakoff. *Phys. Rev.*, **58**(12), 1098 (1940). DOI: 10.1103/PhysRev.58.1098
- [27] N.N. Bogoljubov. *Il Nuovo Cimento*, **7**(6), 794 (1958). DOI: 10.1007/bf02745585
- [28] K. Wagner, L. Körber, S. Stienen, J. Lindner, M. Farle, A. Kákay. *IEEE Magn. Lett.*, **12**, 6100205 (2021). DOI: 10.1109/LMAG.2021.3055447
- [29] S. Klingler, H. Maier-Flaig, C. Dubs, O. Surzhenko, R. Gross, H. Huebl, S.T.B. Goennenwein, M. Weiler. *Appl. Phys. Lett.*, **110**(9), 092409 (2017). DOI: 10.1063/1.4977423

Приложение А

Коэффициенты разложения гамильтониана H_a (13) в ряд по комплексной амплитуде a имеют вид

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} \gamma (H_u \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 - D_{xx} M_s \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 \\
 &\quad + M_s D_{yy} \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 - M_s D_{yy} \cos(\theta)^2 \\
 &\quad + D_{zz} M_s \cos(\theta)^2 - D_{xx} M_s + M_s D_{yy} + 2H - H_u), \\
 B &= \frac{1}{2} \gamma (i H_u \sin(2\varphi) \sin(\theta) + i M_s D_{yy} \sin(2\varphi) \sin(\theta) \\
 &\quad + H_u \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 - D_{xx} M_s \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 \\
 &\quad - i M_s D_{xx} \sin(2\varphi) \sin(\theta) + M_s D_{yy} \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 \\
 &\quad - 2H_u \cos(\varphi)^2 + 2D_{xx} M_s \cos(\varphi)^2 - 2M_s D_{yy} \cos(\varphi)^2 \\
 &\quad - M_s D_{yy} \cos(\theta)^2 + D_{zz} M_s \cos(\theta)^2 + H_u - D_{xx} M_s + M_s D_{yy}), \\
 V &= -\gamma \cos(\theta) (i H_u \sin(\varphi) \cos(\varphi) - H_u \sin(\theta) \cos(\varphi)^2 \\
 &\quad - i M_s D_{xx} \sin(\varphi) \cos(\varphi) + D_{xx} M_s \sin(\theta) \cos(\varphi)^2 \\
 &\quad + i M_s D_{yy} \sin(\varphi) \cos(\varphi) - M_s D_{yy} \sin(\theta) \cos(\varphi)^2 \\
 &\quad + M_s D_{yy} \sin(\theta) - M_s D_{zz} \sin(\theta)),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_1 &= \frac{1}{2} \gamma (-3H_u \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 + 3D_{xx}M_s \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 \\
&\quad - 3M_s D_{yy} \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 + 3M_s D_{yy} \cos(\theta)^2 \\
&\quad - 3D_{zz}M_s \cos(\theta)^2 - D_{xx}M_s - M_s D_{yy} + 2M_s D_{zz} + H_u), \\
U_2 &= -\frac{1}{4} \gamma (iH_u \sin(2\varphi) \sin(\theta) + iM_s D_{yy} \sin(2\varphi) \sin(\theta) \\
&\quad + H_u \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 - D_{xx}M_s \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 \\
&\quad - iM_s D_{xx} \sin(2\varphi) \sin(\theta) + M_s D_{yy} \cos(\varphi)^2 \cos(\theta)^2 \\
&\quad - 2H_u \cos(\varphi)^2 + 2D_{xx}M_s \cos(\varphi)^2 - 2M_s D_{yy} \cos(\varphi)^2 \\
&\quad - M_s D_{yy} \cos(\theta)^2 + D_{zz}M_s \cos(\theta)^2 + H_u - D_{xx}M_s + M_s D_{yy}).
\end{aligned}$$