

09

Расчет и моделирование многоканального дифракционного оптического элемента для анализа аберраций с повышенной дифракционной эффективностью

© П.А. Хорин,¹ А.П. Дзюба,¹ С.Н. Хонина^{1,2}

¹Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С.П. Королёва, 443086 Самара, Россия

²Отделение „Институт систем обработки изображений — Самара“ Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники „Национальный исследовательский центр „Курчатовский институт“, 443001 Самара, Россия

e-mail: paul.95.de@gmail.com, khorin.pa@ssau.ru

Поступило в Редакцию 19 декабря 2024 г.

В окончательной редакции 19 декабря 2024 г.

Принято к публикации 19 декабря 2024 г.

Выполнена разработка эффективных методов формирования комплексной функции пропускания фазового дифракционного оптического элемента (ДОЭ) с заданным многоканальным распределением интенсивности. На основе численного моделирования проведено тестирование многоканального фазового ДОЭ, позволяющего детектировать аберрации волнового фронта. Проведена численная апробация рассчитанного ДОЭ на основе критериев дифракционной эффективности и среднеквадратичной ошибки. Показана возможность использования алгоритма частичного кодирования для расчета ДОЭ, согласованного с 25 и 49 базисными функциями. Наименьшая ошибка в 15 % достигается при показателях дифракционной эффективности в окрестности 52 %. Максимальная дифракционная эффективность 85 % при помощи предложенного алгоритма может быть достигнута при значениях ошибки, равной 31 %.

Ключевые слова: дифракционный оптический элемент, многоканальность, волновые аберрации, дифракционная эффективность.

DOI: 10.61011/JTF.2025.05.60290.454-24

Введение

Предложенный в настоящей работе расчет фазового дифракционного оптического элемента (ДОЭ) является актуальной задачей по нескольким причинам. Во-первых, для обеспечения возможности применения простых методов их изготовления. Известно, что дифракционная эффективность элементов значительно зависит от точности изготовления фазового рельефа [1,2]. Во-вторых, необходимость разработки методов расчета фазовых ДОЭ, согласованных с линейной комбинацией конечного числа мод с заданными весами. Это требуется для формирования в поперечном сечении пучка заданного амплитудно-фазового распределения на основе произвольного варьирования модового состава и весового вклада каждой из мод [3–5]. В-третьих, для обеспечения высокой энергетической эффективности на основе использования фазовых ДОЭ в оптических схемах на основе жидкокристаллических пространственных модуляторов света и цифровых микрзеркальных устройств для экспериментальной апробации численных результатов.

Известны различные методы расчета фазовых ДОЭ: геометрикооптический подход, который основан на аналитическом решении уравнения эйконала и построении хода лучей от точек поверхности ДОЭ к точкам заданного изображения [6,7]; алгоритмы прямого поиска [8,9]; диффузии ошибки [10], псевдослучайного кодирования [11],

метод композиций [12,13], дифференциальной эволюции [14], и их различные модификации и сочетания [15]. При этом итерационные методы можно считать наиболее универсальным инструментом для расчета ДОЭ в различных прикладных задачах [16–23], хотя они не гарантируют сходимости к глобальному минимуму и требуют многократного использования прямого и обратного оператора на каждой итерации, что приводит к значительным временным и вычислительным затратам.

В рамках настоящей работы рассматривается метод частичного кодирования, который является неитерационным и достаточно быстрым алгоритмом цифровой голографии [24–27], ориентированным на применение с пространственными модуляторами света. Суть метода сводится к замене амплитудно-фазовой функции пропускания на фазовую функцию модуляции с учетом замены части отсчетов по некоторому правилу в зависимости от значения амплитуды. Такой подход обеспечивает сохранение части амплитудной информации о закодированной аберрации и позволяет получить повышенную дифракционную эффективность.

1. Теоретические основы

Метод частичного кодирования [26], ориентированный на применение с пространственными модуляторами све-

та, выглядит следующим образом:

$$\tilde{g}(x, y) = \begin{cases} \exp\{i \arg[g(x, y)]\}, & |g(x, y)| \geq \alpha, \\ \exp\{i \arg[g(x, y)] + i\mu\}, & |g(x, y)| < \alpha, \end{cases} \quad (1)$$

$$\mu = \begin{cases} \pi, & \text{sgn}(S_{ij}) > 0, \\ 0, & \text{sgn}(S_{ij}) < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$S_{ij} \in [-0.5; 0.5], \quad (3)$$

где $g(x, y)$ — исходная амплитудно-фазовая функция пропускания; α — параметр, отвечающий за пороговое значение амплитуды, при котором будет добавлен фазовый скачок в точку; μ — величина фазового скачка; S_{ij} — псевдослучайная величина, от знака которой, зависит величина фазового скачка; $\tilde{g}(x, y)$ — рассчитанная фазовая функция пропускания.

Для расчета дифракционной эффективности и ошибки формирования дифракционной картины с помощью многоканального ДОЭ необходимо провести моделирование его действия на анализируемый aberrированный волновой фронт. В рамках настоящей работы рассматривается фокальная плоскость в качестве результирующей плоскости формирования поля. Расчет дифракции проведен на основе преобразования Фурье:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp[-i\kappa(ux + vy)] dx dy = \mathfrak{F}[f(x, y)], \quad (4)$$

где $\kappa = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны.

Дифракционная эффективность представляет собой отношение интенсивности $F(u, v) = \mathfrak{F}[\tilde{g}(x, y)]$, полученной в фокальной плоскости рассчитанного фазового ДОЭ к интенсивности $F_0(u, v) = \mathfrak{F}[g(x, y)]$, полученной в фокальной плоскости амплитудно-фазового ДОЭ:

$$\varepsilon = \left(\iint_{\Omega} |F(u, v)|^2 dudv \right) \left(\iint_{\Omega} |F_0(u, v)|^2 dudv \right)^{-1}, \quad (5)$$

где Ω — область интегрирования в окрестности дифракционных порядков. Дифракционная эффективность обычно измеряется по полной интегральной интенсивности. Однако, учитывая специфику многоканальных ДОЭ [28–30], интенсивность между дифракционными порядками либо близка к нулю, в случае, если дифракционные порядки разнесены друг от друга на значительном расстоянии; либо является шумом и не чувствует в передаче полезного сигнала. Поэтому расчет дифракционной эффективности многоканального ДОЭ, согласованного с aberrациями, проводится только по области интегрирования вблизи дифракционных порядков.

Достижение высокой дифракционной эффективности может привести к потере полезной информации, по причине замены большого количества отсчетов ДОЭ

дополнительным фазовым скачком. Поэтому необходимо рассчитывать и отслеживать ошибку формирования картины интенсивности в фокальной плоскости ДОЭ:

$$\delta = \left(\iint_{\Omega} (|F(u, v)|^2 - |F_0(u, v)|^2)^2 dudv \right)^{1/2} \times \left(\iint_{\Omega} |F_0(u, v)|^4 dudv \right)^{-1/2}. \quad (6)$$

2. Численное моделирование

Рассмотрим амплитудно-фазовую комплексную функцию пропускания многоканального ДОЭ, согласованного с волновыми aberrациями Z_{pq} с величиной C_k , вида

$$g(x, y) = \sum_{p=0}^P \sum_{q=p_0}^p \sum_{k=1}^K \exp[-i\kappa C_k Z_{pq}(x, y)] \times \exp[i(a_{kpq}x + b_{kpq}y)], \quad (7)$$

где индексы (p, q) отвечают за тип закодированной aberrации $Z_{p,q}$, которые в настоящей работе соответствуют полиномам Цернике [30,31]; индекс k отвечает за величину aberrации, которая определяется коэффициентом C_k ; $\alpha_{kpq}, \beta_{kpq}$ — пространственные несущие частоты, направляющие соответствующие aberrированные волновые фронты в разные дифракционные порядки. Представленные полиномы Цернике легко соотнести с классическими aberrациями. Классификация aberrаций по порядкам приводится в соответствии со стандартом OSA [32]. Для описания большей части aberrаций, полиномов Цернике 4-й степени обычно достаточно для гладкой оптики. Наибольший вклад в турбулентную деградацию изображения дают aberrации низшего порядка — это наклоны волнового фронта оптического излучения, затем aberrации дефокусировка и кома, астигматизм, вклад остальных aberrаций существенно меньше в турбулентное размытие изображения [33].

Проведем расчет амплитудно-фазовую комплексную функцию пропускания 25 канального ДОЭ (7), который согласован с пятью типами aberrации различной величины (5 типов величины aberrаций в диапазоне от 0.1 до 1). Одноиндексная запись полиномов Цернике представляет собой следующее соотношение: $t = (p(p+2) + q)/2$. В работе рассматриваются функции Цернике, соответствующие данным t для $p_0 \leq q \leq p$; где $p_0 = 0$, если p — четное; $p_0 = 1$, если p — не четное. Результаты численного моделирования представлены на рис. 1.

Для расчета фазового ДОЭ воспользуемся алгоритмом (1)–(3), варьируя значение параметра α в диапазоне от 0 до 0.5. Проведен расчет комплексной функции пропускания фазового ДОЭ для $\alpha = 0$, что эквивалентно методу расчета „киноформа“, который соответствует замене рассчитанного амплитудного распределения в

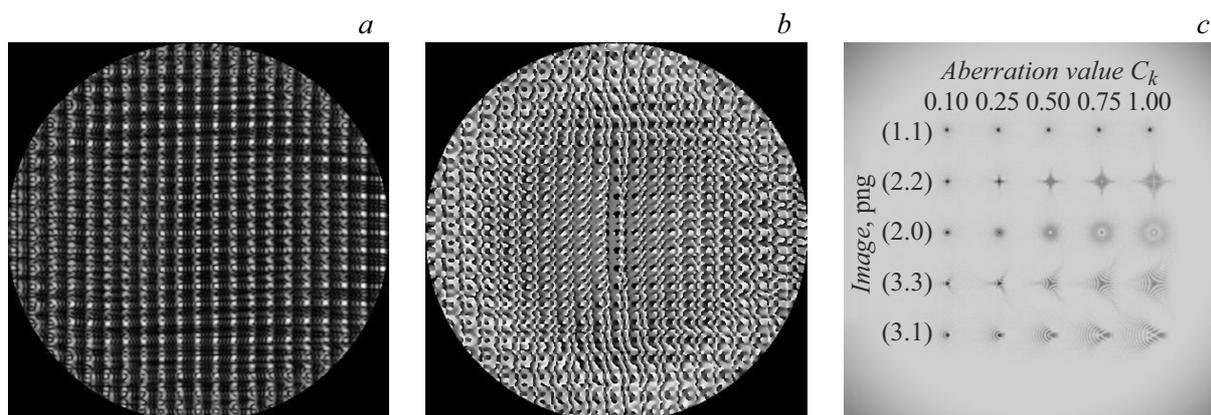


Рис. 1. Амплитуда (a), фаза (b) амплитудно-фазового ДОЭ (7) и его действие; c — интенсивность в фокальной плоскости (4).

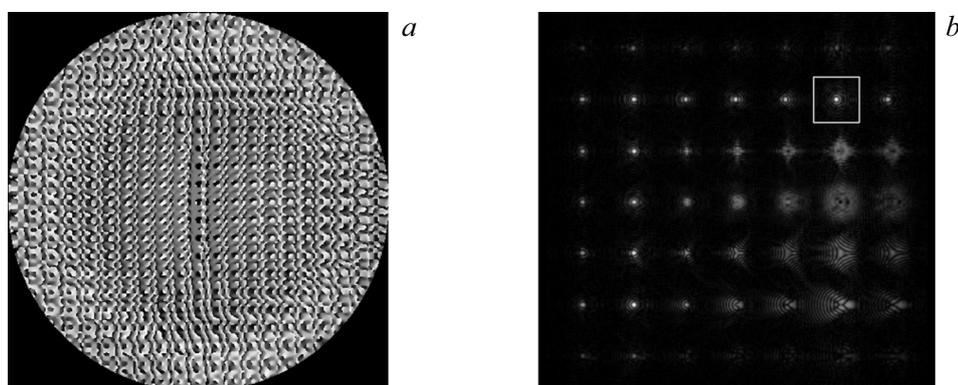


Рис. 2. Фаза (a) фазового ДОЭ, рассчитанного с помощью алгоритма (1)–(3) при $\alpha = 0$ и его действие; b — интенсивность в фокальной плоскости (4).

плоскости голограммы на амплитудное распределение освещающего пучка. Такой термин связан с различными киноформными, т.е. дифракционными фазовыми элементами [34–37]. Получено, что дифракционная эффективность (5) составляет $\epsilon = 85.23$, однако ошибка (6) превышает $\delta = 31.25$. На рис. 2 показаны фаза рассчитанного ДОЭ и его действие (распределение интенсивности в фокальной плоскости; рамкой выделена область интегрирования дифракционного порядка (p, q, k) с максимальной интенсивностью).

В ряде численных экспериментов проведен расчет комплексной функции пропускания фазового ДОЭ при различных $\alpha \neq 0$. На рис. 3 представлены фазы ДОЭ, их действие (распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы); соответствующие значения эффективности ϵ , представленные на гистограмме; и значения ошибки, представленные на графике. Получено, что наибольшая дифракционная эффективность в 85% достигается при $\alpha = 0.05$, однако ошибка составляет 31%. Дальнейшее увеличение параметра α до 0.35 приводит к снижению дифракционной эффективности и ошибки. Минимальная ошибка составила 15% при $\alpha = 0.31$, при этом ошибка дифракционной эффективности равна 52%.

Дальнейшее увеличение параметра α приводит к последующему уменьшению дифракционной эффективности до 20% с одновременным ростом ошибки до 42%, что связано с проблемами дискретизации (требуется большее количество пикселей, превышающее стандартные размеры матриц пространственных модуляторов света).

Таким образом, определены оптимальные параметры для метода частичного кодирования применительно к многоканальным элементам, согласованным с несколькими типами aberrаций различной величины. При значении параметра $\alpha = 1/\pi$ удается рассчитать многоканальный ДОЭ с минимальной ошибкой и с повышенной дифракционной эффективностью.

Увеличим количество каналов ДОЭ (7) до 49, т.е. в комплексной функции пропускания закодировано 7 типов aberrаций с 7 различными весами. Результаты численного моделирования представлены на рис. 4.

Проведем расчет фазового ДОЭ с оптимальным соотношением дифракционной эффективности и ошибки. На рис. 5 представлены результаты численного моделирования.

На основе полученных результатов был выполнен расчет дифракционной эффективности и ошибки. Полу-

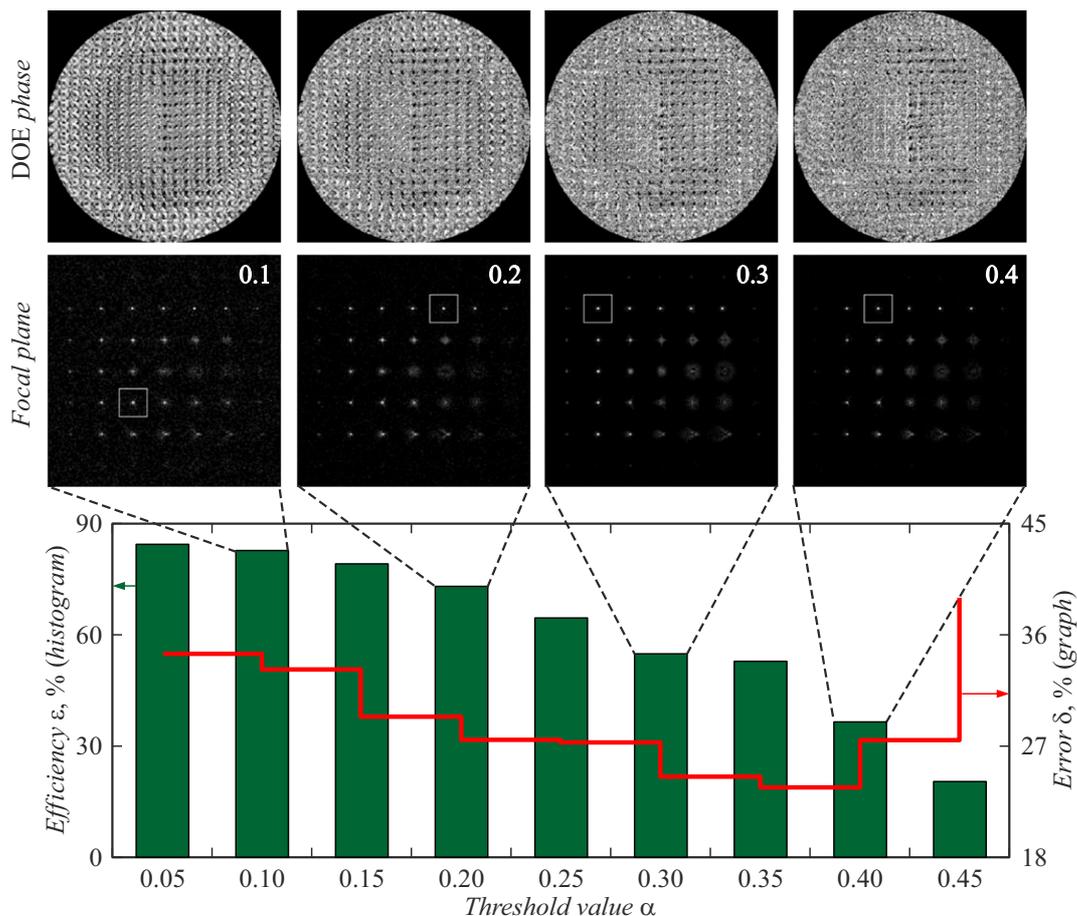


Рис. 3. Фаза ДОЭ, рассчитанного с помощью алгоритма (1)–(3) при различных α , его действие (интенсивность в фокальной плоскости линзы), соответствие дифракционной эффективности и ошибки.

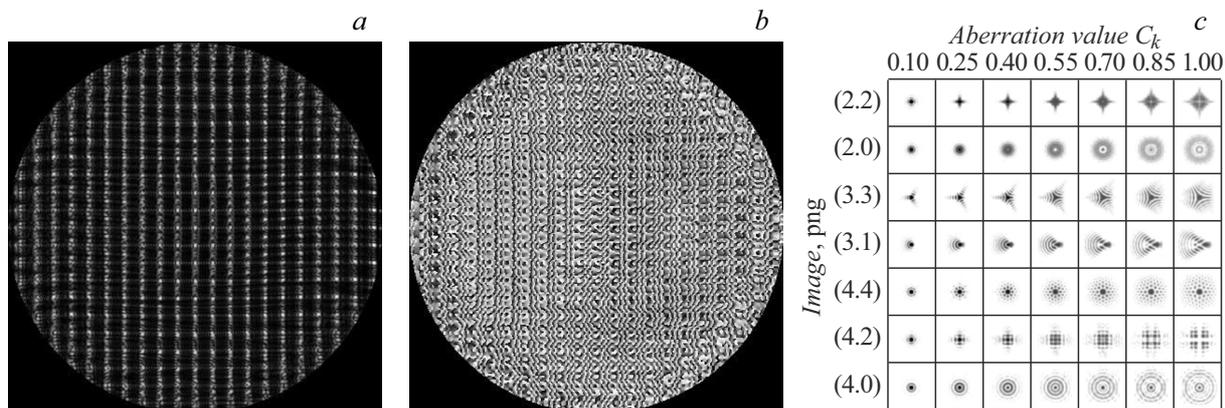


Рис. 4. Амплитуда (a), фаза (b) амплитудно-фазового ДОЭ (7) и его действие; c — интенсивность в фокальной плоскости (4).

чено, что ошибка в 17% достигается при показателях дифракционной эффективности в окрестности 50%, что полностью соответствует оптимальному соотношению.

Заключение

Проведен расчет фазового многоканального ДОЭ, предназначенного для использования в оптических схе-

мах на основе жидкокристаллических пространственных модуляторов света. Для повышения дифракционной эффективности ДОЭ рассмотрены методы частичного кодирования, которые являются более общим случаем и покрывает не только класс фокусирующих ДОЭ, но и различных формирователей модовых пучков, а также пространственных фильтров для разложения светового поля. На основе рассмотренного алгоритма частичного кодирования разработаны фазовые многоканальные

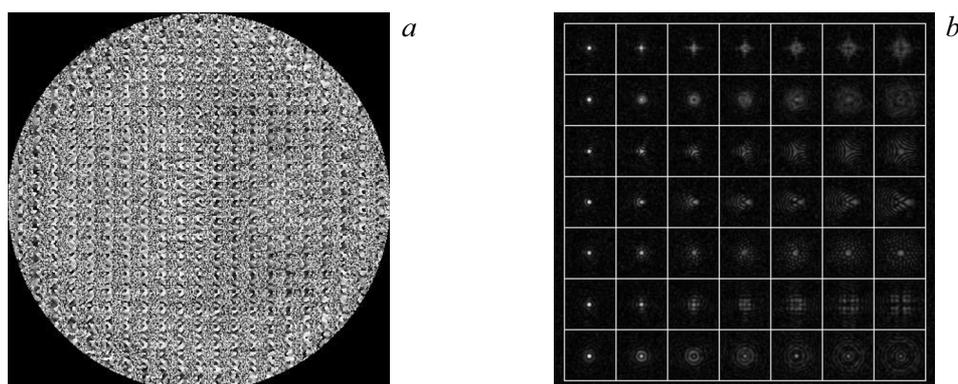


Рис. 5. Фаза (а) фазового ДОЭ, рассчитанного с помощью алгоритма (1)–(3) при $\alpha = 1/\pi$ и его действие; b — интенсивность в фокальной плоскости (4).

ДОЭ, согласованные с 25 и 49 базисными функциями в виде aberrаций волнового фронта. Получено, что наименьшая ошибка в 15 % достигается при показателях дифракционной эффективности в окрестности 52 %. Такой вариант ДОЭ может быть использован при адаптивной компенсации искажений волнового фронта [38,39]. Максимальная дифракционная эффективность в 85 % может быть достигнута на основе разработанного алгоритма при значениях ошибки, равной 31 %. В этом случае рассчитанный ДОЭ может быть использован как согласованный фильтр для детектирования выраженных типов aberrаций по наличию ярких корреляционных пиков [40,41].

Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-79-10101, <https://rscf.ru/project/24-79-10101/>.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] U. Levy, D. Mendlovic, E. Marom. *J. Opt. Soc. Am. A*, **18** (1), 86 (2001).
- [2] S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy, R.V. Skidanov, M.A. Butt. *Adv. Mater. Technol.*, 2401028, (2024). DOI: 10.1002/admt.202401028
- [3] V.A. Danilov. *Multimode beams with periodic properties* 2021 Intern. Conf. Information Technology and Nanotechnology (ITNT) (Samara, Russian Federation, 2021), p.1–9. DOI: 10.1109/ITNT52450.2021.9649043
- [4] S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, M. Honkanen, J. Lautanen, J. Turunen. *J. Modern Optics*, **46** (2), 227 (1999).
- [5] V.S. Pavelyev, S.V. Karpeev, M. Duparre, B. Lüdge, K. Rokhshtul, Z. Schröter. *Comp. Optics*, **23**, 10 (2002).
- [6] N.L. Kazanskiy, S.I. Kharitonov, V.A. Soifer. *Optics Laser Technol.*, **28** (4), 297 (1996). DOI: 10.1016/0030-3992(95)00103-4
- [7] L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, V.A. Soifer, S.I. Kharitonov, P. Perlo. *J. Modern Optics*, **51** (13), 1999 (2004). DOI: 10.1080/09500340408232507
- [8] M. Meister, R.J. Winfield. *Opt. Commun.*, **203**, 39 (2002).
- [9] D.G. Kachalov, V.S. Pavelyev, S.N. Khonina, R.V. Skidanov, O.Yu. Moiseev. *J. Modern Optics*, **58** (1), 69 (2011). DOI: 10.1080/09500340.2010.536592
- [10] S. Wessbach, F. Wyrowski, O. Bryngdahl. *Opt. Commun.*, **72**, 37 (1989).
- [11] R.W. Cohn, M. Liang. *Appl. Opt.*, **33**, 4406 (1994).
- [12] L.G. Hassenbrook, M.E. Lhamon, R.C. Daley, R.W. Cohn, M. Liang. *Opt. Lett.*, **21**, 272 (1996).
- [13] S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer. *Proceedings of SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **5036**, 493 (2003).
- [14] X. Zhang, G. Chen, Q. Zhang. *Electronics*, **11**, 428 (2022). DOI: 10.3390/electronics11030428
- [15] J. Rosen, S. Alford, B. Allan, V. Anand, Sh. Arnon, F.G. Arockiaraj, J. Art, B. Bai, G.M. Balasubramaniam, T. Birnbaum, N.S. Bisht, D. Blinder, L. Cao, Q. Chen, Z. Chen, V. Dubey, K. Egiazarian, M. Ercan, A. Forbes, G. Gopakumar, Y. Gao, S. Gigan, P. Gołowski, Sh. Gopinath, A. Greenbaum, R. Horisaki, D. Ierodiaconou, S. Juodkazis, T. Karmakar, V. Katkovnik, S.N. Khonina, P. Kner, V. Kravets, R. Kumar, Y. Lai, Ch. Li, J. Li, Sh. Li, Y. Li, J. Liang, G. Manavalan, A.Ch. Mandal, M. Manisha, Ch. Mann, M.J. Marzejon, Ch. Moodley, J. Morikawa, I. Muniraj, D. Narbutis, S. Hock Ng, F. Nothlawala, J. Oh, A. Ozcan, Y.K. Park, A.P. Porfirev, M. Potcoava, Sh. Prabhakar, J. Pu, M.R. Rai, M. Rogalski, M. Ryu, S. Choudhary, G.R. Salla, P. Schelkens, S.F. Şener, I. Shevkunov, T. Shimobaba, R.K. Singh, R.P. Singh, A. Stern, J. Sun, Sh. Zhou, Ch. Zuo, Z. Zurawski, T. Tahara, V. Tiwari, M. Trusiak, R.V. Vinu, S.G. Volotovskiy, H. Yilmaz, H.B. De Aguiar, B.S. Ahluwalia, A. Ahmad. *Appl. Phys. B*, **130**, 166 (2024). DOI: 10.1007/s00340-024-08280-3
- [16] R.W. Gerchberg, W.D. Saxton. *Optik*, **35** (2), 237 (1972).
- [17] T. Dresel, M. Beyerlein, J. Schwider. *Appl. Opt.*, **35** (35), 6865 (1996). DOI: 10.1364/AO.35.006865
- [18] V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer. *J. Modern Optics*, **43** (7), 1509 (1996).

- [19] G. Whyte, J. Courtial. *New J. Phys.*, **7**, 117 (2005). DOI: 10.1088/1367-2630/7/1/117
- [20] L. Zhu, M. Sun, M. Zhu, J. Chen, X. Gao, W. Ma, D. Zhang. *Opt. Express*, **22** (18), 21354 (2014).
- [21] S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy, N.S. Fidirko. *Opt. Memory and Neural Networks (Information Optics)*, **26** (1), 18 (2017). DOI: 10.3103/S1060992X17010040
- [22] W.-F. Hsu, S.-C. Lin. *Appl. Opt.*, **57** (1), A189 (2018). DOI: 10.1364/AO.57.00A189
- [23] P.A. Khorin, A.P. Porfirev, S.N. Khonina. *Micromachines*, **14**, 989 (2023). DOI: 10.3390/mi14050989
- [24] O. Bryngdahl, F. Wyrowski. *Prog. Opt.*, **28**, 1 (1990).
- [25] W. Osten, T. Baumbach, W. Jüptner. *Opt. Lett.*, **27** (20), 1764 (2002).
- [26] S.N. Khonina, S.A. Balalayev, R.V. Skidanov, V.V. Kotlyar, B. Paivanranta, J. Turunen. *J. Opt. A: Pure and Appl. Opt.*, **11**, 065702 (2009). DOI: 10.1088/1464-4258/11/6/065702
- [27] W. Osten, A. Faridian, P. Gao, K. Körner, D. Naik, G. Pedrini, A.K. Singh, M. Takeda, M. Wilke. *Appl. Opt.*, **53** (27), G44 (2014).
- [28] Z. Wang, N. Zhang, X.-C. Yuan. *Opt. Express*, **19**, 482 (2011).
- [29] J.A. Davis, D.M. Cottrell, K.R. McCormick, J. Albero, I. Moreno. *Appl. Opt.*, **53**, 2040 (2014).
- [30] A.P. Porfirev, S.N. Khonina. *Proc. SPIE*, **9807**, 98070E-9 (2016). DOI: 10.1117/12.2231378
- [31] J.Y. Wang, D.E. Silva. *Appl. Opt.*, **19**, 1510 (1980).
- [32] D. Malacara. *Optical Shop Testing* ed. by D. Malacara Third Ed. (John Wiley and Sons, 2007)
- [33] Л.А. Большасова, В.П. Лукин. *Адаптивная оптика* (Изд-во Томского гос. ун-та, Томск, 2021), 70 с.
- [34] Г.Г. Слюсарев. *ДАН СССР*, **113** (4), 780 (1957).
- [35] I.A. Mikhaltsova, V.I. Nalivaiko, I.S. Soldatenkov. *Optik*, **67**, 267 (1984).
- [36] M.A. Gan. *J. Opt. Technol.*, **73**, 432 (2006).
- [37] Г.И. Грейсух, С.А. Степанов, А.И. Антонов. *Компьютерная оптика*, **42** (3), 369 (2018). DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-3-369-376
- [38] V.P. Lukin. *Phys. Uspekhi*, **57**, 556 (2014).
- [39] P.A. Khorin, A.P. Porfirev, S.N. Khonina. *Photonics*, **9**, 204 (2022). DOI: 10.3390/photonics9030204
- [40] P.A. Khorin, S.G. Volotovskiy, S.N. Khonina. *Comp. Opt.*, **45** (4), 525 (2021). DOI: 10.18287/2412-6179-CO-906
- [41] A.P. Dzyuba, P.A. Khorin, P.G. Serafimovich, S.N. Khonina. *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics, Allerton press)*, **33** (1), S53 (2024). DOI: 10.3103/S1060992X24700309