

03

Анализ фокусировки волн осесимметричными магнитно-диэлектрическими линзами Максвелла и Микаэляна модифицированным гибридным проекционным методом

© М.М. Кушнерёв^{1,2}, Е.И. Семерня³, С.П. Скобелев^{1,2,¶}

¹ Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия

² ПАО „Радиофизика“, Москва, Россия

³ Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

¶ e-mail: s.p.skobelev@mail.ru

Поступила в редакцию 03.08.2024 г.

В окончательной редакции 23.12.2024 г.

Принята к публикации 28.12.2024 г.

Рассмотрена задача рассеяния электромагнитных волн на осесимметричных неоднородных магнитно-диэлектрических объектах. Разработан модифицированный алгоритм решения, основанный на гибридном проекционном методе, позволяющий учитывать не только переменный профиль диэлектрической проницаемости объекта, как это имело место в предыдущих работах, но и переменный профиль магнитной проницаемости. Алгоритм применен для сравнительного анализа фокусировки плоской волны полусферической линзой Максвелла и цилиндрической линзой Микаэляна с осевой симметрией. Результаты, полученные гибридным проекционным методом, сравниваются с результатами, полученными методом поверхностных интегральных уравнений, примененным для слоистых моделей рассматриваемых линз. Приведены результаты, показывающие влияние согласования поверхностей линз со свободным пространством путем использования одинаковых профилей диэлектрической и магнитной проницаемостей на качество фокусировки.

Ключевые слова: неоднородные среды, рассеяние волн, линза Максвелла, линза Микаэляна, численные методы.

DOI: 10.61011/OS.2025.01.59876.6960-24

Введение

Хорошо известные линзы Максвелла „рыбий глаз“ [1,2] и Микаэляна [3,4] продолжают представлять интерес для исследователей и инженеров-разработчиков в оптике и антенной технике вплоть до настоящего времени. Проявление интереса наблюдается как в области развития новых технологий изготовления указанных линз на основе искусственного диэлектрика [5–7] с применением трехмерной печати элементов последнего [8], так и в области развития численных методов для эффективного проектирования линз Максвелла и Микаэляна и анализа их характеристик [9,10].

Анализ фокусирующих свойств линз Максвелла и Микаэляна в рамках приближений геометрической оптики описан в нескольких книгах, например в [11–13], и в ряде других публикаций. Анализ рассматриваемых диэлектрических линз в строгой постановке задачи проводился различными численными методами, включая методы, реализованные в известном пакете CST Microwave Studio Suite, как, например, в [7], методом конечных элементов в [14] и гибридным проекционным методом (ГПМ) в [9,10], где описаны положительные особенности последнего по сравнению с другими методами.

Результаты, полученные в [9,10] при численном анализе осесимметричных чисто диэлектрических линз Максвелла и Микаэляна, показывают, что фокусировка падающей плоской волны сопровождается частичным отражением последней от плоских поверхностей в обеих линзах и существенными колебаниями поля внутри линзы Микаэляна. Указанные эффекты вызваны рассогласованием поверхностей линз со свободным пространством, приводящим к снижению качества фокусировки. Один из возможных путей, ведущих к уменьшению отражений от поверхности линзы, состоит в использовании магнитно-диэлектрических материалов с волновым сопротивлением, равным волновому сопротивлению свободного пространства.

Цель настоящей работы включает разработку новой модификации ГПМ, позволяющей учитывать не только переменный профиль диэлектрической проницаемости осесимметричного объекта в общем случае, но и переменный профиль магнитной проницаемости последнего, а также применение указанной модификации для сравнительного анализа фокусирующих свойств полусферической линзы Максвелла и цилиндрической линзы Микаэляна, изготовленных из магнитно-диэлектрического материала.

Модификация ГПМ

Рассмотрим неоднородное магнитно-диэлектрическое тело вращения, расположенное в свободном пространстве в декартовых координатах x, y, z и сферических координатах r, θ, φ , как показано на рис. 1. Указанное тело характеризуется относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(r, \theta)$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu(r, \theta)$, зависящих от радиальной координаты r и угловой координаты θ . Предполагается, что рассматриваемое тело возбуждается гармонической однородной плоской электромагнитной волной заданной амплитуды и поляризации, и цель задачи состоит в определении как электромагнитного поля, прошедшего внутрь тела, так и поля, рассеянного в свободное пространство.

Согласно подходу, описанному в [9] при решении задачи о возбуждении чисто диэлектрического тела вращения, рассматриваемое тело окружается виртуальной сферой радиуса a с центром, расположенным в начале координат, как показано на рис. 1. Поперечные составляющие векторов напряженности электрического и магнитного полей вне сферы в области $r \geq a$ далее представляются в виде разложений по сферическим волновым функциям:

$$\mathbf{E}_\tau(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{kr} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{m=-q}^q \left\{ \left[A_{1q}^m \psi_q(kr) + R_{1q}^m \xi_q(kr) \right] \mathbf{Y}_{1q}^m + \left[A_{2q}^m \psi'_q(kr) + R_{2q}^m \xi'_q(kr) \right] \mathbf{Y}_{2q}^m \right\}, \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_\tau(r, \theta, \varphi) = -\frac{i}{\eta_0 kr} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{m=-q}^q \left\{ \left[A_{1q}^m \psi'_q(kr) + R_{1q}^m \xi'_q(kr) \right] \mathbf{Y}_{2q}^m + \left[A_{2q}^m \psi_q(kr) + R_{2q}^m \xi_q(kr) \right] \mathbf{Y}_{1q}^m \right\}, \quad (2)$$

где A_{1q}^m и A_{2q}^m — известные амплитуды падающих поперечно-электрических (ТЕ) и поперечно-магнитных (ТМ) волн соответственно; R_{1q}^m и R_{2q}^m — неизвестные амплитуды ТЕ- и ТМ-волн рассеянного поля; $\psi_q(\dots)$ — функции Риккати-Бесселя q -го порядка, $\xi_q(\dots)$ — функции Риккати-Ханкеля первого рода q -го порядка, соответствующие зависимости от времени $e^{-i\omega t}$; штрихи у указанных функций означают производные по всему аргументу; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; λ — длина волны в свободном пространстве; η_0 — волновое сопротивление свободного пространства; $\mathbf{Y}_{jq}^m(\theta, \varphi)$ — ортонормированные поперечные векторные сферические функции, соответствующие ТЕ ($j = 1$)- и ТМ ($j = 2$)-волнам, определенные в [9].

Поперечные составляющие векторов электрического и магнитного полей внутри сферы при $0 \leq r \leq a$ также

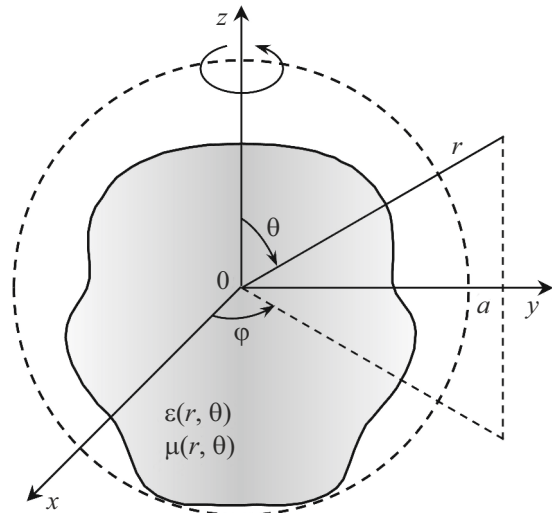


Рис. 1. Геометрия задачи в общем случае магнитно-диэлектрического тела вращения.

представляются в виде разложений по поперечным векторным функциям:

$$\mathbf{E}_\tau(r, \theta, \varphi) = \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{m=-q}^q \left[E_{1q}^m(r) \mathbf{Y}_{1q}^m + E_{2q}^m(r) \mathbf{Y}_{2q}^m \right], \quad (3)$$

$$\mathbf{H}_\tau(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\eta_0} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{m=-q}^q \left[H_{1q}^m(r) \mathbf{Y}_{2q}^m + H_{2q}^m(r) \mathbf{Y}_{1q}^m \right] \quad (4)$$

с переменными коэффициентами $E_{jq}^m(r)$ и $H_{jq}^m(r)$, зависящими от радиальной координаты r .

Подстановка поперечных составляющих (3) и (4) в уравнения Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{H} + \frac{ik\hat{\varepsilon}}{\eta_0} \mathbf{E} = 0, \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} - ik\eta_0 \hat{\mu} \mathbf{H} = 0, \quad (6)$$

записанные для полей внутри сферы, где $\hat{\varepsilon} = \varepsilon(r, \theta)$, $\hat{\mu} = \mu(r, \theta)$ внутри тела и $\hat{\varepsilon} = 1$, $\hat{\mu} = 1$ вне тела, позволяет получить представления для продольных (радиальных) составляющих электрического и магнитного полей в виде

$$E_r(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{kr\hat{\varepsilon}} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{m=-q}^q \alpha_q H_{1q}^m(r) Y_{3q}^m, \quad (7)$$

$$H_r(r, \theta, \varphi) = -\frac{1}{\eta_0 kr \hat{\mu}} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{m=-q}^q \alpha_q E_{1q}^m(r) Y_{3q}^m, \quad (8)$$

где $\alpha_q = \sqrt{q(q+1)}$ и $Y_{3q}^m(\theta, \varphi)$ — ортонормированные поперечные скалярные сферические функции, определенные в [9].

Электрические поля (1) и (3), а также магнитные поля (2) и (4) должны быть непрерывны на поверхности сферы. Эти условия дают следующие соотношения между коэффициентами разложений:

$$A_{1p}^m \psi_p(ka) + R_{1p}^m \xi_p(ka) = ka E_{1p}^m(a), \quad (9)$$

$$A_{2p}^m \psi_p'(ka) + R_{2p}^m \xi_p'(ka) = ka E_{2p}^m(a), \quad (10)$$

$$iA_{1p}^m \psi_p'(ka) + iR_{1p}^m \xi_p'(ka) = -ka H_{1p}^m(a), \quad (11)$$

$$iA_{2p}^m \psi_p(ka) + iR_{2p}^m \xi_p(ka) = -ka H_{2p}^m(a). \quad (12)$$

Проецирование уравнений Максвелла (5) и (6) на сопряженные поперечные векторные функции $Y_{jp}^{m*}(\theta, \varphi)$ с учетом продольных составляющих (7) и (8), как описано в [9], приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$k \sum_{q=|m|}^{\infty} \left[\left(W_{\varepsilon pq} - \frac{\alpha_p \alpha_q}{kr^2} Z_{\mu pq} \right) U_{1q} - X_{\varepsilon pq} U_{2q} \right] + i \frac{dV_{1p}}{dr} = 0, \quad (13)$$

$$k \sum_{q=|m|}^{\infty} \left(X_{\varepsilon pq} U_{1q} + W_{\varepsilon pq} U_{2q} \right) - i \frac{dV_{2p}}{dr} = 0, \quad (14)$$

$$i \frac{dU_{1p}}{dr} + k \sum_{q=|m|}^{\infty} \left(W_{\mu pq} V_{1p} + X_{\mu pq} V_{2q} \right) = 0, \quad (15)$$

$$-i \frac{dU_{2p}}{dr} + k \sum_{q=|m|}^{\infty} \left[-X_{\mu pq} V_{1q} + \left(W_{\mu pq} - \frac{\alpha_p \alpha_q}{kr^2} Z_{\varepsilon pq} \right) V_{2q} \right] = 0 \quad (16)$$

для функций $U_{jq}(r) = kr E_{jq}^m(r)$ и $V_{jq}(r) = kr H_{jq}^m(r)$ ($j = 1, 2, m$ — целое число), где

$$W_{\varepsilon pq}(r) = \int_0^{\pi} \xi \mathbf{T}_{1p}^{m*} \cdot \mathbf{T}_{1q}^m \sin \theta d\theta = \int_0^{\pi} \xi \mathbf{T}_{2p}^{m*} \cdot \mathbf{T}_{2q}^m \sin \theta d\theta, \quad (17)$$

$$X_{\varepsilon pq}(r) = - \int_0^{\pi} \xi \mathbf{T}_{1p}^{m*} \cdot \mathbf{T}_{2q}^m \sin \theta d\theta = \int_0^{\pi} \xi \mathbf{T}_{2p}^{m*} \cdot \mathbf{T}_{1q}^m \sin \theta d\theta, \quad (18)$$

$$Z_{\varepsilon pq}(r) = \int_0^{\pi} \frac{1}{\xi} T_{3p}^{m*} T_{3q}^m \sin \theta d\theta, \quad (19)$$

$\xi = \hat{\varepsilon} \cdot \hat{\mu}$, а функции $\mathbf{T}_{jq}^m(\theta)$ и $T_{3q}^m(\theta)$, ортонормированные в области $0 \leq \theta \leq \pi$, являются множителями в функциях $Y_{jq}^m(\theta, \varphi)$ и $Y_{3q}^m(\theta, \varphi)$ соответственно [9]. Можно заметить, что система уравнений (9)–(12) для четырех наборов неизвестных коэффициентов отличается от подобной системы, полученной в [9] для трех наборов неизвестных коэффициентов в случае чисто диэлектрического тела вращения.

Дифференциальные уравнения (13)–(16) решаются одномерным методом конечных элементов. Неизвестные

переменные коэффициенты из (13)–(16) представляются в виде разложений

$$U_{jq}(r) = \sum_{n=1}^N U_{jnq} f_n(r), \quad (20)$$

$$V_{jq}(r) = \sum_{n=1}^N V_{jnq} f_n(r), \quad (21)$$

где U_{jnq} и V_{jnq} — неизвестные постоянные коэффициенты, N — количество узлов, координаты которых $r_n = n\Delta$, $\Delta = a/N$ и $f_n(r)$ — треугольные функции с вершинами, расположенными в указанных узлах. Проецирование дифференциальных уравнений (13)–(16) на треугольные функции $f_{n'}(r)$ приводит к следующей системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\sum_{n=1}^N \sum_{q=|m|}^{\infty} \left\{ \left(\tilde{W}_{\varepsilon n'n}^{pq} - \tilde{Z}_{\mu n'n}^{pq} \right) U_{1nq} - \tilde{X}_{\varepsilon n'n}^{pq} U_{2nq} \right\} - i \sum_{n=1}^{\infty} K_{n'n}^{(1)} V_{1np} + R_{1q}^m \xi_p'(ka) \delta_{n'N} = A_{1p}^m \psi_p'(ka) \delta_{n'N}, \quad (22)$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{q=|m|}^{\infty} \left(\tilde{X}_{\varepsilon n'n}^{pq} U_{1nq} + \tilde{W}_{\varepsilon n'n}^{pq} U_{2nq} \right) - i \sum_{n=1}^N K_{n'n}^{(2)} V_{2np} = 0, \quad (23)$$

$$i \sum_{n=1}^N K_{n'n}^{(2)} U_{1np} + \sum_{n=1}^N \sum_{q=|m|}^{\infty} \left(\tilde{W}_{\mu n'n}^{pq} U_{1nq} + \tilde{X}_{\mu n'n}^{pq} U_{2nq} \right) = 0, \quad (24)$$

$$i \sum_{n=1}^{\infty} K_{n'n}^{(1)} U_{2np} + \sum_{n=1}^N \sum_{q=|m|}^{\infty} \left\{ -\tilde{X}_{\varepsilon n'n}^{pq} V_{1nq} + \left(\tilde{W}_{\varepsilon n'n}^{pq} - \tilde{Z}_{\mu n'n}^{pq} \right) V_{2nq} \right\} - i R_{2q}^m \xi_p'(ka) \delta_{n'N} = i A_{2p}^m \psi_p'(ka) \delta_{n'N}, \quad (25)$$

где $\delta_{n'n}$ — символ Кронекера,

$$\tilde{W}_{\varepsilon n'n}^{pq} = k \int_0^a f_{n'} f_n W_{\varepsilon pq} dr, \quad (26)$$

$$\tilde{X}_{\varepsilon n'n}^{pq} = k \int_0^a f_{n'} f_n X_{\varepsilon pq} dr, \quad (27)$$

$$\tilde{Z}_{\varepsilon n'n}^{pq} = \frac{\alpha_p \alpha_q}{k} \int_0^a \frac{f_{n'} f_n}{r^2} Z_{\varepsilon pq} dr, \quad (28)$$

$$K_{n'n}^{(1)} = \int_0^a \frac{df_{n'}}{dr} f_n dr, \quad (29)$$

$$K_{n'n}^{(2)} = \int_0^a f_{n'} \frac{df_n}{dr} dr, \quad (30)$$

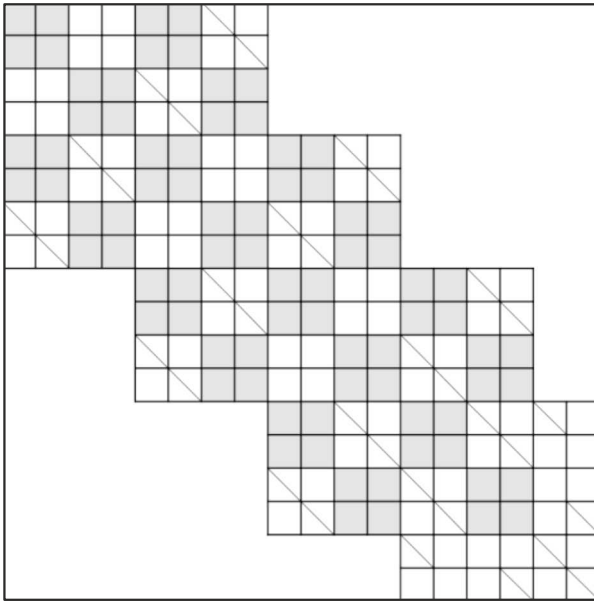


Рис. 2. Структура матрицы СЛАУ при $N = 4$, где каждый блок состоит из $L \times L$ элементов.

матричные элементы и $n' = 1, 2, \dots, N$. Интегрирование по частям последнего слагаемого в левой части уравнения (13) и первого слагаемого в левой части уравнения (16) проводилось с учетом соотношений (11) и (10) соответственно. Соотношения (9) и (12) дают еще два алгебраических уравнения

$$U_{1Np} - \xi_p(ka)R_{1p}^m = A_{1p}^m \psi_p(ka), \quad (31)$$

$$V_{2Np} + i\xi_p(ka)R_{2p}^m = -iA_{2p}^m \psi_p(ka), \quad (32)$$

где $U_{1Np} = kaE_{1p}^m(a)$ и $V_{1Np} = kaH_{1p}^m(a)$. Учет L первых членов по индексу q в разложениях (1)–(4) и двух уравнений (31) и (32) определяет порядок алгебраической системы, равный $(4N + 2)L$, для каждого азимутального индекса m . Матрица системы имеет блочную трёхдиагональную структуру, пример которой, соответствующий $N = 4$, показан на рис. 2, где серые квадраты означают полное заполнение блоков; белые области содержат только нулевые элементы, а квадраты с диагональными линиями содержат ненулевые элементы только на главной диагонали.

Коэффициенты разложения, полученные после решения алгебраической системы, применяются далее для вычисления поля в конкретных точках пространства как внутри, так и снаружи воображаемой сферы, введённой выше.

Численные результаты

Модификация ГПМ, разработанная выше, была реализована в двух компьютерных программах на языке Матлаб, предназначенных для сравнительного численного анализа фокусирующих свойств полусферической

линзы Максвелла „рыбий глаз“ и цилиндрической линзы Микаэляна.

Геометрия задачи для линзы Максвелла показана на рис. 3. Радиус линзы в рассматриваемом случае совпадает с радиусом a виртуальной сферы. Радиальный профиль коэффициента преломления линзы определяется хорошо известной формулой $n(r) = 2/[1 + (r/a)^2]$ [11–13]. Профиль диэлектрической проницаемости в чисто диэлектрической линзе, где относительная магнитная проницаемость равна единице, т. е. $\mu(r) = 1$, определяется как $\varepsilon(r) = n^2(r)$ [9,14]. Случай магнитно-диэлектрической линзы с $\varepsilon(r) = \mu(r) = n(r)$, рассматриваемый ниже, представляет интерес с точки зрения согласования поверхности линзы со свободным пространством.

Предполагается, что линза облучается плоской волной круговой поляризации, распространяющейся в отрицательном направлении оси z . Электрическое поле падающей волны может быть представлено в виде

$$\mathbf{E}^i(\mathbf{r}) = (\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y)e^{-ikz}, \quad (33)$$

где \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y — единичные векторы соответствующих декартовых координат. Такое возбуждение соответствует только одной азимутальной гармонике, соответствующей индексу $m = 1$ в представлении полей (1)–(4), (7) и (8). Коэффициенты разложения, соответствующие падающей волне в (1) и (2), определяются формулами

$$A_{1q}^1 = 2(-i)^{q+1}\sqrt{(2q+1)\pi}, \quad A_{2p}^1 = -A_{1q}^1.$$

Основные особенности вычисления матричных элементов типа (26)–(30) обсуждаются в [9], где также приводятся формулы, используемые для расчета распределения поля вдоль оси линзы, представляющего здесь основной интерес для анализа фокусировки.

Проверка работы программы, как и в [9], осуществлялась несколькими способами, включая исследование

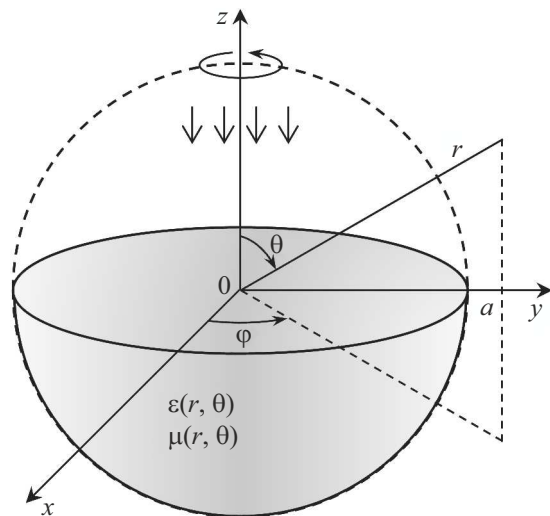


Рис. 3. Геометрия задачи для полусферической линзы Максвелла.

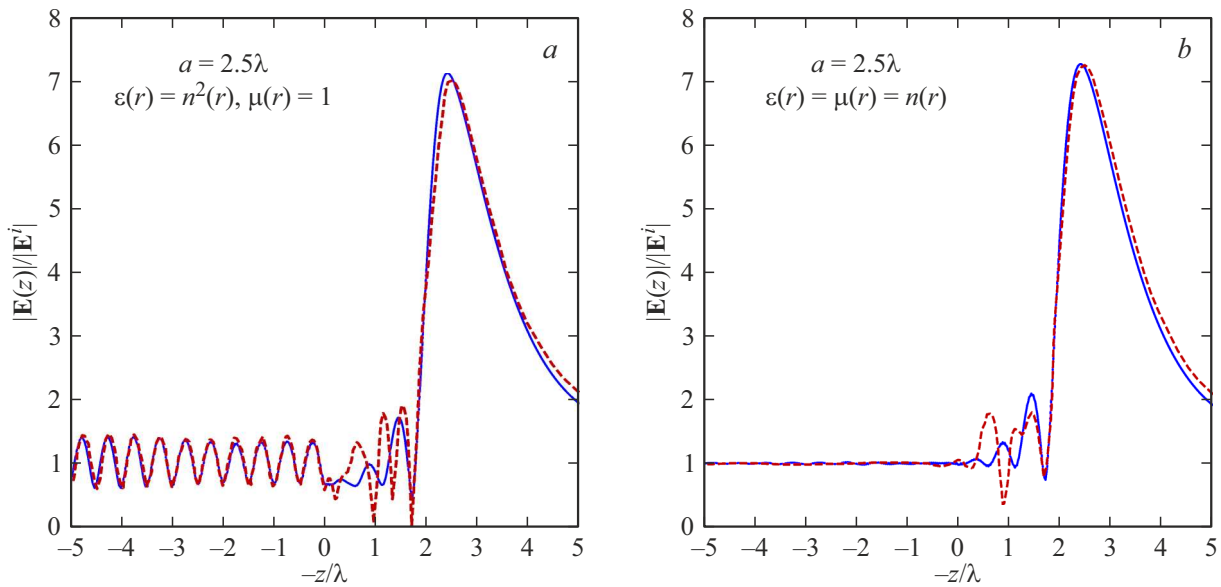


Рис. 4. Сравнение результатов, полученных ГПМ и методом поверхностных ИУ для диэлектрической (а) и магнитно-диэлектрической (б) линз Максвелла радиусом $a = 2.5\lambda$.

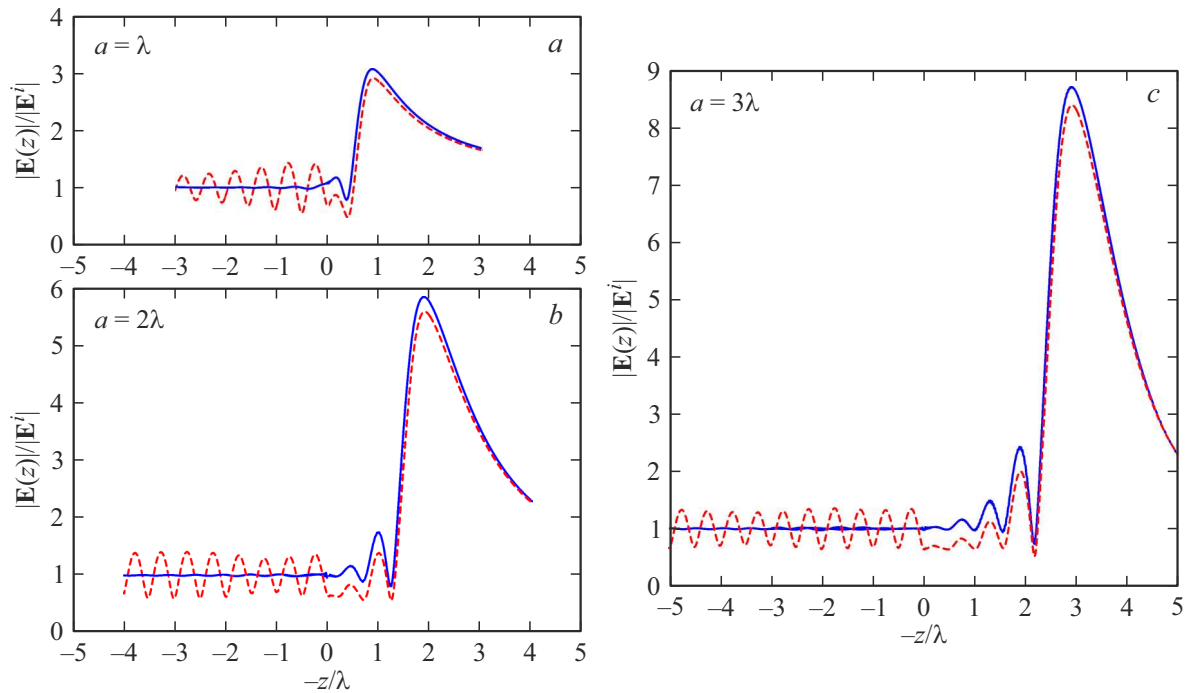


Рис. 5. Распределение поля вдоль оси полусферической линзы Максвелла различного радиуса: сплошные линии — магнитно-диэлектрическая линза, штриховые линии — диэлектрическая линза.

сходимости результатов при увеличении N и L , использование оптической теоремы [15] и сравнение результатов работы новой программы с результатами, полученными другими методами. Так как новая программа дает возможность рассчитывать чисто диэлектрические линзы путем задания $\mu(r) = 1$ в списке входных данных, то можно было наблюдать совпадение результатов ее работы с соответствующими результатами работы

предыдущей версии программы, разработанной согласно алгоритму, описанному в [9].

Результаты применения новой программы к расчету поля на оси диэлектрической и магнитно-диэлектрической линзы Максвелла радиуса $a = 2.5\lambda$, полученные при $N = 125$ и $L = 41$, показаны на рис. 4 сплошной линией. Приведенные результаты сравниваются здесь с результатами, полученными методом поверх-

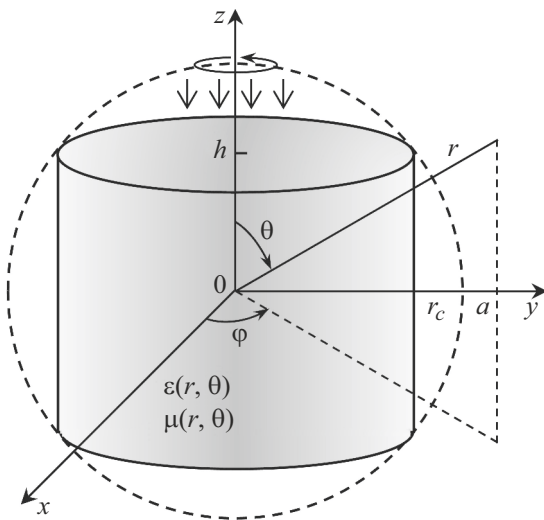


Рис. 6. Геометрия задачи для цилиндрической линзы Микаэляна.

ностных интегральных уравнений (ИУ), реализованным в пакете CST Microwave Studio Suite с использованием слоистой модели линзы. Последняя была образована пятью полусферическими слоями, т. е. непрерывный профиль коэффициента преломления $n(r)$, указанный выше, был заменен ступенчатым профилем. Коэффициент преломления слоя определялся формулой $n_i = n(r_i)$, где $r_i = (l - 1/2)a/5$ и $l = 1, 2, \dots, 5$. Результаты, показанные штриховой линией, были получены с использованием более чем 35 000 треугольных ячеек в сетке, сгенерированной на внешней поверхности линзы и на внутренних цилиндрических границах слоев. Время расчета оказалось почти в 6 раз больше, чем время расчета с использованием новой программы. Сравнения показывают, что результаты, полученные двумя указанными методами, хорошо совпадают в области фокуса и вне линзы, но имеют более заметные различия на сравнительно низком уровне внутри линзы. Указанные расхождения могут быть обусловлены различием непрерывного и ступенчатого профилей коэффициента преломления линзы.

Распределения поля для линзы Максвелла радиусом $a = \lambda, 2\lambda$ и 3λ представлены на рис. 5. Результаты были получены при $N = 50, L = 25$ в первом случае, $N = 100, L = 35$ во втором случае и $N = 150, L = 45$ в третьем случае. Результаты показывают, что использование магнитно-диэлектрического материала позволяет практически полностью устранить отражение волны от плоской части поверхности линзы, что приводит к повышению уровня поля в области фокуса по сравнению со случаем чисто диэлектрической линзы. Видно также, что указанное повышение возрастает при увеличении радиуса линзы.

Геометрия задачи для цилиндрической линзы Микаэляна радиуса r_c и половинной высоты h показана на рис. 6. Как хорошо известно (см., например, [3,11,13]), профиль показателя преломления лин-

зы определяется формулой $n(\rho) = n_0 / \cos h(\pi\rho/2h_c)$, где $\rho = r \sin \theta$ — расстояние от оси до точки наблюдения, $n_0 = n(0)$ — величина коэффициента преломления на оси и $h_c = 2h$ — полная высота линзы. Далее предполагается, что $n(r_c) = 1$ и соответственно $n_0 = \cos h(\pi r_c/2h_c)$. Как и в предыдущем случае, линза облучается плоской волной круговой поляризации с полем (33).

Работа программы на Матлабе, разработанной для анализа рассматриваемой линзы, проверялась теми же способами, что и в случае линзы Максвелла. В частности, результаты, полученные с использованием новой программы при $\mu(r) = 1$, совпадали с результатами, полученными с использованием предыдущей версии для случая чисто диэлектрической линзы [10].

Распределения поля вдоль оси диэлектрической и магнитно-диэлектрической линз Микаэляна с параметрами $r_c = h = 2.5\lambda$ и $n_0 = 1.3246$ представлены на рис. 7 сплошными линиями. Результаты были получены при $N = 175$ и $L = 45$. Штриховые линии, также приведенные на рис. 7, соответствуют слоистой модели линзы Микаэляна тех же размеров, образованной пятью слоями. Коэффициент преломления l -го слоя определялся как $n_l = n(\rho_l)$, где $\rho_l = (l - 1/2)r_c/5$ и $l = 1, 2, \dots, 5$. Результаты были получены методом поверхностных ИУ с использованием 45 000 треугольных ячеек в сетке, сформированной на внешней поверхности линзы и на внутренних цилиндрических границах слоев. Расчет потребовал время, более чем в 7 раз превышающее время расчета с использованием новой программы на основе ГПМ. Результаты показывают, что как исходная, так и слоистая линзы производят фокусировку, но максимальный уровень поля в области фокуса оказывается ниже, чем в случае исходной линзы. Можно предположить, что увеличение количества слоев, соответствующее более точной ступенчатой аппроксимации профиля показателя преломления, приведет к повышению уровня поля в фокусе. Однако это потребовало бы увеличения объема памяти компьютера и времени счета.

Результаты расчетов с использованием новой программы для линзы Микаэляна с различными значениями параметров $r_c = h$ показаны на рис. 8. Расчеты были проведены при $N = 70, L = 29$ в случае $r_c = h = \lambda$, $N = 140, L = 39$ в случае $r_c = h = 2\lambda$ и $N = 190, L = 49$ в случае $r_c = h = 3\lambda$. Результаты показывают, что, как и в случае линзы Максвелла, использование магнитно-диэлектрического материала в линзе Микаэляна позволяет полностью устранить отражения от входной плоскости (на которую падает волна) и интерференцию волн вдоль оси внутри линзы. Однако повышение максимального уровня поля в области фокуса благодаря указанному улучшению согласования со свободным пространством здесь не так заметно, как это имеет место в линзе Максвелла. Это факт объясняется тем, что локально плоские волны, соответствующие геометрическим лучам, приходящим в фокус линзы Максвелла, не испытывают отражений при любом направлении

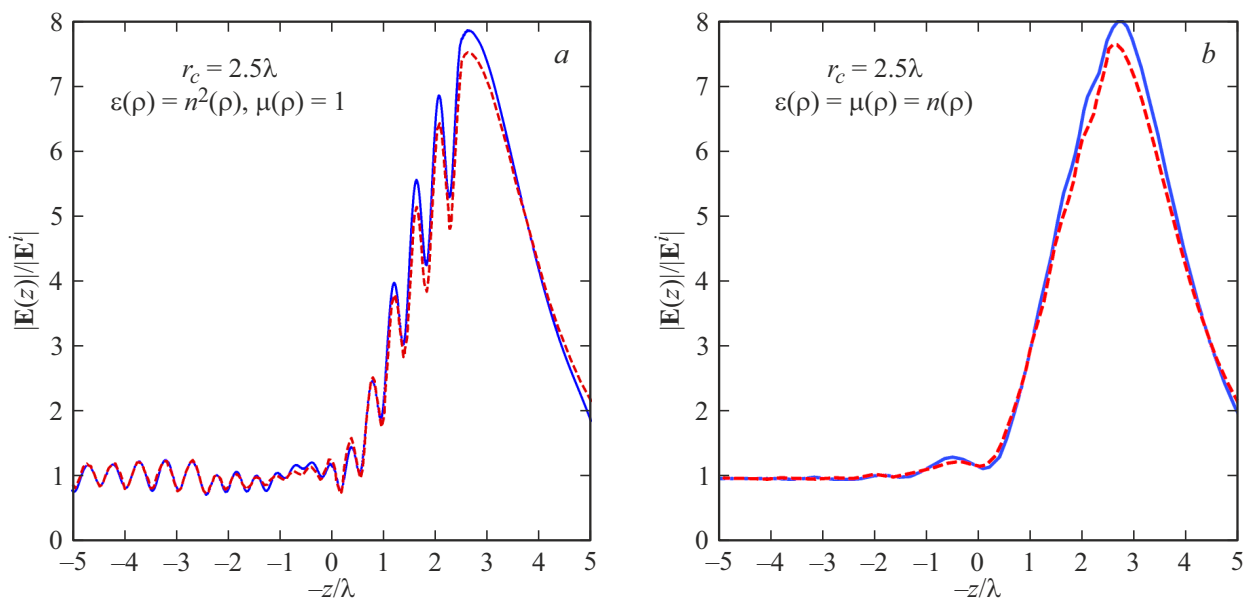


Рис. 7. Сравнение результатов, полученных ГПМ и методом поверхностных ИУ для диэлектрической (а) и магнитно-диэлектрической (б) линз Микаэляна с $r_c = h = 2.5\lambda$.

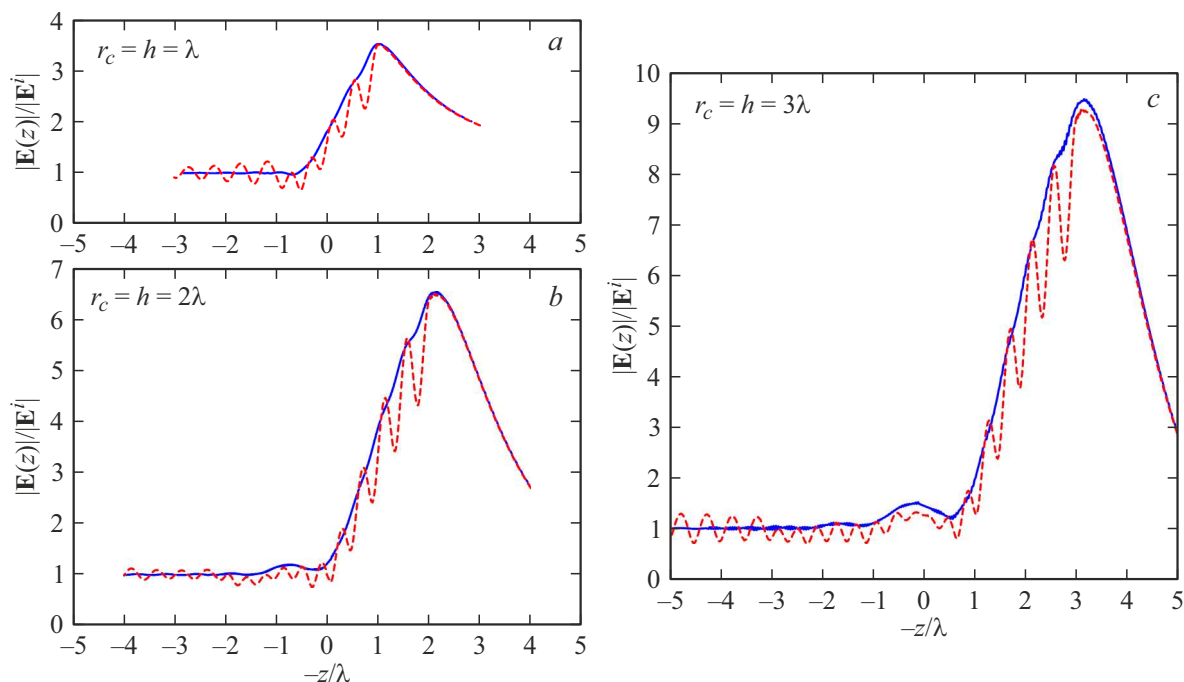


Рис. 8. Распределение поля вдоль оси линзы Микаэляна различного радиуса $r_c = h$: сплошные линии — магнитно-диэлектрическая линза, штриховые линии — диэлектрическая линза.

прихода благодаря единичному значению коэффициента преломления на сферической части поверхности. Линза Микаэляна идеально согласована только для осевого направления, а лучи, приходящие в фокус под ненулевым углом к оси, будут испытывать отражения, хотя и с меньшей амплитудой, чем в случае чисто диэлектрической линзы. Сравнения фокусирующих свойств линз Максвелла (рис. 4 и 5) и Микаэляна (рис. 7 и 8)

одинаковых поперечных размеров также показывают, что вторая обеспечивает более высокий уровень поля в области фокуса, чем первая. Еще одно различие состоит в том, что максимальный уровень поля у линзы Микаэляна немного смещен из геометрического фокуса наружу, а у линзы Максвелла — внутрь, аналогично тому, как это имеет место у линзы Лüneберга [16].

Заключение

Таким образом, настоящая работа посвящена решению задачи рассеяния электромагнитных волн на осесимметричных неоднородных магнитно-диэлектрических объектах. Решение задачи проведено с использованием ГПМ, модифицированного с целью учета не только переменного профиля диэлектрической проницаемости объекта, как это имело место в предыдущих работах, но и переменного профиля магнитной проницаемости.

Новая модификация, разработанная для общего случая возбуждения объекта с произвольной формой образующей, была реализована в двух программах на Матлабе, примененных для сравнительного анализа фокусировки плоской волны круговой поляризации полусферической линзой Максвелла и цилиндрической линзой Микаэляна с осевой симметрией при распространении волны в осевом направлении. Эффективность метода и работа соответствующих программ была проверена несколькими способами, описанными в предыдущих работах [9,10], включая сравнение результатов его работы с результатами, полученными методом поверхностных ИУ, примененным к многослойным моделям линз Максвелла и Микаэляна. Сравнение показало, что время расчетов с использованием новых программ при прочих равных условиях оказывается в несколько раз меньше, чем время расчетов с использованием указанного метода поверхностных ИУ. Также продемонстрировано снижение максимального уровня поля в области фокуса из-за замены непрерывного профиля показателя преломления ступенчатым профилем. Новые программы были использованы для анализа влияния согласования поверхностей линз обоих типов со свободным пространством на качество фокусировки. Улучшение согласования обеспечивалось путем использования магнитно-диэлектрического материала в линзах с одинаковыми профилями диэлектрической и магнитной проницаемостей, что обеспечивало равенство волнового сопротивления материала волновому сопротивлению свободного пространства.

Полученные результаты показывают, что использование указанного магнитно-диэлектрического материала позволяет практически полностью устранить отражение волны от освещаемой плоской части поверхности линзы, что приводит к повышению уровня поля в области фокуса по сравнению со случаем чисто диэлектрической линзы. Указанное повышение уровня поля в линзе Микаэляна менее заметно по сравнению со случаем линзы Максвелла, так как идеальное согласование в линзе Микаэляна обеспечивается только в направлении нормали к плоской поверхности в области фокуса. Также показано, что линза Микаэляна, у которой продольный размер равен поперечному, обеспечивает более высокий уровень поля в области фокуса по сравнению с линзой Максвелла такого же поперечного размера.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] J.C. Maxwell. The Cambridge and Dublin Mathematical J., **8**, 188 (1854).
- [2] J.C. Maxwell. *Scientific Papers*, V. 1 (Cambridge University Press, 1890).
- [3] А.Л. Микаэлян. Доклады АН СССР, **81** (4), 569 (1951).
- [4] A.L. Mikaelian. In: *E. Wolf, Progress in Optics XVII* (North Holland, 1980).
- [5] Z.L. Mei, J. Bai, T.M. Niu, T. Jun. IEEE Trans. Antennas Propag., **60** (1), 398 (2012).
- [6] T. Baghdasaryan, T. Geernaert, H. Thienpont, F. Berghmans. IEEE Photon. J., **5** (4), 7100512 (2013).
- [7] F. Maggiorrelli, A. Paraskevopoulos, J.C. Vardaxoglou, M. Albani, S. Maci. IEEE Open J. Antennas and Propagation, **2**, 315 (2021).
- [8] T. Whittaker, S. Zhang, A. Powell, C.J. Stevens, J.C. Vardaxoglou, W. Whittow. IEEE Antennas & Propagation Magazine, **65** (3), 10 (2023).
- [9] E.I. Semernya, S.P. Skobelev. J. Opt. Soc. Am. A., **37** (12), 1873 (2020).
- [10] E.I. Semernya, S.P. Skobelev. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, **20** (2), 269 (2021).
- [11] Я.Н. Фельд, Л.С. Бененсон. *Антенно-фидерные устройства*. Ч. 2 (Изд. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, М., 1959).
- [12] М. Борн, Э. Вольф. *Основы оптики*. 2-е изд. (Наука, М., 1973).
- [13] Е.Г. Зелкин, Р.А. Петрова. *Линзовые антенны* (Советское радио, М., 1974).
- [14] A.D. Greenwood, J.-M. Jin. IEEE Antennas & Propagation Magazine, **41** (5), 9 (1999).
- [15] К. Борен, Д. Хафмен. *Поглощение и рассеяние света малыми частицами* (Мир, М., 1986).
- [16] P. Rozenfeld. IEEE Trans. Antennas Propag., **AP-24** (3), 365 (1976).