

Влияние катодного усилителя поля на условия перехода электронов в режим убегания

© Н.М. Зубарев,^{1,2} О.В. Зубарева,¹ М.И. Яландин^{1,2}

¹ Институт электрофизики УрО РАН,
620016 Екатеринбург, Россия

² Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: nick@ier.uran.ru

Поступило в Редакцию 29 июля 2024 г.

В окончательной редакции 25 августа 2024 г.

Принято к публикации 2 октября 2024 г.

Аналитически исследовано влияние усилителей поля — заостренных выступов на катоде — на условия перехода эмитируемых с них электронов в режим убегания в газе высокого давления. Показано, что классическая прямо пропорциональная зависимость критического поля убегания от давления сменяется на более слабую корневую зависимость при наличии выступов достаточной высоты. Сформулирован простой критерий убегания электронов, учитывающий искажение поля вблизи усилителей. Определена минимальная высота выступов, необходимая для заметного снижения порога убегания, в зависимости от давления газа.

Ключевые слова: убегание электронов, субнаносекундный пробой газа, неоднородное электрическое поле, усилители поля.

DOI: 10.61011/JTF.2025.01.59460.246-24

Введение

Явление убегания электронов в газах — их непрерывного ускорения в условиях, когда они получают от приложенного электрического поля энергии больше, чем теряют в результате неупругих столкновений [1–3] — играет важную роль в развитии импульсного пробоя газов [4–9]. За времена, сопоставимые со временем распространения света через межэлектродный промежуток, убегание электронов (УЭ) осуществляют предьонизацию газа, что определяет последующую динамику пробоя [10–14]. Особенностью лабораторных исследований этого явления является, как правило, резкая неоднородность распределения электрического поля в газовом зазоре. Такая неоднородность может быть связана как с использованием усилителей поля — различной формы заостренных выступов на катоде [12,15–20], так и с естественным микрорельефом поверхности катода — наличием на ней всевозможных дефектов [21–23]. Наличие макро- и микроострий обеспечивает локальное усиление поля до значений, необходимых для инициирования автоэлектронной эмиссии и последующего перехода свободных электронов в режим убегания в условиях сравнительно низкого среднего поля [24,25].

В однородном поле для перехода изначально низкоэнергетических электронов в режим убегания требуется, чтобы его напряженность превысила некоторый порог E_c , зависящий от сорта газа и его плотности (давления) [10,11,26]. В неоднородном поле ситуация сложнее. С одной стороны, требуется, чтобы напряженность поля превышала критическое значение E_c в месте старта электрона — вблизи катодного острия. С дру-

гой стороны, необходимо, чтобы электрон продолжил убегать на периферии, где поле ниже порога убегания для тепловых электронов.

В работах [17,27–29] была изучена ситуация, когда поле неоднородно во всем межэлектродном промежутке — его напряженность падает с расстоянием z от катода по степенному закону $z^{-\gamma}$, где показатель γ характеризует степень неоднородности распределения поля. Значение показателя зависит от конкретной геометрии электродов. Оно относится к интервалу $0 < \gamma < 1$ для конического катода и к интервалу $0 < \gamma < 0.5$ для клиновидного; $\gamma = 1$ для игольчатого катода и $\gamma = 0.5$ для лезвийного. Было продемонстрировано, что динамика и условия убегания электронов качественно отличаются для случаев слабонеоднородного ($0 < \gamma \leq 0.5$) и сильнонеоднородного ($0.5 < \gamma \leq 1$) полей. В работе [30] обсуждалось влияние ионизационного размножения электронов в промежутках с неоднородным распределением поля ($\gamma = 1$ и 2 — цилиндрическая и сферическая геометрии) на условия генерации УЭ на основе подхода из [31,32]: для случая однородного поля авторы работ [31,32] предложили использовать критерий отсутствия таунсендовского размножения электронов $\alpha_1 d \leq 1$ в качестве критерия убегания (здесь α_1 — коэффициент ударной ионизации, d — межэлектродное расстояние).

Качественно иная ситуация, которая будет проанализирована в настоящей работе, реализовывалась в экспериментах [33,34]. Распределение поля в большей части газоразрядного промежутка было близким к однородному; область резко неоднородного поля концентрировалась вблизи усилителей поля с размером, существенно

меньшим межэлектродного расстояния. В таком случае усилители поля играют роль „трамплинов“, на которых электрон набирает энергию, необходимую для его убегания после попадания в слабое квазиоднородное поле. Потери энергии электрона уменьшаются с ростом его энергии, и достаточно быстрый электрон способен убегать в условиях докритического поля. Примером тому может служить убегание электронов в грозовых разрядах [26,35]. Отметим также серию работ [23,36–38], где численными методами исследовалось движение автоэмиссионных электронов, испускаемых естественными микровыступами на поверхности катода. Было установлено, что в условиях газа высокого давления (десятки атмосфер) прохождение небольшой по размеру области усиленного поля вблизи микроострия заметно снижает порог убегания электронов.

Понимание условий убегания электронов принципиально важно при разработке основанных на их использовании источников быстрых электронов. Так, например, для генерации дискового сгустка электронов требуется с пикосекундной точностью обеспечить синхронность эмиссии потоков УЭ с множества концентрических усилителей поля на катоде [39]. Это обуславливает необходимость формулировки удобных для практического использования критериев генерации УЭ, применимых для самых разных конфигураций усилителей поля. Именно на получение таких критериев и направлена настоящая работа.

1. Необходимые сведения об УЭ

Для нерелятивистского электрона (кинетическая энергия ε меньше энергии покоя ~ 510 keV) силу трения (торможения) в газе в результате столкновений с его молекулами можно оценить по формуле Бете [40]:

$$F(\varepsilon) = \frac{2\pi Ze^4 n}{\varepsilon} \ln\left(\frac{2\varepsilon}{I}\right), \quad (1)$$

где Z — число электронов в нейтральной молекуле газа, e — элементарный заряд, n — концентрация молекул газа, I — средняя энергия неупругих потерь. Зависимость этой силы от энергии является немонотонной. В ней имеется максимум $F_{\max} = 4\pi Ze^4 n/eI$, приходящейся на энергию $\varepsilon_c = eI/2$, где $e \approx 2.718$ — основание натурального логарифма. Если на электрон со стороны электрического поля действует сила, превышающая значение F_{\max} , то он будет ускоряться вне зависимости от его начальной энергии. Применительно к однородному электрическому полю величиной E_0 это означает, что формально все свободные электроны перейдут в режим убегания, если

$$E_0 > E_c, \quad E_c \equiv F_{\max}/e = 4\pi Ze^3 n/eI, \quad (2)$$

т. е. напряженность внешнего поля E_0 превысит критическое значение E_c [5,10,11,41]. Условие (2) мы будем

для краткости называть полевым условием убегания электронов.

Электроны способны убегать и в докритическом поле, т. е. при $E_0 < E_c$ [10,26,42]. Это происходит в ситуации, когда начальная энергия электрона ε_0 , с которой он попадет в однородное поле E_0 , достаточно высока. Согласно (1), при $\varepsilon > \varepsilon_c$ сила трения быстро убывает с ростом энергии электрона. Тогда при заданном E_0 всегда можно указать критическое значение ε_r для начальной энергии электрона ε_0 , при превышении которого электроны будут непрерывно ускоряться (отметим, что это утверждение некорректно в релятивистской области ввиду появления минимума в зависимости $F(\varepsilon)$ при энергии порядка 1 MeV [26,35]). Соответствующее условие убегания, которое мы будем называть энергетическим, запишется как

$$\varepsilon_0 > \varepsilon_r, \quad F(\varepsilon_r) = eE_0. \quad (3)$$

Вследствие немонотонного характера зависимости F от ε уравнение $F(\varepsilon_r) = eE_0$ имеет два корня. Для условия убегания (3) имеет смысл только корень с $\varepsilon_r > \varepsilon_c$.

2. Вывод критерия убегания

Понятно, что в условиях докритического поля низкоэнергетический тепловой электрон не способен набрать энергию, превышающую порог ε_r . Тогда реализация энергетического условия убегания (3) предполагает, что в область относительно слабого однородного поля с напряженностью $E_0 < E_c$ попадает электрон, предварительно ускоренный в более сильном закритическом электрическом поле.

Будем считать, что область усиленного электрического поля обусловлена наличием усилителя поля — заостренным выступом высотой h на плоском катоде (рис. 1), который вызывает локальное искажение распределения поля. У вершины выступа напряженность поля будет значительно превышать среднее значение E_0

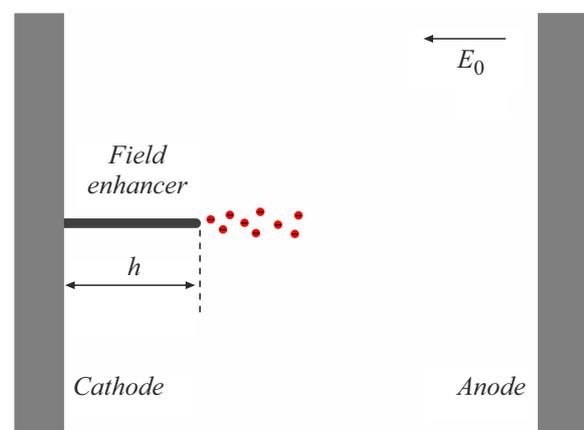


Рис. 1. Схематическое изображение геометрии межэлектродного промежутка.

в межэлектродном промежутке. Принято использовать коэффициент усиления поля $\beta = E_{\max}/E_0$, где E_{\max} — поле, достигаемое на вершине катодного выступа [21,24]. Различают усиление поля, обусловленное используемой геометрией катода — наличием усилителя поля макроскопического масштаба (единицы — десятки миллиметров) и микрорельефом поверхности катода — наличием на ней выступов микронного масштаба. В разд. 2 мы не будем разделять эти масштабы; мы сформулируем критерий убегания электронов, применимый во всем диапазоне размеров h и вернемся к обсуждению особенностей убегания электронов при наличии макро- и микровыступов в разд. 5.

Рассмотрим поведение свободного электрона, эмитированного с вершины выступа — усилителя поля. Для перехода такого электрона в режим убегания необходимо, чтобы поле вблизи вершины выступа превышало критическое значение, т.е. было $E_{\max} > E_c$. С использованием коэффициента усиления поля β это условие запишется как $\beta > E_c/E_0$. Из общих соображений понятно, что для реализации этого условия требуется выступ с достаточно высоким аспектным отношением h/r , где r — радиус его вершины. Например, для цилиндрического выступа со скругленной вершиной справедлива оценка $\beta \approx 2 + h/r$ [21]. В дальнейшем мы будем считать условие $\beta > E_c/E_0$ выполненным и не будем возвращаться к его анализу. Определять переход автоэмиссионных электронов в режим убегания тогда будет энергетическое условие (3).

Набираемую электроном в окрестности катодного усилителя поля энергию можно оценить сверху по проходимой им разности потенциалов (такое вакуумное приближение соответствует пренебрежению потерями энергии в неупругих столкновениях с молекулами газа). Последняя с приемлемой точностью вычисляется как произведение среднего поля в промежутке E_0 на высоту выступа h , что дает $\varepsilon_{\text{vac}} \approx eE_0h$. В работах [17,43] было показано, что в неоднородном поле, спадающем с расстоянием z от катода по обратному корневому закону $E \propto z^{-1/2}$, в пороговых для убегания условиях электрон теряет в неупругих столкновениях половину энергии. Такое распределение поля в осесимметричной постановке соответствует коническому острию с углом раствора 98.6° (так называемый угол Тейлора [28,44]). Набираемая электроном вблизи усилителя поля энергия тогда оценивается как $\varepsilon_0 \approx 0.5\varepsilon_{\text{vac}} \approx 0.5eE_0h$. По аналогии с этим соотношением будем считать, что для выступов произвольной формы вблизи порога убегания, т.е. когда ε_0 лишь незначительно превышает порог ε_r , справедливо

$$\varepsilon_0 \approx \kappa eE_0h, \quad (4)$$

где κ — безразмерный параметр, который, очевидно, меньше единицы. Понятно, что κ зависит от геометрии выступа. Его величина будет расти с увеличением степени заострения катодного выступа, т.е. фактически

с увеличением значения коэффициента усиления поля β . Естественно ожидать, что параметр κ находится в диапазоне $0.5 < \kappa < 1$. Нижний предел соответствует упомянутому выше конусу с тейлоровским углом раствора, т.е. сравнительно тупому выступу, высота которого меньше радиуса основания. Верхний предел соответствует „идеальному“ выступу, формально обеспечивающему ускорение электрона без потерь энергии. Если в однородном поле, т.е. в отсутствие выступа, электрон по определению проходит разность потенциалов $\varepsilon_{\text{vac}}/e$, перемещаясь вдоль силовых линий поля на расстояние h , то при наличии выступа электрон движется в усиленном поле и, следовательно, требуемое расстояние уменьшается. Сокращение пути электрона приводит к уменьшению потерь энергии в результате взаимодействий с молекулами газа. Условие $\kappa = 1$ соответствует пределу, когда путь равен нулю (отметим, что формально эта ситуация реализуется для выступа в форме бесконечно тонкой иглы в силу логарифмической расходимости потенциала поля в особой точке). Ниже мы, не фокусируясь на особенностях геометрии конкретных усилителей, будем использовать для оценок промежуточное значение $\kappa = 0.7$. Такой подход позволит нам обеспечить универсальность искомого критерия убегания.

Используя связь (4), можно при помощи энергетического критерия (3) сформулировать следующее условие убегания электронов, стартующих с катодного выступа высотой h :

$$E_0 > E_r, \quad F(\kappa eE_r h) = eE_r. \quad (5)$$

Пороговое поле убегания E_r здесь связано с пороговой энергией ε_r вытекающим из (4) соотношением $\varepsilon_r = \kappa eE_r h$. Электроны, набирающие такую энергию вблизи усилителя поля (рис. 1), будут, согласно (3), продолжать убегать после попадания в область относительно слабого однородного поля.

В силу немонотонности зависимости функции F от аргумента y уравнения $F(\kappa eE_r h) = eE_r$, определяющего пороговое поле убегания для критерия (5), может быть несколько корней. Нас интересуют только корень, обладающий свойством $E_r > \varepsilon_c/(\kappa e h)$, т.е. относящийся к области $\varepsilon > \varepsilon_c$, где, согласно в формуле Бете (1), сила торможения уменьшается с ростом энергии электрона. Такой корень не существует, если высота выступа меньше некоторой величины $h_{\min} = \varepsilon_c/(\kappa e h)$. Наличие этого ограничения отражает то обстоятельство, что вблизи выступов малой высоты электрон не способен набрать энергию, превышающую ε_c , и тем самым перевалить через максимум силы торможения при $E_0 < E_c$. Таким образом, в рамках обсуждаемой модели наличие выступов с высотой $h < h_{\min}$ не оказывает влияния на характер убегания электронов. Условием убегания электронов в такой ситуации будет классическое полевое условие (2).

В итоге общим условием генерации УЭ будет

$$E_0 > \begin{cases} E_c, & h < h_{\min}, \\ E_r(h), & h \geq h_{\min}. \end{cases} \quad (6)$$

При $h = h_{\min}$ оба критерия дают одинаковое равное E_c значение поля убегания, т.е. $E_r(h_{\min}) = E_c$. При $h > h_{\min}$ всегда $E_r < E_c$, т.е. электрон способен убежать в докритическом (в терминах полевого условия убегания (2)) электрическом поле.

Уравнение (5), определяющее пороговое поле убегания E_r , с использованием формулы Бете (1) приобретает вид

$$\frac{2\pi Ze^2 n}{\kappa h} \ln\left(\frac{2\kappa e E_r h}{I}\right) = E_r^2. \quad (7)$$

Удобно нормировать величины E_r и h на их характерные значения E_c и h_{\min} . Это соответствует введению безразмерных переменных $E_n \equiv E_r/E_c$ и $h_n \equiv h/h_{\min}$. Тогда связь между параметрами задачи примет универсальную, не зависящую от свойств газа форму

$$E_n^2 h_n = 1 + \ln(E_n h_n). \quad (8)$$

Формула (8) не разрешена относительно порогового поля убегания E_n . Для практических нужд можно пользоваться следующим приближенным выражением, дающим явную зависимость E_n от h_n :

$$E_n \approx \sqrt{\frac{1 + \delta \ln h_n}{h_n}}. \quad (9)$$

Здесь δ — постоянная, относящаяся к интервалу $0.5 \leq \delta \leq 1$. При использовании аппроксимации (9) следует брать δ ближе к верхней части указанного интервала при малых (близких к единице) значениях h_n и ближе к нижней части при $h_n \gg 1$. Отметим, что для $1 < h_n < 10000$ (это включает весь интересующий нас диапазон параметров (см. разд. 5)), формула (9) дает порог убегания с высокой точностью при $\delta = 0.65$.

3. Зависимость порогового поля от давления газа

Согласно (2), критическая напряженность E_c для убегания электронов в однородном электрическом поле прямо пропорциональна концентрации молекул газа n . Поскольку для газа $n \propto p$, где p — давление, имеем $E_c \propto p$. Это соответствует известным законам подобия для электрических разрядов в газах [45]. Однако для неоднородного поля, обеспечиваемого усилителем поля (рис. 1), пороговое поле убегания E_r уже не будет связано с давлением такой простой линейной зависимостью. Она реализовывалась бы, если с увеличением давления кратно уменьшался бы масштаб катодного выступа. Наличие же выступа фиксированного размера h приводит к иной зависимости E_r от p (см. результаты

численного моделирования [23,36–38], из которых видно, что она не носит линейного характера). Получим эту зависимость аналитически.

Введем приведенное критическое поле убегания $\tilde{E}_c \equiv E_c/p$, которое зависит только от сорта газа [45]. Тогда выражение (7), определяющее пороговое поле убегания E_r , принимает вид

$$E_r^2 = \frac{\varepsilon_c \tilde{E}_c p}{\kappa e h} \ln\left(\frac{\varepsilon_c \tilde{E}_c E_r h}{\varepsilon_c}\right). \quad (10)$$

Это трансцендентное уравнение дает (в неявном виде) зависимость порогового поля E_r от высоты усилителя поля h и давления газа p . Связь минимальной требуемой для применимости (10) высоты острия с давлением задается формулой

$$h_{\min} = \frac{\varepsilon_c}{\kappa e \tilde{E}_c p}. \quad (11)$$

Из нее видно, что высота h_{\min} падает с ростом давления как $1/p$ в соответствии с законами подобия [45].

Формула (10) не разрешена относительно порогового поля убегания E_r . Для практических нужд можно пользоваться аппроксимацией (9), которая в терминах приведенного критического поля \tilde{E}_c записывается как

$$E_r^2 \approx \frac{\varepsilon_c \tilde{E}_c p}{\kappa e h} \left[1 + 0.65 \ln\left(\frac{\kappa e \tilde{E}_c p h}{\varepsilon_c}\right) \right]. \quad (12)$$

Это выражение дает явную зависимость искомого порога E_r от p и h .

4. Анализ критерия убегания электронов

Рассмотрим зависимость порогового поля убегания E_r от давления p и высоты катодного выступа h для азота. Для него, согласно [11,45], приведенная критическая напряженность электрического поля (\tilde{E}_c) при температуре 300 К составляет $\sim 590 \text{ V}/(\text{cm}\cdot\text{Torr})$ или $\sim 450 \text{ kV}/(\text{cm}\cdot\text{atm})$, что соответствует $Z = 14$ и $I = 80 \text{ eV}$. Максимум силы трения приходится на $\varepsilon_c \approx 109 \text{ eV}$.

На рис. 2 и 3 показаны описываемые формулой (10) зависимости порогового поля E_r от высоты выступа h на плоском катоде (рис. 1) при фиксированных давлениях в 1 и 10 atm соответственно. Из рисунков видно, что поле монотонно уменьшается с ростом h . Если пренебречь слабой логарифмической зависимостью от h в (10) или в аппроксимации (12), то приходим к оценке $E_r \propto h^{-1/2}$. Тогда вблизи усилителя поля электрон набирает энергию $\varepsilon_0 \propto E_r h \propto h^{1/2}$, т.е. она корневым образом растет с h . Таким образом, убегание электрона при попадании в уменьшающееся с ростом высоты выступа однородное поле напряженностью E_r обеспечивается увеличением его энергии ε_0 .

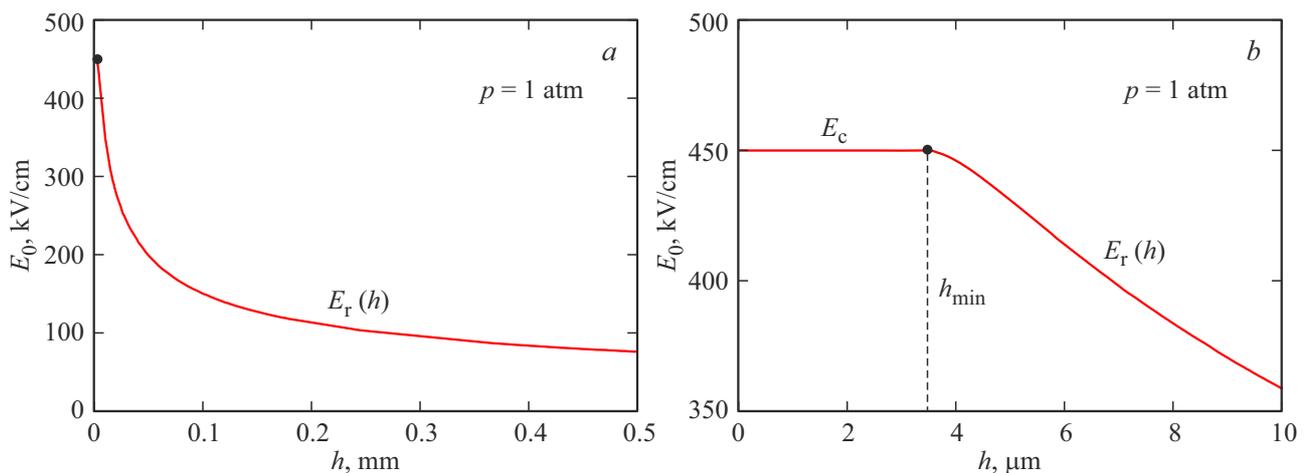


Рис. 2. Зависимость пороговой для убления электронов напряженности поля от высоты выступа в двух различных масштабах (газ – азот, $p = 1 \text{ atm}$, $\kappa = 0.7$).

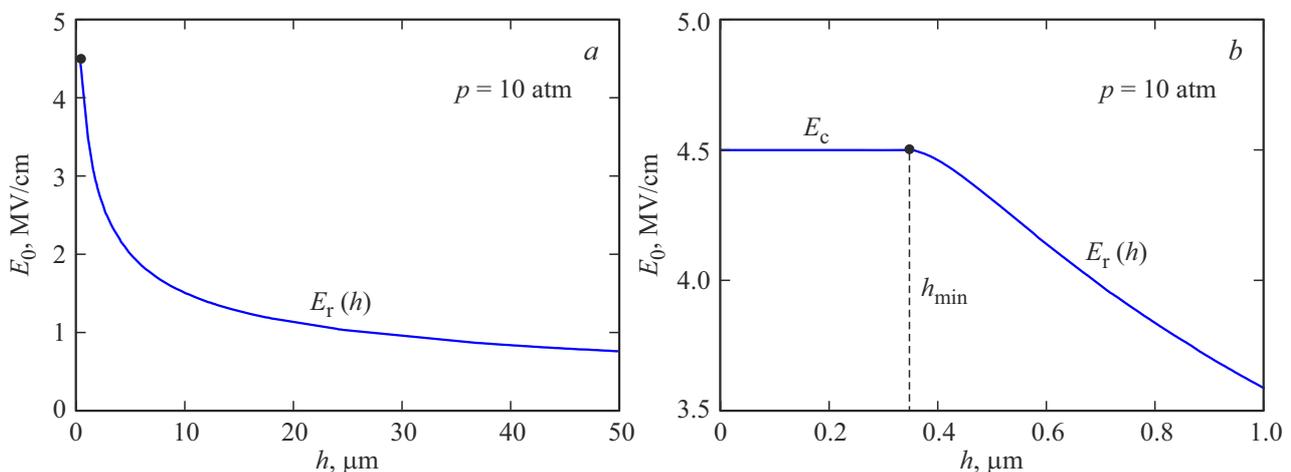


Рис. 3. Зависимость пороговой для убления электронов напряженности поля от высоты выступа в двух различных масштабах (газ – азот, $p = 10 \text{ atm}$, $\kappa = 0.7$).

На рис. 2, *b* и 3, *b* детально показаны области относительно малых — сравнимых с величиной h_{\min} — значений h (для давлений в 1 и 10 atm будет $h_{\min} \approx 3.5 \mu\text{m}$ и $h_{\min} \approx 0.35 \mu\text{m}$ соответственно). При $h < h_{\min}$ энергетический критерий убления (5) не работает: энергии, набираемой электроном вблизи выступа, не хватает, чтобы перевалить при $E_0 < E_c$ через максимум силы трения в формуле Бете (1). В этом случае порог убления дается классическим полевым критерием (2), в соответствии с которым поле должно превышать порог $E_c \approx 0.45 \text{ MV/cm}$ для $p = 1 \text{ atm}$ и $E_c \approx 4.5 \text{ MV/cm}$ для $p = 10 \text{ atm}$. Полученный нами критерий убления применим при $h > h_{\min}$. Обратим внимание на то, что для того, чтобы катодные выступы начали оказывать заметное влияние на условия убления, например, снижать его порог на 20%, при атмосферном давлении необходимо наличие выступов высотой от $10 \mu\text{m}$. В области же высоких давлений (10 atm и выше) ощутимо влиять на

характер убления будут уже микронные и субмикронные выступы. С учетом наличия на поверхности любого реального катода естественных выступов микронного масштаба (см., например, приведенные в [23,46] снимки поверхности катода, использовавшегося в экспериментах [47]), для газа высокого давления порог убления всегда будет ниже классического E_c . На это обстоятельство указывалось в работе [37], где исследовалось влияние микроострий на катоде на вероятность перехода электронов в режим убления. Возвращаясь к случаю азота атмосферного давления, отметим, что, поскольку влияние микрорельефа поверхности катода оказывается незначительным, для снижения порога убления электронов следует использовать макроскопические усилители поля (см. разд. 5).

Из рис. 2, *a* и 3, *a* видно, что с ростом h пороговое поле убления E_r существенно снижается. Так, для $p = 10 \text{ atm}$ оно уменьшается по сравнению с E_c уже в

три раза для $h = 10 \mu\text{m}$. Отметим, что форма кривых на рис. 2 и 3 с поправкой на различные используемые масштабы совпадает, что связано с инвариантностью выражения (10) относительно замен $p \rightarrow Cp$, $h \rightarrow C^{-1}h$ и $E_r \rightarrow CE_r$, где C — константа.

На рис. 4 показана зависимость порогового поля убегания от давления газа (азота) при различных фиксированных значениях высоты катодного выступа в диапазоне от 0 до $40 \mu\text{m}$. Случай $h = 0$ соответствует классическому полювому критерию убегания $E_0 > E_c = \tilde{E}_c p$. Видно, что наличие на катоде выступов микронного масштаба приводит к существенному снижению порога убегания, причем отличие между значениями E_r и E_c нарастает с ростом давления. Так, при $p = 50 \text{ atm}$ величина E_c составляет 20 MV/cm , в то время как $E_r \approx 2 \text{ MV/cm}$ для $h = 40 \mu\text{m}$, т.е. на порядок ниже. Если пренебречь слабой логарифмической зависимостью от E_r в правой части (10) (или от p в (12)), то получим оценку $E_r \propto p^{1/2}$, т.е. при $h \neq 0$ пороговое поле убегания нарастает с давлением по гораздо более слабому (по сравнению с классической линейной зависимостью $E_c \propto p$) корневому закону. Эту ситуацию иллюстрирует рис. 5, на котором показана зависимость поля убегания от давления при его относительно малых значениях до 2 atm для $h = 0$ (идеально гладкий катод) и для $h = 10 \mu\text{m}$. При заданном h можно указать пороговое (минимальное) значение давления, при котором следует применять новый критерий убегания:

$$p_{\min} = \frac{\varepsilon_c}{\kappa e \tilde{E}_c h}.$$

Отметим, что это соотношение является аналогом формулы (11) для определения h_{\min} . Для $h = 10 \mu\text{m}$ и $\kappa = 0.7$, что соответствует показанной на рис. 5 ситуации, имеем $p_{\min} \approx 0.35 \text{ atm}$. При $p < p_{\min}$ наличие микровыступа практически не влияет на переход электронов

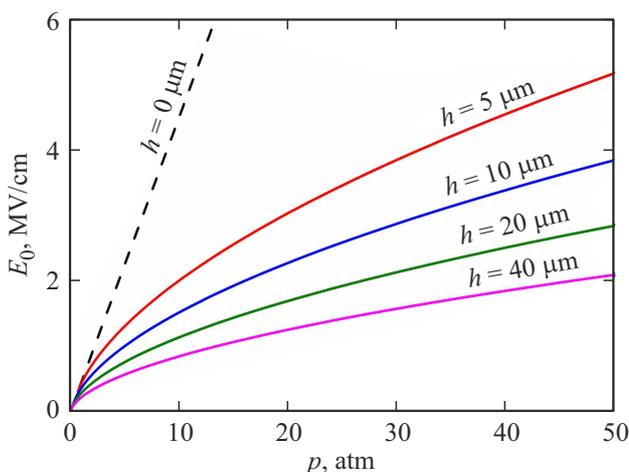


Рис. 4. Зависимость пороговой для убегания электронов напряженности поля от давления газа для катодных выступов различной высоты (газ—азот, $h = 0, 5, 10, 20, 40 \mu\text{m}$, $\kappa = 0.7$).

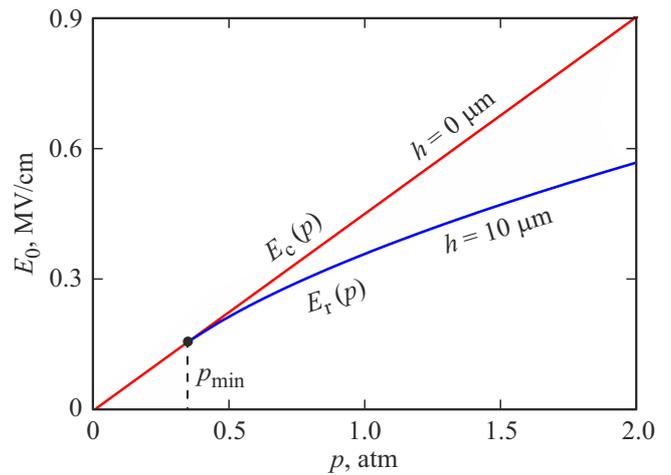


Рис. 5. Зависимость пороговой для убегания электронов напряженности поля от давления газа при близких к атмосферному значениях при отсутствии ($h = 0$) и наличии ($h = 10 \mu\text{m}$) микроострия (газ—азот, $\kappa = 0.7$).

в режим убегания. Порог убегания в этом случае будет определяться, как и для однородного поля ($h = 0$), классическим критерием $E_0 > E_c = \tilde{E}_c p$. При $p > p_{\min}$ наличие микровыступа уже начинает влиять на динамику свободных электронов. При $p \gg p_{\min}$ корневой закон $E_r \propto p^{1/2}$ будет давать радикально более низкие поля убегания при заданной шероховатости поверхности, чем классический линейный закон $E_c \propto p$.

5. Обсуждение результатов

Из сформулированного в настоящей работе критерия убегания следует, что при высоком (в десятки атмосфер) давлении рабочего газа выступы микронного масштаба оказывают существенное влияние на переход электронов в режим убегания. Этот результат согласуется с результатами численных расчетов [23,36–38], где было обнаружено, что прохождение небольшой по размеру области усиленного поля вблизи микроострия может существенно облегчить уход электрона в режим убегания при давлениях газа выше 10 atm . В [37] было указано на возможную роль этого эффекта в объяснении результатов экспериментов [47], в которых регистрировались УЭ при давлениях азота до 40 atm в условиях однородного электрического поля в межэлектродном промежутке. Его напряженность при $p = 40 \text{ atm}$ составляла $\sim 1.1 \text{ MV/cm}$, т.е. была более чем на порядок ниже критической для генерации УЭ ($\sim 18 \text{ MV/cm}$). Однако, как было отмечено в [37], эффект снижения порога убегания становится достаточно заметным при относительно длинных микроостриях (при $h > 10 \mu\text{m}$), которые очень редко можно наблюдать на поверхности электродов. В работе [48] был предложен механизм иницирования взрывной электронной эмиссии на границе катода с плотным газом, основанный на накоплении

у естественных выступов размером в $\sim 1 \mu\text{m}$ положительных ионов, образующихся в результате ионизации газа автоэмиссионными электронами. Расстояние, на котором рождаются ионы, падает с ростом плотности газа, что приводит к увеличению их кулоновского поля на эмитирующей поверхности. В итоге, согласно оценкам [48], для газа высокого (в десятки атмосфер) давления происходит взрывной рост плотности эмиссионного тока, приводящий за десятки пикосекунд к образованию взрывоэмиссионного центра. Он дает старт развитию плазменного канала, прорастающего в сторону анода. Можно предположить, что УЭ генерируются на вершине плазменного острия, когда его высота достигает значения в десятки микрон (см. также [49,50]). Такой сценарий генерации УЭ близок к обсуждаемому в [37], за исключением того, что в [37] рассматривались длинные микроострия на катоде, а в [48] — развивающиеся из взрывоэмиссионных центров плазменные выступы сходной геометрии.

Сопоставим полученные в настоящей работе аналитические зависимости порогового поля убегания от давления газа при различных значениях h с результатами численного моделирования [37]. В первую очередь отметим, что выведенная нами корневая зависимость $E_r \propto p^{1/2}$ качественно верно описывает результаты [37]. При сравнении на количественном уровне обнаруживается, что конкретные значения E_r , задаваемые выражениями (10) или (12), оказываются больше вычисленных в [3] примерно в 2 раза. Причина такого расхождения очевидна. Сформулированный нами критерий убегания электронов (5), как и классический критерий (2), носит детерминистический характер. Формально при его выполнении все эмитируемые катодным выступом электроны становятся убегающими; если же поле ниже порога, то убегание невозможно. Понятно, что в реальности процесс убегания является вероятностным. Определенная доля электронов может убежать и при меньших полях. Так, при моделировании движения электронов методом Монте-Карло в [37] полагалось, что условие убегания выполнено, если в режим убегания переходит всего 1% от общего числа электронов. По нашему мнению, именно это обстоятельство приводит в [37] к двукратному снижению порога относительно значений E_r и E_c в аналитической модели.

При сопоставимом с атмосферным давлением газа выступы микронного масштаба, обусловленные естественным микрорельефом поверхности катода, не будут оказывать существенного влияния на условия генерации УЭ. Для заметного снижения порога убегания необходимо наличие макроскопических усилителя поля — различной формы заостренных выступов миллиметрового масштаба на катоде. Обсудим условия убегания электронов в воздухе (азоте) атмосферного давления для нескольких использовавшихся в лабораторных исследованиях импульсного пробоя газа конфигураций катода, когда распределение электрического поля было близким

к однородному за исключением некоторой сравнительно малой окрестности усилителей поля [33,34].

Оценим порог генерации УЭ при импульсном пробое воздушной коаксиальной линии бегущей волной напряжения [34]. Усилитель поля представлял собой выступающую на 2.5 mm дисковую вставку в центральный электрод линии, обеспечивающую пространственную привязку радиального пробоя. Межелектродное расстояние (d) составляло 12.5 mm (внутренний и внешний радиусы электродов — 11 и 23.5 mm соответственно); характерная разность потенциалов (U), при которой происходил пробой с участием УЭ — 85 kV. Среднее поле в радиальном промежутке оценивается как $E_0 = U/d \approx 68 \text{ kV/cm}$, что почти в 7 раз ниже классического критического поля убегания для азота (воздуха) атмосферного давления $E_c \approx 450 \text{ kV/cm}$ [11,45]. Однако если учесть наличие усилителя поля, то находим по формуле (12) для азота (воздуха) с $p = 1 \text{ atm}$ для порога убегания $E_r \approx 38 \text{ kV/cm}$, что оказывается меньше среднего поля в $\sim 68 \text{ kV/cm}$. Таким образом, выведенное нами условие $E_0 > E_r$ генерации УЭ вполне выполнялось при радиальном пробое коаксиальной линии.

Обсудим теперь условия генерации УЭ в газовом промежутке в виде зазора шириной d в конце коаксиальной передающей линии. В работе [33] для исследования возможности генерации лавин УЭ [26,51] использовалась конфигурация катода с градиентным экраном, обеспечивающим близкое к однородному распределение поле на промежутке $d = 20 \text{ mm}$. Для создания начального потока УЭ применялись различной формы катодные усилители поля с $0.5 \leq h \leq 1.5 \text{ mm}$. Находим по формуле (12) для атмосферного воздуха ($p = 1 \text{ atm}$) следующий диапазон значений порогового поля убегания: $E_r \approx 48\text{--}77 \text{ kV/cm}$, что почти на порядок ниже критического поля $E_c \approx 450 \text{ kV/cm}$. Отметим, что характерное значение напряжения на промежутке (в режиме холостого хода) составляло $\sim 500 \text{ kV}$, что соответствует среднему полю в $\sim 250 \text{ kV/cm}$, т.е. условие убегания $E_0 > E_r$ заведомо выполнялось при том, что среднее поле было существенно меньше критического E_c .

Таким образом, мы на нескольких примерах показали, как определяется пороговое поле убегания электронов для достаточно сложных конфигураций электродов. В рамках нашего подхода порог E_r , учитывающий искажение поля вблизи катодных усилителей поля, для газа с заданными характеристиками оценивается по единственному параметру — высоте усилителей h . Условие $E_0 > E_r$ обеспечивает убегание электрона на удалении от усилителя поля в относительно слабом ($E_0 < E_c$) поле. Следует напомнить, что для того, чтобы электрон, стартующий с выступа, начал непрерывно ускоряться, необходимо, чтобы поле вблизи острия превышало критическое значение: $E_{\text{max}} > E_c$, или, с использованием коэффициента усиления поля, $E_0 > E_c/\beta$. Мы, анализируя возможность убегания свободных электронов на периферии, полагали, что последнее условие заведомо

выполнено, т.е. значение геометрического параметра β для анализируемых усилителей поля достаточно велико.

Заключение

В работе проведено аналитическое исследование влияния локального искажения электрического поля вблизи выступов на катоде на условия перехода стартующих с них электронов в режим убегания. Показано, что классическая, следующая из законов подобия для электрических разрядов в газах, прямо пропорциональная зависимость критического поля убегания от давления газа $E_c \propto p$ при наличии выступов достаточной высоты (11) сменяется на более слабую корневую зависимость $E_c \propto p^{1/2}$. Полученные простые выражения (10) и (12), связывающие поле убегания с параметрами газа и катодного выступа, легко позволяют оценить, каким образом наличие усилителя поля снижает порог убегания относительно значения E_c , соответствующего идеально однородному распределению поля во всем межэлектродном промежутке.

Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00053, <https://rscf.ru/project/23-19-00053/>.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] C.T.R. Wilson. Proc. Phys. Soc. London, **37**, 32D (1924).
- [2] H. Dreicer. Phys. Rev., **115**, 238 (1959). DOI: 10.1103/PhysRev.115.238
- [3] А.В. Гуревич. ЖЭТФ, **39** (5), 1296 (1960). [A.V. Gurevich. Sov. Phys. JETP, **12**, 904 (1960).]
- [4] Ю.Л. Станкевич, В.Г. Калинин. ДАН СССР, **177** (1), 72 (1967). [Yu.L. Stankevich, V.G. Kalinin. Sov. Phys. Dokl., **12**, 1042 (1968).]
- [5] Г.А. Месяц, Ю.И. Бычков, В.В. Кремнев. УФН, **107** (6), 201 (1972). DOI: 10.3367/UFNR.0107.197206b.0201 [G.A. Mesyats, Yu.I. Bychkov, V.V. Kremnev. Sov. Phys. Usp., **15**, 282 (1972). DOI: 10.1070/PU1972v015n03ABEN004969]
- [6] В.В. Кремнев, Ю.А. Курбатов. ЖТФ, **42** (4), 795 (1972). [V.V. Kremnev, Yu.A. Kurbatov. Sov. Phys. Tech. Phys., **17**, 626 (1972).]
- [7] Л.В. Тарасова, Л.Н. Худякова, Т.В. Лойко, В.А. Цукерман. ЖТФ, **44** (3), 564 (1974). [L.V. Tarasova, L.N. Khudyakova, T.V. Loiko, V.A. Tsukerman. Sov. Phys. Tech. Phys., **19**, 351 (1974).]
- [8] П.А. Бохан, Г.В. Колбычев. Письма в ЖТФ, **6** (7), 418 (1980). [P.A. Bokhan, G.V. Kolbychev. Sov. Tech. Phys. Lett., **6**, 418 (1980).]
- [9] В.Ф. Тарасенко, В.Г. Шпак, С.А. Шунайлов, М.И. Яландин, В.М. Орловский, С.Б. Алексеев. Письма в ЖТФ, **29** (21), 1 (2003). [V.F. Tarasenko, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.I. Yalandin, V.M. Orlovskii, S.B. Alekseev. Tech. Phys. Lett., **29**, 879 (2003). DOI: 10.1134/1.1631351]
- [10] Л.П. Бабич, Т.В. Лойко, В.А. Цукерман. УФН, **160** (7), 49 (1990). DOI: 10.3367/UFNR.0160.199007b.0049 [L.P. Babich, T.V. Loiko, V.A. Tsukerman. Sov. Phys. Usp., **33** (7), 521 (1990). DOI: 10.1070/PU1990v033n07ABEN002606]
- [11] Ю.Д. Королев, Г.А. Месяц. Физика импульсного пробоя газов (Наука, М., 1991)
- [12] Г.А. Месяц, М.И. Яландин, А.Г. Реутова, К.А. Шарыпов, В.Г. Шпак, С.А. Шунайлов. Физика плазмы, **38** (1), 34 (2012). [G.A. Mesyats, M.I. Yalandin, A.G. Reutova, K.A. Sharyпов, V.G. Shpak, S.A. Shunailov. Plasma Phys. Rep., **38**, 29 (2012). DOI: 10.1134/S1063780X11110055]
- [13] V. Tarasenko. Plasma Sources Sci. Technol., **29**, 034001 (2020). DOI: 10.1088/1361-6595/ab5c57
- [14] L.P. Babich. *High-Energy Phenomena in Electric Discharges in Dense Gases* (Futurepast, Arlington, TX, USA, 2003)
- [15] М.В. Ерофеев, Е.Х. Бакшт, В.Ф. Тарасенко, Ю.В. Шутько. ЖТФ, **83** (2), 52 (2013). [M.V. Erofeev, E.K. Baksht, V.F. Tarasenko, Y.V. Shut'ko. Tech. Phys., **58**, 200 (2013). DOI: 10.1134/S1063784213020060]
- [16] T. Shao, V.F. Tarasenko, C. Zhang, E.K. Baksht, P. Yan, Y.V. Shut'ko. Laser Part. Beams, **30**, 369 (2012). DOI: 10.1017/S0263034612000201
- [17] N.M. Zubarev, M.I. Yalandin, G.A. Mesyats, S.A. Barenholtz, A.G. Sadykova, K.A. Sharyпов, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, O.V. Zubareva. J. Phys. D: Appl. Phys., **51**, 284003 (2018). DOI: 10.1088/1361-6463/aac90a
- [18] Д.В. Белоplotов, В.Ф. Тарасенко, Д.А. Сорокин, В.А. Шкляев. ЖТФ, **91** (4), 589 (2021). DOI: 10.21883/JTF.2021.04.50621.292-20 [D.V. Beloplotov, V.F. Tarasenko, D.A. Sorokin, V.A. Shklyaev. Tech. Phys., **66**, 548 (2021). DOI: 10.1134/S1063784221040046]
- [19] Г.А. Месяц, М.И. Яландин, N.M. Zubarev, A.G. Sadykova, K.A. Sharyпов, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.R. Ulmaskulov, O.V. Zubareva, A.V. Kozyrev, N.S. Semeniuk. Appl. Phys. Lett., **116**, 063501 (2020). DOI: 10.1063/1.5143486
- [20] В.Ф. Тарасенко, Д.В. Белоplotов, Д.А. Сорокин. ЖТФ, **92** (5), 694 (2022). DOI: 10.21883/JTF.2022.05.52373.317-21 [V.F. Tarasenko, D.V. Beloplotov, D.A. Sorokin. Tech. Phys., **67** (5), 586 (2022). DOI: 10.21883/TP.2022.05.53674.317-21]
- [21] Ю.Д. Королев, Г.А. Месяц. Автоэмиссионные и взрывные процессы в газовом разряде (Наука, Новосибирск, 1982)
- [22] Ю.Д. Королев, Г.А. Месяц. ЖТФ, **57** (1), 58 (1987). [A.V. Kozyrev, Yu.D. Korolev, G.A. Mesyats. Sov. Tech. Phys., **32**, 34 (1987).]
- [23] С.Н. Иванов, В.В. Лисенков. Физика плазмы, **49** (11), 1222 (2023). DOI: 10.31857/S0367292123600796 [S.N. Ivanov, V.V. Lisenkov. Plasma Phys. Rep., **49** (11), 1400 (2023). DOI: 10.1134/S1063780X23601517]
- [24] Г.А. Месяц. Письма в ЖЭТФ, **85** (2), 119 (2007). [G.A. Mesyats. JETP Lett., **85**, 109 (2007). DOI: 10.1134/S0021364007020038]
- [25] S.N. Ivanov, V.V. Lisenkov, Yu.I. Mamontov. Plasma Sources Sci. Technol., **30** (7), 075021 (2021). DOI: 10.1088/1361-6595/abf31f

- [26] А.В. Гуревич, К.П. Зыбин. УФН, **171** (11), 1177 (2001). DOI: 10.3367/UFNr.0171.200111b.1177 [A.V. Gurevich, K.P. Zybin. Phys. Usp., **44**, 1119 (2001). DOI: 10.1070/PU2001v044n11ABEH000939]
- [27] Н.М. Зубарев, О.В. Зубарева, М.И. Яландин. ЖТФ, **93** (9), 1298 (2023). DOI: 10.21883/JTF.2023.09.56216.142-23 [N.M. Zubarev, O.V. Zubareva, M.I. Yalandin. Tech. Phys., **68** (9), 1204 (2023). DOI: 10.61011/TP.2023.09.57359.142-23]
- [28] Н.М. Зубарев, О.В. Зубарева, М.И. Яландин. Доклады РАН. Физика, технические науки, **512**, 5 (2023). DOI: 10.31857/S2686740023050140 [N.M. Zubarev, O.V. Zubareva, M.I. Yalandin. Dokl. Phys., **68** (9), 279 (2023). DOI: 10.1134/S1028335823090070]
- [29] Н.М. Зубарев, Г.А. Месяц, М.И. Яландин. УФН, **194**, 853 (2024). DOI: 10.3367/UFNr.2023.11.039608 [N.M. Zubarev, G.A. Mesyats, M.I. Yalandin. Phys. Usp., **67** (8), (2024). DOI: 10.3367/UFNe.2023.11.039608]
- [30] А.М. Бойченко, А.Г. Бураченко, И.Д. Костыря, В.Ф. Тарасенко, А.Н. Ткачев. ЖТФ, **81** (8), 142 (2011). [A.M. Boichenko, A.G. Burachenko, I.D. Kostyrya, V.F. Tarasenko, A.N. Tkachev. Tech. Phys., **56** (8), 1202 (2011). DOI: 10.1134/S106378421108007X]
- [31] А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко. Письма в ЖТФ, **29** (16), 54 (2003). [A.N. Tkachev, S.I. Yakovlenko. Tech. Phys. Lett., **29**, 683 (2003). DOI: 10.1134/1.1606788]
- [32] А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко. Письма в ЖЭТФ, **77** (5), 264 (2003). [A.N. Tkachev, S.I. Yakovlenko. JETP Lett., **77**, 221 (2003). DOI: 10.1134/1.1574835]
- [33] A.V. Gurevich, G.A. Mesyats, K.P. Zybin, M.I. Yalandin, A.G. Reutova, V.G. Shpak, S.A. Shunailov. Phys. Rev. Lett., **109**, 085002 (2012). DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.085002
- [34] N.M. Zubarev, V.Yu. Kozhevnikov, A.V. Kozyrev, G.A. Mesyats, N.S. Semeniuk, K.A. Sharypov, S.A. Shunailov, M.I. Yalandin. Plasma Sources Sci. Technol., **29**, 125008 (2020). DOI: 10.1088/1361-6595/abc414
- [35] J.R. Dwyer, M.A. Uman. Phys. Rep., **534**, 147 (2014). DOI: 10.1016/j.physrep.2013.09.004
- [36] V.V. Lisenkov, Yu.I. Mamontov. J. Phys.: Conf. Ser., **1141**, 012051 (1018). DOI: 10.1088/1742-6596/1141/1/012051
- [37] В.В. Лисенков, С.Н. Иванов, Ю.И. Мамонтов, И.Н. Тихонов. ЖТФ, **88** (12), 1912 (2018). DOI: 10.21883/JTF.2018.12.46798.68-18 [V.V. Lisenkov, S.N. Ivanov, Yu.I. Mamontov, I.N. Tikhonov. Tech. Phys., **63**, 1872 (2018). DOI: 10.1134/S1063784218120095]
- [38] Yu.I. Mamontov, V.V. Lisenkov, I.V. Uimanov. J. Phys.: Conf. Ser. **1393**, 012014 (1019). DOI: 10.1088/1742-6596/1393/1/012014
- [39] L.N. Lobanov, G.A. Mesyats, E.A. Osipenko, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.I. Yalandin, N.M. Zubarev. IEEE Electron Device Lett., **44**, 1748 (2023). DOI: 10.1109/LED.2023.3301867
- [40] H. Bethe. Ann. Phys., **397** (3), 325 (1930). DOI: 10.1002/andp.19303970303
- [41] J.R. Dwyer, D.M. Smith, S.A. Cummer. Space Sci. Rev., **173**, 133 (2012). DOI: 10.1007/s11214-012-9894-0
- [42] E. Kunhardt, W. Byszewski. Phys. Rev. A, **21** (6), 2069 (1980). DOI: 10.1103/PhysRevA.21.2069
- [43] Н.М. Зубарев, Г.А. Месяц, М.И. Яландин. Письма в ЖЭТФ, **105** (8), 515 (2017). DOI: 10.7868/S0370274X17080124 [N.M. Zubarev, G.A. Mesyats, M.I. Yalandin. JETP Lett., **105** (8), 537 (2017). DOI: 10.1134/S002136401708015X]
- [44] G.I. Taylor. Proc. R. Soc. London, Ser. A, **280** (1382), 383 (1964). DOI: 10.1098/rspa.1964.0151
- [45] Г.А. Месяц. УФН, **176**, 1069 (2006). DOI: 10.3367/UFNr.0176.200610d.1069 [G.A. Mesyats. Phys. Usp., **49**, 1045 (2006). DOI: 10.1070/PU2006v049n10ABEH006118]
- [46] В.В. Лисенков, С.Н. Иванов, Ю.И. Мамонтов, И.Н. Тихонов. Известия вузов. Физика, **61** (9/2), 180 (2018).
- [47] S.N. Ivanov. J. Phys. D: Appl. Phys., **46**, 285201 (2013). DOI: 10.1088/0022-3727/46/28/285201
- [48] Н.М. Зубарев, Г.А. Месяц. Письма в ЖЭТФ, **113** (4), 256 (2021). DOI: 10.31857/S1234567821040066 [N.M. Zubarev, G.A. Mesyats. JETP Lett., **113** (4), 259 (2021). DOI: 10.1134/S0021364021040123]
- [49] В.В. Лисенков. ЖТФ, **90** (5), 740 (2020). DOI: 10.21883/JTF.2020.05.49173.70-19 [V.V. Lisenkov. Tech. Phys., **65**, 710 (2020). DOI: 10.1134/S106378422005014X]
- [50] L.P. Babich. IEEE Trans. Plasma Sci., **48** (12), 4089 (2020). DOI: 10.1109/TPS.2020.3038247
- [51] Л.П. Бабич. УФН, **190**, 1261 (2020). DOI: 10.3367/UFNr.2020.04.038747 [L.P. Babich. Phys. Usp., **63**, 1188 (2020). DOI: 10.3367/UFNe.2020.04.038747]