

# Динамика земной ионосферы в сферических функциях

© Д.А. Трофимов, С.Д. Петров, И.В. Чекунов, Н.В. Щербакова

Санкт-Петербургский государственный университет,  
199034 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: d.trofimov@spbu.ru

Поступило в Редакцию 3 мая 2024 г.

В окончательной редакции 19 августа 2024 г.

Принято к публикации 30 октября 2024 г.

Исследованы временные ряды коэффициентов сферического разложения глобальных карт полного электронного содержания ионосферы Земли. Продемонстрировано, что зональные гармоники хорошо коррелируют с одиннадцатилетним циклом солнечной активности, тессеральные гармоники 1-го порядка имеют ярко выраженную суточную периодичность. Полученные ряды коэффициентов сферического разложения будут использованы для построения модели ионосферы.

**Ключевые слова:** полное электронное содержание, ионосфера, сферические функции.

DOI: 10.61011/JTF.2024.12.59267.399-24

## Введение

В настоящее время глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС), такие как GPS, ГЛОНАСС, Galileo или BeiDou стали не только источником точной координатно-временной информации, но и важным глобальным инструментом по изучению различных геофизических процессов. В частности, велик вклад ГНСС в изучение процессов в ионосфере Земли. Физические свойства среды, через которую проходит навигационный сигнал ГНСС, оказывают воздействие на распространение сигнала (прежде всего на время его распространения), что сказывается на итоговом определении координат. С другой стороны, наличие моделей учета данных поправок, а также знание точных координат приемника, позволяет точно определить параметры среды, через которую проходил сигнал. Одним из определяемых параметров является полное электронное содержание (ПЭС) ионосферы. Настоящая работа является логичным продолжением работ [1,2] по определению параметров ионосферы на основе ГНСС наблюдений. В этих работах ПЭС определялся в одной точке в окрестности южного геомагнитного полюса по наблюдениям на одном наблюдательном пункте на антарктической станции Восток. Для сравнения и контроля правильности полученных результатов использовались глобальные карты ПЭС ионосферы. Наличие обширных сетей ГНСС станций и многочисленных центров обработки ГНСС наблюдений позволяет строить глобальные карты ионосферы. Примерами таких карт являются карты, предоставляемые Центром определения орбит в Европе (Center for Orbit Determination in Europe, CODE) [3] или Информационно-аналитическим центром координатно-временного и навигационного обеспечения (ИАЦ КВНО) [4]. Данные карты содержат значения ПЭС ионосферы в узлах пространственной сетки с соответствующим временным шагом (1 или 2 h). Считается, что все свободные электроны находятся в тонком слое

на высоте 450 km. Основным практическим использованием данных карт является учет ионосферной задержки при высокоточной обработке ГНСС измерений. Однако совокупность данных карт, несмотря на ограничения (такие как однослойная модель), отображает состояние ионосферы в динамике на протяжении уже десятилетий и может быть использована при исследовании процессов, проходящих в ионосфере и при исследовании связи данных процессов с иными геофизическими процессами, вызываемыми солнечной активностью, человеческой деятельностью или процессами в недрах Земли. Но двумерное распределение не всегда удобно для анализа, особенно анализа накопленных долговременных данных. Анализ периодических закономерностей в нем затруднен. Поэтому представляется необходимым перейти от двумерного распределения в пространстве к представлению информации в виде временных рядов. Наиболее приемлемым способом реализовать подобный переход является разложение глобальных карт ПЭС по сферическим функциям.

## 1. Постановка задачи

Основной задачей настоящей работы является определение временных характеристик коэффициентов сферического разложения ПЭС. Основной конечной целью является создание модели для точного и долгосрочного прогноза ПЭС для использования в высокоточной обработке ГНСС. Однако достижение цели прогноза требует определения того, как себя ведет ионосфера, какие факторы оказывают влияние на ПЭС. Необходимо разделение ионосферного электронного содержания на хорошо моделируемую составляющую, которая имеет строго периодический характер и составляющую, которая испытывает сильную зависимость от каких-либо внешних по отношению к ионосфере воздействий, таких как солнечная активность, или какие-то процессы на поверхности или в недрах Земли. Таким образом, анализ

коэффициентов сферического разложения видится хорошим средством для исследования процессов в ионосфере Земли и ее связей с иными геофизическими процессам. Необходимо отметить, что само применение разложения по сферическим функциям применительно к ионосфере и глобальным картам ПЭС не является новым. Сами карты ПЭС строятся на основе разложения ПЭС по сферическим функциям [5–7] вплоть до 15 степени (ранее, в первые годы сервиса, использовалось разложение до 12 степени и 8 порядка). Исходный ПЭС определяется на основе наблюдений на перманентных ГНСС станциях, входящих в глобальную сеть, которые расположены достаточно неравномерно. На основе ПЭС, определенного для этих, неравномерно расположенных пунктов, определяются коэффициенты сферического разложения, на основе которых вычисляются значения ПЭС в узлах пространственной сетки. Однако в настоящей работе исследуется именно долговременное поведение коэффициентов сферического разложения, а не близость полученного на его основе двумерного распределения ПЭС к наблюдательным данным.

## 2. Основной математический аппарат

Математический аппарат, применяемый в настоящей работе является стандартным, описан в работе [8]. Однако кратко приведем основные идеи метода. Любую величину  $y$  на поверхности сферы с координатами  $\lambda$  — долгота и  $\phi$  — широта можно представить в виде суммы:

$$y(\lambda, \phi) = \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{k=0}^n P_{nk} \sin \phi (a_{nk} \cos k\lambda + b_{nk} \sin k\lambda), \quad (1)$$

где  $P_{nk}$  — нормированные полиномы Лежандра степени  $n$  и порядка  $k$ ,  $a_{nk}$  и  $b_{nk}$  коэффициенты сферического разложения,  $n_{\max}$  — максимальная степень разложения. В свою очередь, нормированные полиномы Лежандра определяются как

$$P_{nk} = N_{nk} P_{nk}, \quad (2)$$

где  $N_{nk}$  — нормирующая функция, а  $P_{nk}$  — обычные присоединенные полиномы Лежандра. Коэффициенты сферического разложения  $a_{nk}$  и  $b_{nk}$  определяются методом наименьших квадратов. Пусть у нас есть вектор наблюдений  $Y$  размерности  $N$ :

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_N), \quad (3)$$

у нас есть вектор неизвестных  $X$ , состоящий из коэффициентов  $a_{nk}$  и  $b_{nk}$ :

$$X = (a_{00}, a_{10}, a_{11}, b_{11}, \dots, a_{n_{\max}n_{\max}}, b_{n_{\max}n_{\max}}), \quad (4)$$

размерность данного вектора определяется как  $(n_{\max} + 1)^2$ . Матрица коэффициентов  $A$  размерности  $((n_{\max} + 1)^2 \times N)$  определяется как значения  $P_{nk} \sin \phi \cos k\lambda$  и  $P_{nk} \sin \phi \sin k\lambda$  в точках с координатами

$(\lambda, \phi)$ , для которых приведены наблюдения  $Y$ . Оценка вектора неизвестных, в случае если все наблюдения имеют одинаковый вес

$$\hat{X} = (A^T A)^{-1} A^T Y. \quad (5)$$

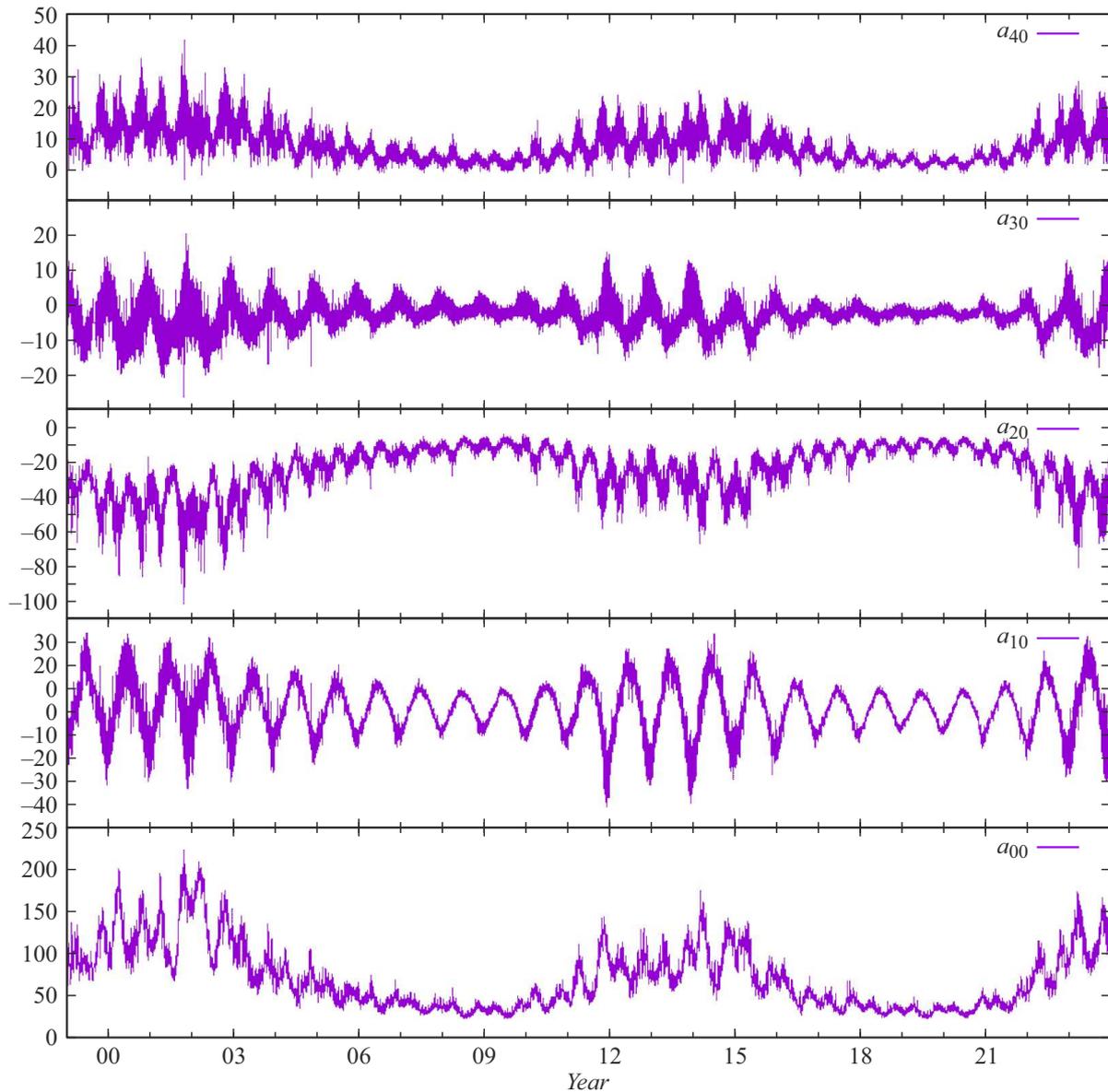
## 3. Исходные данные

Исходными данными для анализа являются глобальные карты ПЭС ионосферы, предоставляемые ИАЦ КВНО и CODE. Карты ИАЦ КВНО доступны начиная с 1 января 2018 г., данные CODE доступны начиная с 1 января 1999 г. Временное разрешение данных составляет 2 h (временное разрешение карт ИАЦ КВНО 2 h, карт CODE в начале 2000-х составляло 2 h, сейчас 1 h, для преемственности данные были разрежены до 2 h). Шаг сетки по долготе  $5^\circ$ , по широте  $2.5^\circ$ . Данные предоставляются с точностью до 0.1 TECU. Данные ИАЦ КВНО использовались для отработки методики, итоговый анализ выполнялся на основе данных CODE за период времени с 1 января 1999 г. по 31 декабря 2023 г., всего 25 полных лет, 109 572 карты ПЭС. Карты рассчитываются на основе наблюдений, выполненных на перманентных ГНСС станциях. Первоначально для CODE использовались данные примерно 150 станций, в настоящее время количество станций, данные которых используются для анализа наблюдений, составляет около 300. Задержка предоставления данных для CODE составляет около пяти дней.

## 4. Результаты

В ходе анализа выполнялось разложение ПЭС вплоть до 15 степени и 15 порядка, т.е. до максимальной степени, используемой при построении карт. Итоговое количество полученных коэффициентов составило 256. Нами получены полные, 25 летние ряды коэффициентов сферического разложения, охватывающие 2 одиннадцатилетних периода солнечной активности.

Зональные (порядок  $k = 0$ ) гармоники имеют явно выраженную сезонную составляющую, с периодом, равным периоду тропического года, и периодическую составляющую, которая показывает зависимость от одиннадцатилетнего цикла солнечной активности (рис. 1). Тессеральные коэффициенты, особенно порядка  $k = 1$ , демонстрируют наличие ярко выраженной суточной периодичности (рис. 2), а также сезонной периодичности с периодом, равным тропическому году. Зональная гармоника степени  $n = 0$  отражает глобальное электронное содержание ионосферы, т.е. среднее ПЭС по всей ионосфере [9]. Данная характеристика хорошо следует за солнечной активностью. Коэффициенты  $a_{nk}$  и  $b_{nk}$  при  $k = 1$  как правило представляют собой синусоиды, смещенные по фазе на  $\pi/2$ . Основным развитием настоящей работы является построение долговременной модели коэффициентов сферического разложения, что позволит



**Рис. 1.** Зональные коэффициенты разложения  $a_{n0}$  степеней с 0 по 4 за 1999–2023 гг.

осуществлять долгосрочный уточненный прогноз ионосферы, который может использоваться для целей точной обработки ГНСС наблюдений. Имеющиеся в настоящее время службы прогноза ионосферы [10,11] дают прогноз на интервалах от нескольких часов до пяти суток. Есть работы [12], в которых прогнозирование ионосферы выполняется на более длительные интервалы времени, в них используются методы машинного обучения.

В настоящий момент времени в тестовом порядке создана авторегрессионная модель порядка  $p = 600$  для всех 256 коэффициентов сферического разложения. Для степеней разложения начиная с  $n = 2$  она в состоянии дать прогноз на один месяц вперед с точностью больше чем модель Клобушара [13], которая используется при обработке одночастотных GPS-наблюдений. Пример карты, построенной на основе данной модели, приведен

на рис. 3 в сравнении с наблюдательными данными. Карта, построенная на основе прогноза, повторяет основные морфологические особенности карты, построенной по реальным наблюдениям, в то время как карты, построенные на основе модели Клобушара, область повышенной ионизации, моделируют правильной геометрической фигурой. С другой стороны, наблюдается „сглаживание“ значений ПЭС чем больше срок прогноза, тем сильнее отличаются в меньшую сторону максимальные значения ПЭС по сравнению с максимальными значениями, полученными на основе реальных наблюдений. Данная модель планируется к дальнейшему улучшению за счет замены авторегрессии на тригонометрический полином.

Точное определение периодической зависимости всех гармоник и передаточной функции между коэффициентами сферического разложения и индексами солнечной

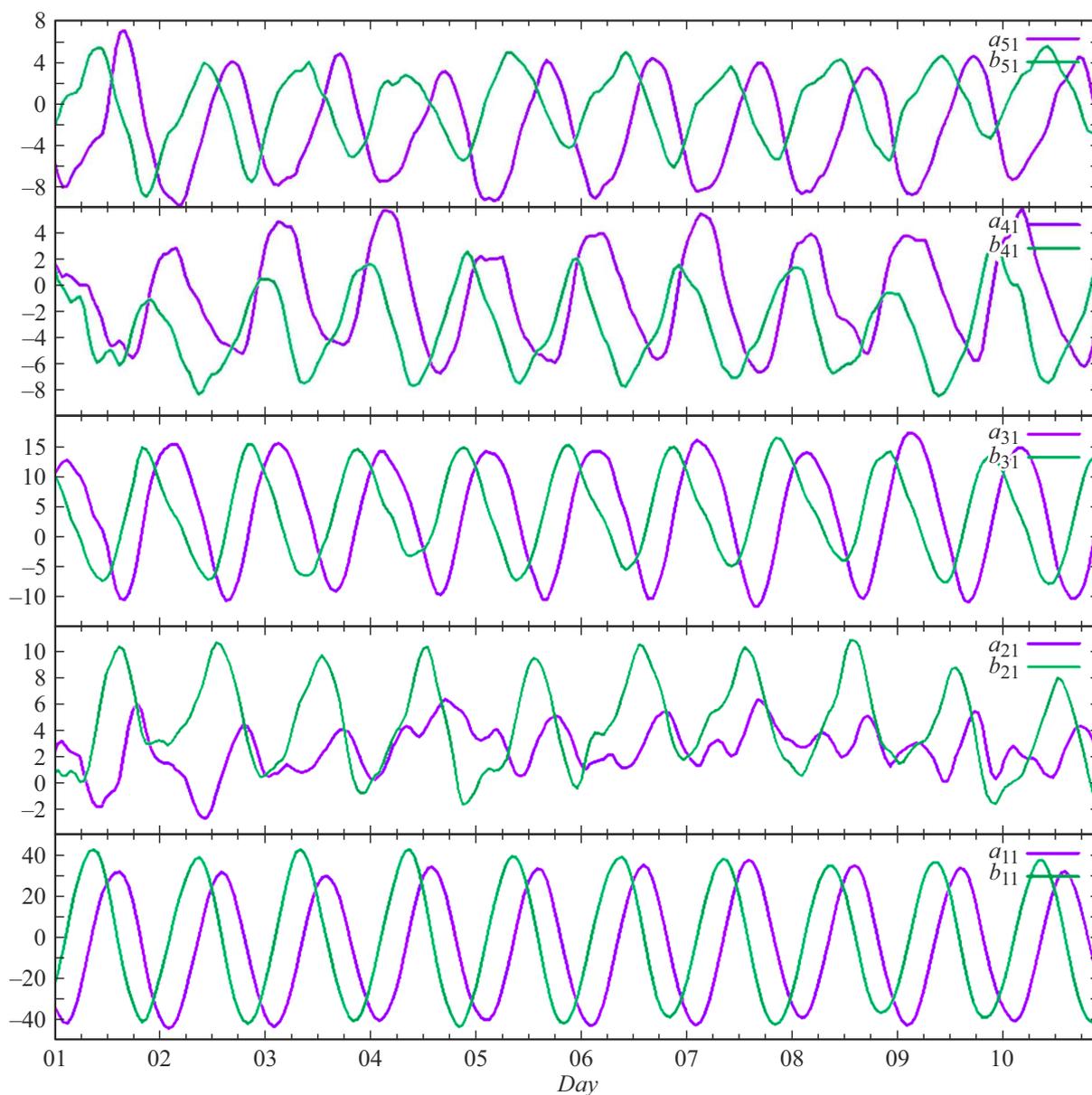


Рис. 2. Коэффициенты разложения  $a_{nk}$  и  $b_{nk}$  для степеней  $n = 1 - 5$  и порядка  $k = 1$ .

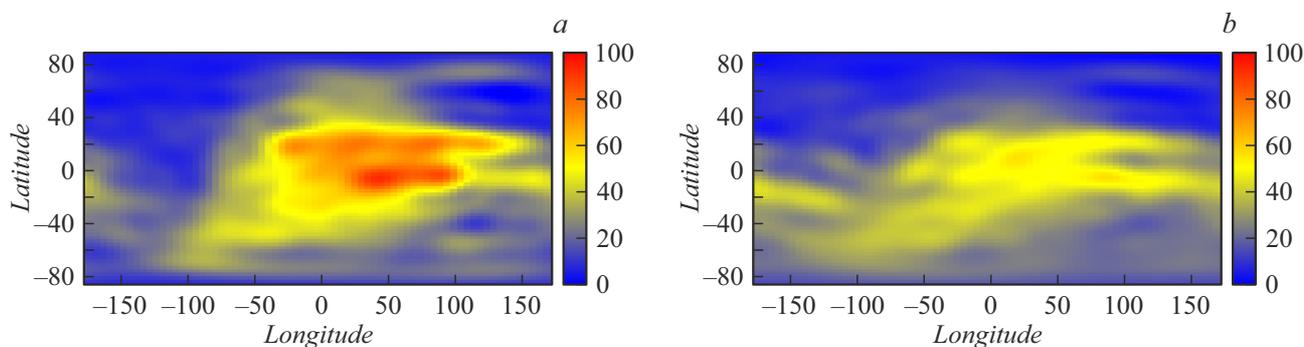


Рис. 3. Карты ПЭС на 12:00 UTC 31 января 2024 г.  $a$  — построенная CODE по результатам наблюдений,  $b$  — прогноз на 30 суток вперед, выполненный по данным декабря 2023 г.

активности (для зональных коэффициентов, имеющих выраженную связь с солнечной активностью) позволит определить внемоделное поведение коэффициентов сферического разложения, которое возможно будет связать с какими-то геофизическими событиями, не связанными с солнечной активностью [14], а также позволит построить карты аномального поведения ПЭС.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] D.A. Trofimov, S.D. Petrov, A.S. Kalishin, V.V. Lukin, Yu.A. Serov, I.V. Chekunov. St. Petersburg Polytechnic University J. Physics and Mathematics, **16** (1.2), 505 (2023). DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.161.277>
- [2] K. Zheltova, D.A. Trofimov, S. Petrov, S. Smirnov, S. Chekunov, Y.A. Serov, O.A. Troshichev. J. Phys. Conf. Ser., **1697** (1), (2020). DOI: 10.1088/1742-6596/1697/1/012035
- [3] Электронный ресурс. Режим доступа: [https://www.aiub.unibe.ch/research/code\\_analysis\\_center/index\\_eng.html](https://www.aiub.unibe.ch/research/code_analysis_center/index_eng.html)
- [4] Электронный ресурс. Режим доступа: <https://glonass-iac.ru/iono/maps/>
- [5] S. Schaer. Geodactisch Geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, **59**, (1999).
- [6] Q. Zhang, Q. Zhao. Remote Sens., **10**, 705 (2018). <https://doi.org/10.3390/rs10050705>
- [7] Z. Li, Y. Yuan, N. Wang, M. Hernandez-Pajares, X. J. Huo. Geodesy, **89**, 331 (2015). <https://dx.doi.org/10.1007/s00190-014-0778-9>
- [8] В.В. Витязев. *Анализ астрометрических каталогов с помощью сферических функций* (Изд-во Санкт-Петербургского ун-та, СПб., 2017), 224 с.
- [9] Э.Л. Афраймович, Э.И. Астафьева, И.В. Живетьев. ДАН, **409** (3), 399 (2006).
- [10] Электронный ресурс. Режим доступа: <https://impc.dlr.de/products/total-electron-content/forecast-tec/one-hour-forecast-tec-map-europe>
- [11] Электронный ресурс. Режим доступа: <https://novatel.com/tech-talk/ionospheric-scintillation/ionospheric-activity-forecast-tool>
- [12] L. Liu, Y.J. Morton, Y. Liu. Space Weather, **20**, e2022SW003135 (2022). <https://doi.org/10.1029/2022SW003135>
- [13] J.A. Klobuchar. IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems, **23**, 325, (1987). DOI: 10.1109/TAES.1987.310829
- [14] K. Nayak, C. López-Urías, R. Romero-Andrade, G. Sharma, G.M. Guzmán-Acevedo, M.E. Trejo-Soto. Geosciences, **13**, 319 (2023). <https://doi.org/10.3390/geosciences13110319>