

Математическое моделирование влияния локализованного гравитационного шума на распространение электромагнитного излучения в поле тяготения

© Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, Е.И. Калашникова, А.Б. Танаев

Иркутский государственный университет,
664003 Иркутск, Россия

e-mail: smeofs1997@mail.ru, spacemaklay@gmail.com, kkalashnikova27@gmail.com, tanaev.ab@yandex.ru

Поступило в Редакцию 26 апреля 2024 г.

В окончательной редакции 7 августа 2024 г.

Принято к публикации 30 октября 2024 г.

Предложен численно-аналитический метод моделирования направления распространения и групповой задержки электромагнитного излучения в поле тяготения группы астрофизических объектов в присутствии локализованного гравитационного шума. Основу метода составляет решение стохастических дифференциальных уравнений Лагранжа-Эйлера, полученных из вариационного принципа Ферма. Процесс распространения излучения в стохастическом поле тяготения рассмотрен как процесс в евклидовом пространстве с эффективным показателем преломления вакуума, выраженного через гравитационный потенциал. Для расчета флуктуаций направления распространения излучения и оценки стохастического эффекта Шапиро используется теория возмущений. Приведены результаты расчетов боковых отклонений и дополнительной групповой задержки излучения для различных параметров гравитационного шума в поле тяготения группы астрофизических объектов.

Ключевые слова: электромагнитное излучение, астрофизические объекты, геометрическая оптика, гравитационное линзирование, гравитационный шум.

DOI: 10.61011/JTF.2024.12.59240.338-24

Введение

Хорошо известно [1–5], что в поле тяготения массивного объекта изменяется направление распространения, групповая задержка и пространственное ослабление потока энергии электромагнитного излучения. Системы гравитационных объектов усложняют процесс распространения излучения и приводят к формированию уникальных распределений электромагнитного поля в картинной плоскости наблюдателя. По таким распределениям можно восстанавливать параметры и свойства источников излучения и оценивать фундаментальные космологические константы. Решение данной задачи особенно важно в настоящее время при регистрации мощных электромагнитных всплесков, природа которых далеко не ясна [6]. Для более качественной интерпретации эффектов гравитационных воздействий в ходе наблюдений электромагнитного излучения необходимо учитывать влияние гравитационного шума, сформированного стохастическими неоднородностями фонового поля тяготения космического пространства. В частности, большой интерес представляет математическое моделирование влияния гравитационного шума на формирование картины линзирования и временную задержку Шапиро в случае группы астрофизических объектов.

1. Аппарат численно-аналитического моделирования

Для расчета направления распространения и групповой задержки электромагнитного излучения в сложном поле тяготения в присутствии локализованного гравитационного шума в качестве исходных уравнений рассматривались дифференциальные уравнения Лагранжа-Эйлера, полученных из вариационного принципа Ферма [7]:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\varphi} &= R \operatorname{ctg} \beta, \\ \frac{d\beta}{d\varphi} &= \left(1 + \sin^2 \beta \operatorname{tg}^2 \alpha\right) \left(\frac{1}{\tilde{n}} \left(\frac{\partial \tilde{n}}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial \tilde{n}}{\partial R}\right) - 1\right), \\ \frac{d\delta}{d\varphi} &= \operatorname{tg} \alpha, \\ \frac{d\alpha}{d\varphi} &= \frac{1}{\tilde{n}} \left(1 + \cos^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \beta\right) \left(\frac{\partial \tilde{n}}{\partial \delta} - \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \varphi} \operatorname{tg} \alpha\right), \\ \frac{d\tau}{d\varphi} &= \frac{\tilde{n}R}{c \sin \beta} \sqrt{1 + \sin^2 \beta \operatorname{tg}^2 \alpha}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $R(\varphi)$, $\delta(\varphi)$, φ — соответственно радиальная и угловые координаты луча; $\alpha(\varphi)$, $\beta(\varphi)$ — углы рефракции луча; $\tau(\varphi)$ — групповая задержка; c — скорость света; \tilde{n} — случайный эффективный показатель преломления

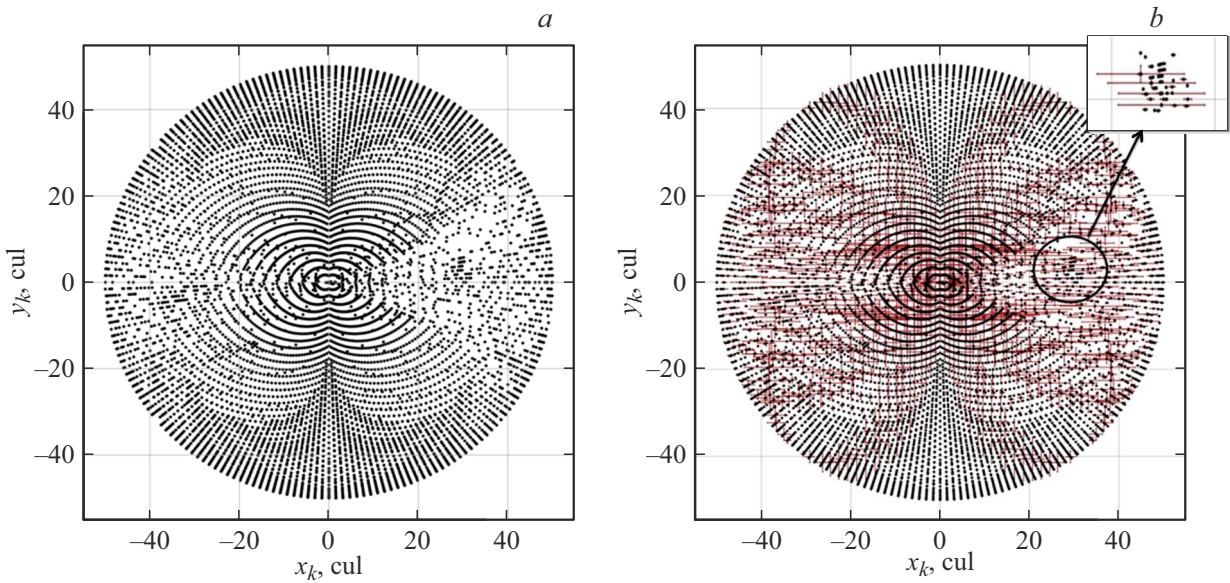


Рис. 1. Картинная плоскость наблюдателя при распространении электромагнитного излучения в поле тяготения трех астрофизических объектов при отсутствии (а) и наличии (б) гравитационного шума.

вакуума. Для показателя преломления была взята модель, учитывающая аддитивный вклад объектов в общее гравитационное поле:

$$\begin{aligned} \tilde{n} &= n_0 + \tilde{n}_1, \\ n_0 &= 1 + \frac{R_g}{R} + \sum_{i=1}^N A_i \exp[-b_{\varphi i}(\varphi - \varphi_{Li})^2 - b_{\delta i}(\delta - \delta_{Li})^2 - b_{Ri}(R - R_{Li})^2], \end{aligned} \quad (2)$$

где n_0 — показатель преломления, характеризующий регулярное поле тяготения; \tilde{n}_1 — описывает случайный локализованный гравитационный шум; R_g — гравитационный радиус основного объекта тяготения; N — число дополнительных мод показателя преломления; A_i , φ_{Li} , δ_{Li} , R_{Li} , $b_{\varphi i}$, $b_{\delta i}$, b_{Ri} — интенсивность, координаты локализации и масштабы i -й моды соответственно. Система (1) была решена в приближении метода возмущений при условии, что $\tilde{n}_1 \ll 1$. В результате получена порождающая система уравнений для расчета рефракционных эффектов регулярного гравитационного поля (система (1) при $\tilde{n}_1 = 0$), а также система уравнений для расчета дисперсий боковых отклонений и групповых задержек лучей в картинной плоскости наблюдателя [5]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_\delta^2}{d\varphi} &= \frac{\mu}{4} \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \left(\frac{DP^2}{Q} + 16 \left(D - \frac{K}{Q} \right) (\varphi J_1 - J_2) \right), \\ \frac{dJ_1}{d\varphi} &= P^2, \quad \frac{dJ_2}{d\varphi} = \varphi P^2, \\ \frac{d\sigma_{\Delta r}^2}{d\varphi} &= \mu \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \frac{R_0^2}{c^2 \sin^2 \beta_0}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$P = \frac{1}{\cos^2 \alpha_0} + \text{ctg}^2 \beta_0,$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{v_\varphi^2} + \frac{1}{v_\delta^2} \text{tg}^2 \alpha_0 + \frac{R_0^2}{v_R^2} \text{ctg}^2 \beta_0, \\ K &= \left(\frac{1}{v_\varphi^2} - \frac{1}{v_\delta^2} \right)^2 \text{tg}^2 \alpha_0, \\ \mu &= \gamma \mu_0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\gamma = \exp \left[-m_R(R - R'_L)^2 - m_\varphi(\varphi - \varphi'_L)^2 - m_\delta(\delta - \delta'_L)^2 \right],$$

R_0 , δ_0 , α_0 , β_0 — рефракционные характеристики луча при $\tilde{n}_1 = 0$; μ_0 , ν_R , ν_φ , ν_δ — интенсивность и масштабы корреляции неоднородностей шума; R'_L , φ'_L , δ'_L , m_R , m_φ , m_δ — координаты центра и размеры области локализации гравитационного шума.

2. Результаты расчетов и их обсуждение

На рис. 1,2 представлены результаты модельных расчетов на основе уравнений (1), (3). Начальные условия составляли: $\varphi_n = 0$, $R_n = 50$ cul (cul — условная единица длины); $\delta_n = 0$. Прицельный угловой параметр α_n находился в диапазоне $[-0.94; 0.94]$ rad, а β_n в диапазонах — $[-0.75; -0.03]$ и $[0.03; 0.75]$ rad. Расчет проводился до расстояния $R_k = 50$ cul, где формировалась картинная плоскость наблюдателя с отмеченными на ней конечными угловыми координатами луча (φ_k ; δ_k). Для гравитационных объектов задавались следующие параметры: $R_g = 1$ cul; $A_1 = 0.5$, $R_{L1} = 10$ cul, $\varphi_{L1} = 0.5$, $\delta_{L1} = 0.1$; $A_2 = 0.5$, $R_{L2} = 14$ cul, $\varphi_{L2} = 0.8$, $\delta_{L2} = 0.4$; $b_{R1} = b_{R2} = 1$ cul⁻², $b_{\varphi 1} = b_{\delta 1} = b_{\varphi 2} = b_{\delta 2} = 6.25$. Параметры гравитационного шума составляли: $\nu_r = 0.1$ cul, $\nu_\varphi = \nu_\delta = 0.1$, $R'_L = 0$ cul, $\varphi'_L = \delta'_L = 0$, $\mu = 10^{-5}$, $m_R = 25$ cul⁻², $m_\varphi = m_\delta = 2.56$. На рис. 1 представлена

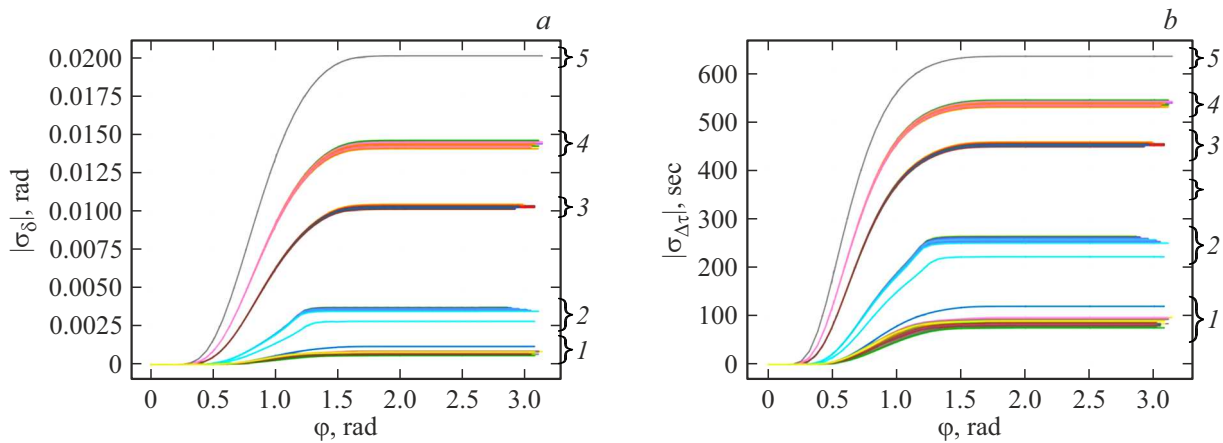


Рис. 2. СКО боковых отклонений (а) и задержек (б) лучей в области фокусировки. 1 — $\alpha_n \in [0, 0.22]$ rad, $\beta_n \in [-0.25, -0.25]$ rad; 2 — $\alpha_n \in [0.21, 0.43]$ rad, $\beta_n \in [-0.23, -0.21]$ rad; 3 — $\alpha_n \in [0, 0.25]$ rad, $\beta_n \in [-0.19, -0.17]$ rad; 4 — $\alpha_n \in [0.17, 0.22]$ rad, $\beta_n \in [-0.15, -0.13]$ rad; 5 — $\alpha_n = 0.22$ rad, $\beta_n = -0.11$ rad

картинная плоскость наблюдателя при наличии и отсутствии гравитационного шума. Для наглядности конечные угловые значения ($\varphi_k; \delta_k$) здесь показаны в декартовых координатах: $x_k = R_k \cos \varphi_k \cos \delta_k$; $y_k = R_k \sin \varphi_k \cos \delta_k$. Отметим, что для гравитационного поля выбранной конфигурации сформировалась область фокусировки вблизи точки с координатами $(x_k; y_k) - (30; 2.5)$ cul (рис. 1, а). При наличии гравитационного шума заметно замывание центральной части распределения точек лучей, достигнувших картинной плоскости (рис. 1, б). В целом, такая картина соответствует исчезновению четкой структуры гравитационного линзирования. Однако, анализируя область фокусировки, можно заметить, что распределение точек замывается в меньшей степени, что приводит к наблюдению некоторой увеличенной копии источника излучения в картинной плоскости.

Анализ абсолютных значений среднеквадратичных боковых отклонений лучей (СКО) на картинной плоскости в области фокусировки (рис. 2, а) показал, что кривые расщепляются, образуя группы с почти одинаковыми значениями СКО. Такая структура сформировалась за счет влияния различного количества объектов поля тяготения и общего пути распространения электромагнитного излучения в гравитационном шуме. Рост СКО связан с увеличением количества гравитационных объектов: от нуля до трех. Наибольшее СКО соответствует лучам, прошедшим вблизи основного гравитирующего объекта, что соответствует значительному пути распространения излучения в области гравитационного шума. Малые СКО соответствуют лучам, прошедшим по касательной к гравитационно-шумовой сфере. Для выбранных параметров моделей (2), (4) были сделаны расчеты стохастического эффекта Шапиро (рис. 2, б). Сформированная структура распределения значений дополнительной групповой задержки, связанной с гравитационным шумом, находится в соответствии с результатами моделирования СКО боковых отклонений.

Заключение

На основе лучевого приближения и теории возмущений предложен метод численно-аналитического моделирования рефракционных характеристик электромагнитного излучения в стохастическом гравитационном поле. Выполнены расчеты моментов боковых отклонений и групповой задержки лучей в поле тяготения группы астрофизических объектов в присутствии локализованного гравитационного шума. Результаты моделирования показали, что под воздействием многокомпонентного флуктуирующего гравитационного поля происходит сепарация излучения в картинной плоскости наблюдателя. Подобная сепарация отмечается и при моделировании стохастического эффекта Шапиро. Предложенный метод численно-аналитического моделирования может быть использован для идентификации гравитационных объектов по данным измерений рефракционных характеристик принятого электромагнитного излучения.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (проекты, FZZE-2023-0004, FZZE-2024-0005).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов

Список литературы

- [1] П.В. Блюх, А.А. Минаков. *Гравитационные линзы* (Наукова думка, Киев, 1989), 240 с.
- [2] А.М. Volkov, А.А. Izmetev, G.V. Skrotskii. *JETP*, **32** (4), 686 (1971).
- [3] А.Ф. Захаров. *Гравитационные линзы и микролинзы* (Янус-К, М., 1997), 328 с.

- [4] Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, А.Б. Танаев. ЖТФ, **93** (12), 1749 (2023). DOI: 10.61011/JTF.2023.12.56811.f248-23
- [5] Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, А.Б. Танаев, С.О. Чудаев. Компьютерные исследования и моделирование, **16** (2), 433 (2024).
- [6] A. Barnacka, M.J. Geller, I.P. Dell'Antonio, A. Zitrin. *Astrophys. J.*, **821**, 14 (2016). DOI: 10.3847/0004-637X/821/1/58
- [7] Yu.A. Kravtsov, Yu.I. Orlov. *Geometrical Optics of Inhomogeneous Medium* (Springer-Verlag, Berlin, 1990), 312 p.