

09

Двулучепреломление и дихроизм вакуума в поле стоячей электромагнитной волны

© И.А. Александров^{1,2}, Д.В. Чубуков³, А.Г. Ткачев¹, А.И. Клочай¹

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия

² ФТИ им. А.Ф. Иоффе,
Санкт-Петербург, Россия

³ Университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия

e-mail: i.aleksandrov@spbu.ru

Поступила в редакцию 30.08.2024 г.

В окончательной редакции 30.08.2024 г.

Принята к публикации 16.09.2024 г.

Исследованы вакуумное двулучепреломление и дихроизм в задаче, в которой пробный фотон пересекает сильную стоячую электромагнитную волну, образованную двумя встречными плоскими лазерными пучками. Анализ основан на вычислении поляризационного тензора. Рассматривается как режим относительно низких лазерных частот и энергий фотона, так и область, где энергии имеют порядок энергии покоя электрона. В первом случае, если внешнее поле достаточно слабое, можно получать очень точные предсказания с использованием локальных значений вклада старшего порядка в эффективном лагранжиане Гейзенберга-Эйлера. Однако для рассмотрения режимов высокой энергии и сильного поля необходимо применять другие методы. Здесь использовано приближение локально постоянного поля (locally-constant field approximation, LCFA) и вычислены вещественная и мнимая части поляризационного тензора при изменении направления распространения пробного фотона. Показано, что если ось распространения фотона параллельна оси распространения лазерных пучков, то эффекты полностью определяются встречным пучком, в то время как сопутствующий пучок не влияет на рассматриваемые процессы. Если фотон движется перпендикулярно оси лазерных пучков, то обе плоские волны одинаково значимы. В этом случае в рамках приближения Гейзенберга-Эйлера достаточно умножить соответствующий результат, полученный для одиночного пучка, на 2, тогда как предсказания LCFA менее тривиальны, поскольку они включают нелинейные вклады более высоких порядков.

Ключевые слова: вакуумное двулучепреломление, дихроизм, квантовая электродинамика, сильные поля, нелинейные эффекты.

DOI: 10.61011/OS.2024.09.59194.7009-24

1. Введение

В рамках квантовой электродинамики (КЭД) вакуумное состояние нельзя рассматривать как тривиальное пустое пространство из-за наличия вакуумных флуктуаций, которые проявляются, например, в нелинейных явлениях, происходящих во внешних электромагнитных полях. Классическая теория Максвелла приобретает квантовые поправки, приводящие к нетривиальным поляризационным свойствам вакуума [1–8] и к эффектам вакуумного двулучепреломления и дихроизма. В данной работе мы исследуем эти явления в суперпозиции двух встречных лазерных пучков, образующих стоячую электромагнитную волну.

С точки зрения эксперимента, в режиме низких частот лазера и низких частот пробного фотона (по сравнению с энергией покоя электрона, деленной на приведенную постоянную Планка) можно попытаться воспользоваться наличием высокоточных экспериментальных методов в соответствующей области [9–19]. Для получения точных

теоретических предсказаний в таком режиме достаточно рассматривать внешнее поле как локально постоянное и использовать замкнутое выражение для эффективного лагранжиана Гейзенберга-Эйлера. Если внешнее поле относительно слабое, можно рассмотреть только квантовую поправку старшего порядка, включенную в эффективный лагранжиан [20]. Если внешнее поле сильное, так что приближение Гейзенберга-Эйлера в старшем порядке больше не справедливо, то можно произвести расчет на основе локальных значений поляризационного оператора, полученного в постоянных скрещенных полях [21–25]. Такой непертурбативный подход называется приближением локально постоянного поля (locally-constant field approximation, LCFA). Оказывается, что LCFA также позволяет частично исследовать область высоких лазерных частот и высокоэнергетических пробных фотонов [26]. С экспериментальной точки зрения этот режим может также оказаться весьма многообещающим, поскольку он, как правило, отвечает бóльшим значениям сигнала [25,27,28]. Более того, LCFA также

предсказывает ненулевую мнимую часть поляризации оператора и, таким образом, учитывает эффект вакуумного дихроизма. Согласно оптической теореме, мнимая часть определяет полную вероятность распада фотона на электрон-позитронную пару, которую можно рассматривать как вероятность поглощения фотона. Если данная величина зависит от поляризации пробного фотона, то квантовый вакуум проявляет дихроичные свойства при наличии соответствующего электромагнитного фонового поля.

В этой работе мы будем использовать как LCFA, так и приближение Гейзенберга-Эйлера для исследования явлений вакуумного двулучепреломления и дихроизма в поле стоячей электромагнитной волны. Наша цель — сравнить два теоретических подхода в широком диапазоне параметров поля для различных значений энергии (частоты) пробного фотона. Чтобы получить новую информацию о рассматриваемых нелинейных эффектах, мы также будем менять направление распространения фотона и проводить сравнение стоячей волны со сценарием, включающим только одну плоскую электромагнитную волну.

Работа имеет следующую структуру. В разд. 2 описывается постановка задачи. В разд. 3 обсуждается, как исследовать вакуумное двулучепреломление при помощи эффективного лагранжиана Гейзенберга-Эйлера. В разд. 4 формулируется приближенный метод, основанный на LCFA. Разд. 5 содержит результаты наших расчетов. В разд. 6 приводятся выводы.

В тексте статьи мы используем единицы измерения $\hbar = c = 1$, $\alpha = e^2/(4\pi)$ (α — постоянная тонкой структуры), $e < 0$.

2. Параметры внешнего поля и пробного фотона

Постановка задачи включает пробный фотон с энергией $q^0 = q_0$ и стоячую электромагнитную волну, которая описывается векторным потенциалом следующего вида:

$$\mathcal{A}(t, z) = \frac{\mathcal{E}_0}{\omega} \sin \omega t \cos \omega z \mathbf{e}_x, \quad (1)$$

где ω — частота волны, \mathcal{E}_0 — амплитуда напряженности поля, а единичные векторы вдоль декартовых осей обозначены как $\{\mathbf{e}_i\}$ ($\mathbf{x} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$). Скалярный потенциал \mathcal{A}_0 равен нулю. Векторный потенциал (1) соответствует следующим выражениям для компонент электрического и магнитного полей:

$$\mathbf{E}(t, z) = -(\partial_t \mathcal{A}_x) \mathbf{e}_x = -\mathcal{E}_0 \cos \omega t \cos \omega z \mathbf{e}_x, \quad (2)$$

$$\mathbf{B}(t, z) = (\partial_z \mathcal{A}_x) \mathbf{e}_y = -\mathcal{E}_0 \sin \omega t \sin \omega z \mathbf{e}_y. \quad (3)$$

Стоячая электромагнитная волна образована двумя встречными линейно поляризованными лазерными пучками, распространяющимися вдоль направления оси z :

$$\mathcal{A}(t, z) = \frac{(\mathcal{E}_0/2)}{\omega} [\sin \omega(t+z) + \sin \omega(t-z)] \mathbf{e}_x. \quad (4)$$

В рассматриваемой задаче отсутствуют постоянные компоненты электромагнитного поля (возможность экспериментального наблюдения двулучепреломления в магнитном поле исследовалась, например, в работах [29,30]).

Пробный фотон распространяется в произвольном направлении, определяемом углами θ и φ , то есть 4-импульс q^μ выбирается в виде $q^\mu = q_0 (1, \sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)^t$. Конечный 4-импульс фотона обозначим k^μ .

В дальнейшем будет удобно использовать следующие безразмерные параметры:

$$\xi = \frac{|e\mathcal{E}_0|}{m\omega}, \quad \chi_0 = \frac{|e\mathcal{E}_0|q^0}{m^3}. \quad (5)$$

Первый параметр называется релятивистским параметром амплитуды поля (его также часто обозначают как a_0). Если $\xi \gtrsim 1$, то внешнее поле ускоряет электроны до релятивистских энергий. Постоянная Планка не входит в определение ξ . Второй параметр в (5) — это так называемый квантовый параметр нелинейности, который играет центральную роль в анализе КЭД-эффектов в сильных внешних полях (он пропорционален \hbar).

В старшем порядке по постоянной тонкой структуре α эффекты вакуумного двулучепреломления и дихроизма содержатся в диаграмме Фейнмана, изображенной на рис. 1. Начальное и конечное состояния фотона (волнистые линии) могут отличаться за счет учета вакуумной петли, содержащей электронные функции Грина в заданном внешнем поле. В правой части рисунка представлены вклады старшего порядка по напряженности внешнего поля \mathcal{E}_0 . Эти слагаемые будут вычислены приближенно при помощи подхода, основанного на использовании однопетлевого эффективного лагранжиана Гейзенберга-Эйлера. Диаграмма в левой части будет рассчитана при помощи приближения локально постоянного поля (LCFA).

В соответствии с правилами Фейнмана в КЭД амплитуду, отвечающую диаграмме в левой части рис. 1, можно в общем случае представить в виде

$$\mathcal{S}(q, k) = \frac{i}{\sqrt{4q_0k_0}} \varepsilon_\mu(q) \Pi^{\mu\nu}(q, k) \varepsilon_\nu^*(k), \quad (6)$$

где $\Pi^{\mu\nu}$ — поляризационный тензор во внешнем поле, а $\varepsilon_\mu(q)$ и $\varepsilon_\nu(k)$ — 4-векторы поляризации, отвечающие начальному и конечному состояниям фотона соответственно. Мы будем обсуждать только зависящую от поля часть этого тензора, которая описывает рассматриваемые эффекты. Несмотря на то, что фермионная петля в фейнмановской диаграмме может приводить к ненулевой передаче энергии-импульса, то есть k^μ может отличаться от q^μ , в дальнейшем мы сосредоточимся на упругом процессе ($k = q$), который соответствует явлениям двулучепреломления и дихроизма.

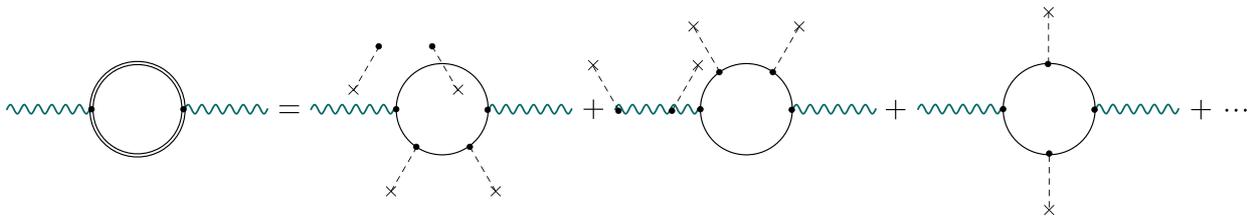


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана, описывающая эффекты вакуумного дихроизма и двулучепреломления, и ее разложение по напряженности внешнего поля. Вклад нулевого порядка не учитывается. Двойные линии отвечают электронным функциям Грина во внешнем поле, одинарные линии — пропагаторам свободных электронов, волнистые линии — начальному и конечному фотону, а вершины с крестиками — взаимодействию с внешним классическим полем.

3. Приближение Гейзенберга-Эйлера в старшем порядке

В этом разделе мы рассмотрим подход, основанный на пертурбативном разложении поляризационного тензора по напряженности поля. Его можно вывести из однопетлевого эффективного лагранжиана в присутствии постоянного электромагнитного поля (см. [20]). Три диаграммы Фейнмана, изображенные в правой части рис. 1, можно приближенно вычислить при помощи замкнутого выражения для соответствующего лагранжиана в старшем порядке. В рамках этого подхода поляризационный тензор можно представить в следующем виде [20]:

$$\begin{aligned}
 \Pi_{\text{HE}}^{\mu\nu}(q, k) &= \frac{\alpha}{45\pi} \frac{e^2}{m^4} \int d^4x e^{i(k-q)x} \\
 &\times [4(qF)^\mu (kF)^\nu + 7(qG)^\mu (kG)^\nu], \quad (7)
 \end{aligned}$$

где $x = (t, \mathbf{x})$, $(kF)^\mu \equiv k_\lambda F^{\lambda\mu}$, а тензоры $F^{\mu\nu}$ и $G^{\mu\nu}$ зависят от x . Здесь мы используем стандартное выражение для электромагнитного тензора, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu$. Дуальный тензор определяется как $G_{\mu\nu} = (1/2)\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} F^{\lambda\sigma}$, где $\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}$ — тензор Леви-Чивиты. Вычисление интеграла в уравнении (7) приводит к законам сохранения, изменяющим импульс и энергию фотона на $\pm 2\omega$ или оставляющим их неизменными. Поскольку нас интересует только упругое рассеяние, мы сохраним только члены, содержащие $\delta^{(4)}(k - q)$. Можно напрямую получить

$$\Pi_{\text{HE, elastic}}^{\mu\nu}(q, k) = \frac{16\pi^3 \alpha}{45} m^2 \chi_0^2 \delta^{(4)}(k - q) \mathcal{P}_{\text{HE}}^{\mu\nu}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_{\text{HE}}^{\mu\nu} &= \\
 &\begin{pmatrix} \sin^2 \theta & & & \\ \times \left(1 + \frac{3}{4} \sin^2 \varphi\right) & \sin \theta \cos \varphi & \frac{7}{4} \sin \theta \sin \varphi & 0 \\ \sin \theta \cos \varphi & 1 + \cos^2 \theta & 0 & -\frac{1}{2} \sin 2\theta \cos \varphi \\ \frac{7}{4} \sin \theta \sin \varphi & 0 & \frac{7}{4} (1 + \cos^2 \theta) & -\frac{7}{8} \sin 2\theta \sin \varphi \\ 0 & -\frac{1}{2} \sin 2\theta \cos \varphi & -\frac{7}{8} \sin 2\theta \sin \varphi & \sin^2 \theta \\ & & & \times \left(1 + \frac{3}{4} \sin^2 \varphi\right) \end{pmatrix}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Физически наблюдаемые величины определяются амплитудой процесса (6). Для исследования эффекта вакуумного двулучепреломления необходимо вычислить ненулевую разность двух амплитуд для двух перпендикулярных 4-векторов поляризации $\epsilon_\mu^{(w)}$ ($w = 1, 2$) пробного фотона. Введем

$$\epsilon_\mu^{(1)} = (0, \cos \theta \cos \varphi, \cos \theta \sin \varphi, -\sin \theta)^t, \quad (10)$$

$$\epsilon_\mu^{(2)} = (0, -\sin \varphi, \cos \varphi, 0)^t. \quad (11)$$

Амплитуда (6) пропорциональна $\epsilon_\mu(q) \mathcal{P}^{\mu\nu} \epsilon_\nu^*(k)$, поэтому далее мы будем обсуждать наши результаты в терминах следующих величин:

$$A_{\text{HE}}^{(1)} = \epsilon_\mu^{(1)} \mathcal{P}_{\text{HE}}^{\mu\nu} \epsilon_\nu^{(1)*} = (1 + \cos^2 \theta) \left(1 + \frac{3}{4} \sin^2 \varphi\right), \quad (12)$$

$$A_{\text{HE}}^{(2)} = \epsilon_\mu^{(2)} \mathcal{P}_{\text{HE}}^{\mu\nu} \epsilon_\nu^{(2)*} = (1 + \cos^2 \theta) \left(1 + \frac{3}{4} \cos^2 \varphi\right). \quad (13)$$

Видно, что зависимости от θ и φ факторизуются. Разность имеет вид

$$\Delta_{\text{HE}} \equiv A_{\text{HE}}^{(2)} - A_{\text{HE}}^{(1)} = \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \theta) \cos 2\varphi. \quad (14)$$

Из этого выражения следует, что в приближении Гейзенберга-Эйлера двулучепреломление вакуума в стоячей волне максимально, если пробный фотон распространяется вдоль или против направления z . Эффект пропадает, если пробный фотон распространяется вдоль биссектрис плоскости xy ($\varphi = \pi/4 + \pi n/2$).

В дальнейшем мы также сравним наши результаты для стоячей волны с результатами, полученными при учете только первого члена в уравнении (4). Это соответствует плоской волне, распространяющейся вдоль отрицательного направления оси z . В случае $\theta = \varphi = 0$ результаты можно найти, например, в работе [26]. Для произвольных углов поляризационный тензор имеет вид

$$\Pi_{\text{HE, PW, elastic}}^{\mu\nu}(q, k) = \frac{16\pi^3 \alpha}{45} m^2 \chi_0^2 \delta^{(4)}(k - q) \mathcal{P}_{\text{HE, PW}}^{\mu\nu}, \quad (15)$$

$$\mathcal{P}_{\text{HE, PW}}^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \sin^2 \theta \left(1 + \frac{3}{4} \sin^2 \varphi\right) & \frac{1}{2} \sin \theta \cos \varphi (1 + \cos \theta) & \frac{7}{8} \sin \theta \sin \varphi (1 + \cos \theta) & \frac{1}{2} \sin^2 \theta \left(\frac{3}{4} \sin^2 \varphi - 1\right) \\ \frac{1}{2} \sin \theta \cos \varphi (1 + \cos \theta) & 2 \cos^4 \theta / 2 & 0 & -\frac{1}{2} \sin \theta \cos \varphi (1 + \cos \theta) \\ \frac{7}{8} \sin \theta \sin \varphi (1 + \cos \theta) & 0 & \frac{7}{2} \cos^4 \theta / 2 & -\frac{7}{8} \sin \theta \sin \varphi (1 + \cos \theta) \\ \frac{1}{2} \sin^2 \theta \left(\frac{3}{4} \sin^2 \varphi - 1\right) & -\frac{1}{2} \sin \theta \cos \varphi (1 + \cos \theta) & -\frac{7}{8} \sin \theta \sin \varphi (1 + \cos \theta) & \frac{1}{2} \sin^2 \theta \left(1 + \frac{3}{4} \sin^2 \varphi\right) \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Отсюда

$$A_{\text{HE, PW}}^{(1)} = \frac{1}{2} (1 + \cos \theta)^2 \left(1 + \frac{3}{4} \sin^2 \varphi\right), \quad (17)$$

$$A_{\text{HE, PW}}^{(2)} = \frac{1}{2} (1 + \cos \theta)^2 \left(1 + \frac{3}{4} \cos^2 \varphi\right). \quad (18)$$

$$\Delta_{\text{HE, PW}} \equiv A_{\text{HE, PW}}^{(2)} - A_{\text{HE, PW}}^{(1)} = \frac{3}{8} (1 + \cos \theta)^2 \cos 2\varphi. \quad (19)$$

При $\theta = 0$ результаты для плоской волны совпадают с результатами, полученными для случая стоячей волны (12)–(14).

4. Приближение локально постоянного поля (LCFA)

Оказывается, что при рассмотрении внешнего поля как локально постоянного можно учесть вклады более высоких порядков по напряженности поля за счет оценки диаграммы в левой части рис. 1, т.е. не используя пертурбативное разложение в правой части. Для этого можно применить выражение для поляризаационного тензора, полученное в случае постоянных скрещенных полей [21–23], а затем проинтегрировать его по x , используя реальную пространственно-временную зависимость внешнего поля [24]. Для нашего случая вклад упругого процесса имеет вид

$$\Pi_{\text{LCFA, elastic}}^{\mu\nu}(q, k) = \frac{16\pi^3 \alpha}{3} m^2 \delta^{(4)}(k - q) \times \langle \chi^{2/3} \{ (A - B) \mathcal{F}^{\mu\nu} + (A + 2B) \mathcal{G}^{\mu\nu} \} \rangle_{t,z}, \quad (20)$$

где

$$\chi = \frac{|e| \sqrt{-(kF)^2}}{m^3} \quad (21)$$

представляет собой локальное значение квантового параметра нелинейности $[(kF)^2 \equiv (kF)^\mu (kF)_\mu]$. В формуле (20) мы также используем следующие определения:

$$\mathcal{F}^{\mu\nu} = \frac{(kF)^\mu (kF)^\nu}{(kF)^2}, \quad \mathcal{G}^{\mu\nu} = \frac{(kG)^\mu (kG)^\nu}{(kG)^2}, \quad (22)$$

$$A = \int_{-1}^1 dv v w^{1/3} f'(u), \quad B = \int_{-1}^1 dv w^{-2/3} f'(u), \quad (23)$$

$$w = \frac{4}{1 - v^2}, \quad u = \left(\frac{w}{\chi}\right)^{2/3}, \quad (24)$$

$$f(u) = i \int_0^\infty d\tau e^{-i(u\tau + \tau^3/3)} = \pi \text{Gi}(u) + i\pi \text{Ai}(u). \quad (25)$$

Здесь $\text{Gi}(u)$ и $\text{Ai}(u)$ — функции Скорера [31] и Эйри соответственно. Значение параметра χ меняется в пространстве и времени и определяется локальными значениями внешнего поля $F^{\mu\nu}$. Соответственно, u также зависит от времени t и пространственной координаты z . Среднее значение по t и z в выражении (20) (угловые скобки) показывает, что результаты должны быть усреднены по временному и пространственному периоду стоячей волны. Это следует из классического выражения $z(t) = z_0 + t \cos \theta$ для „траектории фотона“, где необходимо усреднять по z_0 и t . Простая замена переменных с переходом от z_0 к z приводит к описанному выше рецепту.

Если локальные значения χ малы, то можно использовать следующие асимптотические разложения:

$$A = -\chi^{4/3} \left[\frac{1}{3} + \frac{4}{35} \chi^2 + \frac{20}{99} \chi^4 + \mathcal{O}(\chi^6) \right] - \frac{i\pi}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \chi^{1/3} e^{-8/(3\chi)} [1 + \mathcal{O}(\chi)], \quad (26)$$

$$B = -\chi^{4/3} \left[\frac{1}{15} + \frac{8}{315} \chi^2 + \frac{20}{429} \chi^4 + \mathcal{O}(\chi^6) \right] - \frac{i\pi}{8} \sqrt{\frac{3}{2}} \chi^{1/3} e^{-8/(3\chi)} [1 + \mathcal{O}(\chi)]. \quad (27)$$

Мы видим, что мнимая часть поляризаационного тензора сильно подавлена в режиме $\chi \ll 1$. Раскладывая в ряд выражение (20), мы находим, что вклад старшего порядка в точности совпадает с приближением Гейзенберга-Эйлера (8), (9).

Также упомянем, что локальные приближения в различных формах могут быть использованы для описания других КЭД-явлений в сильных полях. Например, эффект Заутера-Швингера, связанный с вакуумным рождением электрон-позитронных пар может быть исследован с помощью LCFA [32–41].

5. Численные результаты

Начнем наш численный анализ с наиболее простого случая $\theta = \varphi = 0$, соответствующего пробному фотону, распространяющемуся вдоль оси z и поляризованному либо вдоль направления x ($\varepsilon^{(1)}$), либо вдоль направления y ($\varepsilon^{(2)}$). Во-первых, как было указано выше, в приближении Гейзенберга-Эйлера результат для стоячей

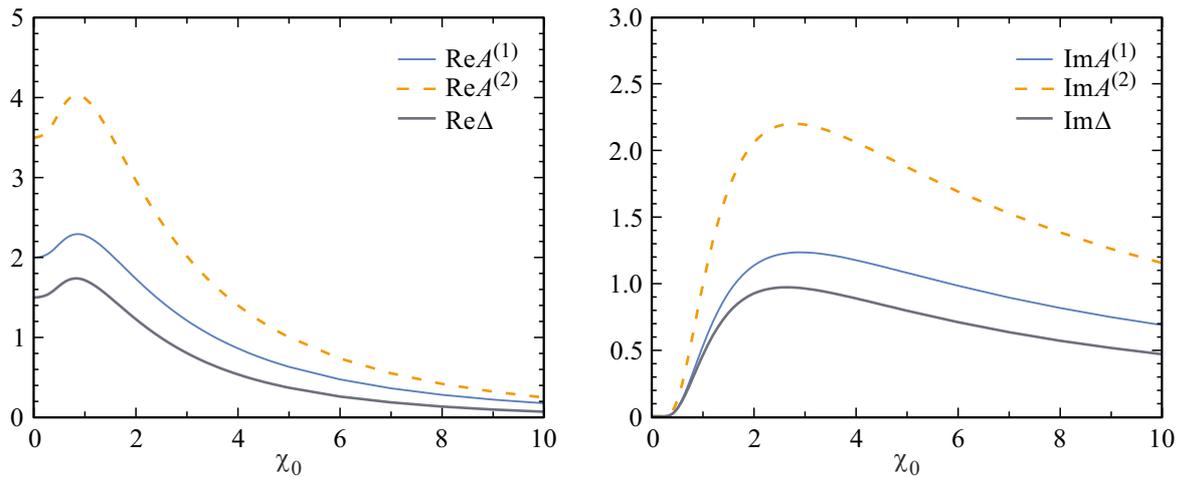


Рис. 2. Вещественные и мнимые части безразмерных величин $A^{(1)}$, $A^{(2)}$ и Δ , вычисленные в рамках LCFA в зависимости от квантового параметра нелинейности χ_0 в случае $\theta = \varphi = 0$. Согласно формулам (12)–(14), приближение Гейзенберга-Эйлера дает $A_{\text{HE}}^{(1)} = 2$, $A_{\text{HE}}^{(2)} = 7/2$ и $\Delta_{\text{HE}} = 3/2$ независимо от χ_0 .

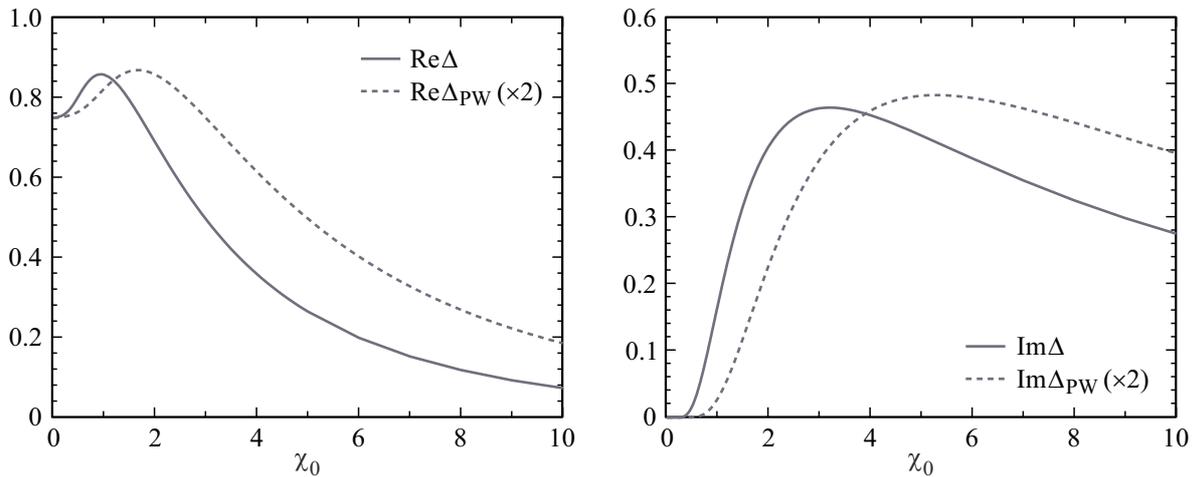


Рис. 3. Вещественная и мнимая части разности Δ , вычисленные в рамках LCFA в поле стоячей волны (1) и в поле одиночной плоской волны, распространяющейся в отрицательном направлении оси z . Значения для плоской волны умножаются на коэффициент 2. Пробный фотон движется вдоль оси x ($\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$).

волны (9) в точности равен выражению для плоской волны (16) с учетом амплитуд \mathcal{E}_0 и $\mathcal{E}_0/2$, выбранных соответственно для этих двух сценариев. Это означает, что второй член в уравнении (4) совершенно не важен, т.е. на свойства пробного фотона никак не влияет попутный лазерный импульс. Более того, это справедливо и в рамках LCFA. На рис. 2 изображены вещественные и мнимые части величин $A^{(1)}$, $A^{(2)}$ и Δ как функции χ_0 . В случае плосковолнового поля наши численные результаты оказались точно такими же, как и полученные в случае стоячей волны (1). Во-вторых, согласно рис. 2 мы видим, что приближение Гейзенберга-Эйлера является точным только в области малых χ_0 ; для $\chi_0 = 0.5$ вещественная часть Δ_{HE} отличается от предсказания LCFA Δ на 9%. Мнимая часть равна нулю в старшем порядке, поэтому для описания эффекта

вакуумного дихроизма необходимо учитывать вклады старших порядков, например, посредством LCFA (20).

Теперь рассмотрим ненулевые углы θ и φ в режиме слабого поля (низких энергий) $\chi_0 \ll 1$. Теперь выражение для плоской волны (16) и результат для стоячей волны (9) не совпадают, поскольку оба члена в уравнении (4) дают ненулевые вклады. Например, с увеличением θ сигналы двулучепреломления (14) и (19) начинают заметно отличаться друг от друга. Для $\theta = \pi/2$ выражения для стоячей волны (12)–(14) в два раза больше результатов для плоской волны (17)–(19).

Чтобы провести анализ при произвольных χ_0 , построим зависимость Δ от χ_0 для $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$, что соответствует пробному фотону, движущемуся вдоль оси x (рис. 3). Результаты, полученные для плосковолнового сценария, умножаются на коэффициент 2. В то время

как для $\chi_0 \ll 1$ конфигурация с одной плоской волной эквивалентна стоячей волне (1), для больших χ_0 это уже не так. Это говорит о том, что поскольку процесс нелинейный, эффект от двух одинаковых плоских волн в уравнении (4) не совпадает с результатом для одной волны, умноженным просто на множитель 2. В старшем порядке рассматриваемый упругий процесс включает поглощение и испускание одного и того же фотона — это либо квант первого лазерного пучка, либо квант второго пучка. Это означает, что две плоские волны действуют независимо, чего не наблюдается во вкладах более высоких порядков, включающих несколько актов испускания и поглощения. Приближение LCFA включает все эти члены и явно указывает на их значимость в режиме $\chi_0 \gtrsim 1$. Еще раз подчеркнем, что мнимая часть всегда отсутствует в старших слагаемых на рис. 1. Наконец, отметим, что для количественной оценки эффектов вакуумного двулучепреломления и дихроизма следует учитывать префактор в (8), который содержит χ_0^2 .

Поскольку приближение Гейзенберга-Эйлера в старшем порядке представляет собой предел малых χ_0 в LCFA, оно оправдано для описания вакуумного двулучепреломления, если справедливо само LCFA и $\chi_0 \ll 1$, как это видно из аналитических выражений и наших численных примеров. Хотя LCFA по своей сути непертурбативно по отношению к классическому полю, это по-прежнему приближенный метод, поскольку в рамках LCFA предполагается, что внешнее поле можно рассматривать как локально постоянное и локально скрещенное. Точность LCFA, очевидно, зависит от ω , \mathcal{E}_0 и энергии пробного фотона k^0 . Согласно, например, работе [26], в случае плосковолнового поля применение LCFA оправдано, если ξ значительно превышает χ_0 , что на практике означает $\xi \gg 1$ или же $\chi_0 \ll \xi \lesssim 1$.

6. Заключение

В данной работе был вычислен поляризационный тензор в поле стоячей электромагнитной волны с помощью приближения локально постоянного поля (LCFA) и приближения Гейзенберга-Эйлера. Вещественная и мнимая части этого тензора отвечают соответственно за вакуумное двулучепреломление и дихроизм. Было показано, что при малых значениях квантового параметра нелинейности ($\chi_0 \ll 1$) последний подход дает точные и простые предсказания: вещественная часть поляризационного тензора тривиально зависит от χ_0 и может быть легко связана с результатами для одного лазерного пучка (например, в случае поперечного распространения ответ следует просто умножить на 2). Если условие $\chi_0 \ll 1$ перестает выполняться, то необходимо выйти за рамки приближения Гейзенберга-Эйлера. В этом случае, принимая во внимание вклады более высоких порядков посредством LCFA, мы получаем нетривиальную зависимость как вещественной, так и мнимой частей от параметра χ_0 . Результаты, полученные для стоячей

волны, начинают принципиально отличаться от расчетов в случае одиночного плосковолнового пучка.

Поскольку стоячая электромагнитная волна представляет собой значительно более интересную конфигурацию, чем плоская волна, является целесообразным сравнение локальных приближений с точными результатами для этого случая. Данный вопрос является важным направлением для наших будущих исследований.

Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (РНФ) в рамках проекта № 23-72-01068.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] H. Euler, B. Kockel, *Naturwiss.*, **23**, 246 (1935).
- [2] W. Heisenberg, H. Euler, *Z. Phys.*, **98**, 714 (1936).
- [3] J. Schwinger, *Phys. Rev.*, **82**, 664 (1951). DOI: 10.1103/PhysRev.82.664
- [4] J.S. Toll, Ph.D. thesis, Princeton Univ., 1952.
- [5] R. Baier, P. Breitenlohner, *Acta Phys. Austriaca*, **25**, 212 (1967).
- [6] R. Baier, P. Breitenlohner, *Nuovo Cimento B*, **47**, 117 (1967). DOI: 10.1007/BF02712312
- [7] В.Н. Байер, А.И. Мильштейн, В.М. Страховенко, *ЖЭТФ*, **69**, 1893 (1975).
- [8] W. Becker, H. Mitter, *J. Phys. A*, **8**, 1638 (1975). DOI: 10.1088/0305-4470/8/10/017
- [9] Е.Б. Александров, А.А. Ансельм, А.Н. Москалев, *ЖЭТФ*, **89**, 1181 (1985).
- [10] A. Di Piazza, K.Z. Hatsagortsyan, C.H. Keitel, *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 083603 (2006). DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.083603
- [11] T. Heinzl, B. Liesfeld, K.U. Amthor, H. Schwöerer, R. Sauerbrey, A. Wipf, *Opt. Commun.*, **267**, 318 (2006). DOI: 10.1016/j.optcom.2006.06.053
- [12] V. Dinu, T. Heinzl, A. Ilderton, M. Marklund, G. Torgrimsson, *Phys. Rev. D*, **89**, 125003 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevD.89.125003
- [13] F. Karbstein, E.A. Mosman, *Phys. Rev. D*, **101**, 113002 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevD.101.113002
- [14] F. Karbstein, *Annalen Phys.*, **534**, 2100137 (2022). DOI: 10.1002/andp.202100137
- [15] F. Karbstein, H. Gies, M. Reuter, M. Zepf, *Phys. Rev. D*, **92**, 071301(R) (2015). DOI: 10.1103/PhysRevD.92.071301
- [16] H.-P. Schlenvoigt, T. Heinzl, U. Schramm, T.E. Cowan, R. Sauerbrey, *Phys. Scr.*, **91**, 023010 (2016). DOI: 10.1088/0031-8949/91/2/023010
- [17] N. Ahmadiaz, T.E. Cowan, R. Sauerbrey, U. Schramm, H.-P. Schlenvoigt, R. Schützhold, *Phys. Rev. D*, **101**, 116019 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevD.101.116019
- [18] F. Karbstein, D. Ullmann, E.A. Mosman, M. Zepf, *Phys. Rev. Lett.*, **129**, 061802 (2022).

- DOI: 10.1103/PhysRevLett.129.061802
- [19] N. Ahmadinia, T. E. Cowan, J. Grenzer, S. Franchino-Viñas, A. Laso Garcia, M. Šmíd, T. Toncian, M.A. Trejo, R. Schützhold, *Phys. Rev. D*, **108**, 076005 (2023). DOI: 10.1103/PhysRevD.108.076005
- [20] F. Karbstein, R. Shaisultanov, *Phys. Rev. D*, **91**, 085027 (2015). DOI: 10.1103/PhysRevD.91.085027
- [21] И.А. Баталин, А.Е. Шабад, *Препр. ФИАН*, **166** (1968).
- [22] Н.Б. Нарожный, *ЖЭТФ*, **55**, 714 (1968).
- [23] V.I. Ritus, *Ann. Phys.*, **69**, 555 (1972). DOI: 10.1016/0003-4916(72)90191-1
- [24] S. Meuren, C.H. Keitel, A. Di Piazza, *Phys. Rev. D*, **88**, 013007 (2013). DOI: 10.1103/PhysRevD.88.013007
- [25] S. Bragin, S. Meuren, C.H. Keitel, A. Di Piazza, *Phys. Rev. Lett.*, **119**, 250403 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.250403
- [26] I.A. Aleksandrov, V.M. Shabaev, *ЖЭТФ*, **166**, 182 (2024). DOI: 10.31857/S0044451024080042
- [27] B. King, N. Elkina, *Phys. Rev. A*, **94**, 062102 (2016). DOI: 10.1103/PhysRevA.94.062102
- [28] Y. Nakamiya, K. Homma, *Phys. Rev. D*, **96**, 053002 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevD.96.053002
- [29] F. Della Valle, A. Ejlli, U. Gastaldi, G. Messineo, E. Milotti, R. Pengo, G. Ruoso, G. Zavattini, *Eur. Phys. J. C*, **76**, 24 (2016). DOI: 10.1140/epjc/s10052-015-3869-8
- [30] G. Zavattini, F. Della Valle, A. Ejlli, G. Ruoso, *Eur. Phys. J. C*, **76**, 294 (2016). DOI: 10.1140/epjc/s10052-016-4139-0
- [31] R.S. Scorer, *Q. J. Mech. Appl. Math.*, **3**, 107 (1950). DOI: 10.1093/qjmam/3.1.107
- [32] Н.Б. Нарожный, С.С. Буланов, В.Д. Мур, В.С. Попов, *Письма в ЖЭТФ*, **80**, 434 (2004). DOI: 10.1134/1.1830652
- [33] С.С. Буланов, Н.Б. Нарожный, В.Д. Мур, В.С. Попов, *ЖЭТФ*, **129**, 14 (2006).
- [34] F. Hebenstreit, R. Alkofer, H. Gies, *Phys. Rev. D*, **78**, 061701(R) (2008). DOI: 10.1103/PhysRevD.78.061701
- [35] S.S. Bulanov, V.D. Mur, N.B. Narozhny, J. Nees, V.S. Popov, *Phys. Rev. Lett.*, **104**, 220404 (2010). DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.220404
- [36] S.P. Gavrilov, D.M. Gitman, *Phys. Rev. D*, **95**, 076013 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevD.95.076013
- [37] I.A. Aleksandrov, G. Plunien, V.M. Shabaev, *Phys. Rev. D*, **99**, 016020 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevD.99.016020
- [38] D.G. Sevostyanov, I.A. Aleksandrov, G. Plunien, V.M. Shabaev, *Phys. Rev. D*, **104**, 076014 (2021). DOI: 10.1103/PhysRevD.104.076014
- [39] I.A. Aleksandrov, D.G. Sevostyanov, V.M. Shabaev, *Symmetry*, **14**, 2444 (2022). DOI: 10.3390/sym14112444
- [40] I.A. Aleksandrov, D.G. Sevostyanov, V.M. Shabaev, *arXiv:2210.15626*.
- [41] A.G. Tkachev, I.A. Aleksandrov, V.M. Shabaev, *arXiv:2408.04084*.