

09

Характеристики гармоник, генерируемых при наклонном падении релятивистского лазерного пучка на неоднородную плазму

© А.А. Андреев^{1,2}, К.Ю. Платонов³

¹ Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

² Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

³ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

e-mail: konstantin_platonov@yahoo.com

Поступила в редакцию 21.09.2023 г.

В окончательной редакции 31.12.2023 г.

Принята к публикации 12.04.2024 г.

Рассмотрена самосогласованная фокусировка высоких гармоник отраженного от плазменной поверхности фемтосекундного лазерного импульса релятивистской интенсивности. Исследуемые гармоники суммируются в последовательность коротких интенсивных импульсов (аттоимпульсов). Определены параметры плазмы (плотность, масштаб неоднородности) и лазерного импульса (интенсивность, поперечный профиль), необходимые для получения заданного расстояния фокусировки аттоимпульсов. Определены радиус пятна фокусировки и интенсивность аттоимпульсов в точке фокуса.

Ключевые слова: сверхсильные лазерные поля, аттоимпульсы, самофокусировка.

DOI: 10.61011/OS.2024.09.59193.5428-24

Введение

Отражение релятивистски интенсивного короткого лазерного импульса от твердотельной мишени приводит к генерации нескольких сверхкоротких импульсов аттосекундной длительности (аттоимпульсов), состоящих главным образом из высших гармоник лазерной частоты [1]. Генерация таких импульсов происходит за счет колебаний отражающего электронного слоя в мишени с релятивистской скоростью [2]. Аттоимпульсы перспективны для использования в рентгенографии сверхбыстрых процессов, поэтому актуальным является исследование формирования и распространения таких импульсов от лазерной мишени до объекта исследования без увеличения длительности и снижения интенсивности. Одним из вариантов реализации таких возможностей является фокусировка отраженного от мишени излучения на больших (сотни микрометров) дистанциях. Известно, что лазерный импульс релятивистской интенсивности приводит к продавливанию плазменной мишени и образованию вогнутой отражающей поверхности [3]. При соответствующем подборе параметров фокусное расстояние такого зеркала может быть достаточно большим, что позволит локализовать (сфокусировать) аттоимпульсы в небольшой области пространства на большом расстоянии от лазерной мишени [4]. В работе [4] рассматривалось нормальное падение на мишень лазерного импульса с плоским фазовым фронтом. Определению условий фокусировки отраженного импульса при наклонном падении и смещении точки фокусировки падающего лазерного пучка относительно поверхности

мишени (фазовый фронт криволинеен) посвящена настоящая работа.

Пространственный профиль отражающей поверхности

Высокие лазерные интенсивности достигаются фокусировкой распространяющегося лазерного пучка в вакуумной камере. В идеальном случае мишень устанавливается в середине фокальной перетяжки, чем достигается максимально возможная лазерная интенсивность на мишени. В реальных условиях (а также в целях изменения интенсивности) точка фокусировки может располагаться перед или за мишенью на расстоянии единиц и десятков микрометров. В этом случае от мишени отражается импульс, обладающий кривизной фазового фронта. Меняя расстояние от точки фокусировки до мишени, можно получать различные значения радиуса кривизны фронта, что в сочетании с радиусом кривизны мишени позволяет „настраивать“ процесс отражения на разные фокусные расстояния. Форма отражающей поверхности мишени определяется балансом сил пондеромоторного давления лазерного импульса и амбиполярного поля плазмы. На профиль отражающей поверхности (профиль критической плотности) влияют такие лазерные параметры, как интенсивность, поперечный профиль, кривизна фазового фронта и угол падения лазерного пучка, а также плотность и масштаб пространственной неоднородности лазерной плазмы. Аккуратный учет всех

перечисленных факторов возможен в численном PIC-моделировании профиля плотности лазерной мишени.

Пример пространственного распределения электронной плотности, полученный численным 2D PIC-моделированием с помощью кода PSC [5], показан на рис. 1, а. Параметры моделирования были следующими: лазерная интенсивность $6.7 \cdot 10^{19} \text{ W/cm}^2$, длительность $\tau_L = 33 \text{ fs}$, мишень SiO_2 , плотность мишени $n_{i0} = 2 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, степени ионизации Si^{+12} , O^{+8} , масштаб неоднородности плазмы $L = 0.25 \mu\text{m}$, радиус лазерного пучка $w_L = 1.5 \mu\text{m}$. Угол падения 45° , P -поляризация. Ось лазерного пучка соответствовала $y_0 = 20 \mu\text{m}$ на рис. 1, а. Начальный фронт лазерного импульса был плоским ($z = \text{const}$). Момент времени рис. 1, а соответствовал отражению 8 из 13 периодов лазерного импульса. На рис. 1, а показано продавливание электронной плотности в направлении силы пондеромоторного давления лазерного импульса, где видна асимметрия отражающей поверхности, которая нарастает при увеличении интенсивности, а на рис. 1, б показан вариант модельной аппроксимации численного расчета синей кривой на рис. 1, а.

Тейлоровское разложение профиля плотности рис. 1, а представляет собой параболу:

$$z(y) = -z_e \left(1 - \frac{(y - y_0 - y_e)^2}{(w_L / \cos \theta - y_e \text{sign}(y - y_0 - y_e))^2} \right). \quad (1)$$

Мы предполагаем: $kz_e \ll 1$, $kL \ll 1$, где $k = \omega_L / c = 2\pi / \lambda_L$ — волновой вектор лазерного импульса с частотой ω_L . Смещения z_e, y_e профиля электронной плотности находятся из уравнений баланса сил и потока импульса. Отличной от нуля средней по времени составляющей обладает сила пондеромоторного давления лазерного импульса на электронную плотность мишени: $\mathbf{F} = (e[\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}]) / c$ (на поверхности мишени $B = (a_0(1 + R)m_e \omega c / e)$, где R — коэффициент отражения по амплитуде). Составляющие этой силы уравниваются возникающими из-за сдвига электронной плотности амбиполярными силами. Безразмерная z -компонента амбиполярного электрического поля

$$E_z = Zk \int_{-\infty}^{z_e} (n_i(z) / n_{cr}) dz$$

уравнивается z -компонентой силы светового давления:

$$(R + 1)a_0 \cos \theta = k \int_0^{z_e} (n_i(z) / n_{cr}) dz.$$

Откуда при $n_i(z) = n_{cr} \exp(z/L)$, $z \in [0; L \ln(Zn_{i0}/n_{cr})]$; $n_i(z) = Zn_{i0}$, $z \in [L \ln(Zn_{i0}/n_{cr}); +\infty)$ получаем оценку глубины продавливания поверхности мишени:

$$kz_e = kL \ln \left(1 + \frac{(R + 1)a_0 \cos \theta}{kL} \frac{n_c}{Zn_{i0}} \right)$$

$$\text{при } kL \geq \left(\frac{n_c}{Zn_{i0}} \right)^2 (R + 1)a_0 \cos \theta, \quad (2)$$

$$kz_e = \left(\frac{n_c}{Zn_{i0}} \right) \left((R + 1)a_0 \cos \theta - kL \frac{Zn_{i0}}{n_c} \right)$$

$$\text{при } kL \leq \left(\frac{n_c}{Zn_{i0}} \right)^2 (R + 1)a_0 \cos \theta.$$

Поскольку обычно $Zn_{i0}/n_c > 10^2$, $a_0 < 10^2$, верхняя строка (2) соответствует диапазону масштабов неоднородности L от десятков нанометров и выше, и только для $L \sim$ нескольких нанометров справедлива нижняя строка (2). В дальнейшем будем предполагать выполненным верхнее неравенство. Безразмерная y -компонента силы светового давления уравнивается y -компонентой амбиполярного электрического поля:

$$(R + 1)a_0 \sin \theta = ky_e Zn_i(z_e) / n_{cr},$$

откуда

$$ky_e = \frac{(R + 1)a_0 \sin \theta n_{cr}}{Zn_i(z_e)}. \quad (3)$$

Формулы (1)–(3) определяют модельный профиль поверхности отражения в виде несимметричной параболы. Верхняя строка формулы (2) с точностью до замены $(R + 1) \cos \theta \leftrightarrow 2(1 + \sin \theta)$ совпадает с оценкой работы [4], в которой рассматривалась симметричная форма поверхности отражения ($y_e = 0$). Для достаточно длинных импульсов ($\geq 100 \text{ fs}$) будет существенно смещение ионной плотности вместе с электронной. Для оценки смещения профиля ионной плотности рассмотрим уравнение баланса потока импульса, падающего на мишень лазерного излучения со средней по времени интенсивностью I_L :

$$2n_i m_i v_i^2 = (1 + R)I_L \cos \theta / c.$$

Из уравнения баланса получается дифференциальное уравнение, определяющее положение границы движущихся ионов:

$$\frac{v_i(t)}{c} = \frac{\partial z_i(y, t)}{\partial t} = \sqrt{(a^2(0, y, t))_{T_L}} \sqrt{\frac{(1 + R)m_e n_{cr} \cos \theta}{2Am_i n_i(z_i(y, t))}},$$

где скобками $\langle \rangle_{T_L}$ обозначено усреднение квадрата поля по лазерному периоду T_L . Для экспоненциального профиля плотности в окрестности критической концентрации (точки отражения излучения) $n_i(z) = (n_{cr}/Z) \exp(z/L)$ решение дифференциального уравнения имеет вид

$$z_i = 2L \ln \left(1 + a_0 \tau_L \sqrt{\frac{Zm_e c^2 (R + 1)}{16Am_p L^2 \cos \theta}} \right). \quad (4)$$

Суммарная глубина продавливания мишени получается сложением формул (2) и (4): $z_T = z_e + z_i$, а форма отражающей поверхности определяется соотношением (1) с заменой $z_e \rightarrow z_T$.

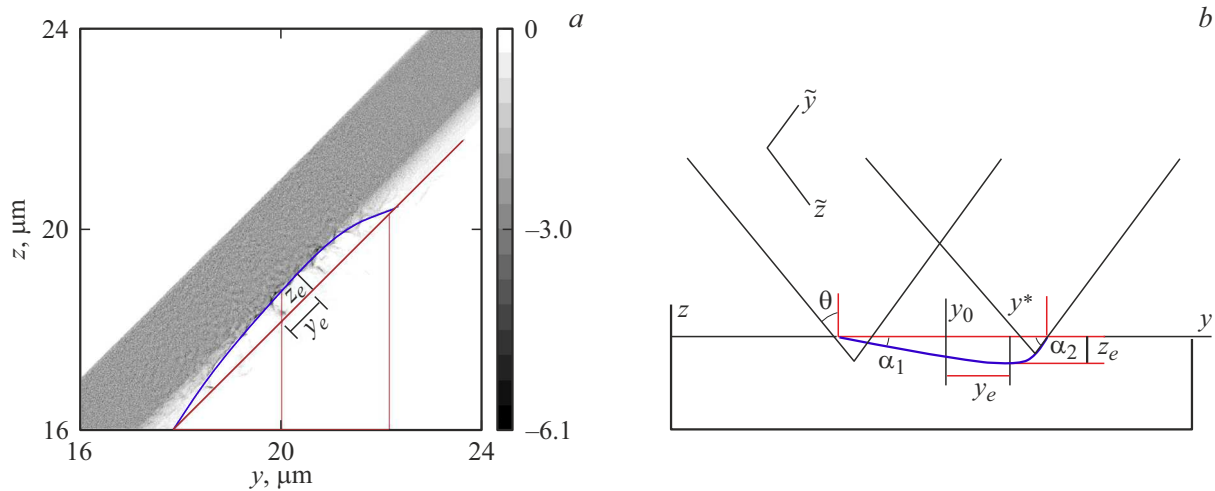


Рис. 1. *a* — численное моделирование профиля электронной плотности при отражении лазерного импульса от плоской мишени; *b* — модельный профиль поверхности отражения.

Отражение лазерного импульса с криволинейным фазовым фронтом от вогнутой мишени

Наклонно падающий лазерный импульс удобно описывать в наклонной системе координат: $\tilde{z} = -z \cos \theta + y \sin \theta$, $\tilde{y} = y \cos \theta + z \sin \theta$, оси которой показаны на рис. 1, *b*. Безразмерный векторный потенциал лазерного поля, распространяющегося по оси \tilde{z} на рис. 1, *b*, в параксиальном приближении вблизи точки фокуса $\tilde{z} = \tilde{z}^*$ имеет вид

$$a(\tilde{z}, \tilde{y}, t) = a_0 \exp\left(-\frac{(\tilde{z} - ct)^2}{c^2 \tau_L^2}\right) \sqrt{\frac{w_L}{w(\tilde{z} - \tilde{z}^*)}} \times \exp\left(-\frac{\tilde{y}^2}{w(\tilde{z} - \tilde{z}^*)^2}\right) \cos\left(k(\tilde{z} - \tilde{z}^*) - \omega t - \frac{k\tilde{y}^2}{2\sigma(\tilde{z} - \tilde{z}^*)} + \eta(\tilde{z} - \tilde{z}^*)\right), \quad (5)$$

$$w(\tilde{z}) = w_L \sqrt{1 + \frac{\tilde{z}^2}{z_R^2}}, \quad \sigma(\tilde{z}) = \tilde{z} + \frac{z_R^2}{\tilde{z}},$$

$$\eta(\tilde{z}) = 0.5 \operatorname{atan}\left(\frac{\tilde{z}}{z_R}\right).$$

Здесь $w_L = w(\tilde{z} = \tilde{z}^*)$ — минимальная полуширина лазерного пучка, $z_R = (kw_L^2)/2$ — длина Релея, $a_0 = eE_L/m\omega c$, τ_L — соответственно безразмерная амплитуда и временная длительность лазерного импульса. Функция $w(\tilde{z})$ описывает локальную (в точке \tilde{z}) полуширину лазерного пучка, функция $\sigma(\tilde{z})$ — локальный радиус кривизны фазового фронта. При воздействии лазерного импульса (5) на непрозрачную квазинейтральную плазму с начальным профилем плотности частиц $n_e(z) = Zn_i(z) = Zn_{i0} \exp(-z/L)$ происходит продавливание электронной и ионной плотностей, в результате

чего электроны смещаются на расстояния z_e, y_e по осям (z, y) и отражение происходит от профиля плотности (1). При наклонном падении *P*-поляризованного лазерного импульса на мишень на её поверхности возникает периодическая структура участков, в которых нормальная компонента электрического поля экстрагирует электроны с поверхности в вакуум [6]. В результате возникают электронные струи (джеты), видимые, например, на рис. 1, *b*, а сама поверхность отражения становится волнистой. Состоящий из двух ветвей парабол профиль плотности (1) обладает двумя фокусными расстояниями $f_{p1,2}$, характерным средним фокусным расстоянием f_{pi} и расстоянием между фокусами δf_p :

$$f_{p1,2} = \frac{(w_L / \cos \theta \pm y_e)^2}{4z_T}, \quad f_{pi} = \frac{f_{p1} + f_{p2}}{2},$$

$$\delta f_p = f_{p1} - f_{p2} \approx \frac{y_e w_L}{z_T \cos \theta}. \quad (6)$$

Формулы (6) для оценки параметров фокусировки криволинейной поверхностью будут справедливы с точностью до численного множителя для отражающей поверхности произвольной формы, поскольку углы $\alpha_{1,2}$ на рис. 1, *b* оцениваются как $\alpha_{1,2} \approx z_T / (w_L / \cos \theta \pm y_e)$, а $f_{p1,2}$ — соответственно как $(w_L / \cos \theta \pm y_e) \alpha_{1,2} = (w_L / \cos \theta \pm y_e)^2 / z_T$, и от формы поверхности зависит только численный коэффициент в этой оценке. В Приложении 1 случай треугольного углубления плазмы рассмотрен более аккуратно и вычислено фокусное расстояние для такого профиля.

На рис. 2, *a* оранжевым цветом приведена кривая (6) для $a_0 = 2.2$, синим цветом — кривая для $a_0 = 0.7$. Кружками и квадратами соответствующего цвета показаны данные расчета [7], когда $z_T \approx z_e$, $\theta = 0$ и $z^* = 0$. Видно, что для $a_0 > 1$ оценка (6) фокусного расстояния адекватно описывает данные численного моделирования, и фокусное расстояние для малых углов прогиба $\alpha_{1,2}$ с

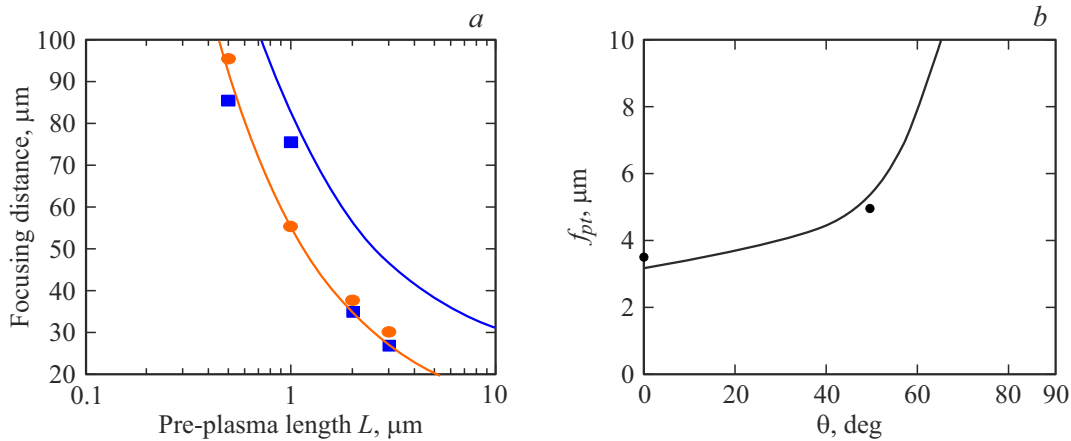


Рис. 2. (а) Зависимость фокусного расстояния f_{pt} от масштаба неоднородности плазмы лазерной мишени $\text{Si}^{+12}\text{O}^{+6}$ плотностью $Zn_{i0} = 50n_c$ для интенсивностей лазерного импульса 10^{18} W/cm^2 ($a_0 = 0.7$) — синяя кривая и 10^{19} W/cm^2 ($a_0 = 2.2$) — оранжевая кривая, кружки и квадраты — данные PIC-расчета [7]. (б) Зависимость фокусного расстояния f_{pt} от угла падения θ : сплошная линия — формула (6) для f_{pt} , точки — результаты расчетов для лазерной интенсивности 10^{22} W/cm^2 , мишень Au^{+50} , $n_{i0} = 6 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, $L = 0.25 \mu\text{m}$, $w_L = 2.5 \mu\text{m}$.

точностью до множителя порядка единицы не зависит от выбора функционального вида профиля плотности плазмы. В Приложении 1 рассмотрен треугольный профиль поверхности отражения и показано, что формула (6) для фокусного расстояния справедлива и для такого профиля. На рис. 2, б показано, что зависимость фокусного расстояния f_{pt} от угла падения θ в формуле (6) также соответствует данным численного моделирования.

Фокусировка генерируемых гармоник

Отраженный импульс в отличие от падающего содержит набор высокочастотных гармоник с длинами волн $\lambda_n = \lambda_L/n$. Гармоники возникают за счет релятивистского движения отражающей электронной поверхности. Гармоники суммируются в последовательность коротких интенсивных импульсов (аттоимпульсов), показанных ниже. Номера гармоник занимают интервал $n \in [1; n_{\text{max}}]$. Номер n_{max} максимальной отраженной гармоники можно получить из [8], где оценивается длительность τ_{atto} аттоимпульса, отраженного от толстой мишени с резкой границей. Очевидно, что $n_{\text{max}} \approx T_L/2\tau_{\text{atto}}$, взяв из [8] формулу для τ_{atto} , получим следующую оценку:

$$n_{\text{max}} \approx \frac{a_0^2 N (1 - \sin \theta)}{2C \cos^2 \theta} \left(\sin \theta + 4 \cos^3 \theta \sqrt{\frac{N^2}{a_0^2} - \frac{a_0^2 \sin^2 \theta}{N^2 (1 - \sin \theta)^2}} \right), \quad (7)$$

$$N = \frac{n_e}{n_{\text{cr}}}, \quad a_0 > 1, \quad \frac{a_0}{N} < 1,$$

где $C \sim 1$ — численная константа. Применимость условия резкой границы накладывает ограничение на масштаб неоднородности плазмы $kL \leq (\frac{n_c}{Zn_{i0}})^2 (R + 1) a_0 \cos \theta$

(нижняя строка (2)). При невыполнении условия резкой границы (рассматриваемый нами случай) безразмерная концентрация N в формуле (7) берется на поверхности отражения:

$$N = \frac{n_e(z_e)}{n_{\text{cr}}} = \begin{cases} \exp(z_e/L), & z_e \leq L \ln(Zn_{i0}/n_{\text{cr}}) \\ Zn_{i0}/n_{\text{cr}}, & z_e L \ln(Zn_{i0}/n_{\text{cr}}) \end{cases}$$

в результате чего появляется зависимость n_{max} от масштаба неоднородности $n_{\text{max}}(L)$. Формула (7) справедлива для плоской поверхности, криволинейность вносит малый вклад и может быть учтена введением локального угла падения $\tilde{\theta}(y) = \theta + \text{atan}(dz(y)/dy)$ и последующим усреднением по координате y в пределах лазерного пятна на поверхности плазмы

$$(2w_L/\cos \theta)^{-1} \int_{-w_L/\cos \theta}^{w_L/\cos \theta} n_{\text{max}}(\tilde{\theta}(y)) dy.$$

Поскольку угол наклона поверхности мал $dz(y)/dy < 1 \forall y$, процедура усреднения при $\theta \sim 1$ практически не изменит значения (7). При $\theta \ll 1$ разложение (7) в ряд Тейлора выглядит как

$$n_{\text{max}} \approx \frac{2a_0 N^2}{C} \left(1 + \theta \left(\frac{a_0}{4N} - 1 \right) + \dots \right),$$

и процедура усреднения по углу сведется к изменению коэффициента у линейного по θ слагаемого, т.е. также практически не изменит (7). Отметим, что существует оптимальное отношение a_0/N , при котором амплитуды гармоник $cn \sim n_{\text{max}}$ максимальны. В работе [8] показано, что интервал $1/4 < a_0/N < 1$ и углы падения $45^\circ \leq \theta \leq 70^\circ$ оптимальны с точки зрения амплитуды и длительности аттоимпульса, сформированного высокочастотными гармониками.

Размер $2w_{rn}$ фокальной перетяжки n -й гармоники аттоимпульса отличается от размера $2w_L$ перетяжки падающего импульса и чувствителен к функциональному виду профиля $z(y)$ отражающей поверхности. Для параболического профиля можно достичь дифракционного предела фокусировки $w_{rn}: f_{pt}\lambda_n/w_L$. При форме профиля, отличной от параболической, размер фокальной перетяжки будет превосходить дифракционный предел, например, для треугольного профиля плотности размер фокальной перетяжки $2w_{rn}: w_L + y_e$ (Приложение 1 (п9)).

Амплитуда n -й гармоники аттоимпульсов в точке фокусировки отраженного лазерного импульса может быть оценена следующим образом. Из (5) следует, что амплитуда падающего импульса на поверхности мишени $a_0(1 + 4k^2z^{*2}/k^4w_L^4 \cos^2 \theta)^{-1/4}$. Распределение по номеру n амплитуд a_{rn} аттоимпульса на поверхности мишени степенное [8]:

$$a_{rn}|_{z \approx 0} \approx Ra_0 \frac{n^{-p/4+1}(1 + 4k^2z^{*2}/k^4w_L^4 \cos^2 \theta)^{-1/4}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{n_{\max}} n^{-p/2+1}}}, \quad (8)$$

где показатель p спектра зависит от параметров мишени, в том числе от масштаба неоднородности. Знаменатель в (8) обеспечивает правильную нормировку амплитуд гармоник так, чтобы

$$R_2 = \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{rn}^2 (1 + (4k^2z^{*2}/k^4w_L^4 \cos^2 \theta)^{1/2}/a_0^2)$$

был коэффициентом отражения от мишени по мощности. Для толстых мишеней с резкой границей в различных работах приводились близкие оценки $p \in [2.5; 3]$ [9,10]. В дальнейшем мы будем использовать $p \approx 2.5$. В работе [4] показано, что характерный радиус пятна, генерирующего гармоники аттоимпульса для n ($n_{\max} \gg 1$), составляет $w_{ef} \approx 0.7w(z^*) = 0.7w_L \sqrt{1 + z^{*2}/z_R^2}$. На расстоянии f_{pt} площадь пятна n -й гармоники составит $S_{rn} = \pi w_{rn}^2$ (w_{rn} — радиус пятна n -й гармоники в точке фокуса). Соответственно амплитуда a_{rn} гармоники отраженного импульса в точке фокуса определится отношением площадей и составит

$$\begin{aligned} \frac{a_{rn}}{a_0} &= \frac{Rw_{ef}}{w_{rn}} \frac{n^{-p/4+1}(1 + 4k^2z^{*2}/k^4w_L^4 \cos^2 \theta)^{-1/4}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{n_{\max}} n^{-p/2+1}}} \\ &\approx \frac{0.7Rw_L \sqrt{1 + z^{*2}/z_R^2} n^{-p/4+1}}{(1 + 4k^2z^{*2}/k^4w_L^4 \cos^2 \theta)^{-1/4} w_{rn} \sqrt{\sum_{n=1}^{n_{\max}} n^{-p/2+1}}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Формула (9) позволяет сделать оценку амплитуды n -й гармоники аттоимпульса в точке фокуса при заданной настройке положения точки z^* фокусировки лазерного пучка перед мишенью и масштаба неоднородности L лазерной плазмы (с учетом $n_{\max}(L)$). Интенсивность отраженного излучения высокочастотных гармоник ($n > n^*$)

в точке фокуса $I_{\text{focus}}(n^*)$ определится формулой:

$$\frac{I_{\text{focus}}(n^*)}{I_0} = \frac{\sum_{n^*}^{n_{\max}} (a_{rn})^2}{a_0^2}, \quad (10)$$

где $I_0 = m_e^2 c^3 \omega_L^2 a_0^2 / 4\pi e^2$ — интенсивность падающего импульса.

Для уточнения w_{rn} заметим, что профиль отражающей поверхности соответствует локальному равенству в точках поверхности давления горячих электронов $n_e(y, z)T_e$ и пондеромоторного давления лазерного поля. При оценке температуры горячих электронов $T_e \approx mc^2(\sqrt{1 + \langle a^2(y, z, t) \rangle_{T_L}} - 1)$ получается, что профиль электронной плотности повторяет профиль распределения лазерного поля на поверхности плазмы:

$$\begin{aligned} \frac{n_e(y, z)}{n_{cr}} &\approx \frac{\langle a^2(y, z, t) \rangle_{T_L}}{4\pi \left(\sqrt{1 + \langle a^2(y, z, t) \rangle_{T_L}} - 1 \right)} \\ &\rightarrow \frac{\sqrt{\langle a^2(y, z, t) \rangle_{T_L}}}{4\pi} \text{ при } a^2 \gg 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Отметим, что поле и электронная плотность самосогласованы, и $\langle a^2(y, z, t) \rangle_{T_L}$ в (11) зависит от распределения плотности n_e . Для оценок можно взять $\langle a^2(y, z, t) \rangle_{T_L}$ падающего импульса (5) (гауссов профиль в системе y', z'), и тогда оценка профиля $n_e(y, z)$ также будет гауссовой. Вблизи максимума распределение Гаусса аппроксимируется параболой, при фокусировке которой достигается дифракционный предел фокусировки $w_{rn}: 2\pi f_{pt}/nk w_{ef}$. Возможность фокусировки в малую область $w_{rn_{\max}} \sim \lambda_L/n_{\max}$ (при $f_{pt} \sim w_{ef}$) на искусственно приготовленной параболической отражающей поверхности и получение при $n_{\max} \gg 1$ интенсивностей I_{focus} , достигающих швингеровского предела (пробой вакуума), рассмотрена в работах [4,10]. Наклонное падение при самофокусировке приводит к асимметрии ветвей параболы (сдвигу на y_e (3) нижней точки параболы относительно оси падающего пучка), что приводит к размытию фокусного расстояния на δf_p . Если величина δf_p меньше длины Релея n -й гармоники $\delta f_p < \pi f_{pt}^2 \lambda_n / w_{ef}^2$, то сохраняется дифракционный предел оценки радиуса пятна фокусировки. В обратном случае $\delta f_p > \pi f_{pt}^2 \lambda_n / w_{ef}^2$ минимальный радиус пятна фокусировки n -й гармоники $w_{rn} \approx \sqrt{\delta f_p \lambda_n}$.

На рис. 3 приведена зависимость безразмерной интенсивности высокочастотных гармоник в фокусе $I_{\text{focus}}(n^* = n_{\max}/2)/I_0$ как функции масштаба неоднородности L для лазерной интенсивности $I_0 = 10^{22}$ W/cm², $w_L = 2.5 \mu\text{m}$, мишени Au⁺⁵⁰, $n_{i0} = 6 \cdot 10^{22}$ cm⁻³ в случае, когда $w_{rn} \approx \sqrt{\delta f_p \lambda_n}$. Видно, что фокусировка несимметричной параболой позволяет увеличить интенсивность „хвоста“ спектра отраженного импульса ($n > n_{\max}/2$) вплоть до интенсивности падающего импульса I_0 . Отметим, что при фокусировке симметричной параболой ($w_{rn}: 2\pi f_{pt}/nk w_{ef}$) максимальное значение $I_{\text{focus}}(n^* = n_{\max}/2)/I_0$ на рис. 3 увеличилось бы до ≈ 40 .

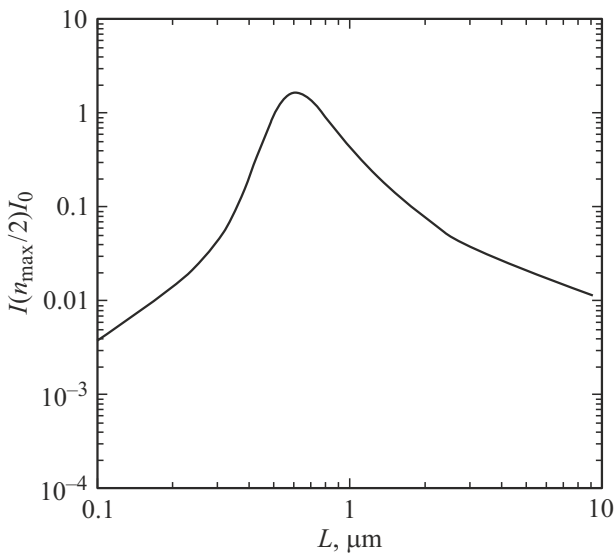


Рис. 3. Зависимость безразмерной интенсивности высокочастотных гармоник в фокусе $I_{\text{focus}}(n^* = n_{\text{max}}/2)/I_0$ от масштаба неоднородности L при лазерной интенсивности $I_0 = 10^{22} \text{ W/cm}^2$, $w_L = 2.5 \text{ }\mu\text{m}$, мишени Au^{+50} , $n_{i0} = 6 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, $w_{rn} \approx \sqrt{\delta f_p \lambda_n}$. Остальные параметры мишени и лазерного импульса приведены на рис. 2.

Вдали от максимума падающего гауссова импульса (5) аппроксимация гауссова распределения близка к линейной. Таким образом, распределение интенсивности в фокальной перетяжке отраженного импульса должно содержать яркое пятно в центре и периферию, на которой интенсивность в несколько раз превосходит интенсивность падающего лазерного импульса. Также отметим, что угловая расходимость отдельной гармоники $\theta_n \sim w_{rn}/f_{pt} \sim \lambda_L/nw_L$, как и полуширина w_{rn} , падают с увеличением n . Соответственно наиболее высокочастотные гармоники, составляющие аттоимпульсы, распространяются ближе к оси отраженного пучка. При наличии селекции по углу отраженного импульса можно отделить высокочастотную часть спектра. Подобная селекция была проведена в работе [11], где подавление низкочастотных гармоник за счет угловой селекции привело к более плоскому спектру для части отраженного импульса, распространяющейся непосредственно по оси отраженного пучка на рис. п1.

Для проверки и калибровки формул (9), (10) в Приложении 2 приведены данные численного моделирования [6] $I_{\text{focus}}(n^* = 1)/I_0$ безразмерной лазерной интенсивности в точке фокусировки всех гармоник отраженного лазерного пучка как функции масштаба неоднородности плазмы L для параметров лазерного импульса и мишени, приведенных на рис. 2. Эти данные сравнивались с формулами модели (9), (10), использовались треугольный и трапецеидальный (с равной длиной звеньев) профили поверхности мишени. Зависимость интенсивности отраженного излучения от масштаба неоднородности L , как и рис. 3, обладает локальным макси-

мумом, который объясняется следующим образом. При $L = 0$ поверхность отражения плоская и фокусировки не происходит $w_{rn} \approx w_L$ (при этом $I_{\text{focus}}(n^* = 1)/I_0 = R^2$). С ростом L происходит фокусировка и $w_{rn} \ll w_L$. При больших L падает значение N в (7), что приводит к уменьшению n_{max} (числа слагаемых в сумме (10)) и уменьшению интенсивности в точке фокуса. В результате на рис. 3 и рис. п3 получается зависимость с максимумом.

Численное моделирование фокусировки лазерного пучка с криволинейным фазовым фронтом

Для проверки вышеприведенных оценок фокусного расстояния и параметров фокусировки отраженного импульса были выполнены 2D PIC-расчеты. Отметим, что 2D-расчет происходит в узком интервале значений недействующей третьей координаты, по которой в реальной ситуации (3D-расчет) также происходит фокусировка. Соответственно степень фокусировки в 2D-расчете будет заведомо занижена по сравнению с 3D-расчетом. Можно оценить степень фокусировки 3D-варианта расчетов (который недоступен в силу ограниченных вычислительных возможностей) как квадрат степени фокусировки в 2D-расчетах. В 2D-расчете лазерная интенсивность составляла 10^{22} W/cm^2 , длина волны 800 nm , мишень Au^{+50} , плотностью $6 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$. Масштаб экспоненциальной неоднородности плотности на лицевой стороне был выбран $0.25 \text{ }\mu\text{m}$, толщина мишени $3.5 \text{ }\mu\text{m}$. Радиус (полуширина) лазерного пучка $w_L = 2.5 \text{ }\mu\text{m}$. Шаг расчета 4 nm по пространственным координатам и 1.3 as по времени, число частиц в ячейке 30 для ионов и 90 для электронов. Длительность импульса ($\sim \exp(-(z - ct)^2/z_L^2)$) с $z_L = 5.25 \text{ }\mu\text{m}$. Всего импульс содержал $2 \times 5.25/0.8 = 13$ периодов. Длина Релея в формуле (5), которой задавался импульс, $z_R = \pi w_L^2/\lambda_L \approx 9 \text{ }\mu\text{m}$. Угол падения на мишень $\theta = 45^\circ$, p -поляризация. В начальный момент моделирования центр импульса находился на расстоянии $|z^*| = 9 \text{ }\mu\text{m}$ перед мишенью. Таким образом, параметр $z^*/z_R \approx -1$ на рис. 1. Если бы импульс распространялся свободно (отражался идеально), его полуширина на дистанции пробега l составила бы $w(l) = 1.5\sqrt{1 + l^2/9^2} \text{ }\mu\text{m}$. Если импульс прошел $9 \text{ }\mu\text{m}$ до мишени и еще $9 \text{ }\mu\text{m}$ после, то его полуширина должна возрасти более, чем в 2 раза. При реальном отражении за счет продавливания электронной плотности образуется фокусирующее „зеркало“, способное уменьшить ширину импульса и даже сфокусировать его. Согласно формулам (6) модели, фокусное расстояние такого зеркала $f_{pt} \approx 5 \text{ }\mu\text{m}$ для масштаба неоднородности $L = 250 \text{ nm}$ в формулах (2), (4). Профиль плотности мишени в момент отражения максимума интенсивности падающего импульса ($t = 32 \text{ fs}$) показан на рис. 4, а. На рис. 4, б показаны лазерные импульсы — падающий при $t = 0$ (вставка внизу) и

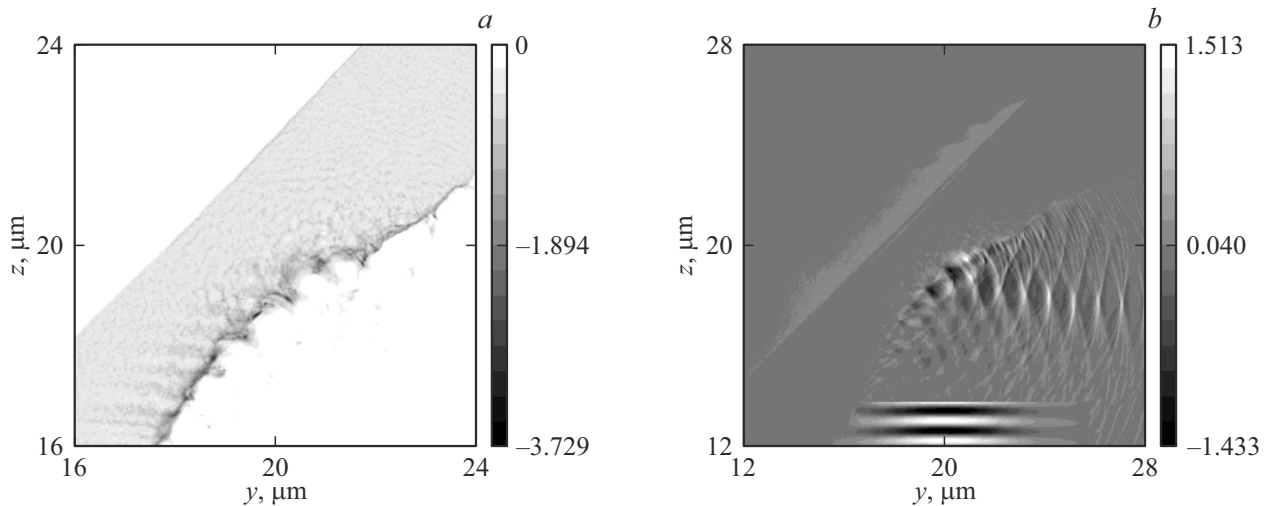


Рис. 4. *a* — профиль электронной плотности, шкала плотности в единицах начальной плотности Zn_{i0} , отрицательный знак соответствует отрицательному заряду электрона; *b* — электрическое поле падающего импульса при $t = 0$ (вставка внизу) и отраженного импульса при $t = 42$ fs для мишени толщиной $3.5 \mu\text{m}$ и масштаба неоднородности $0.25 \mu\text{m}$. Шкала напряженности поля справа в единицах амплитуды падающего импульса.

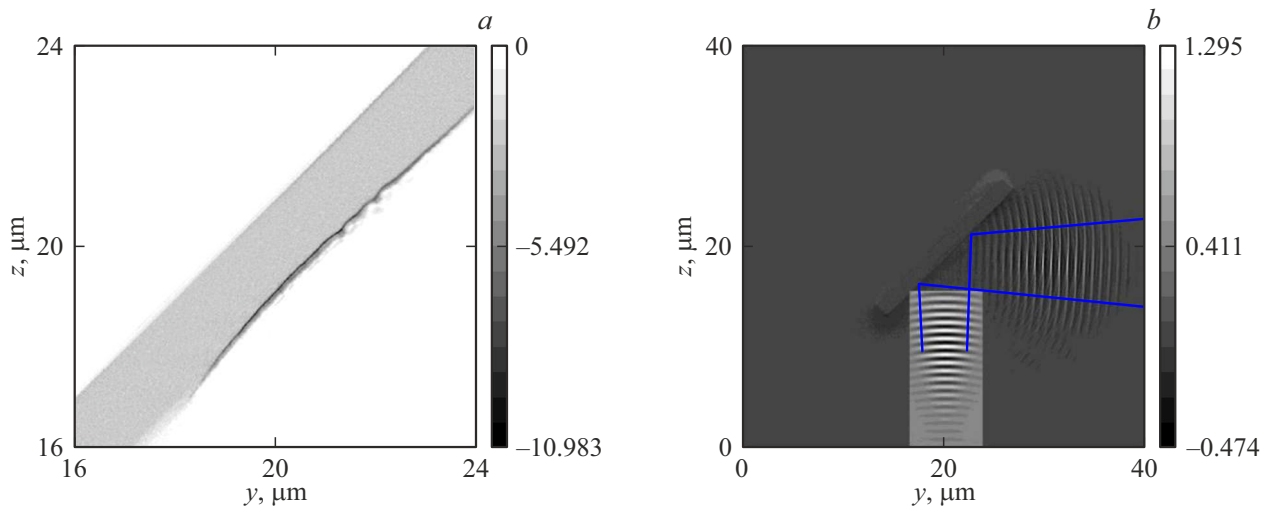


Рис. 5. *a* — профиль электронной плотности на момент времени 90 fs (45 fs после отражения первого лазерного импульса от мишени), шкала плотности в единицах начальной плотности Zn_{i0} , отрицательный знак соответствует отрицательному заряду электрона, темной линией выделена поверхность критической плотности (отражающая поверхность), $I_L = 6.7 \cdot 10^{19} \text{ W/cm}^2$, $\tau_L = 33$ fs, мишень SiO_2 , $n_{i0} = 2 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, Si^{+12} , O^{+8} , $L = 0.25 \mu\text{m}$, $w_L = 1.5 \mu\text{m}$; *b* — электрическое поле второго импульса (параметры совпадают с параметрами первого), падающего на мишень в момент времени $t = 108$ fs и полностью отразившейся при $t = 160$ fs. Шкала напряженности поля справа в единицах амплитуды падающего импульса.

отраженный при $t = 42$ fs (момент отражения середины импульса). Эффективное фокусное расстояние на рис. 4, *b* составляет $\approx 4 \mu\text{m}$, что соответствует приведенной выше оценке $f_{\text{eff}} \approx 5 \mu\text{m}$. Также на рис. 4, *b* поперечный размер области фокусировки составляет $2 \mu\text{m}$ при начальном поперечном размере пучка $2w_L = 5 \mu\text{m}$. Рис. 4, *b* показывает, что в процессе отражения происходит смещение отражающей поверхности: „голова“ и „хвост“ отраженного сфокусированного импульса на рис. 4, *b* смещены по оси z относительно друг друга. Динамика отражающей поверхности порождает видимые

на рис. 4, *b* пересекающиеся фронты от различных участков поверхности отражения. Из-за этого полуширина области фокусировки превышает дифракционный предел (отражение идеальной параболой) и наиболее адекватно оценивается моделью треугольного профиля плотности — формулой (п9) Приложения 1. Эта формула дает $|CD| \approx 2.8 \mu\text{m}$, что близко к $2 \mu\text{m}$ рис. 4, *b*. Интенсивность отраженного излучения в области фокусировки на рис. 4, *b* составляет ~ 3 от интенсивности падающего. В 3D-варианте расчетов степень фокусировки возросла бы до ~ 10 , что сравнимо с данными 3D-моделирования

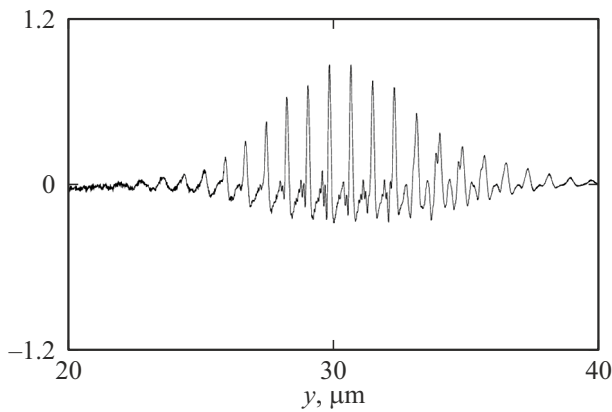


Рис. 6. Электрическое поле на оси отраженного второго импульса ($z = 19 \mu\text{m}$ на рис. 5, *b*). Длительность полупериода поля на половине высоты составляет 54 nm . Шкала напряженности поля по оси ординат в единицах амплитуды падающего импульса.

работы [12], полученными при сравнимых параметрах лазерного импульса и мишени. Следует отметить, что оценка методами геометрической оптики предполагает идеальное качество отражающей поверхности и не учитывает отражение, отличное от зеркального и присутствующее в нашем случае. Формула (10) дает для параметров рис. 4 $n_{\text{max}} \approx 350$ и длительность импульса несколько аттосекунд.

Двухимпульсная схема отражения

Расчеты показывают, что формирование вогнутого „зеркала“ продолжается на больших расстояниях после отражения первого импульса за счет движения волны плотности внутрь мишени. На рис. 5 показан профиль электронной плотности на момент времени 90 fs для расчета рис. 1, *a*, когда отраженный импульс вышел из бокса моделирования. На рис. 5, *b* показано, что при $y = 30 \mu\text{m}$ второй импульс прошел $57 \mu\text{m}$ от точки старта, а его дифракционная расходимость соответствует синим линиям. Сравнение рис. 1, *a* и рис. 5, *b* показывает, что поверхность локального увеличения плотности на временах $\sim 100 \text{ fs}$ имеет более гладкий профиль, сохраняет вогнутость и имеет резкую границу на рис. 5, *a*. Электронные джеты, видимые на рис. 1, *a* и рис. 4, *a*, диссипируют после окончания первого импульса, и поверхность отражения сглаживается. Соответственно, если на мишень рис. 5 снова подать лазерный второй импульс, то его степень фокусировки может быть улучшена. На рис. 5, *b* показана фокусировка второго импульса, который отстает от первого на 108 fs и отражается от профиля плотности рис. 5, *a*. Сравнение рис. 4, *a* и рис. 5, *b* показывает, что второй импульс по сравнению с первым подходит к мишени уширенным из-за дифракционной расходимости и с выпуклым фронтом. Фокусировка на рис. 5, *b* приводит к тому, что фронт

отраженного второго импульса становится плоским (вогнутым). Максимальная амплитуда отраженного второго импульса составляет 1.3 в единицах амплитуды падающего второго импульса. Рассеянное излучение второго импульса на рис. 6 обладает строгой периодической структурой и не содержит хаотической части, видимой на рис. 4, *b*. Для оценок параметров профиля отражающей поверхности рис. 5, *a* можно использовать формулу (4), при этом в (4) длительность лазерного импульса τ_L нужно заменить на время задержки $\Delta t = 108 \text{ fs}$ между импульсами, и глубина прогиба профиля $z_T \approx z_i$. Оценки фокусного расстояния по формуле (6) дают в этом случае $f_{pt} \approx 13 \mu\text{m}$, что соответствует фокусному расстоянию $\sim 10 \mu\text{m}$ на рис. 5, *b*. Электрическое поле на оси отраженного второго импульса ($z = 19 \mu\text{m}$ на рис. 6) показано на рис. 6. Сравнение аттоимпульсов, сгенерированных первым и вторым лазерными импульсами, показывает, что максимальная амплитуда аттоимпульсов второго лазерного импульса выше, а длительность короче в ~ 4 раза. Таким образом, профилем фокусирующей поверхности можно управлять не только изменяя масштаб неоднородности плотности лицевой стороны или изменением лазерной интенсивности единственного импульса, но и использованием двухимпульсной схемы. В такой схеме первый импульс формирует криволинейную поверхность отражения с высокой плотностью, а второй импульс генерирует набор аттоимпульсов и фокусируется. Рисунок 6 показывает, что двухимпульсная схема генерирует аттоимпульсы большей амплитуды и меньшей длительности, т.е. характеризуется более высоким качеством аттоимпульсов.

Заключение

Отраженный от плазменной мишени аттоимпульс, содержащий высокочастотные гармоники, может быть сфокусирован не только с помощью предварительно созданной вогнутой поверхности, но и самосогласованным образом. В последнем случае прогиб поверхности возникает за счет силы давления лазерного излучения, а параметры фокусировки получившегося вогнутого зеркала определяются масштабом неоднородности лазерной плазмы, точкой фокусировки падающего импульса и лазерной интенсивностью. Масштаб неоднородности плазмы зависит от интенсивности и длительности лазерного предимпульса, и подбором этих параметров можно менять кривизну отражающей поверхности, компенсировать дифракционную расходимость (кривизну фронта) основного импульса и отнести фокус отраженного импульса на заданное расстояние. Вместо изменения масштаба неоднородности (изменения параметров предимпульса) можно менять положение точки фокусировки падающего пучка относительно поверхности мишени (т.е. передвигать мишень) и также добиться заданного положения точки фокусировки отраженного пучка. За счет фокусировки можно получить интенсивность

высокочастотных гармоник отраженного импульса на уровне интенсивности падающего лазерного импульса. Высокочастотные гармоники обладают меньшей дифракционной расходимостью, и на больших расстояниях возможна угловая селекция: разделение низкочастотной и высокочастотной частей отраженного импульса. Высокочастотные гармоники суммируются в последовательность коротких интенсивных импульсов (аттоимпульсов), поэтому возможно отделение аттоимпульсов для целей рентгенографии с высоким временным разрешением. Вогнутая отражающая поверхность продолжает формироваться и после отражения первого лазерного импульса. Качество такой поверхности лучше, чем во время действия импульса. Сформированное таким образом зеркало обладает готовым плотным тонким электронным слоем, оптимальным для повторной генерации аттоимпульсов. В результате второй отраженный от мишени импульс характеризуется более качественной фокусировкой (большей амплитудой и меньшей длительностью аттоимпульсов).

Финансирование работы

Данная работа выполнена при поддержке гранта РФФ 23-12-00012. Для проведения численных расчетов использовался компьютерный кластер „Политехник-РСК Торнадо“ Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

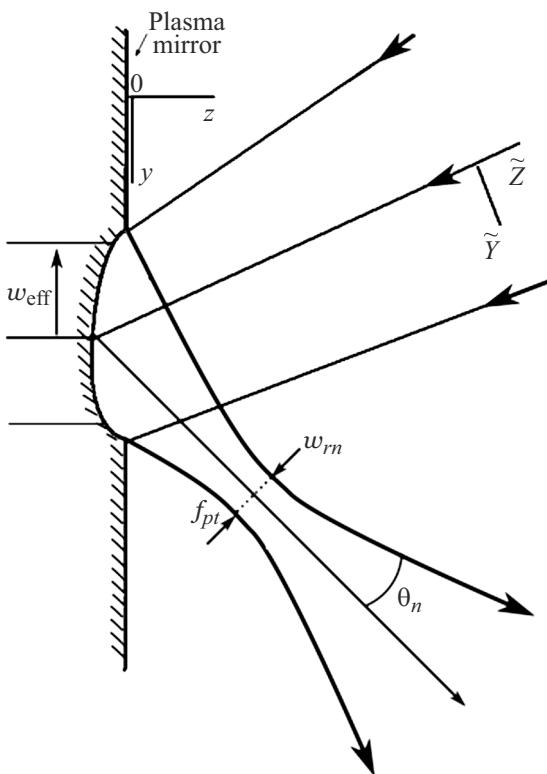


Рис. п1. Фокусировка отраженного лазерного импульса вогнутой самосогласованной плазменной поверхностью отражения.

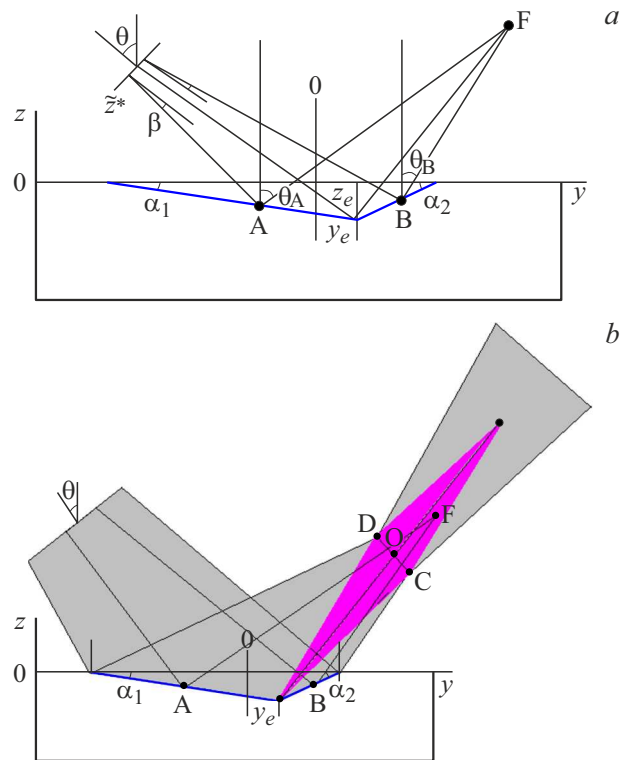


Рис. п2. a — фокусировка в приближении прямолинейно распространяющихся лучей. b — область каустики (сиреневый цвет) и расположение точки O — фокусировки отраженного пучка, серым цветом показано падающее и отраженное лазерное поле.

Приложение 1

Наклонно падающий импульс (5), обладающий кривизной фронта, фокусируется неидеальным вогнутым зеркалом с размытым на δf_p фокусным расстоянием, как это показано на рис. п1. Аппроксимируем численное моделирование поверхности отражения рис. 1, a треугольным профилем, как это показано на рис. п2, a, b. Величины углов на рис. п2 определяются очевидными формулами, в частности, углы наклона поверхности

$$\alpha_1 \approx \tan \alpha_1 = \frac{z_T}{\frac{w_L}{\cos \theta} + y_e},$$

$$\alpha_2 \approx \tan \alpha_2 = \frac{z_T}{\frac{w_L}{\cos \theta} - y_e}. \tag{п1}$$

Угол β расходимости лазерного пучка после перетяжки

$$\beta \approx \frac{z^*}{z_R \cos \theta}, \tag{п2}$$

где z^* — высота точки фокусировки лазерного пучка над поверхностью мишени. В результате отражения лучи AF и BF распространяются под углами $\theta_{A,B}$ к нормали, определяемыми формулами

$$\theta_A = \theta - \beta + 2\alpha_1,$$

$$\theta_B = \theta + \beta - 2\alpha_1. \quad (\text{п3})$$

Точка F пересечения лучей AF и BF имеет координаты

$$z_F = \frac{w_L(\cot \theta_A \tan \alpha_2 - \cot \theta_B \tan \alpha_1)}{\cos \theta(\cot \theta_A - \cot \theta_B)} + \frac{y_A \cot \theta_B(\cot \theta_A - \tan \alpha_1) - y_B \cot \theta_A(\cot \theta_B + \tan \alpha_2)}{\cot \theta_A - \cot \theta_B},$$

$$y_F = \frac{w_L(\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1)}{\cos \theta(\cot \theta_A - \cot \theta_B)} + \frac{y_A(\cot \theta_A - \tan \alpha_1) - y_B(\cot \theta_B + \tan \alpha_2)}{\cot \theta_A - \cot \theta_B},$$

$$y_A \in \left[-\frac{w_L}{\cos \theta}; y_e\right], \quad y_B \in \left[y_e; \frac{w_L}{\cos \theta}\right]. \quad (\text{п4})$$

Здесь $y_{A,B}$ — координаты точек A, B на оси y . При независимом изменении положения точек A и B на отражающей поверхности (т.е. при независимом изменении координат $y_{A,B}$ в указанном (п4) диапазоне) точка F закрасит область каустики, показанную на рис. п2, *b* сиреневым цветом. Отраженный пучок имеет наименьший поперечный размер в точке O с координатами

$$z_O = \frac{w_L}{\cos \theta(\tan \theta_A - \tan \theta_B)},$$

$$y_O = \frac{w_L}{2 \cos \theta} + \frac{w_L}{\cos \theta \left(\frac{\tan \theta_A}{\tan \theta_B} - 1\right)}. \quad (\text{п5})$$

Соответственно фокусное расстояние зеркальной формы составит

$$f_{pt} = \sqrt{z_O^2 + y_O^2} = \frac{w_L \sqrt{1 + (\tan \theta_A + \tan \theta_B)^2/4}}{\cos \theta(\tan \theta_A - \tan \theta_B)}. \quad (\text{п6})$$

При условии $\theta \gg \alpha_{1,2}, \beta$ и $\alpha_{1,2} \ll 1, \beta \ll 1$ формула для фокусного расстояния упрощается и тейлоровское разложение по малым $\alpha_{1,2} \ll 1, \beta \ll 1$ выглядит как

$$f_{pt} \approx \frac{w_L}{2(\alpha_1 + \alpha_2 - \beta)} = \frac{w_L}{\frac{2(z_T/(w_L/\cos \theta + y_e) + z_T/(w_L/\cos \theta - y_e) - z^*/z_R \cos \theta)}. \quad (\text{п7})$$

Для целей рентгенографии с аттосекундным временным разрешением фокусное расстояние f_{pt} должно быть большим и достигать по крайней мере сотен микрометров. Формула (п7) позволяет в этом случае определить диапазон точек фокусировки падающего пучка z^* , обеспечивающий превышение заданного значения фокусного расстояния f_{pt} отраженного пучка. В интервале точек фокусировки падающего импульса

$$z^* \in \left[\frac{2w_L z_T z_R}{w_L^2/\cos^2 \theta - y_e^2} - \frac{w_L z_R \cos \theta}{2f_{pt}}; \frac{2w_L z_T z_R}{w_L^2/\cos^2 \theta - y_e^2} \right] \quad (\text{п8})$$

отраженный лазерный импульс будет сфокусирован на расстояниях, превышающих f_{pt} . Точка фокусировки при этом находится на оси зеркально отраженного импульса

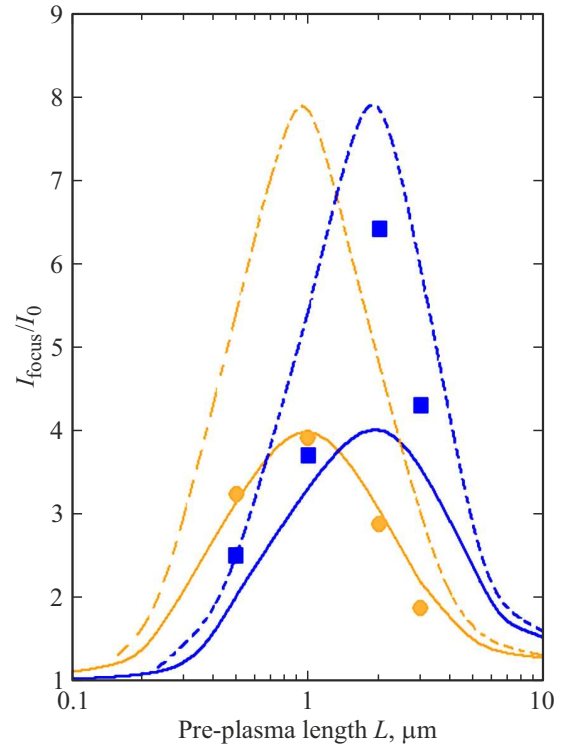


Рис. п3. Зависимость безразмерной интенсивности в точке фокуса f_{pt} от масштаба неоднородности плазмы для интенсивности лазерного импульса 10^{18} W/cm² ($a_0 = 0.7$) — синяя кривая и 10^{19} W/cm² ($a_0 = 2.2$) — оранжевая кривая. Кружки и квадраты — данные ПИС-расчета [7]. Сплошная кривая соответствует треугольному профилю плотности в модели (9), (10), штриховая — профилю в виде трапеции с одинаковой длиной звеньев. Остальные параметры мишени и лазерного импульса приведены на рис. 2.

на расстоянии, определяемом соотношением (п7) от поверхности мишени.

При $y_e = 0$ и фокусировке лазерного импульса на поверхность мишени ($z^* = 0$) формула (п7) приводит к $f_{pt} \approx w_L^2/4z_T \cos \theta$, что соответствует оценкам данной работы и оценкам [1]. Для оценки интенсивности отраженного сфокусированного пучка найдем размер |CD| на рис. п2, *b*. Координаты точек C, D на рис. п2, *b* определяются системой (п4), в которой координаты точки F совпадут с координатами точки D, если $y_A = -w_L/\cos \theta, y_B = y_e$. Соответственно для точки C $y_A = y_e, y_B = w_L/\cos \theta$. Поперечный размер |CD| сфокусированного лазерного пучка составит

$$|CD| = 2w_{rn} = \sqrt{(z_D - z_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$$

$$\approx w_L \left(1 + \frac{\tan(\frac{\alpha_1 + \alpha_2 - \beta}{2})}{\cot(\theta + \alpha_1 + \alpha_2 - \beta) \cos \theta} \right). \quad (\text{п9})$$

Приложение 2

Сплошными и штриховыми линиями на рис. п3 приведены результаты модели (9), (10) соответственно

для треугольного профиля отражающей поверхности (сплошные линии) и для профиля в виде трапеции с одинаковой длиной всех звеньев штриховые линии). Сравнение (10) с численным счетом [7] (кружки и квадраты на рис. п3) показывает, что при $a_0 > 1$ треугольный профиль плотности лучше соответствует численному счету, а при $a_0 = 0.7$ лучшее согласие дает профиль в виде трапеции (штриховые линии). Таким образом, данные численного моделирования показывают, что вид профиля поверхности зависит от параметров задачи (I_0, L). В свою очередь интенсивность гармоник (10) сфокусированного отраженного импульса зависит от вида профиля поверхности.

Список литературы

- [1] M.R. Edwards, J.M. Mikhailova. *Sci. Rep.*, **10**, 5154 (2020). DOI: 10.1038/s41598-020-61255-0
- [2] R. Lichters, J. Meyer-terVehn, A. Pukhov. *Phys. Plasmas*, **3**, 3425 (1996).
- [3] P. Gibbon. *Short Pulse Laser Interactions with Matter* (Imperial College Press, 2005).
- [4] H. Vincenti, S. Monchoce, S. Kahaly, G. Bonnaud, Ph. Martin, F. Quere. *Nature Commun.*, **5**, 3403 (2014). DOI: 10.1038/ncomms4403
- [5] A. Kemp, H. Ruhl. *Phys. Plasmas*, **12**, 033105 (2005). DOI: 10.1063/1.1856933
- [6] А.А. Андреев, К.Ю. Платонов. *Опт. и спектр.*, **114**, 859 (2013).
- [7] H-E. Tsai, A.V. Arefiev, J.M. Shaw, D.J. Stark, X. Wang, R. Zgadaj, M.C. Downer. *Phys. Plasmas*, **24**, 013106 (2017).
- [8] A.A. Gonoskov, A.V. Korzhimanov, A.V. Kim, M. Marklund, A.M. Sergeev. *PRE*, **84**, 046403 (2011).
- [9] S. Gordienko, A. Pukhov, O. Shorokhov, T. Baeva. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 115002 (2004).
- [10] S. Gordienko, A. Pukhov, O. Shorokhov, T. Baeva. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 103903 (2005).
- [11] F. Quéré, H. Vincenti. *High Power Laser Science and Engineering*, **9**, 13 (2021). DOI: 10.1017/hpl.2020.46
- [12] H. Vincenti. *Phys. Rev. Lett.*, **123**, 105001 (2019).