

Динамика микрорезонаторов, наводимых предельно короткими импульсами в трехуровневой среде

© Р.М. Архипов¹, М.В. Архипов¹, А.В. Пахомов², О.О. Дьячкова^{1,2}, Н.Н. Розанов¹

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

² Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия

e-mail: arkhypovrostislav@gmail.com, mikhail.v.arkhipov@gmail.com, antpakhom@gmail.com,
o.o.dyachkova@gmail.com, nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 10.09.2024 г.

В окончательной редакции 10.09.2024 г.

Принята к публикации 17.09.2024 г.

На основе численного решения системы уравнений для матрицы плотности совместно с волновым уравнением для напряженности электрического поля изучена динамика атомных населенностей и поляризации среды при столкновении униполярных предельно коротких импульсов полуцикловых импульсов в трехуровневой среде. Показана возможность сверхбыстрого переключения состояния среды и возможность наведения оптических микрорезонаторов на каждом резонансном переходе среды. Рассматриваемая многоуровневая система является примером нестационарной пространственно-неоднородной среды, оптические характеристики которой быстро изменяются как в пространстве, так и во времени под действием предельно коротких импульсов.

Ключевые слова: нестационарные среды, предельно короткие импульсы, аттосекундные импульсы.

DOI: 10.61011/OS.2024.09.59191.6910-24

Введение

Электромагнитные импульсы аттосекундной длительности получают экспериментально методом генерации и суммирования гармоник высокого порядка [1–3]. Интерес к аттосекундным импульсам вызван их использованием для изучения и управления движением электронов в веществе [4–7], что является предметом недавней Нобелевской премии по физике [8] и подчеркивает актуальность работ в этом направлении. Но получаемые на практике импульсы содержат несколько полувольт напряженности электрического поля противоположной полярности [1–4]. Очевидно, для изучения и более быстрого управления квантовыми системами и для других приложений сверхбыстрой оптики нужны импульсы предельно короткой длительности — униполярные или полуцикловые [9–15] импульсы. Они получаются, если у исходного многоциклового импульса убрать все полувольты, кроме одной. Для них важной характеристикой является электрическая площадь импульса, которая определяется как интеграл от напряженности поля E по времени t в заданной точке пространства [9,14]:

$$S_E(r) = \int E(\mathbf{r}, t) dt. \quad (1)$$

Очевидно, что для обычных многоциклового импульсов данная величина всегда близка к нулю и поэтому не имеет смысла. Электрическая площадь является важной физической величиной, так, воздействие на микрообъекты полуцикловых импульсов определяется

именно их электрической площадью, отнесенной к ее атомной мере, когда длительность импульса короче периода оборота электрона по орбите в атоме [15–20]. Поэтому практический интерес представляет получение полуцикловых импульсов с большой электрической площадью. Результаты последних исследований в области получения и применения униполярных импульсов для анализа динамики сверхбыстрых процессов в веществе представлены в обзорах [21–25] и цитируемой в них литературе, а также в главе монографии [26].

В последние десятилетия активно изучаются нестационарные среды [27–31] (среди которых, например, могут быть метаматериалы, проводящие оксиды цинка [32–34]), оптические свойства которых (диэлектрическая проницаемость) могут быстро изменяться во времени, например, под действием импульсов падающего излучения. При быстром изменении показателя преломления в таких средах существенно меняется характер преломления и отражения, распространяющегося в них пробного излучения [35,36]. При этом оптические характеристики могут меняться не только во времени, но и в пространстве [36]. Такие нестационарные и пространственно-неоднородные среды могут иметь множество интересных приложений, например, сверхбыстрые вычисления [27–31], создание беспорогового лазерного источника [37] и др. Результаты исследований в этой области резюмированы в обзорах [27–31,36].

Другим простым примером нестационарной пространственно-неоднородной среды может служить обычная

резонансная среда (например, из атомов, молекул, квантовых точек), по которой распространяется последовательность предельно коротких импульсов, когерентно взаимодействующих со средой [38–40]. Когерентное взаимодействие возникает, когда длительность импульсов и временные интервалы между ними короче времени релаксации поляризации среды T_2 [41]. Проходящий импульс оставляет после себя колебания поляризации среды, существующие в течение времени T_2 [42]. При этом каждый последующий импульс с этими колебаниями будет взаимодействовать, либо раскачивая, либо гася их. Это приведет к формированию пространственных решеток атомных населенностей, которые можно наводить и сверхбыстро управлять ими с помощью последовательности предельно коротких импульсов, не перекрывающихся в среде, см. работы [38–40] и обзоры [43,44].

Если предельно короткие импульсы сталкиваются в среде, то в области перекрытия разность населенностей может иметь почти постоянное значение. А вне области перекрытия она скачком изменяется — имеет либо другое постоянное значение, либо в среде возникает решётка разности населенностей за счет когерентного механизма, описанного выше. Это значит, что в среде возникает динамический микрорезонатор [45–47], свойствами которого можно управлять с ростом числа столкновений между импульсами. Аналитическая теория формирования такого микрорезонатора, рассмотренная в [48–50], базируется на ряде допущений, например, приближение слабого поля и разреженной среды. Численные расчеты проводились в основном, когда среда моделировалась в двухуровневом приближении [45–47,50]. Результаты последних исследований в данной области резюмированы в обзоре [51].

На сегодняшний день быстрое изменение показателя преломления нестационарных сред (таких, как метаматериалы и проводящие среды на основе оксида цинка и др.) реализуется с помощью длинных (многоцикловых) фемтосекундных импульсов лазерного излучения [28–34]. Очевидно, использование полумикровых импульсов позволяет гораздо быстрее управлять свойствами сред, что может быть использовано для реализации аттосекундного оптического переключения [52]. Учитывая интерес к оптике нестационарных и пространственно-неоднородных сред, а также к полумикровым униполярным импульсам, в настоящей работе на основе численного решения системы уравнений для матрицы плотности совместно с волновым уравнением для напряженности электрического поля изучается динамика поляризации и разности населенностей при столкновении полумикровых аттосекундных импульсов в трехуровневой среде. Показана возможность формирования микрорезонаторов с управляемыми параметрами на каждом резонансном переходе среды, что расширяет область применимости полученных ранее результатов в двухуровневом приближении [45–47,50].

Теоретическая модель и результаты компьютерного моделирования

Для проведения численных расчетов использовалась следующая система уравнений для матрицы плотности трехуровневой среды, которая решалась численно совместно с волновым уравнением для напряженности электрического поля [53]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{21} &= -\rho_{21}/T_{21} - i\omega_{12}\rho_{21} \\ &- i \frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{22} - \rho_{11}) - i \frac{d_{13}}{\hbar} E\rho_{23} + i \frac{d_{23}}{\hbar} E\rho_{31}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{32} &= -\rho_{32}/T_{32} - i\omega_{32}\rho_{32} \\ &- i \frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{33} - \rho_{22}) - i \frac{d_{12}}{\hbar} E\rho_{31} + i \frac{d_{13}}{\hbar} E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{31} &= -\rho_{31}/T_{31} - i\omega_{31}\rho_{31} \\ &- i \frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{33} - \rho_{11}) - i \frac{d_{12}}{\hbar} E\rho_{32} + i \frac{d_{23}}{\hbar} E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{11} &= \frac{\rho_{22}}{T_{22}} + \frac{\rho_{33}}{T_{33}} + i \frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) \\ &- i \frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{13} - \rho_{13}^*), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{22} &= -\rho_{22}/T_{22} - i \frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) \\ &- i \frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{23} - \rho_{23}^*), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{33} = -\frac{\rho_{33}}{T_{33}} + i \frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{13} - \rho_{13}^*) + i \frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{23} - \rho_{23}^*), \quad (7)$$

$$P(z, t) = 2N_0 d_{12} \text{Re} \rho_{12}(z, t) + 2N_0 d_{13} \text{Re} \rho_{13}(z, t), \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P(z, t)}{\partial t^2}. \quad (9)$$

В этой системе уравнений переменные имеют следующий смысл: $\rho_{11}, \rho_{22}, \rho_{33}$ — населенностей 1-го, 2-го и 3-го состояний среды соответственно, $\rho_{21}, \rho_{32}, \rho_{31}$ — недиагональные элементы матрицы плотности, определяющие динамику поляризации среды, $\omega_{12}, \omega_{32}, \omega_{31}$ — частоты резонансных переходов, \hbar — приведенная постоянная Планка, а d_{12}, d_{13}, d_{23} — дипольные моменты переходов. Уравнения также содержат времена релаксации T_{ik} , которые несущественны в анализе рассматриваемых процессах, так как длительности импульсов и интервалы между ними выбирались гораздо короче этих времен.

Среда возбуждалась последовательностью встречных униполярных импульсов аттосекундной длительности, имевших гауссову форму:

$$E_1(z = 0, t) = E_{01} e^{-\frac{(t-\Delta_1)^2}{\tau^2}}, \quad (10)$$

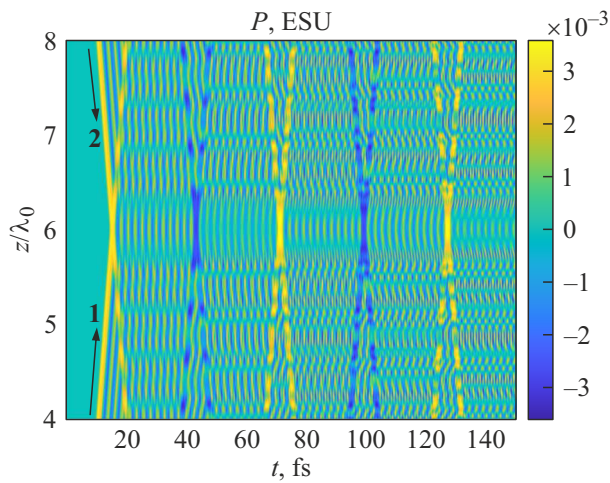


Рис. 1. Пространственно-временная динамика поляризации трехуровневой среды $P(z, t)$.

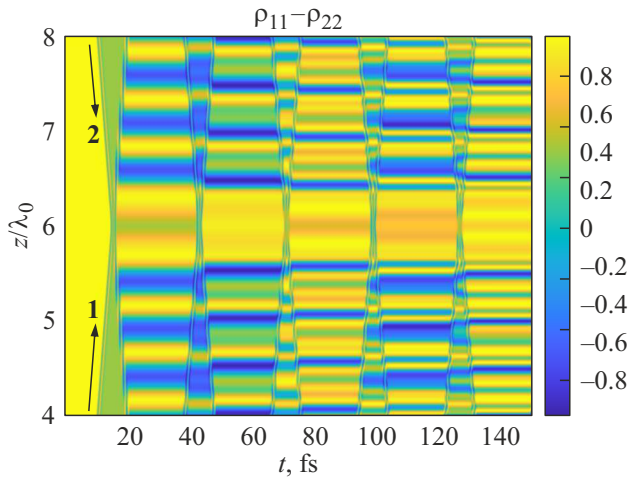


Рис. 2. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{11} - \rho_{22}$ трехуровневой среды.

$$E_2(z = L, t) = E_{02}e^{-\frac{(t-\Delta_2)^2}{\tau^2}}. \quad (11)$$

Здесь $\Delta_1 = \Delta_2 = 2.5\tau$ — задержки, значение которых подобрано так, чтобы импульсы перекрывались в центре среды. Для реализации последовательности импульсов на границе области интегрирования выбирались нулевые граничные условия. Распространение униполярных импульсов, описываемое одномерным волновым уравнением, возможно в коаксиальных волноводах [54].

Влиянием заднего фронта импульса противоположной полярности можно пренебречь, если его длительность и больше, а амплитуда слабее, чем у основной полуволны [55]. Поэтому, наличие заднего фронта у импульса в данной работе не рассматривается. Результаты численного решения временного уравнения Шредингера также показали, что учет ионизации среды не приводит к исчезновению решеток населенностей [56]. Все это делает использованные в работе приближения (прене-

брежение задним фронтом противоположной полярности у импульса и ионизации среды) в некоторой степени оправданными.

Параметры численных расчетов были следующими. Амплитуды импульсов $E_{01} = E_{02} = 2 \cdot 10^5$ ESU, длительность импульсов $\tau = 580$ as. Параметры трехуровневой среды $\omega_{12} = 2.69 \cdot 10^{15}$ rad/s ($\lambda_{12} = \lambda_0 = 700$ nm), $d_{12} = 20D$, $\omega_{13} = 2.5\omega_{12}$, $d_{23} = 0$, $\omega_{23} = \omega_{13} - \omega_{12}$, $d_{13} = 1.5d_{12}$, $N_0 = 10^{14}$ cm⁻³, времена релаксации $T_{1k} = 1$ ns. Импульсы возбуждения (10), (11) распространялись на встречу друг другу и сталкивались в центре трехуровневой среды в точке $z_c = 6\lambda_0$.

Результаты численных расчетов при выбранных параметрах приведены на рис. 1–4, на которых представлены пространственно-временная динамика поляризации среды и разности населенностей для каждого перехода среды. Направление распространения первых двух импульсов 1 и 2 показано стрелками. Первое столкновение происходит в момент времени $t = 15.2$ fs,

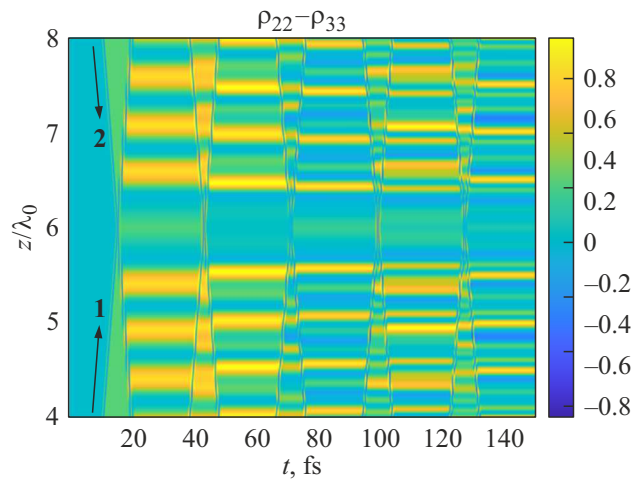


Рис. 3. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{22} - \rho_{33}$ трехуровневой среды.

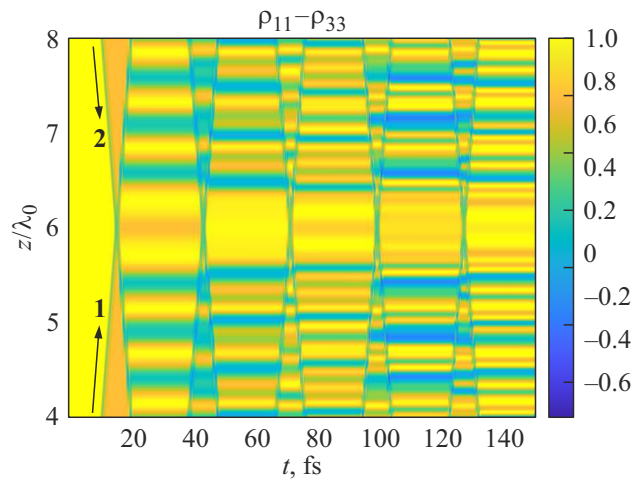


Рис. 4. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{11} - \rho_{33}$ трехуровневой среды.

второе в момент 42.3 fs, третье в 71.7 fs и т.д. Всего на этих рисунках рассматривается динамика системы в результате 5 столкновений импульсов. Из рис. 2–4 видно, что после каждого столкновения вблизи области перекрытия импульсов ($z_c \sim 6\lambda_0$) разность населенностей имеет практически постоянное значение, разное для каждого резонансного перехода. По краям этой области возникают решетки разности населенностей, т.е. на каждом резонансном переходе среды возникает микрорезонатор с брэггopodobными зеркалами. Форма этих решеток гармоническая только после первого столкновения между импульсами.

После каждого последующего столкновения их форма становится все более сложной. Более сложная динамика решеток наблюдалась и в случае столкновения импульсов необычной формы (прямоугольной и треугольной) в трехуровневой среде [49]. Физический механизм формирования данных структур был описан выше. Он связан с взаимодействием колебаний поляризации среды, наведенных каждым предыдущим импульсом, с каждым последующим импульсом [38–47]. Очевидно, данный механизм отличается от традиционного способа формирования решеток, основанного на интерференции длинных многоцикловых монохроматических световых пучков, перекрывающихся в среде [57–59].

Таким образом, формирование микрорезонаторов, изученное ранее [45–50] численно в двухуровневой среде и предсказанное теоретически в приближении слабого поля и разреженной среды, сохраняется и в трехуровневой среде. Из рис. 1–4 также видна возможность управления свойствами среды как в пространстве, так и во времени при столкновении полуцикловых импульсов. Форма наводимых микрорезонаторов может управляться изменением числа столкновений между импульсами.

Заключение

В работе на основе численных расчетов показана возможность наведения и сверхбыстрого управления свойствами динамических микрорезонаторов с брэггopodobными зеркалами на каждом резонансном переходе трехуровневой среды при столкновении полуцикловых импульсов в среде. Это расширяет область применимости ранних исследований, выполненных в приближении двухуровневой модели, слабого поля и др. [45–50]. Рассмотренная трехуровневая среда является примером пространственно-неоднородной и нестационарной среды, свойства которой могут быстро изменяться как в пространстве, так и во времени под действием полуцикловых импульсов. При этом полуцикловые импульсы могут гораздо быстрее изменять свойства среды, чем обычные многоцикловые фемтосекундные лазерные импульсы. Также полученные результаты наглядно показывают возможность аттосекундного оптического переключения с помощью униполярных импульсов. Полученные результаты открывают новые перспективы исследований

в оптике нестационарных сред и аттосекундной физике. Исследованные динамические микрорезонаторы могут представлять также интерес для создания систем оптической памяти на атомной когерентности, создаваемых с помощью полуцикловых импульсов, в отличие от ранее изученных схем, в которых используются многоцикловые импульсы [60–63].

Финансирование работы

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 21-72-10028 (расчет динамики микрорезонаторов в трехуровневой среде) и Государственным заданием ФТИ им. А.Ф. Иоффе, тема 0040-2019-0017 (анализ возможности аттосекундного переключения с помощью полуцикловых импульсов).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] F. Krausz, M. Ivanov. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
- [2] K. Midorikawa. *Nat. Photonics*, **16**, 267 (2022).
- [3] М.Ю. Рябикин, М.Ю. Емелин, В.В. Стрелков. *УФН*, **193**, 382 (2023). [M.Yu. Ryabikin, M.Yu. Emelin, V.V. Strelkov. *Phys. Usp.*, **66**, 360 (2023)].
- [4] F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, M. Nisoli. *J. Phys. B: Atomic, Molecular and Optical Phys.*, **49**, 062001 (2016).
- [5] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. *Nature*, **530**, 66 (2016).
- [6] H.Y. Kim, M. Garg, S. Mandal, S. Mandal, L. Seiffert, T. Fennel E. Goulielmakis. *Nature*, **613**, 662 (2023).
- [7] S. Severino, K. Ziems, M. Reduzzi, A. Summers, H.-W. Sun, Y.-H. Chien, S. Gräfe, J. Biegert. *Nature Photon.*, **18**, 731 (2024).
- [8] NobelPrize.org/ URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2023/press-release>
- [9] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **107**, 761 (2009). [N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **107**, 721 (2009)].
- [10] H.-C. Wu, J. Meyer-ter Vehn. *Nature Photon.*, **6**, 304 (2012).
- [11] J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, Z. Xu. *Sci. Rep.*, **8**, 2669 (2018).
- [12] S. Wei, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. E*, **106**, 025203 (2022).
- [13] Q. Xin, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. E*, **107**, 035201 (2023).
- [14] Н.Н. Розанов, Р.М. Архипов, М.В. Архипов. *УФН*, **188**, 1347 (2018). [N.N. Rosanov, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov. *Phys. Usp.*, **61**, 1227 (2018)].
- [15] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **50** (9), 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. *Quant. Electron.*, **50** (9), 801 (2020)].
- [16] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **44**, 1202 (2019).
- [17] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *Письма в ЖЭТФ*, **114** (3), 156 (2021). [R.M. Arkhipov,

- M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. JETP Lett., **114**, 129 (2021)].
- [18] N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. Phys. Rev. A, **104** (6), 063101 (2021).
- [19] A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, R. Arkhipov. Phys. Rev. A, **105**, 043103 (2022).
- [20] R. Arkhipov, P. Belov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov. JOSA B, **41** (1), 285 (2024).
- [21] С.В. Сазонов. Опт. и спектр., **130** (12), 1846 (2022). [S.V. Sazonov. Opt. Spectrosc., **130** (12), 1573 (2022)].
- [22] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, П.А. Образцов, Н.Н. Розанов. Письма в ЖЭТФ, **117** (1), 10 (2023). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, P.A. Obratsov, N.N. Rosanov. JETP Lett., **117** (1), 8 (2023)].
- [23] Н.Н. Розанов. УФН, **193**, 1127 (2023). [N.N. Rosanov. Phys. Usp., **66**, 1059 (2023)].
- [24] N.N. Rosanov, M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov. Contemporary Physics, **64** (3), 224 (2023). DOI: 10.1080/00107514.2024.2376424
- [25] Н.Н. Розанов, Р.М. Архипов, М.В. Архипов. УФН. **194** (11), 1196 (2024). DOI: 10.3367/UFNr.2024.07.039718 [N.N. Rosanov, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov. Physics-Uspekhi. DOI: 10.3367/UFNe.2024.07.039718].
- [26] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов, А.В. Пахомов. Коллективная монография „Терагерцовая фотоника“, под ред. В.Я. Панченко, А.П. Шкуринов (Российская академия наук, М., 2023), с. 360–393.
- [27] А.Б. Шварцбург. УФН, **175** (8), 833 (2005). [A.B. Shvartsburg. Physics-Uspekhi, **48** (8), 797 (2005)].
- [28] C. Caloz, Z.L. Deck-Leger. IEEE Trans. Antennas and Propagation, **68** (3), 1583 (2019).
- [29] E. Galiffi, R. Tirole, S. Yin et al. Advanced Photonics, **4** (1), 014002 (2022).
- [30] E. Lustig, O. Segal, S. Saha, C. Fruhling, V.M. Shalaev, A. Boltasseva, M. Segev. Optics Express, **31** (6), 9165–9170 (2023).
- [31] В.М. Левковская, А.В. Харитонов, С.С. Харинцев. Оптический журнал, **91** (5), 5 (2024). [V.M. Levkovskaya, A.V. Kharitonov, S.S. Kharintsev. Opticheskii Zhurnal, **91** (5), 5 (2024)].
- [32] S. Saha, O. Segal, C. Fruhling et al. Optics Express, **31** (5), 8267 (2023).
- [33] A. Boltasseva, V.M. Shalaev, M. Segev. Optical Materials Express, **14** (3), 592 (2024).
- [34] E. Lustig, O. Segal, S. Saha et al. Nanophotonics, **12**, 1 (2023).
- [35] J. Mendonça, P. Shukla. Phys. Scr., **65**, 160 (2002).
- [36] Y. Sharabi, A. Dikopoltsev, E. Lustig et al. Optica, **9** (6), 585 (2022).
- [37] K. Xu, M. Fang, J. Fen, C. Wang, G. Xie, Z. Huang. Opt. Lett., **49** (4), 842 (2024).
- [38] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. Opt. Lett., **41**, 4983 (2016).
- [39] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. Sci. Rep., **7**, 12467 (2017).
- [40] R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov et al. Scientific Reports, **11**, 1961 (2021).
- [41] Л. Аллен, Дж. Эберли. Оптический резонанс и двухуровневые атомы (Мир, М., 1978). [L. Allen, J.H. Eberly. Optical resonance and two-level atoms (Wiley, NY., 1975)].
- [42] Е.И. Штырков. Опт. и спектр., **114**, 105 (2013). [E.I. Shtyrkov. Opt. Spectrosc., **114**, 96 (2013)].
- [43] Р.М. Архипов. Письма в ЖЭТФ, **113**, 636 (2021). [R.M. Arkhipov. JETP Lett., **113**, 611 (2021)].
- [44] Р.М. Архипов, М.В. Архипов А.В. et al. Изв. вузов. Радиофизика, **66** (4), 317 (2023). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov et al. Radiophysics and Quantum Electronics, **66** (4), 286 (2024)].
- [45] О.О. Diachkova, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov et al. Opt. Commun., **538**, 129475 (2023).
- [46] О. Diachkova, R. Arkhipov, A. Pakhomov et al. Opt. Commun., **565**, 130666 (2024).
- [47] R. Arkhipov, A. Pakhomov, O. Diachkova et al. Opt. Lett., **49** (10), 2549 (2024).
- [48] Р.М. Архипов, Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **132** (5), 532 (2024).
- [49] Р.М. Архипов. Квант. электрон., **54** (2), 77 (2024). [R.M. Arkhipov, Bulletin of the Lebedev Physics Institute 51 (Suppl. 5), S365–S373 (2024)].
- [50] R. Arkhipov, A. Pakhomov, O. Diachkova, M. Arkhipov, N. Rosanov. J. Opt. Soc. Am. B, **41** (8), 1721–1731 (2024).
- [51] Р.М. Архипов, О.О. Дьячкова, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. Опт. спектр., **132** (9), 919 (2024).
- [52] M.T. Hassan. ACS Photonics, **11**, 334 (2024).
- [53] А. Ярич. Квантовая электроника (Сов. Радио, М., 1980). [A. Yariv. Quantum Electronics (Wiley, NY., 1975)].
- [54] Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **127**, 960 (2019). [N.N. Rosanov. Opt. Spectrosc., **127**, 1050 (2019)].
- [55] R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, N. Rosanov, I. Babushkin, Optics Express, **28** (11), 17020 (2020).
- [56] Р.М. Архипов, О.О. Дьячкова, П.А. Белов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, ЖЭТФ, **166** (8), 262 (2024).
- [57] H.J. Eichler, P. Günter, D.W. Pohl. Laser-Induced Dynamic Gratings (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1981).
- [58] С.А. Васильев, О.И. Медведков, И.Г. Королев, А.С. Божков, А.С. Курков, Е.М. Дианов. Квант. Электрон., **35** (12), 1085 (2005). [S.A. Vasil'ev, O.I. Medvedkov, I.G. Korolev, A.S. Bozhkov, A.S. Kurkov, E.M. Dianov. Quantum Electron., **35** (12), 1085 (2005)].
- [59] R. Rohan, K. Venkadeshwaran, P. Ranjan. J. Optics, **53** (1), 282 (2024).
- [60] H. Wang, Y. Lei, L. Wang, M. Sakakura, Y. Yu, G. Shayeganrad, P.G. Kazansky. Laser & Photonics Reviews, **16** (4), 2100563 (2022).
- [61] S.A. Moiseev, K.I. Gerasimov, M.M. Minnegaliev, E.S. Moiseev, A.D. Deev, Yu.Yu. Balega. arXiv preprint arXiv:2410.01664 (2024).
- [62] S.A. Moiseev, K.I. Gerasimov, M.M. Minnegaliev, E.S. Moiseev. arXiv preprint arXiv:2408.09991 (2024).
- [63] С.А. Моисеев, М.М. Миннегалиев, К.И. Герасимов, Е.С. Моисеев, А.Д. Деев, Ю.Ю. Балеха. УФН, DOI: 10.3367/UFNr.2024.06.039694 [S.A. Moiseev, M.M. Minnegaliev, K.I. Gerasimov, E.S. Moiseev, A.D. Deev, Yu.Yu. Balega. Physics. Uspekhi, 67 (2024).