

Эффективность различения одного класса сверхширокополосных сигналов в условиях параметрической априорной неопределенности

© Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов, О.Н. Завалишина

Воронежский государственный университет,
394018 Воронеж, Россия
e-mail: titovkd@gmail.com

Поступило в Редакцию 26 мая 2024 г.

В окончательной редакции 4 августа 2024г.

Принято к публикации 20 августа 2024 г.

Выполнен синтез и анализ алгоритма различения нескольких сверхширокополосных квазирадиосигналов произвольной формы с неизвестными начальными фазами и амплитудами, наблюдаемых на фоне белого гауссовского шума. Найдены структура и статистические характеристики алгоритма различения, и получено выражение для средней вероятности ошибки, характеризующее эффективность синтезированного алгоритма. Исследовано влияние расстройки различных параметров сигналов на эффективность функционирования алгоритма различения. Выполнено сравнение эффективности синтезированного различителя и устройства различения узкополосных радиосигналов. Сформулированы рекомендации по применению синтезированного алгоритма в практических приложениях.

Ключевые слова: различение, сверхширокополосный, квазирадиосигнал, максимально правдоподобный алгоритм, средняя вероятность ошибки.

DOI: 10.61011/JTF.2024.11.59106.191-24

Введение

Значительное количество современных информационных систем предназначено для наблюдения за различными техническими или природными процессами и явлениями, что фактически сводится к обработке и анализу некоторого полезного сигнала. При разработке таких систем следует учитывать возможную параметрическую априорную неопределенность, обусловленную искажением сигнала при его излучении, прохождении через среду, влиянием других источников сигналов и помех, интерференции, отражении и т.д.

В настоящее время перспективным направлением развития беспроводных сетей является использование сверхширокополосных (СШП) сигналов, что позволяет повысить помехоустойчивость, скрытность и пропускную способность канала связи относительно традиционных узкополосных систем. Наиболее широкое применение СШП сигналы нашли в беспроводных персональных сетях передачи данных (Wireless personal area network, WPAN) [1–5]. В работе [1] достаточно подробно изложены основные аспекты разработки СШП систем связи и передачи данных, включая моделирование каналов, совместимость с другими системами, а также контроль уровня помех и методы их подавления. Книга охватывает вопросы физического уровня, уровня доступа к среде, сетевого и прикладного уровней. В [2] рассматривается применение технологии импульсного радио (Impulse Radio UWB, IR-UWB), которая легла в основу разработки высокоточных систем определения дальности и местоположения и стала наиболее привлекательной благодаря разработке и внедрению стандарта IEEE 802.15.4z.

В работе [3] рассмотрены направления разработки следующего поколения стандарта IEEE 802.15.4ab, который широко используется для передачи данных, определения дальности, местоположения, зондирования и т.д. и основан на использовании СШП сигналов. Растущая популярность СШП технологии для определения местоположения, контроля доступа, отслеживания и трассировки приемопередатчиков в помещении в реальном времени, а также ее поддержка в новых потребительских устройствах, таких, как смартфоны, привели к появлению множества новых СШП радиочипов [4,5], что способствует еще большему распространению данной технологии в коммерческом секторе. При этом переход к СШП сигналам требует решения большого круга фундаментальных задач, связанных с тем, что методы их генерации, излучения, распространения и приема, а также методы обработки сигналов и извлечения из них полезной информации существенно отличаются от используемых в случае узкополосных сигналов.

Среди множества математических моделей СШП сигналов выделяют отдельный класс — СШП квазирадиосигналы (КРС) [6–9]. Они представляют собой отрезки модулированных по амплитуде синусоид с периодом, сравнимым с длительностью сигнала, так что условие относительной узкополосности для таких сигналов не выполняется. Модель КРС позволяет путем наложения различных условий описывать различные виды сигналов — узкополосные, широкополосные, СШП радио- и видеосигналы, что значительно упрощает процедуру сравнительного анализа различных алгоритмов обработки и повышает ее корректность. Использование гармонического множителя при формировании СШП КРС

дает возможность увеличить дальность распространения сигнала по сравнению со свехкороткими импульсами, не имеющими гармонической несущей.

В настоящее время в литературе рассмотрены алгоритмы обнаружения [6–9] и оценки параметров [9] СШП КРС в условиях различной априорной неопределенности на фоне шума и/или помех. Задача различения сигналов ввиду высокой практической важности является в значительной степени решенной для видеосигналов и узкополосных радиосигналов, а алгоритмы их различения активно реализуются в практических приложениях [10,11], но для СШП КРС они являются квазиоптимальными. С учетом активного внедрения СШП устройств в системах радиосвязи, локации, навигации и др., теоретическое исследование эффективности функционирования и практическая реализация алгоритмов различения СШП КРС в настоящее время является весьма актуальной.

В настоящей работе синтезирован и проанализирован алгоритм различения нескольких СШП КРС с различными модулирующими функциями, неизвестными начальными фазами и амплитудами. Исследовано влияние расстройки различных параметров сигналов на эффективность функционирования синтезированного алгоритма различения. Аналитически и на основе статистического моделирования выполнено сравнение эффективности различения СШП КРС и узкополосных радиосигналов.

1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу различения нескольких СШП КРС с неизвестными амплитудами a и начальными фазами φ . На интервале времени $t \in [0, T]$ на вход приемника поступает реализация

$$\xi(t) = s_i(t, a_{0i}, \varphi_{0i}) + n(t), \quad (1)$$

представляющая собой аддитивную смесь одного из n возможных сигналов $s_j(t, a_j, \varphi_j)$, $j = \overline{1, \dots, i, \dots, n}$, и гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Индексом i обозначен номер сигнала, который в действительности присутствует в наблюдаемой реализации, а a_{0i}, φ_{0i} — истинные значения его амплитуды и начальной фазы. Сигналы, подлежащие различению, представляют собой СШП КРС вида [6–9]:

$$s_j(t, a_j, \varphi_j) = \begin{cases} a_j f_j(t) \cos(\omega_j t - \varphi_j), & 0 \leq t \leq \tau_j, \\ 0, & t < 0, t > \tau_j, \end{cases} \quad j = \overline{1, n} \quad (2)$$

и могут отличаться *a priori* известными модулирующими функциями $f_j(t)$, частотами формирующего гармонического колебания ω_j , а также длительностями τ_j . Амплитуда a_j и начальная фаза φ_j различаемых сигналов полагаются неизвестными из-за особенностей распространения сигнала.

Будем считать, что модулирующие функции $f_j(t)$ непрерывные и дифференцируемые, а также могут быть равны нулю на интервале, имеющем нулевую меру. Обозначим $\Delta\omega_j$ ширины полос частот сигналов (2), определенные одним из общепринятых способов, например, по уровню 0.707 от максимума модуля спектральной плотности. Если выполняется условие

$$\Delta\omega_j \ll \omega_j, \quad (3)$$

то сигналы (2) являются узкополосными радиосигналами, а $f_j(t)$ — их огибающими [10,12–14]. Будем аналогично [6–9] считать, что если условие (3) не выполняется, то формула (2) описывает СШП КРС. При этом случайные фазы φ_j считаются взаимно независимыми и равномерно распределенными в интервале $[-\pi, \pi]$. Таким образом, располагая принятой реализацией (1), необходимо решить оптимальным образом, какой из n возможных сигналов присутствует на входе приемного устройства.

Сформулировать постановку задачи различения возможно в терминах теории проверки статистических гипотез [10,12–14]. Введем в рассмотрение гипотезы H_j , соответствующие наличию в наблюдаемой реализации сигнала с номером $j = \overline{1, n}$, а также $p_j = P(H_j)$ — априорные вероятности этих гипотез. Алгоритм различения нескольких СШП КРС на основе анализа принимаемой реализации (1) должен выносить решение в пользу одной из гипотез.

2. Синтез алгоритма различения

Выполним синтез алгоритма различения нескольких СШП КРС обобщенным методом максимального правдоподобия (МП) [10,14], который в англоязычной литературе известен под названием GLRT (Generalized Likelihood Ratio Test). Логарифм функционала отношения правдоподобия (ЛФОР) при условии наличия сигнала $s_j(t, a_j, \varphi_j)$ в принимаемой реализации зависит от двух неизвестных параметров и определяется выражением

$$L_j(a_j, \varphi_j) = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau_j} \xi(t) s_j(t, a_j, \varphi_j) dt - \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau_j} s_j^2(t, a_j, \varphi_j) dt. \quad (4)$$

Решение γ_i в пользу наличия сигнала $s_i(t, a_i, \varphi_i)$ выносится на основе попарного сравнения с порогом отношения правдоподобия в случае

$$L_i > L_j, \quad j = 1, \dots, i-1, i+1, \dots, n, \quad (5)$$

где

$$L_j = \sup_{a_j, \varphi_j} L_j(a_j, \varphi_j) \quad (6)$$

— абсолютный (наибольший) максимум решающей статистики (4) [10,15].

Подставим явный вид СШП КРС (2) с номером j в (4). Тогда выражение для ЛФОП примет вид

$$L_j(a_j, \varphi_j) = a_j(X_j \cos \varphi_j + Y_j \sin \varphi_j) - \frac{a_j^2}{2} (Q_j + P_{c_j} \cos 2\varphi_j + P_{s_j} \sin 2\varphi_j), \quad (7)$$

где введены следующие обозначения:

$$X_j = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau_j} \xi(t) f_j(t) \cos \omega_j t dt,$$

$$Y_j = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau_j} \xi(t) f_j(t) \sin \omega_j t dt,$$

$$Q_j = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau_j} f_j^2(t) dt,$$

$$P_{c_j} = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau_j} f_j^2(t) \cos 2\omega_j t dt,$$

$$P_{s_j} = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau_j} f_j^2(t) \sin 2\omega_j t dt.$$

В случае решения задачи различения узкополосных радиосигналов в выражении (7) могут быть отброшены интегралы от функций, осциллирующих с удвоенной частотой, в силу их малости [7], вследствие чего $P_{c_j} \approx 0$, $P_{s_j} \approx 0$, выражение (7) значительно упрощается и принимает вид, аналогичный данному в [11].

Для нахождения решающей статистики (6) выполним аналитически максимизацию ЛФОП (7) по амплитуде и начальной фазе, для чего, составив и решив систему уравнений правдоподобия

$$\left. \frac{\partial L_j(a_j, \varphi_j)}{\partial a_j} \right|_{\hat{a}_j, \hat{\varphi}_j} = 0, \quad \left. \frac{\partial L_j(a_j, \varphi_j)}{\partial \varphi_j} \right|_{\hat{a}_j, \hat{\varphi}_j} = 0$$

и далее подставив найденные решения в (7), получаем

$$L_j = \sup_{a_j, \varphi_j} L_j(a_j, \varphi_j) = \frac{X_j^2(Q_j - P_{c_j}) + Y_j^2(Q_j + P_{c_j}) - 2X_j Y_j P_{s_j}}{2(Q_j^2 - P_{c_j}^2 - P_{s_j}^2)}. \quad (8)$$

Выражения (5), (8) определяют структурную схему синтезированного различителя нескольких СШП КРС с различными модулирующими функциями, а также неизвестными начальными фазами и амплитудами. На выходе устройства формируется решение с номером сигнала i , наиболее вероятно присутствовавшего в принятой реализации $\xi(t)$.

3. Анализ алгоритма различения

Для анализа эффективности синтезированного различителя (5), при функционировании которого могут возникать ошибки обработки, необходимо найти среднюю вероятность ошибки. Обозначим $P_{ij} = P(\gamma_j | H_i)$ вероятность того, что принято решение в пользу гипотезы H_j при справедливости гипотезы H_i . Величины P_{ij} являются элементами матрицы $\|P_{ij}\|$, диагональные элементы которой представляют собой вероятности правильных решений, а остальные — условные вероятности ошибок. При этом сумма вероятностей в строке удовлетворяет условию нормировки

$$\sum_{j=1}^n P(\gamma_j | H_i) = \sum_{j=1}^n P_{ij} = 1.$$

При условии, что известны априорные вероятности гипотез $p_i = P(H_i)$, средняя вероятность ошибки будет определяться выражением

$$p_e = 1 - \sum_{i=1}^n P(H_i) P(\gamma_i | H_i) = 1 - \sum_{i=1}^n p_i P_{ii}.$$

Будем считать, что априорные вероятности гипотез совпадают ($p_1 = \dots = p_n = 1/n$), тогда средняя вероятность ошибки принимает вид

$$p_e = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_{ii}.$$

Обозначим $W(l_1, \dots, l_n | H_i)$ условную совместную плотность вероятности случайных величин L_j при справедливости гипотезы H_i . Тогда, согласно [10], для вероятности правильного решения о наличии сигнала $s_i(t, a_i, \varphi_i)$ в принимаемой реализации справедливо выражение

$$p_{ii} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{l_i} \dots \int_{-\infty}^{l_i} W(l_1, \dots, l_n | H_i) \times dl_1 \dots dl_{i-1} dl_{i+1} \dots dl_n \right) dl_i. \quad (9)$$

Случайные величины L_j зависят от X_j, Y_j , которые являются гауссовскими, поскольку представляют собой линейные преобразования гауссовского белого шума $n(t)$. Следовательно, случайные величины X_j, Y_j полностью описываются первыми двумя моментами. Представим случайные величины X_j, Y_j в виде сумм детерминированных и случайных составляющих при условии справедливости гипотезы H_i , т.е. когда в наблюдаемой реализации присутствует сигнал $s_i(t, a_i, \varphi_i)$:

$$X_j = S_{x_j}^{(i)} + N_{x_j}, \quad Y_j = S_{y_j}^{(i)} + N_{y_j}, \quad (10)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 S_{xj}^{(i)} &= \frac{2}{N_0} a_{0i} \int_0^{\min(\tau_j, \tau_i)} f_j(t) f_i(t) \cos(\omega_j t - \varphi_{0i}) \cos \omega_j t dt \\
 &= a_{0i} (R_{ccj}^{(i)} \cos \varphi_{0i} + R_{csj}^{(i)} \sin \varphi_{0i}), \\
 S_{yj}^{(i)} &= \frac{2}{N_0} a_{0i} \int_0^{\min(\tau_j, \tau_i)} f_j(t) f_i(t) \cos(\omega_j t - \varphi_{0i}) \sin \omega_j t dt \\
 &= a_{0i} (R_{scj}^{(i)} \cos \varphi_{0i} + R_{ssj}^{(i)} \sin \varphi_{0i}), \\
 N_{xj} &= \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau_j} n(t) f_j(t) \cos \omega_j t dt, \\
 N_{yj} &= \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau_j} n(t) f_j(t) \sin \omega_j t dt, \\
 R_{ccj}^{(i)} &= \frac{2}{N_0} \int_0^{\min(\tau_j, \tau_i)} f_j(t) f_i(t) \cos \omega_j t \cos \omega_i t dt, \\
 R_{ssj}^{(i)} &= \frac{2}{N_0} \int_0^{\min(\tau_j, \tau_i)} f_j(t) f_i(t) \sin \omega_j t \sin \omega_i t dt, \\
 R_{csj}^{(i)} &= \frac{2}{N_0} \int_0^{\min(\tau_j, \tau_i)} f_j(t) f_i(t) \cos \omega_j t \sin \omega_i t dt, \\
 R_{scj}^{(i)} &= \frac{2}{N_0} \int_0^{\min(\tau_j, \tau_i)} f_j(t) f_i(t) \sin \omega_j t \cos \omega_i t dt.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Выполнив усреднение, находим математические ожидания

$$\langle X_j | H_i \rangle = S_{xj}^{(i)}, \quad \langle Y_j | H_i \rangle = S_{yj}^{(i)}$$

и корреляционную матрицу случайных величин X_j, Y_j , которую представим в блочном виде

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} & \mathbf{K}_{\mathbf{X}\mathbf{Y}} \\ \mathbf{K}_{\mathbf{Y}\mathbf{X}} & \mathbf{K}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} \end{pmatrix}, \tag{12}$$

где

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} &= \{K_{X_i X_j}\} = \{\langle N_{xi} N_{xj} \rangle\}, \\
 \mathbf{K}_{\mathbf{X}\mathbf{Y}} &= \{K_{X_i Y_j}\} = \{\langle N_{xi} N_{yj} \rangle\}, \\
 \mathbf{K}_{\mathbf{Y}\mathbf{X}} &= \mathbf{K}_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}^T = \{K_{Y_i X_j}\} = \{\langle N_{yi} N_{xj} \rangle\}, \\
 \mathbf{K}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} &= \{K_{Y_i Y_j}\} = \{\langle N_{yi} N_{yj} \rangle\}, \\
 K_{X_i X_j} &= \begin{cases} Q_j + P_{cj}, & i = j, \\ R_{ccj}^{(i)}, & i \neq j, \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_{Y_i Y_j} &= \begin{cases} Q_j - P_{cj}, & i = j, \\ R_{ssj}^{(i)}, & i \neq j, \end{cases} \\
 K_{X_i Y_j} &= \begin{cases} P_{sj}, & i = j, \\ R_{scj}^{(i)}, & i \neq j, \end{cases} \\
 K_{Y_i X_j} &= \begin{cases} P_{sj}, & i = j, \\ R_{csj}^{(i)}, & i \neq j. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Введем аналогично [7] в выражении (8) замену переменных

$$\begin{aligned}
 U_{2j-1} &= -P_{sj} X_j + (Q_j + P_{cj}) Y_j, \quad U_{2j} = g_j X_j, \\
 g_j^2 &= Q_j^2 - P_{cj}^2 - P_{sj}^2, \quad j = \overline{1, n},
 \end{aligned} \tag{13}$$

которая позволяет представить решающую статистику (8) в виде

$$L_j = \frac{U_{2j-1}^2 + U_{2j}^2}{2g_j^2(Q_j + P_{cj})}. \tag{14}$$

Согласно (13), случайные величины U_{2j-1}, U_{2j} являются гауссовскими, поскольку представляют собой линейные преобразования гауссовских случайных величин X_j и Y_j . Тогда их математические ожидания имеют вид

$$m_{2j}^{(i)} = \langle U_{2j} | H_i \rangle = g_j \langle X_j | H_i \rangle = g_j S_{xj}^{(i)},$$

а элементы корреляционной матрицы \mathbf{K}_U определяются выражением

$$K_{U_{kq}} = \langle (U_k - \langle U_k \rangle)(U_q - \langle U_q \rangle) \rangle, \quad k, q = \overline{1, 2n}. \tag{15}$$

С учетом найденных моментов совместная гауссовская плотность вероятности случайных величин $U_1 \dots U_{2n}$ определяется формулой

$$\begin{aligned}
 W_U(u_1, \dots, u_{2n} | H_i) &= \frac{1}{(2\pi)^n \sqrt{D}} \\
 &\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{2n} \sum_{q=1}^{2n} d_{kq} (u_k - m_k^{(i)})(u_q - m_q^{(i)}) \right\}.
 \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь d_{kq} — элементы матрицы $\mathbf{D} = \mathbf{K}_U^{-1}$, обратной корреляционной матрице (15), $D = \det \mathbf{K}_U, k, q = \overline{1, 2n}$.

Введем замену переменных: $V_{2j-1} = L_j$ (14) и $V_{2j} = \arctg(U_{2j}/U_{2j-1})$, причем $V_{2j-1} \geq 0, V_{2j} \in [-\pi, \pi]$. Обратный переход к U_{2j-1}, U_{2j} , имеет вид

$$U_{2j-1} = \sqrt{2g_j^2(Q_j + P_{cj})} V_{2j-1} \cos V_{2j} \equiv \Psi_{2j-1}(V_{2j-1}, V_{2j}),$$

$$U_{2j} = \sqrt{2g_j^2(Q_j + P_{cj})} V_{2j-1} \sin V_{2j} \equiv \Psi_{2j}(V_{2j-1}, V_{2j}).$$

Используя правила замены переменных в плотностях вероятностей [14], запишем выражение для совместной плотности вероятности случайных величин V_{2j-1}, V_{2j} :

$$\begin{aligned}
 W_V(v_1, \dots, v_{2n} | H_i) &= \\
 W_U(\Psi_1(v_1, v_2), \Psi_2(v_1, v_2), \dots, \Psi_{2n-1}(v_{2n-1}, v_{2n}) | H_i) &|J|,
 \end{aligned} \tag{17}$$

где якобиан преобразования $|J| = |\partial U_i / \partial V_j|$. Случайные величины L_j (12) совпадают со случайными величинами V_{2j-1} , имеющими нечетный номер. Подставляя в выражение (17) $\Psi_{2j-1}(v_{2j-1}, v_{2j})$, $\Psi_{2j}(v_{2j-1}, v_{2j})$, находим совместную плотность вероятности $W_V(v_1, \dots, v_{2n}|H_i)$, интегрируя которую по переменным с четным номером v_{2j} , получим условную плотность вероятности случайных величин (14):

$$W_L(l_1, \dots, l_n|H_i) = \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} W_V(l_1, v_2, l_2, v_4, l_3, v_6, \dots, l_n, v_{2n}|H_i) dv_2 \dots dv_{2n}. \quad (18)$$

Подставив плотность вероятности (18) в формулу (9), находим среднюю вероятность ошибки различения в общем виде

$$p_e = 1 - \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{l_i} \dots \int_{-\infty}^{l_i} W_L(l_1, \dots, l_n|H_i) dl_1 \dots dl_n \right) dl_i. \quad (19)$$

Полученное выражение (19) позволяет аналитически рассчитать точное значение средней вероятности ошибки различения любого числа n сигналов, поступающих на вход приемного устройства. Вычисления по формуле (19) весьма громоздки, поскольку содержат n -кратный интеграл. Конкретизируем далее полученные результаты для частного случая различения двух СШП КРС.

4. Различение двух СШП КРС

В качестве примера рассмотрим различение двух СШП КРС с прямоугольной модулирующей функцией $f_j(t) = 1$, $j = \overline{1, 2}$, $n = 2$. Положим, что различаемые сигналы имеют одинаковую начальную фазу $\varphi_j = 0$ и могут отличаться частотой формирующего гармонического колебания ω_j , амплитудой a_j и длительностью τ_j . Тогда подлежат проверке всего две гипотезы H_1, H_2 , алгоритм различения (5) сводится к сравнению между собой двух случайных величин L_1, L_2 (8):

$$L_1 \stackrel{H_1}{>} \stackrel{H_2}{<} L_2, \quad (20)$$

а величины в выражении (8) в случае прямоугольной модулирующей функции принимают вид

$$X_j = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau_j} \xi(t) \cos \omega_j t dt, \quad Y_j = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau_j} \xi(t) \sin \omega_j t dt, \\ Q_j = \rho_j^2, \quad P_{c_j} = \rho_j^2 \frac{\sin(4\pi\kappa_j)}{4\pi\kappa_j}, \quad P_{s_j} = \rho_j^2 \frac{1 - \cos(4\pi\kappa_j)}{4\pi\kappa_j},$$

где $\rho_j^2 = \tau_j/N_0$ — величины, характеризующие отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе приемника МП для сигналов единичной амплитуды, а $\kappa_j = \omega_j \tau_j / 2\pi$ — параметры узкополосности различаемых сигналов, которые равны количеству периодов колебаний гармонического заполнения, укладываемых на длительности СШП КРС. Если $\kappa_i \rightarrow \infty$, то СШП КРС приобретают свойства узкополосных радиосигналов, а при $\kappa_i = 0$ СШП КРС совпадают с видеопулсами, формы которых описываются функциями $f_j(t) = 1$.

Введем в рассмотрение величину $\Delta_\kappa = \kappa_2/\kappa_1$, характеризующую отличие сигналов по параметру узкополосности, которое может быть достигнуто как различием длительностей, так и частот гармонического заполнения. Обозначим $\kappa = \sqrt{\kappa_1 \kappa_2}$ усредненный параметр узкополосности и представим параметры узкополосности различаемых сигналов как $\kappa_1 = \kappa/\sqrt{\Delta_\kappa}$, $\kappa_2 = \kappa\sqrt{\Delta_\kappa}$. Таким образом, различаемые сигналы отличаются величинами κ_1, κ_2 в противоположные стороны относительно κ , и это отличие тем больше, чем сильнее величина Δ_κ отличается от единицы. Отметим, что при $\Delta_\kappa \neq 1$ различаемые сигналы могут иметь разную энергию

$$E_j = a_{0j}^2 \frac{N_0}{2} (Q_j + P_{c_j}) = \frac{a_{0j}^2 \tau_j}{2} \left(1 + \frac{\sin 4\pi\kappa_j}{4\pi\kappa_j} \right).$$

Обозначим Δ величину, характеризующую различие энергий СШП КРС:

$$\Delta = \frac{E_2}{E_1} = \frac{a_{02}^2 \tau_2}{a_{01}^2 \tau_1} \left(1 + \frac{\sin 4\pi\kappa\sqrt{\Delta_\kappa}}{4\pi\kappa\sqrt{\Delta_\kappa}} \right) / \left(1 + \frac{\sin 4\pi\kappa/\sqrt{\Delta_\kappa}}{4\pi\kappa/\sqrt{\Delta_\kappa}} \right).$$

Следует заметить, что ОСШ на выходе приемника МП для СШП КРС с амплитудой a_{0j} , длительностью τ_j и параметром узкополосности κ_j [7,10] оказывается разным для различаемых сигналов

$$z_{rj}^2 = \frac{2E_j}{N_0} = z_{rj}^2 \left(1 + \frac{\sin 4\pi\kappa_j}{4\pi\kappa_j} \right), \quad (21)$$

где

$$z_{rj}^2 = 2a_{0j}^2 \tau_j / N_0, \quad j = \overline{1, 2}$$

— ОСШ на выходе приемника МП для видеосигнала с амплитудой a_{0j} и длительностью τ_j [6,12].

Замена переменных (13) применительно к двум различаемым сигналам приобретает вид

$$U_1 = -P_{s1}X_1 + (Q_1 + P_{c1})Y_1, \quad U_2 = g_1X_1, \\ U_3 = -P_{s2}X_2 + (Q_2 + P_{c2})Y_2, \quad U_4 = g_2X_2, \\ g_1^2 = Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2, \quad g_2^2 = Q_2^2 - P_{c2}^2 - P_{s2}^2. \quad (22)$$

Случайные величины (22) являются гауссовскими с математическими ожиданиями

$$m_{\{1,3\}}^{(i)} = \langle U_{\{1,3\}} | H_i \rangle = -P_{s\{1,3\}} S_{x\{1,3\}}^{(i)} + (Q_{\{1,3\}} + P_{c\{1,3\}}) S_{y\{1,3\}}^{(i)},$$

$$m_{\{2,4\}}^{(i)} = \langle U_{\{2,4\}} | H_i \rangle = g_{\{2,4\}} S_{x\{2,4\}}^{(i)} \quad (23)$$

и корреляционной матрицей, одинаковой при обеих гипотезах

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_U &= \|K_{U_{kq}}\| = \langle (U_k - m_k^{(1)})(U_q - m_q^{(1)}) \rangle \\ &= \langle (U_k - m_k^{(2)})(U_q - m_q^{(2)}) \rangle, \quad k, q = \overline{1, 4}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$K_{U_{11}} = K_{U_{22}} = g_1^2(Q_1 + P_{c1}),$$

$$K_{U_{33}} = K_{U_{44}} = g_2^2(Q_2 + P_{c2}),$$

$$K_{U_{34}} = K_{U_{43}} = 0, \quad K_{U_{12}} = K_{U_{21}} = 0,$$

$$K_{U_{24}} = K_{U_{42}} = g_1 g_2 R_{cc1}^{(2)},$$

$$K_{U_{14}} = K_{U_{41}} = g_2(Q_1 + P_{c1})R_{sc1}^{(2)} - P_{s1}g_2R_{cc1}^{(2)},$$

$$K_{U_{23}} = K_{U_{32}} = g_1(Q_2 + P_{c2})R_{sc2}^{(1)} - P_{s2}g_1R_{cc1}^{(2)},$$

$$K_{U_{13}} = K_{U_{31}} = P_{s1}P_{s2}R_{cc1}^{(2)} + (Q_1 + P_{c1})(Q_2 + P_{c2})R_{ss1}^{(2)}$$

$$- P_{s1}(Q_2 + P_{c2})R_{cs1}^{(2)} - P_{s2}(Q_1 + P_{c1})R_{cs2}^{(1)}.$$

С учетом полученных статистических характеристик (23), (24) запишем плотность вероятности случайной величины U_j (16) в следующем виде:

$$\begin{aligned} W_U(u_1, u_2, u_3, u_4 | H_i) &= \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{D}} \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 \sum_{q=1}^4 d_{kq} (u_k - m_k^{(i)})(u_q - m_q^{(i)}) \right\}, \quad k, q = \overline{1, 4}. \end{aligned}$$

Введем замену переменных

$$V_1 = L_1 = \frac{U_1^2 + U_2^2}{2g_1^2(Q_1 + P_{c1})}, \quad V_2 = \arctg \frac{U_2}{U_1},$$

$$V_3 = L_3 = \frac{U_3^2 + U_4^2}{2g_2^2(Q_2 + P_{c2})}, \quad V_4 = \arctg \frac{U_4}{U_3}. \quad (25)$$

При этом обратный переход к U_1 будет иметь вид

$$U_1 = \sqrt{2g_1^2(Q_1 + P_{c1})V_1} \cos V_2 \equiv \Psi_1(V_1, V_2),$$

$$U_2 = \sqrt{2g_1^2(Q_1 + P_{c1})V_1} \sin V_2 \equiv \Psi_2(V_1, V_2),$$

$$U_3 = \sqrt{2g_2^2(Q_2 + P_{c2})V_3} \cos V_4 \equiv \Psi_3(V_3, V_4),$$

$$U_4 = \sqrt{2g_2^2(Q_2 + P_{c2})V_3} \sin V_4 \equiv \Psi_4(V_3, V_4).$$

Используя правила замены переменных в плотностях вероятностей [14], запишем выражение для совместной плотности вероятности случайных величин V_1, V_2, V_3, V_4 как

$$\begin{aligned} W_V(v_1, v_2, v_3, v_4 | H_i) &= \\ &= W_U(\Psi_1(v_1, v_2), \Psi_2(v_1, v_2), \Psi_3(v_3, v_4), \Psi_4(v_3, v_4)) | J|, \end{aligned}$$

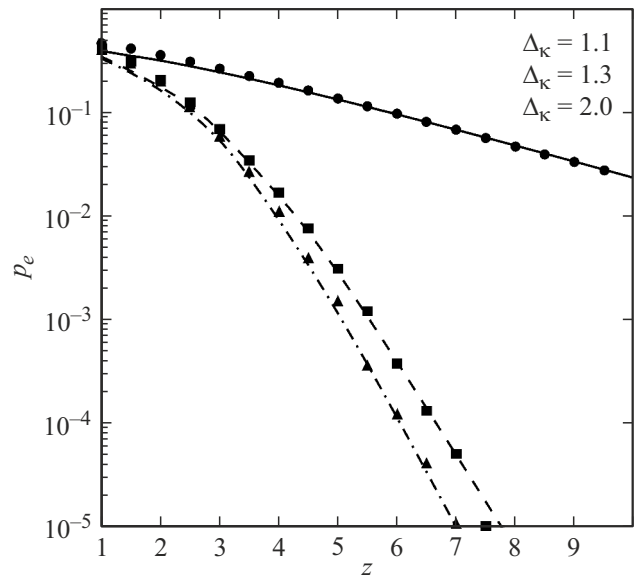


Рис. 1. Зависимость средней вероятности ошибки различения от ОСШ при отличающихся параметрах узкополосности.

где якобиан преобразования

$$|J| = |\partial U_i / \partial V_j| = g_1^2 g_2^2 (Q_1 + P_{c1})(Q_2 + P_{c2}).$$

Случайные величины L_1, L_2 (25) совпадают с V_1 и V_3 соответственно. Следовательно, для совместной плотности вероятности случайных величин L_1, L_3 (18) можем записать

$$W_L(l_1, l_2 | H_i) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} W_V(l_1, v_2, l_2, v_4 | H_i) dv_2 dv_4. \quad (26)$$

Подставив функцию (26) в формулу (19), находим среднюю вероятность ошибки различения в виде

$$\begin{aligned} p_e &= 1 - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{l_1} W_L(l_1, l_2 | H_1) dl_2 \right) dl_1 \\ &\quad - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{l_2} W_L(l_1, l_2 | H_2) dl_1 \right) dl_2. \end{aligned} \quad (27)$$

Рассмотрим в качестве примера наиболее сложный случай, когда различаемые сигналы имеют одинаковую энергию $E_1 = E_2$. Следовательно, $\Delta = 1$, а также ОСШ (21) одинаково для обоих сигналов $z_1 = z_2 = z$.

На рис. 1 приведены зависимости средней вероятности ошибки различения p_e (27) от ОСШ z для сигналов одинаковой длительности $\Delta\tau = \tau_1/\tau_2 = 1$ с разными параметрами узкополосности κ_1, κ_2 при $\kappa = \sqrt{\kappa_1 \kappa_2} = 4$. Сплошная кривая соответствует $\Delta\kappa = 1.1$, штриховая — $\Delta\kappa = 1.3$, штрихпунктирная — $\Delta\kappa = 2$.

Из рис. 1 видно, что незначительное отличие в параметре узкополосности у различаемых сигналов

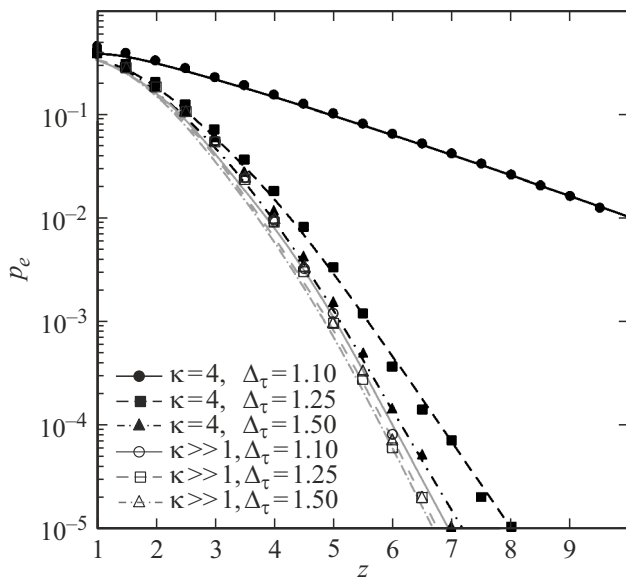


Рис. 2. Зависимость средней вероятности ошибки различения от ОСШ при разных длительностях для СШП КРС и узкополосного радиосигнала.

($\Delta_k = 1.1$ и $\Delta_k = 1.3$) приводит к резкому снижению средней вероятности ошибки (при $z = 7$ более чем в 10^3 раз). При $\Delta_k > 2$ дальнейшее увеличение Δ_k не приводит к значительному росту эффективности различения при том, что другими параметрами сигналы не отличаются. Фактически изменение параметров узкополосности при равной длительности говорит о том, что два сигнала отличаются несущей частотой, а параметр Δ_k характеризует разнос несущих частот. С ростом ОСШ средняя вероятность ошибки уменьшается, а при $\Delta_k = 1$ принимает значение $p_e = 0.5$, что говорит о корректной работе алгоритма.

На рис. 2 приведены зависимости средней вероятности ошибки различения p_e (27) от ОСШ z при условии того, что различаемые сигналы отличаются длительностями и частотами, но с одинаковым параметром узкополосности $\Delta_k = 1$. Черные кривые соответствуют случаю различения СШП КРС с $\kappa = 4$, серые — различению узкополосных радиосигналов при $\kappa \gg 1$ ($\kappa = 100$). Сплошные кривые построены для $\Delta_\tau = 1.1$, штриховые — $\Delta_\tau = 1.25$, штрихпунктирные — $\Delta_\tau = 1.5$.

При равных параметрах узкополосности и отличающихся длительностях и частотах зависимости на рис. 2 имеют характер, схожий с показанными на рис. 1. Значительное улучшение эффективности различения наблюдается уже при небольших отличиях в длительности сигналов. При высокой степени корреляции различаемых сигналов, когда информативные параметры сигналов практически не отличаются, различитель СШП КРС имеет гораздо более высокую среднюю вероятность ошибки, отличающуюся до 10^5 раз при ОСШ $z = 7$. Отличие различаемых сигналов длительностью фактически говорит о различной ширине полосы этих сигналов,

а одновременное наличие расстройки по длительности и одинаковых значений параметров узкополосности говорит о том, что различаемые сигналы могут иметь различные несущие частоты.

Заметим, что значение $\kappa \gg 1$ соответствует узкополосным сигналам, т.е. выражения (19), (27) также позволяют рассчитать характеристики различения узкополосных сигналов и сравнить их с СШП КРС. Полученные результаты для узкополосных сигналов, в частности, согласуются с результатами, полученными в [10]. Из представленных на рис. 2 зависимостей видно, что эффективность различения узкополосных радиосигналов практически не зависит от значений отличающихся параметров сигналов. В свою очередь, для СШП КРС параметр узкополосности оказывает существенное влияние на характеристики обработки [6–9], и, как следствие, изменение параметров сигнала, связанных с параметром узкополосности, приводит к существенному влиянию на эффективность различения. Отличие в параметрах различаемых сигналов позволяет достичь эффективности различения СШП КРС, схожей с различением узкополосных сигналов. Например, уже при $\Delta_\tau = 1.5$ средняя вероятность ошибки различения СШП КРС и узкополосного радиосигнала соответствующими приемниками практически не отличаются.

Также дополнительно было установлено, что отличие в параметре узкополосности различаемых СШП КРС приводит к изменению средней вероятности ошибки по гармоническому закону, что обеспечивает возможность поиска локальных минимумов при известных параметрах полезного и мешающего сигналов и позволяет в значительной степени повысить эффективность различения сигналов. С ростом ОСШ степень влияния параметра узкополосности на эффективность различения сигналов значительно снижается, а при описанных в примере параметрах сигналов практически прекращает оказывать воздействие на эффективность различения при $\kappa \geq 8$.

5. Статистическое моделирование алгоритма различения двух СШП КРС

Проверку работоспособности алгоритма различения (20) выполним методом статистического моделирования на ЭВМ. Поскольку сформировать реализацию гауссовского белого шума в наблюдаемой реализации (1) не представляется возможным, воспользуемся методом моделирования сигналов на выходе приемного устройства. В процессе моделирования многократно формировались случайные величины L_1, L_2 для обеих гипотез H_1, H_2 , так как их статистические характеристики полностью известны. Если при справедливости гипотезы H_1 выполнялось неравенство $L_1 > L_2$, а при справедливости гипотезы H_2 неравенство $L_1 < L_2$, то фиксировалось событие правильного различения.

В качестве вероятности правильного принятия решения использовалась относительная частота верных решений.

Для формирования случайных величин L_1, L_2 , согласно (8), требуется сгенерировать гауссовские случайные величины (10). Введем нормированные величины

$$\tilde{X}_j = X_j/\rho_j = \tilde{S}_{xj}^{(i)} + \tilde{N}_{xj}, \quad \tilde{Y}_j = Y_j/\rho_j = \tilde{S}_{yj}^{(i)} + \tilde{N}_{yj}, \quad (28)$$

где

$$\tilde{S}_{xj}^{(i)} = a_{0i}(R_{ccj}^{(i)} \cos \varphi_{0i} + R_{csj}^{(i)} \sin \varphi_{0i})/\rho_j,$$

$$\tilde{S}_{yj}^{(i)} = a_{0i}(R_{scj}^{(i)} \cos \varphi_{0i} + R_{ssj}^{(i)} \sin \varphi_{0i})/\rho_j$$

— математические ожидания,

$$\tilde{N}_{xj} = N_{xj}/\rho_j, \quad \tilde{N}_{yj} = N_{yj}/\rho_j$$

— случайные составляющие, обладающие корреляционной матрицей

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{pmatrix} \tilde{Q}_1 + \tilde{P}_{c1} & \tilde{R}_{cc1}^{(2)} & \tilde{P}_{s1} & \tilde{R}_{cs1}^{(2)} \\ \tilde{R}_{cc1}^{(2)} & \tilde{Q}_2 + \tilde{P}_{c2} & \tilde{R}_{sc1}^{(2)} & \tilde{P}_{s2} \\ \tilde{P}_{s1} & \tilde{R}_{sc1}^{(2)} & \tilde{Q}_1 - \tilde{P}_{c1} & \tilde{R}_{ss1}^{(2)} \\ \tilde{R}_{cs1}^{(2)} & \tilde{P}_{s2} & \tilde{R}_{ss1}^{(2)} & \tilde{Q}_2 - \tilde{P}_{c2} \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Здесь

$$\tilde{Q}_j = Q_j/\rho_j^2, \quad \tilde{P}_{cj} = P_{cj}/\rho_j^2, \quad \tilde{P}_{sj} = P_{sj}/\rho_j^2,$$

$$\tilde{R}_{ccj}^{(i)} = R_{ccj}^{(i)}/\rho_i\rho_j, \quad \tilde{R}_{ssj}^{(i)} = R_{ssj}^{(i)}/\rho_i\rho_j,$$

$$\tilde{R}_{csj}^{(i)} = R_{csj}^{(i)}/\rho_i\rho_j, \quad \tilde{R}_{scj}^{(i)} = R_{scj}^{(i)}/\rho_i\rho_j.$$

Воспользуемся методом линейных преобразований [16], согласно которому вектор статистически связанных центрированных гауссовских величин $\tilde{N}_{x1}, \tilde{N}_{x2}, \tilde{N}_{y1}, \tilde{N}_{y2}$ можно получить как линейное преобразование вектора статистически независимых гауссовских величин B_1, B_2, B_3, B_4 с нулевыми математическими ожиданиями и единичной дисперсией. Выберем матрицу преобразования нижнетреугольной

$$\begin{pmatrix} \tilde{N}_{x1} \\ \tilde{N}_{x2} \\ \tilde{N}_{y1} \\ \tilde{N}_{y2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{pmatrix}. \quad (30)$$

Вычисляя корреляционные моменты случайных величин (28) и приравнявая их соответствующим элементам корреляционной матрицы (29), находим b_{ij} . Так, например, дисперсия случайной величины $\tilde{N}_{x1} = b_{11}B_1$ равна

$$\langle \tilde{N}_{x1}^2 \rangle = b_{11}^2 \langle B_1^2 \rangle = b_{11}^2 = (\tilde{Q}_1 + \tilde{P}_{c1}),$$

следовательно $b_{11} = \sqrt{\tilde{Q}_1 + \tilde{P}_{c1}}$.

Для случайной величины $\tilde{N}_{x2} = b_{21}B_1 + b_{22}B_2$ находим корреляционный момент

$$\begin{aligned} \langle \tilde{N}_{x1}\tilde{N}_{x2} \rangle &= \langle b_{11}B_1(b_{21}B_1 + b_{22}B_2) \rangle = b_{11}b_{21}\langle B_1^2 \rangle \\ &+ b_{11}b_{22}\langle B_1B_2 \rangle = b_{11}b_{21} = \tilde{R}_{cc1}^{(2)} \end{aligned}$$

и дисперсию

$$\begin{aligned} \langle \tilde{N}_{x2}^2 \rangle &= \langle (b_{21}B_1 + b_{22}B_2)^2 \rangle = b_{21}^2 \langle B_1^2 \rangle + b_{22}^2 \langle B_2^2 \rangle \\ &+ 2b_{21}b_{22}\langle B_1B_2 \rangle = b_{21}^2 + b_{22}^2 = \tilde{Q}_2 + \tilde{P}_{c2}. \end{aligned}$$

Тогда

$$b_{21} = \tilde{R}_{cc1}^{(2)}/b_{11}, \quad b_{22} = \sqrt{\tilde{Q}_2 + \tilde{P}_{c2} - b_{21}^2}.$$

Аналогично выражая остальные корреляционные моменты, получаем рекуррентные соотношения для элементов матрицы b_{ij} :

$$b_{31} = \tilde{P}_{s1}/b_{11}, \quad b_{32} = (\tilde{R}_{sc1}^{(2)} - b_{21}b_{31})/b_{22},$$

$$b_{33} = \sqrt{\tilde{Q}_1 - \tilde{P}_{c1} - b_{31}^2 - b_{32}^2},$$

$$b_{43} = (\tilde{R}_{ss1}^{(2)} - b_{41}b_{31} - b_{42}b_{32})/b_{33},$$

$$b_{44} = \sqrt{\tilde{Q}_2 + \tilde{P}_{c2} - b_{41}^2 - b_{42}^2 - b_{43}^2}.$$

Подставляя полученные выражения для b_{ij} в (30), затем в (28) и (8), запишем для случайных величин L_j при условии справедливости гипотезы с номером i :

$$\begin{aligned} L_j^{(i)} &= (1/2)(\tilde{Q}_j - \tilde{P}_{cj} - \tilde{P}_{sj}^2) \left[z_{ri}^2 ((\tilde{R}_{ccj}^{(i)} \cos \varphi_{0i} + \tilde{R}_{csj}^{(i)} \sin \varphi_{0i}) \right. \\ &+ \tilde{N}_{xj}/z_{ri})^2 (\tilde{Q}_j - \tilde{P}_{cj}) + z_{ri}^2 ((\tilde{R}_{scj}^{(i)} \cos \varphi_{0i} + \tilde{R}_{ssj}^{(i)} \sin \varphi_{0i}) \\ &+ \tilde{N}_{yj}/z_{ri})^2 (\tilde{Q}_j + \tilde{P}_{cj}) - 2z_{ri}^2 ((\tilde{R}_{ccj}^{(i)} \cos \varphi_{0i} + \tilde{R}_{csj}^{(i)} \sin \varphi_{0i}) \\ &+ \tilde{N}_{xj}/z_{ri}) ((\tilde{R}_{scj}^{(i)} \cos \varphi_{0i} + \tilde{R}_{ssj}^{(i)} \sin \varphi_{0i}) + \tilde{N}_{yj}/z_{ri}) \tilde{P}_{sj} \left. \right]. \quad (31) \end{aligned}$$

В ходе моделирования для каждого значения $z = z_1 = z_2$, согласно (21), вычислялись z_{r1}, z_{r2} , и многократно формировались случайные величины (31). Если при $i = 1$ было справедливо неравенство $L_1 > L_2$, а при $i = 2$ — неравенство $L_1 \leq L_2$, то фиксировалось событие правильного различения. По результатам 10^6 испытаний вычислялась относительная частота принятия правильного решения.

На рис. 1 и 2 закрашенными маркерами (для СШП КРС) и выколотыми (для узкополосных радиосигналов) показаны результаты моделирования. Результаты анализа алгоритма различения, полученные аналитически, с высокой степенью совпадают с результатами статистического моделирования. Высокая степень соответствия математического и статистического моделирования обусловлена тем, что выражение (27) является точным, и незначительное расхождение кривых и маркеров на рис. 1 и 2 объясняется погрешностью численного интегрирования при аналитических расчетах и особенностями многократного формирования случайных величин при статистическом моделировании.

Заключение

В работе синтезирован максимально правдоподобный алгоритм различения СШП КРС произвольной формы с неизвестными начальными фазами и амплитудами, наблюдаемых на фоне белого гауссовского шума. В результате анализа синтезированного алгоритма различения получено точное аналитическое выражение в общем виде для средней вероятности ошибки различения n СШП КРС, а также выражение в замкнутом виде для случая различения двух сигналов. Исследовано влияние расстройки по параметру узкополосности и длительности на эффективность функционирования алгоритма различения. Установлено, что незначительное отличие параметра узкополосности сигналов (от 1 до 2) существенно влияет на изменение средней вероятности ошибки различения, а дальнейшее увеличение расстройки (более 2) уже практически не сказывается на характеристиках различения.

Дополнительно было выполнено сравнение эффективности синтезированного различителя и устройства различения узкополосных радиосигналов. В случае, когда информативные параметры сигналов практически не отличаются (расстройка составляет 10–20%), различитель СШП КРС имеет гораздо более высокую среднюю вероятность ошибки. При этом незначительное отличие в параметрах различаемых сигналов (более 30%) позволяет различителю СШП КРС достичь эффективности, схожей с узкополосным.

Кроме того, более простые различители узкополосных радиосигналов, на вход которых могут поступить широкополосные и СШП сигналы, при их обработке будут являться квазиоптимальными, и, как показано на примере решения задачи обнаружения [7], будут иметь низкую эффективность, ухудшение которой прямо пропорционально увеличению ширины полосы сигналов. Следовательно, при отсутствии априорных сведений о ширине полосы принимаемых (различаемых) сигналов целесообразно использовать различители СШП сигналов, которые позволяют путем изменения параметра узкополосности настроить различитель на нужную ширину полосы сигнала без снижения эффективности обработки сигналов.

Аппаратурная или программная реализация оптимального алгоритма различения СШП КРС в зависимости от количества различаемых сигналов может оказаться довольно сложной по сравнению с известными алгоритмами различения узкополосных радиосигналов из-за невыполнения условия узкополосности. Однако полученные в работе результаты могут быть использованы при проектировании новых и модернизации существующих СШП средств связи, радиолокации и навигации, функционирующих в условиях сложной помеховой обстановки, высокой плотности абонентов или многолучевого распространения сигналов. В случае обработки СШП сигналов в условиях гарантированного отсутствия сигналов

подобных помех целесообразно использовать более простые и быстроедействующие обнаружители сигналов [7].

Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00452, <https://rscf.ru/project/23-21-00452/>.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] H. Arslan, Z. Chen, M. Benedetto. *Ultra-Wideband wireless communication* (Wiley, 2006)
- [2] K.S. Gopalan, A. Bansal, A.R. Kabbinala. *2022 14th International Conference on COMmunication Systems & NETworkS (COMSNETS)* (Bangalore, India, 2022), p. 894–898. DOI: 10.1109/COMSNETS53615.2022.9668524
- [3] A.R. Kabbinala, A. Bansal, K.S. Gopalan. *2023 15th International Conference on COMmunication Systems & NETworkS (COMSNETS)* (Bangalore, India, 2023), p. 830–834. DOI: 10.1109/COMSNETS56262.2023.10041270
- [4] D. Coppens, A. Shahid, S. Lemey, B. Van Herbruggen, C. Marshall, E. De Poorter. *IEEE Access*, **10**, 70219 (2022). DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3187410
- [5] V. Di Pietra, P. Dabove. *2023 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS)* (Monterey, CA, USA, 2023), p. 1226–1233. DOI: 10.1109/PLANS53410.2023.10140133
- [6] А.П. Трифонов, П.Е. Руднев. *Известия вузов. Радиофизика*, **52** (9), 749 (2009). DOI: 10.1007/s11141-010-9175-2 [A.P. Trifonov, P.E. Rudnev. *Radiophys Quantum El.*, **52**, 671 (2009). DOI: 10.1007/s11141-010-9175-2]
- [7] А.П. Трифонов, Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов. *ЖТФ*, **88** (8), 1235 (2018). DOI: 10.21883/JTF.2018.08.46315.2552 [A.P. Trifonov, Yu.E. Korchagin, K.D. Titov. *Tech. Phys.*, **63** (8), 1199 (2018). DOI: 10.1134/S1063784218080212]
- [8] А.П. Трифонов, П.Е. Руднев. *Известия вузов. Радиоэлектроника*, **54** (4), 3 (2011). DOI: 10.20535/S0021347011040017 [A.P. Trifonov, P.E. Rudnev. *Radioelectron. Commun. Syst.*, **54** (4), 171 (2011). DOI: 10.3103/S0735272711040017]
- [9] А.П. Трифонов, П.Е. Руднев. *Известия вузов. Радиоэлектроника*, **54** (6), 3 (2011). DOI: 10.20535/S002134701106001X [A.P. Trifonov, P.E. Rudnev. *Radioelectron. Commun. Syst.*, **54**, 285 (2011). DOI: 10.3103/S073527271106001X]
- [10] В.И. Тихонов. *Оптимальный прием сигналов* (Радио и связь, М., 1983)
- [11] Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов, О.Н. Завалишина. В сб.: *XVIII Международная научно-практическая конференция „Электронные средства и системы управления“* (Томск, 2022), с. 54.
- [12] К. Хелстром. *Статистическая теория обнаружения сигналов* (ИИЛ, М., 1963)
- [13] М.И. Филькенштейн. *Основы радиолокации: учебник для вузов* (Радио и связь, М., 1983)

- [14] В.И. Тихонов. *Статистическая радиотехника* (Радио и связь, М., 1982)
- [15] П.С. Акимов, П.А. Бакут, В.А. Богданович, А.М. Бриккер. *Теория обнаружения сигналов* (Радио и связь, М., 1984)
- [16] В.В. Быков. *Цифровое моделирование в статистической радиотехнике* (Советское радио, М., 1971)