

05,10

Нелинейная динамика полубесконечного ферромагнетика с геликоидальной структурой

© В.В. Киселев^{1,2}, А.А. Расковалов^{1,2,3,*}

¹ Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН, Екатеринбург, Россия

² Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Физико-технологический институт (УрФУ), Екатеринбург, Россия

³ Сколковский институт науки и технологий, Москва, Россия

* E-mail: raskovalov@imp.uran.ru

Поступила в Редакцию 5 апреля 2024 г.

В окончательной редакции 6 сентября 2024 г.

Принята к публикации 16 сентября 2024 г.

Для легкоплоскостного ферромагнетика без центра инверсии в рамках модели Ландау–Лифшица найдены и проанализированы новые типы солитонов, встроенных в геликоидальную структуру полубесконечного образца. Учитывались смешанные краевые условия, предельными случаями которых являются свободные и полностью закрепленные спины на границе образца. Все киральные солитоны являются движущимися. Показано, что вблизи поверхности образца их ядра претерпевают сильные деформации, которые сопровождаются перемагничиванием среды. Проанализированы динамические свойства киральных солитонов и особенности их упругого отражения от границы образца в зависимости от характера закрепления краевых спинов.

Ключевые слова: солитоны, уравнение Ландау–Лифшица, волна поворота, легкоплоскостная анизотропия, киральный бризер.

DOI: 10.61011/FTT.2024.10.59081.150

1. Введение

В последнее десятилетие большое внимание уделяется магнитным материалам, основное состояние которых представляет спиральную структуру. В кристаллах без центра инверсии спиральное упорядочение часто связано с взаимодействием Дзялошинского–Мории, которое теоретически описывается инвариантами Лифшица в разложении свободной энергии [1–4]. Взаимодействие Дзялошинского–Мории конкурирует с обменным взаимодействием, разворачивая спины друг относительно друга на малый угол. Исследованию физических свойств материалов с геликоидальной магнитной структурой посвящено значительное число работ (см., например, [5–11]). Подробный обзор теории одноосных ферромагнетиков с геликоидальным основным состоянием представлен в работе [12].

При включении внешнего магнитного поля перпендикулярно оси геликоидальной структуры магнитная спираль с постоянным шагом превращается в одномерную решетку протяженных доменов. Внутри каждого из них распределение намагниченности почти однородно. Соседние домены разделены узкими доменными стенками — топологическими солитонами, в которых локализуется спиральный поворот намагниченности. Составляющие решетку солитоны ввиду своей мобильности и магниторезистивных свойств перспективны для использования в устройствах спинтроники. Большой интерес

представляет исследование движения и устойчивости отдельных доменных стенок и решетки в целом под влиянием электрического тока [13–16].

Спиральное упорядочение реализуется в тяжелых редкоземельных металлах, в большом классе проводящих кубических магнетиков без центра инверсии и ряде других соединений. Среди известных одноосных гелимагнетиков (CrNb_3S_6 , CrTaS_6 , CuB_2O_4 , CuCsCl_3 , $\text{Yb}(\text{Ni}_{1-x}\text{Cu}_x)_3\text{Al}_9$, $\text{Ba}_2\text{CuGe}_2\text{O}_7$) [17–22] наиболее изучен CrNb_3S_6 . В нем удалось экспериментально наблюдать решетку киральных солитонов [23].

Киральные мультисолитоны, встроенные в геликоидальную структуру ферромагнетиков, обладают полезными технологическими свойствами [12,24]. Однако их аналитическое описание связано со значительными трудностями из-за нелинейности базовых уравнений теории и по причине неоднородности спирального упорядочения среды. Здесь речь идет об изучении коллективных частицеподобных возбуждений геликоидальной структуры, которая в магнитном поле, ортогональном оси магнитной спирали, сама является существенно нелинейной решеткой из солитонов. В связи с этим имеется мало работ на эту тему. Решение проблемы возможно с привлечением упрощенных моделей, которые корректно учитывают основные взаимодействия и в тоже время допускают точные решения. Одной из таких моделей является популярное квазиодномерное уравнение синус–Гордона. В безграничной среде с однородным основным

состоянием оно полностью интегрируемо наиболее эффективным из методов нелинейной физики — методом обратной задачи рассеяния. Наличие нетривиального основного состояния осложняет построение частицеподобных возбуждений даже в случае неограниченной среды. Простейшие киральные солитоны в решетке солитонов были получены преобразованием Бэклунда в работе [25]. Полное исследование мультисолитонов и спиновых волн в геликоидальной структуре на основе метода обратной задачи рассеяния в рамках модели синус–Гордона можно найти в монографии [26] (см. также [27,28]).

Другая эффективная модель кирального ферромагнетика связана с квазиодномерными уравнениями Ландау–Лифшица в отсутствие магнитного поля. Напомним, что при анализе спектра малоамплитудных волн в гейзенберговском ферромагнетике с взаимодействием Дзялошинского и магнитным упорядочением в форме спирали с постоянным шагом уравнение Ландау–Лифшица часто записывают в локальном репере, смещающемся вдоль оси спирали (см., например, [12] и цитируемую там литературу). Тогда в новой системе отсчета геликоидальному упорядочению соответствует однородное распределение намагниченности, а спиноволновая динамика описывается линеаризованным уравнением Ландау–Лифшица для ферромагнетика с обменным взаимодействием без взаимодействия Дзялошинского, но с дополнительной анизотропией типа „легкая плоскость“. В работах [5,26,29] установлена глубокая связь точных решений существенно нелинейной модели Ландау–Лифшица для ферромагнетика с геликоидальной структурой при учете обменной энергии, взаимодействия Дзялошинского и энергии, квадратичной по намагниченности одноосной анизотропии (ось анизотропии параллельна вектору Дзялошинского), с решениями эквивалентной модели одноосного ферромагнетика без взаимодействия Дзялошинского. Найденное соответствие позволяет использовать солитонные решения полностью интегрируемых уравнений безграничного одноосного ферромагнетика с однородным основным состоянием для построения и анализа спиновых волн и нетривиальных мультисолитонов (движущихся или покоящихся) в ферромагнетике с геликоидальной структурой. В общем случае, наличие оси легкого намагничивания, совпадающей с направлением вектора Дзялошинского, подавляет геликоидальное упорядочение и сохраняет метастабильный спиральный поворот намагниченности только в локализованных областях внутри образца. Для неинтегрируемых одномерных уравнений Ландау–Лифшица это утверждение обосновано приближенными методами в работах [15,16]. Для интегрируемых моделей легкоосного ферромагнетика образование зародышей киральной фазы на фоне однородного распределения намагниченности описано аналитически в [5,29]. Напротив, квадратичная по намагниченности

легкоплоскостная анизотропия (базисная плоскость параллельна плоскости поворота спинов) сохраняет геликоидальную структуру на всем протяжении образца. Частицеподобные солитоны на фоне неограниченной магнитной спирали найдены и проанализированы в [5,29].

Реальные образцы имеют границы. Учет краевых условий приводит к изменениям конфигурации геликоидальной структуры [12,30] и появлению важных для приложений особенностей динамики магнитных солитонов и спиновых волн, которые отсутствуют в безграничной среде. Между тем, обобщение метода обратного спектрального преобразования на образцы конечных размеров встречает серьезные трудности из-за отсутствия простого отображения начально-краевых условий для моделей Ландау–Лифшица в данные рассеяния. Такое отображение становится возможным только при специальных (интегрируемых) граничных условиях [31,32].

Для ограниченных ферромагнетиков без взаимодействия Дзялошинского физически содержательные интегрируемые условия установлены довольно давно [33]. Однако нелинейная динамика ограниченных образцов даже без геликоидальной структуры до сих пор не изучена из-за отсутствия эффективной схемы обратного спектрального преобразования для конечных систем. В работах [34,35] эта проблема решена для нелинейного уравнения Шредингера на полуоси посредством объединения метода обратной задачи рассеяния с „методом изображений“, который используется в электростатике при решении линейных краевых задач с определенной пространственной симметрией. В работах [36–39] мы применили схему [34,35] для исследования солитонов в полуограниченных образцах гейзенберговского ферромагнетика и одноосных ферромагнетиков с однородным основным состоянием. В настоящей работе мы используем эти результаты для аналитического описания спиновых волн и солитонов в геликоидальной структуре полуограниченного ферромагнетика.

Нам удалось обобщить преобразование работ [5,29] и установить связь решений модели Ландау–Лифшица для полуограниченного одноосного ферромагнетика без взаимодействия Дзялошинского с решениями уравнений Ландау–Лифшица для полуограниченного кирального ферромагнетика при краевых условиях, учитывающих частичное закрепление спинов на границе образца. С помощью техники интегрирования уравнений Ландау–Лифшица полуограниченных ферромагнетиков с однородным основным состоянием [37–39] найденное преобразование дает полное аналитическое описание мультисолитонов и диспергирующих волн в полуограниченном киральном ферромагнетике с одноосной магнитной анизотропией. В настоящей работе мы ограничимся обсуждением ферромагнетика с анизотропией типа „легкая плоскость“. Такой тип одноосной анизотропии не подавляет квазиодномерной геликоидальной структуры в объеме образца и приводит к нетривиальным частицеподобным возбуждениям на фоне магнитной спирали.

2. Полуограниченный ферромагнетик с однородным основным состоянием

Приведем основные формулы для полуограниченного ферромагнетика с однородным основным состоянием и однородным распределением намагниченности в глубине образца [38,39], которые используются далее для аналитического описания солитонов и волн в геликоидальной структуре на полуси $0 \leq z < \infty$. Энергия такого ферромагнетика с анизотропией типа „легкая плоскость“ (плоскость Oxy) имеет вид [1]

$$E = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} dz [\alpha(\partial_z \mathbf{M})^2 + K(\mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_3)^2] + H(\mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_1)|_{z=0},$$

где $\mathbf{M}(z, t)$ — намагниченность на единицу длину вдоль оси Oz ($\mathbf{M}^2 = M_0^2 = \text{const}$), z и t — пространственная координата и время, $\alpha > 0$ и $K > 0$ — постоянные обменного взаимодействия и анизотропии. Параметр H характеризует эффективное поле однонаправленной поверхностной анизотропии $H = E_0/M_0$, обусловленное нанесением слоя антиферромагнетика на поверхность ферромагнитного образца [40–42]. Здесь E_0 — обменная энергия единицы поверхности образца. Ее значения для широкого класса двуслойных структур антиферромагнетик–ферромагнетик приведены в [43]. Единичные векторы $\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)$ и $\mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)$ задают направления поверхностного поля и „трудной оси“ намагничивания соответственно.

В безразмерных переменных:

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= -\mathbf{M}/M_0, \quad z' = z\sqrt{K/\alpha}, \\ t' &= \gamma M_0 K t, \quad h' = HM_0^{-1}/\sqrt{\alpha K}, \end{aligned} \quad (1)$$

где γ — магнитомеханическое отношение, энергия системы приобретает вид

$$E' = \frac{E}{M_0^2 \sqrt{\alpha K}} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} dz' [(\partial_{z'} \mathbf{m})^2 + m_3^2] - h' m_1|_{z=0}.$$

Возможным нелинейным возбуждениям в полубесконечном образце соответствуют решения уравнения Ландау–Лифшица [26,44,45]:

$$\begin{aligned} \partial_{t'} \mathbf{m} &= [\mathbf{m} \times \partial_{z'}^2 \mathbf{m}] - (\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{m})[\mathbf{m} \times \mathbf{e}_3], \\ \mathbf{m}^2 &= 1, \quad 0 \leq z' < \infty, \end{aligned} \quad (2)$$

с интегрируемыми краевыми условиями

$$[\mathbf{m} \times (\partial_{z'} \mathbf{m} + \mathbf{e}_1 h')]|_{z=0} = 0, \quad (3)$$

$$\mathbf{m} \rightarrow (1, 0, 0), \quad \partial_{z'} \mathbf{m} \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad z' \rightarrow +\infty \quad (4)$$

и начальным распределением намагниченности

$$\mathbf{m}(z', t' = 0) = \mathbf{m}_0(z'). \quad (5)$$

Выбор асимптотического краевого условия (4) соответствует минимуму плотности энергии среды при $z' \gg 1$. Начальное возмущение (5) согласовано с условиями (3), (4). „Штрихи“ над безразмерными переменными далее опускаем.

Смешанное краевое условие (3) при $h \rightarrow 0$ переходит в условие задачи со свободными поверхностными спинами [45]:

$$[\mathbf{m} \times \partial_z \mathbf{m}]|_{z=0} = 0.$$

В пределе $|h| \rightarrow \infty$ оно сводится к условию полного закрепления спинов на границе образца:

$$m_1|_{z=0} = \pm 1. \quad (6)$$

Выбор знака в правой части (6) зависит от типа солитонов [38,39]. Уточним его в ходе дальнейшего анализа.

Эволюцию солитона вблизи границы образца можно формально трактовать как результат взаимодействия реального солитона внутри образца с фиктивным солитоном изображения вне образца. В ходе взаимодействия с поверхностью образца в области локализации солитона происходят смещения и вращения намагниченности на величину порядка намагниченности насыщения. Сценарии отражения солитонов зависят от характера закрепления краевых спинов. После отражения от поверхности образца по мере продвижения вглубь среды все солитоны восстанавливают стационарную форму, типичную для солитонов безграничной среды.

В работах [38,39] показано, что солитоны полубесконечного легкоплоскостного ферромагнетика делятся на два класса. К первому из них относятся солитоны, ядра которых при удалении от границы образца принимают форму волн стационарного профиля без внутренних колебаний намагниченности. Такие солитоны не бывают неподвижными. Распределение намагниченности в простейшем из них имеет вид

$$\begin{aligned} m_1 &= -1 + 2 \text{th}^2 \rho (1 - n_1 n_2)^2 d^{-1}, \\ m_2 &= -2 \text{th}^2 \rho (n_1 + n_2)(1 - n_1 n_2) d^{-1}, \\ m_3 &= 2 \text{sh} \rho (n_2 - n_1)(1 - n_1 n_2) / (d \text{ch}^2 \rho), \\ d &= (n_1 - n_2)^2 + (1 + n_1 n_2)^2 \text{th}^2 \rho, \\ n_1 &= c_0 \exp\left(-\frac{z}{\text{ch} \rho} + \frac{\text{sh} \rho}{\text{ch}^2 \rho} t\right), \\ n_2 &= \frac{f}{c_0} \exp\left(-\frac{z}{\text{ch} \rho} - \frac{\text{sh} \rho}{\text{ch}^2 \rho} t\right), \quad f = \frac{h \text{ch} \rho + 1}{h \text{ch} \rho - 1}, \end{aligned} \quad (7)$$

где c_0 — вещественная постоянная интегрирования, $-\infty < \rho < \infty$ — параметр решения. Далее, для определенности, полагаем $\rho > 0$. Решение (7), как и положено, удовлетворяет краевым условиям (3), (4).

В слабых поверхностных полях $|h| < \text{ch}^{-1} \rho$ параметр $f < 0$, и, наоборот, $f > 0$ при $|h| > \text{ch}^{-1} \rho$. Это проявляется в разных сценариях деформаций ядра солитона (7) в ходе взаимодействия с границей образца и приводит к отличиям его установившегося профиля в глубине

образца до и после отражения от поверхности. В обоих случаях все спины внутри солитона наклонены к границе образца при $c_0 > 0$ или вглубь среды при $c_0 < 0$.

Поясним утверждение на примере слабых полей $|h| < \text{ch}^{-1}\rho$. Тогда подробная запись решения (7)

$$\begin{aligned} m_1 &= -1 + \frac{2}{\tau} \text{th}^2 \rho \text{ch}^2 y, \quad y = \frac{z}{\text{ch} \rho} - \frac{1}{2} \ln |f|, \\ m_2 &= -\frac{2 \text{sign} c_0}{\tau} \text{th}^2 \rho \text{sh} s \text{ch} y, \\ s &= \frac{\text{sh} \rho}{\text{ch}^2 \rho} (t - t_0), \quad t_0 = \frac{\text{ch}^2 \rho}{2 \text{sh} \rho} \ln \frac{|f|}{c_0^2}, \\ m_3 &= -\frac{2 \text{sign} c_0}{\tau \text{ch}^2 \rho} \text{sh} \rho \text{ch} s \text{ch} y, \quad \tau = \text{ch}^2 s + \text{th}^2 \rho \text{sh}^2 y \end{aligned} \quad (8)$$

сразу показывает, что в момент t_0 столкновения солитона (8) с краем образца все спины в области локализации солитона ложатся в плоскость Oxz . Распределение намагниченности в плоскости Oxz зависит от знака h . В отрицательных полях $-\text{ch}^{-1}\rho < h < 0$ компонента намагниченности $m_1(z, t = t_0)$ монотонно возрастает по мере удаления от края $z = 0$ вглубь образца. В самой точке $z = 0$ при достаточно больших значениях $\rho > \text{Arcsh} 1$ проекция $m_1(z = 0, t = t_0)$ положительна. В этом случае компонента $m_3(z, t = t_0)$ на всем протяжении образца также ведет себя монотонно, и намагниченность в солитоне в момент столкновения с границей разворачивается в плоскости Oxz меньше чем на 90° (см. рис. 1, *a*). При сравнительно малых значениях $\rho < \text{Arcsh} 1$ проекция $m_1(z, t = t_0)$ меняет знак с минуса на плюс при переходе через точку, определяемую условием $\text{ch} y \text{sh} \rho = 1$, а компонента $m_3(z, t = t_0)$ имеет в этой точке абсолютный минимум: $m_3 = -1$ (рис. 1, *b*).

В положительных полях $0 < h < \text{ch}^{-1}\rho$ вблизи границы образца в точке $z_0 = \text{ch} \rho \ln |f|/2 > 0$ происходит частичное перемагничивание среды: $m_1^{(0)} = -1 + 2 \text{th}^2 \rho$. Компонента $m_1(z, t = t_0)$ имеет единственный минимум в точке z_0 . Что касается компоненты $m_3(z, t = t_0)$, то в зависимости от соотношения значений параметра ρ и величины поверхностного поля она может иметь только одну ($z = z_0$), две ($z = z_0$ и $z = z_1$), или даже три точки экстремума ($z = z_0$ и $z = z_{1,2}$). Соответствующие случаи приведены на рис. 1, *c–e*. Добавочные точки $z_{1,2}$ — нули функции $m_1(z, t = t_0)$, определяемые равенством $\text{ch}[y(z_{1,2})] \text{sh} \rho = 1$.

На больших расстояниях от поверхности образца при $z \gg 1$ в пределе $t \rightarrow \pm\infty$ решение (8) принимает вид волны стационарного профиля:

$$\begin{aligned} m_1 &= \text{th} \xi_{\pm}, \quad m_2 = \mp \text{sign} c_0 \frac{\text{th} \rho}{\text{ch} \xi_{\pm}}, \quad m_3 = -\frac{\text{sign} c_0}{\text{ch} \rho \text{ch} \xi_{\pm}}, \\ \xi_{\pm} &= (z \mp Vt - z_{\pm})/l_0; \quad z_+ = \text{ch} \rho \ln(|c_0|/\text{th} \rho), \\ z_- &= -\text{ch} \rho \ln(|c_0| \text{th} \rho/|f|), \end{aligned} \quad (9)$$

которая локализована в области шириной $l_0 = \text{ch} \rho > 1$ и движется со скоростью $V = \text{th} \rho > 0$ внутрь образца

или к его поверхности, параметры z_{\pm} определяют координату центра волны в сопутствующей ей системе отсчета, где $z \mp Vt = 0$. Это типичный солитон безграничного легкоплоскостного ферромагнетика, который называют волной поворота намагниченности [46,26]. Название связано с тем, что в области локализации волны намагниченность поворачивается на 180° из положения $\mathbf{m} = (-1, 0, 0)$ в хвосте солитона, где $\xi_{\pm} \ll -1$, в положение $\mathbf{m} = (1, 0, 0)$ в его голове, где $\xi_{\pm} \gg 1$. При этом в области локализации солитона проекция вектора \mathbf{m} на плоскость Oyz образует постоянный угол с осью Oz . Ориентация намагниченности в центре волны поворота после и до отражения определяется формулами

$$\mathbf{m} = (0, \sin \delta_{\pm}, \cos \delta_{\pm}), \quad \sin \delta_{\pm} = \mp \text{sign} c_0 \text{th} \rho,$$

$$\cos \delta_{\pm} = -\text{sign} c_0 / \text{ch} \rho.$$

В результате отражения волны поворота от края образца положение ее центра сдвигается на величину Δz :

$$\Delta z = z_+ - z_- = \text{ch} \rho \ln(c_0^2/|f|). \quad (10)$$

Отсюда находим время взаимодействия солитона (8) с поверхностью образца: $|t - t_0| \leq \Delta z/V$. Кроме того, намагниченность в центре солитона (8) после его столкновения с границей поворачивается на угол

$$\delta_+ - \delta_- = 2 \arg[1 + i \text{sh} \rho] = 2 \arctg \text{sh} \rho. \quad (11)$$

В сильных полях при $|h| > \text{ch}^{-1}\rho$ солитон (7) описывается выражением, которое получается из (8) формальными заменами:

$$|f| \rightarrow f > 0, \quad \text{ch} y \leftrightarrow \text{sh} y, \quad \text{sh} s \leftrightarrow \text{ch} s.$$

Определения y, s остаются прежними. С учетом этого замечания, нетрудно установить, что в сильных полях отражение солитона (7) от края образца происходит в другой плоскости Oxy . При отрицательных полях $h < -\text{ch}^{-1}\rho$ в момент $t = t_0$ столкновения с границей образца компонента m_1 намагниченности по мере удаления вглубь образца монотонно возрастает. На границе образца $z = 0$ проекция $m_1(z = 0, t = t_0)$ положительна при значениях поля $-\sqrt{2} \text{ch}^{-1}\rho < h < -\text{ch}^{-1}\rho$ и отрицательна при $h < -\sqrt{2} \text{ch}^{-1}\rho$. Последний случай изображен на рис. 2, *a*.

При положительных значениях $h > \text{ch}^{-1}\rho$ в точке $z_0 = \text{ch} \rho (\ln f)/2$, в отличие от случая небольших полей (8), наблюдается полное перемагничивание среды: $m_1 = -1$. Проекция $m_1(z = 0, t = t_0)$ на границе образца отрицательна при $h > \sqrt{2} \text{ch}^{-1}\rho$ (рис. 2, *b*) и положительна при $\text{ch}^{-1}\rho < h < \sqrt{2} \text{ch}^{-1}\rho$. На рис. 2 в обоих случаях выбрано $c_0 > 0$. При $c_0 < 0$ направление закрутки намагниченности в плоскости Oxy будет обратным.

При $h > \text{ch}^{-1}\rho$ вдали от границы образца при $z \gg 1$, $t \rightarrow \pm\infty$ солитон (7) превращается в волну поворота,

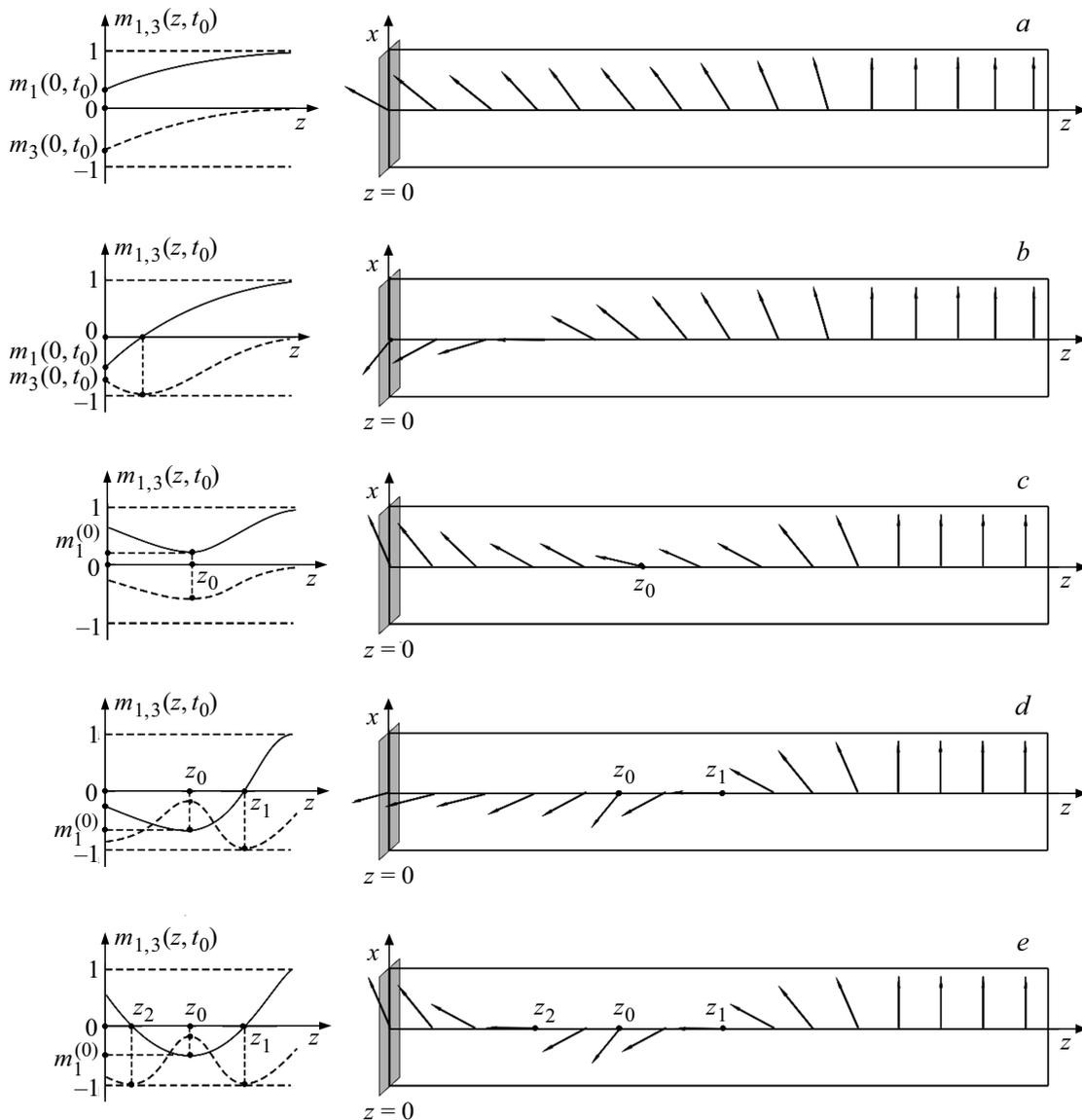


Рис. 1. Компоненты намагниченности $m_1(z, t_0)$ (сплошная линия), $m_3(z, t_0)$ (пунктирная линия) солитона (8) и распределение спинов в момент времени $t = t_0$ при значениях *a*) $-\text{ch}^{-1}\rho < h < 0, \rho > \text{Arcsh}1$; *b*) $-\text{ch}^{-1}\rho < h < 0, \rho < \text{Arcsh}1$; *c*) $0 < h < \text{ch}^{-1}\rho, \rho > \text{Arcsh}1$; *d*) $0 < h < \text{ch}^{-1}\rho\sqrt{1 - \text{sh}^2\rho}, \rho < \text{Arcsh}1$; *e*) $\text{ch}^{-1}\rho\sqrt{1 - \text{sh}^2\rho} < h < \text{ch}^{-1}\rho, \rho < \text{Arcsh}1$. Во всех случаях выбрано $c_0 > 0$.

похожую на (9):

$$m_1 = \text{th } \xi_{\pm}, \quad m_2 = -\text{sign } c_0 \frac{\text{th } \rho}{\text{ch } \xi_{\pm}}, \quad m_3 = \mp \frac{\text{sign } c_0}{\text{ch } \rho \text{ ch } \xi_{\pm}},$$

$$\xi_{\pm} = [z \mp Vt - z_{\pm}]/l_0, \quad z_+ = \text{ch } \rho \ln(|c_0|/\text{th } \rho),$$

$$z_- = -\text{ch } \rho \ln(|c_0| \text{th } \rho/f). \quad (12)$$

Сравнение формул (9) и (12) приводит к заключению, что в сильных полях h намагниченность в центре солитона (7) после его столкновения с границей образца поворачивается в плоскости Oyz на другой угол:

$$\delta_+ - \delta_- = \pi + 2 \arctg \text{sh } \rho, \quad (13)$$

который отличается от прежнего (11) на π . Сдвиг положения солитона определяется прежней формулой (10).

Таким образом, изменение фазы комплексного поля $m_3 + im_2$ в центре волны поворота после ее отражения от края образца в случаях слабого $|h| < \text{ch}^{-1}\rho$ и сильного $|h| > \text{ch}^{-1}\rho$ поверхностного поля аналогичен изменению фазы световой волны при ее отражении от границы с менее и более оптически плотной средой. В следующем разделе мы покажем, что пороговый по амплитуде поля h характер изменения ядер солитонов (7) после их отражения от границы образца наследуется киральными волнами поворота в геликоидальной структуре. Особенности перемагничивания среды в ходе столкновения с краем образца киральных волн поворота отличаются от рассмотренных здесь только дополнительным спиральным вращением спинов в области ядер солитонов.

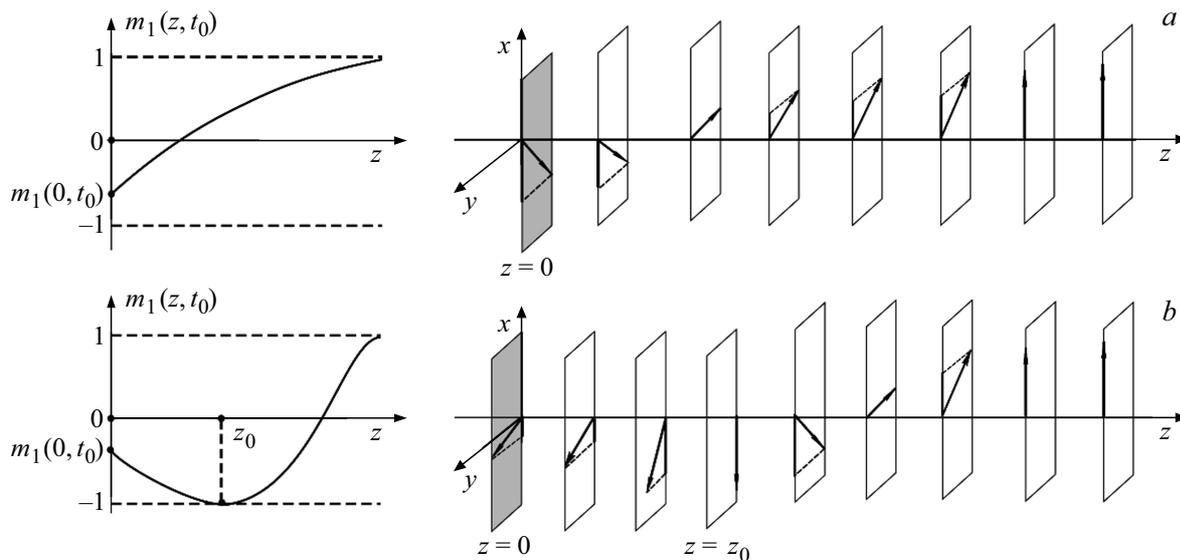


Рис. 2. Компонента намагниченности $m_1(z, t_0)$ солитона (7) и распределение спинов в момент времени $t = t_0$ при значениях поля $a) h < -\sqrt{2} \operatorname{ch}^{-1} \rho$ и $b) h > \sqrt{2} \operatorname{ch}^{-1} \rho$; в обоих случаях выбрано $c_0 > 0$.

Второй класс возможных нелинейных возбуждений в системе представляют пульсирующие солитоны — бризеры [38,39]. В толще образца они упруго сталкиваются между собой и с волнами поворота намагниченности. Отражение бризеров от границы образца также является упругим и сопровождается сильной деформацией солитонных ядер. Вдали от поверхности образца (при $z \gg 1, t \rightarrow \pm\infty$) колебания бризера приобретают регулярный характер, и он превращается в прецессирующий бризер неограниченной среды [26]:

соответственно определяют толщину стенок, ограничивающих ядро бризера, скорость движения центра солитона, частоту и волновое число осцилляций в его ядре. В пределах ядра солитона (14) намагниченность совершает неоднородную эллиптическую прецессию с частотой ω вокруг оси Ox . Эллипс прецессии вытянут вдоль легкой плоскости Oxy . Конус прецессии пульсирует с частотой 2ω . Это приводит к продольным колебаниям размера солитона. Единственным результатом отражения бризера (14) от границы образца является сдвиг его центра

$$m_1 = 1 - \frac{2}{\tau_{\pm}} \left[\cos^2 s_{\pm} + \frac{\cos^2 \varphi}{|\operatorname{sh} \mu|^2} \right];$$

$$z_{+}^{(0)} = l_0 \ln \left| \frac{\kappa}{\operatorname{th} \rho \operatorname{cth} \mu} \right|, \quad z_{-}^{(0)} = l_0 \ln \left| \frac{f}{\kappa \operatorname{th} \rho \operatorname{cth} \mu} \right|,$$

$$m_2 = \pm \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\tau_{\pm} |\operatorname{sh} \mu|^2}$$

$$f = \frac{i h \operatorname{sh} \mu + 1}{i h \operatorname{sh} \mu - 1}$$

$$\times [\cos s_{\pm} \operatorname{ch} y_{\pm} \operatorname{sh} 2\rho - \sin s_{\pm} \operatorname{sh} y_{\pm} \sin(2\varphi)],$$

и изменение начальной фазы его прецессии:

$$m_3 = \frac{2 \operatorname{ctg} \varphi}{\tau_{\pm} |\operatorname{sh} \mu|^2}$$

$$s_{+}^{(0)} = \arg[\operatorname{th} \rho \operatorname{cth} \mu \kappa^{-1}], \quad s_{-}^{(0)} = \arg[\kappa \operatorname{th} \rho \operatorname{cth} \mu f^{-1}].$$

$$\times [\operatorname{sh} \rho \cos \varphi \operatorname{ch} y_{\pm} \sin s_{\pm} + \operatorname{ch} \rho \sin \varphi \operatorname{sh} y_{\pm} \cos s_{\pm}], \quad (14)$$

В отличие от случая неограниченной среды, бризер на полуоси, так же, как и волна поворота, не может быть неподвижным ($\rho \neq 0, V \neq 0$).

где

$$y_{\pm} = [z \mp Vt - z_{\pm}^{(0)}] / l_0, \quad s_{\pm} = kz \mp \omega t + s_{\pm}^{(0)},$$

Мы показали, что в пределе $|h| \rightarrow \infty$ решение начально-краевой задачи (2), (3) для полуограниченного образца, содержащее N волн поворота намагниченности и произвольное число бризеров и диспергирующих спин-волновых пакетов, переходит в решение той же модели при краевых условиях

$$\tau_{\pm} = \cos^2 s_{\pm} + \operatorname{ctg}^2 \varphi \operatorname{ch}^2 y_{\pm}.$$

Солитон (14) параметризуется комплексным числом $\mu = \rho + i\varphi; -\infty < \rho < \infty, 0 < \varphi < \pi$. Величины

$$\mathbf{m}(z = 0, t) \rightarrow (-1)^N \mathbf{e}_1; \quad \mathbf{m}(z, t) \rightarrow \mathbf{e}_1;$$

$$\partial_z \mathbf{m}(z, t) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad z \rightarrow +\infty.$$

При положительных (отрицательных) конечных значениях поверхностного поля энергетически более выгодно

$$l_0 = \left(\frac{\operatorname{ch} \rho \sin \varphi}{|\operatorname{sh} \mu|^2} \right)^{-1} > 0, \quad V = \frac{\operatorname{th} \rho (\operatorname{ch}^2 \rho + \cos^2 \varphi)}{|\operatorname{sh} \mu|^2},$$

$$\omega = \frac{\operatorname{ch} \rho \cos \varphi}{|\operatorname{sh} \mu|^4} (\operatorname{sh}^2 \rho - \sin^2 \varphi), \quad k = \frac{\operatorname{sh} \rho \cos \varphi}{|\operatorname{sh} \mu|^2}$$

образование на полуоси четного (нечетного) числа волн поворота. Отсюда следует, что образованием четного или нечетного числа волн поворота в системе можно управлять, меняя характер закрепления спинов на границе. Установленная закономерность сохраняется и для киральных волн поворота.

При слабых внешних воздействиях в образце образуются только диспергирующие волны без солитонов. В случае малоамплитудных спиновых волн намагниченность в полуограниченном образце описывается выражениями [38,39]:

$$m_3 = -\frac{2}{\pi} \operatorname{Im} \left[\int_0^{+\infty} d\xi \frac{b_0(\xi)}{\operatorname{sh} \xi} \exp\left(\frac{it \operatorname{ch} \xi}{\operatorname{sh}^2 \xi}\right) \times \operatorname{Re} \left(\frac{\exp(iz \operatorname{sh}^{-1} \xi)}{\operatorname{sh}^{-1} \xi + ih} \right) \right], \quad m_1 \approx 1;$$

$$m_2 = \frac{2}{\pi} \operatorname{Re} \left[\int_0^{+\infty} d\xi b_0(\xi) \operatorname{cth} \xi \exp\left(\frac{it \operatorname{ch} \xi}{\operatorname{sh}^2 \xi}\right) \times \operatorname{Re} \left(\frac{\exp(iz \operatorname{sh}^{-1} \xi)}{\operatorname{sh}^{-1} \xi + ih} \right) \right]. \quad (15)$$

где b_0 — коэффициент отражения обратной задачи рассеяния, отвечающий наличию диспергирующих волн [26].

Непосредственной проверкой легко убедиться, что (15) является решением линеаризованного уравнения Ландау–Лифшица (2):

$$\partial_t m_2 + \partial_z^2 m_3 - m_3 = 0, \quad \partial_t m_3 - \partial_z^2 m_2 = 0,$$

$$|m_{2,3}| \ll 1, \quad 0 < z < +\infty$$

с линеаризованными краевыми условиями (3), (4):

$$(\partial_z m_{2,3} - h m_{2,3})|_{z=0} = 0, \quad m_{2,3} \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad z \rightarrow +\infty.$$

3. Солитоны полуограниченного ферромагнетика с геликоидальной структурой

Рассмотрим квазиодномерный ферромагнитный кристалл без центра инверсии с плотностью энергии:

$$w = \frac{\alpha}{2} (\partial_z \mathbf{M})^2 + \frac{KM_0^2}{2} - \kappa(M_1 \partial_z M_2 - M_2 \partial_z M_1).$$

Здесь мы используем прежние обозначения для намагниченности среды $\mathbf{M}(z, t)$ ($M^2 = M_0^2 = \text{const}$), пространственной координаты $0 < z < \infty$, времени t , постоянных обменного взаимодействия $\alpha > 0$ и легкоплоскостной

анизотропии $K > 0$. Кроме того, учитываем взаимодействие Дзялошинского, которому соответствует инвариант Лифшица

$$-\kappa(M_1 \partial_z M_2 - M_2 \partial_z M_1),$$

совместимый с одноосной симметрией магнитного кристалла без центра инверсии. Знак постоянной κ может быть любым.

Условия $\alpha > 0$, $K > 0$ теперь не обеспечивают устойчивости однородного состояния среды в глубине образца (при $z \gg 1$). Таковым оказывается неоднородное распределение намагниченности типа геликоидальной структуры:

$$\mathbf{M} = -M_0(\cos(pz), \sin(pz), 0), \quad (16)$$

где $p = \kappa/\alpha$. Период магнитной спирали $2\pi/|p|$ много больше кристаллографических периодов a : $2\pi\alpha/|\kappa| \gg a$ и обычно несоизмерим с ними.

Пусть, как и ранее, вдоль границы $z = 0$ образца приложено эффективное поле однонаправленной поверхностной анизотропии $\mathbf{H} = H\mathbf{e}_1$, где $\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)$. В толще образца спиральному упорядочению отвечает плотность энергии $-M_0^2 \kappa^2 / (2\alpha)$. Будем отсчитывать энергию системы от геликоидального основного состояния среды при $z \gg 1$. Тогда полная энергия образца запишется в виде

$$E = \frac{1}{2} \int_0^\infty dz \left[\alpha (\partial_z \mathbf{M})^2 + KM_0^2 + \frac{M_0 \kappa^2}{\alpha} - 2\kappa(M_1 \partial_z M_2 - M_2 \partial_z M_1) \right] + HM_1|_{z=0}. \quad (17)$$

Перейдем к безразмерным переменным:

$$\mathbf{m} = -\mathbf{M}/M_0, \quad \tilde{z} = z \left[\frac{1}{\alpha} \left(K + \frac{\kappa^2}{\alpha} \right) \right]^{1/2},$$

$$\tilde{t} = \gamma M_0 t \left(K + \frac{\kappa^2}{\alpha} \right), \quad \tilde{h} = \frac{H}{M_0} \left[\alpha \left(K + \frac{\kappa^2}{\alpha} \right) \right]^{-1/2},$$

которые совпадают с прежними (1) при $\kappa = 0$. В новых переменных энергия системы примет вид

$$\tilde{E} = \frac{E}{M_0^2} \left[\alpha \left(K + \frac{\kappa^2}{\alpha} \right) \right]^{-1/2} = \frac{1}{2} \int_0^\infty d\tilde{z} [(\partial_{\tilde{z}} \mathbf{m})^2 + (1 - q^2) m_3^2 - 2q(m_1 \partial_{\tilde{z}} m_2 - m_2 \partial_{\tilde{z}} m_1) + q^2] - \tilde{h} m_1|_{\tilde{z}=0}.$$

Спиральной структуре (16) соответствует распределение поля \mathbf{m} :

$$\mathbf{m} = (\cos(q\tilde{z}), \sin(q\tilde{z}), 0), \quad (18)$$

где $q = \kappa / [\alpha(K + \kappa^2/\alpha)]$.

Возможным нелинейным возбуждениям геликоидальной структуры полубесконечного ферромагнитного образца соответствуют решения уравнения Ландау–Лифшица:

$$\partial_t \mathbf{m} = [\mathbf{m} \times \partial_z^2 \mathbf{m}] - (1 - q^2)(\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{m})[\mathbf{m} \times \mathbf{e}_3] + 2q(\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{m})\partial_z \mathbf{m}, \quad (19)$$

где $\mathbf{m}^2 = 1$, $0 < \tilde{z} < \infty$, с краевыми условиями:

$$[\mathbf{m} \times (\partial_z \mathbf{m} + q[\mathbf{m} \times \mathbf{e}_3] + \tilde{h} \mathbf{e}_1)]|_{\tilde{z}=0} = 0,$$

$$\mathbf{m} \rightarrow (\cos(q\tilde{z}), \sin(q\tilde{z}), 0) \quad \text{при} \quad \tilde{z} \rightarrow +\infty \quad (20)$$

и заданным начальным возмущением спиральной структуры:

$$\mathbf{m}(\tilde{z}, \tilde{t} = 0) = \mathbf{m}_0(\tilde{z}), \quad (21)$$

которое совместимо с условиями (20). Вектор $\mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)$, как и ранее, задает направление „трудной оси“ намагничивания.

Для установления связи между задачами (2)–(5) и (19)–(21) воспользуемся параметризацией нормированной намагниченности углами Θ и Φ :

$$\mathbf{m} = (\cos \Theta \cos \Phi, \cos \Theta \sin \Phi, \sin \Theta).$$

Уравнение Ландау–Лифшица (19) вместе с краевыми условиями (20) следует из вариационного принципа Гамильтона для функционала действия:

$$S = \int_0^\infty d\tilde{z} \left(\sin \Theta \partial_{\tilde{t}} \Phi - \frac{1}{2} [(\partial_z \Theta)^2 + \cos^2 \Theta (\partial_z \Phi - q)^2 + \sin^2 \Theta] + \tilde{h} \cos \Theta \cos \Phi \right)|_{\tilde{z}=0}. \quad (22)$$

Начально-краевая задача (2)–(5) для легкоплоскостного ферромагнетика с однородным основным состоянием описывается действием, которое следует из (22) при $q = 0$. Отсюда сразу следует важное утверждение, которое является обобщением установленного в [26,29] для безграничной среды. Если известно решение $\Theta^{(l)}(z, t, h)$, $\Phi^{(l)}(z, t, h)$ уравнения Ландау–Лифшица (2) с краевыми условиями (3) и (4), то решение $\Theta^{(g)}(\tilde{z}, \tilde{t}, \tilde{h}, q)$, $\Phi^{(g)}(\tilde{z}, \tilde{t}, \tilde{h}, q)$ модели (19), (20) кирального ферромагнетика определится формулами

$$\Phi^{(g)}(\tilde{z}, \tilde{t}, \tilde{h}, q) = \Phi^{(l)}(z = \tilde{z}, t = \tilde{t}, h = \tilde{h}) + q\tilde{z},$$

$$\Theta^{(g)}(\tilde{z}, \tilde{t}, \tilde{h}, q) = \Theta^{(l)}(z = \tilde{z}, t = \tilde{t}, h = \tilde{h}).$$

После приведенного преобразования функционал действия одной задачи переходит в функционал действия другой. Это и обосновывает эквивалентность не только уравнений, но и начально-краевых условий для двух

задач. Распределения намагниченности $\mathbf{m}^{(l)}(z, t, h)$ и $\mathbf{m}^{(g)}(\tilde{z}, \tilde{t}, \tilde{h}, q)$ этих задач связаны между собой:

$$m_+^{(g)}(\tilde{z}, \tilde{t}, \tilde{h}, q) = m_+^{(l)}(z = \tilde{z}, t = \tilde{t}, h = \tilde{h}) e^{iq\tilde{z}},$$

$$m_3^{(g)}(\tilde{z}, \tilde{t}, \tilde{h}, q) = m_3^{(l)}(z = \tilde{z}, t = \tilde{t}, h = \tilde{h}), \quad (23)$$

где $m_+ = m_1 + im_2$. При сопоставлении решений (23) изменяются также константы взаимодействия.

В частности, малоамплитудное спин-волновое поле в полубесконечном образце кирального ферромагнетика имеет вид

$$\mathbf{m}^{(g)} = \mathbf{n} + \left(m_2^{(l)}[\mathbf{e}_3 \times \mathbf{n}] + m_3^{(l)} \mathbf{e}_3 \right)|_{z=\tilde{z}, t=\tilde{t}, h=\tilde{h}},$$

$$\mathbf{n} = (\cos(q\tilde{z}), \sin(q\tilde{z}), 0), \quad (24)$$

где функции $m_{2,3}^{(l)}$ определяются формулами (23). Непосредственной проверкой легко убедиться, что выражение (24) удовлетворяет линеаризованному уравнению Ландау–Лифшица (19) с линеаризованным краевым условием (20).

Волна поворота (7) ферромагнетика с однородным основным состоянием после преобразования (23) превращается в киральную волну поворота в полубесконечном ферромагнетике с геликоидальной структурой:

$$m_1^{(g)} = m_1^{(l)} \cos(q\tilde{z}) - m_2^{(l)} \sin(q\tilde{z}),$$

$$m_2^{(g)} = m_1^{(l)} \sin(q\tilde{z}) + m_2^{(l)} \cos(q\tilde{z}), \quad m_3^{(g)} = m_3^{(l)}, \quad (25)$$

где выражения $m_j^{(l)}$ определяются формулами (7) с учетом замены $z \rightarrow \tilde{z}$, $t \rightarrow \tilde{t}$, $h \rightarrow \tilde{h}$. На больших расстояниях от края образца решение (25) описывает простейший киральный солитон безграничной среды [26,29]. Намагниченность в таком солитоне может быть закручена по либо против направления закрутки магнитной спирали (18), что, соответственно, приводит к уменьшению либо увеличению шага спирали. И то, и другое сопровождается выходом магнитных моментов из плоскости Oxy .

Вблизи поверхности образца ядро кирального солитона (25) сильно деформируется, после чего упруго отражается от границы образца и восстанавливает свою стационарную форму. В результате отражения центр киральной волны сдвигается на величину Δz (10).

Киральные солитоны наследуют основные динамические свойства солитонов раздела 2.

Конкретизируем сделанные общие замечания. Будем считать, что параметр $\rho > 0$. Для упрощения анализа полагаем, что наличие солитона не меняет направления закрутки спирали (18), а приводит только к уменьшению либо увеличению ее шага. Тогда в случае слабой поверхностной анизотропии $|h| < \text{ch}^{-1} \rho$ при значении константы интегрирования $c_0 > 0$ ($c_0 < 0$) до столкновения с границей образца в области локализации солитона (25) шаг спирали уменьшается (увеличивается), а после столкновения — увеличивается (уменьшается).

При этом на всем протяжении образца при $c_0 > 0$ спины оказываются наклонены по направлению к границе, а при $c_0 < 0$ — от границы. При отражении солитона от края образца в его центре проекция намагниченности $m_3^{(g)}$ на ось спирали не меняется (см. формулы (9) и (25)). В момент $t = t_0$ (см. (8)) столкновения солитона (25) с границей образца шаг спирали и фаза вращения спинов в пределах солитона в точности совпадают с таковыми в спиральной структуре (18), и наличие солитона в структуре заметно только по выходу спинов из плоскости вращения Oxy .

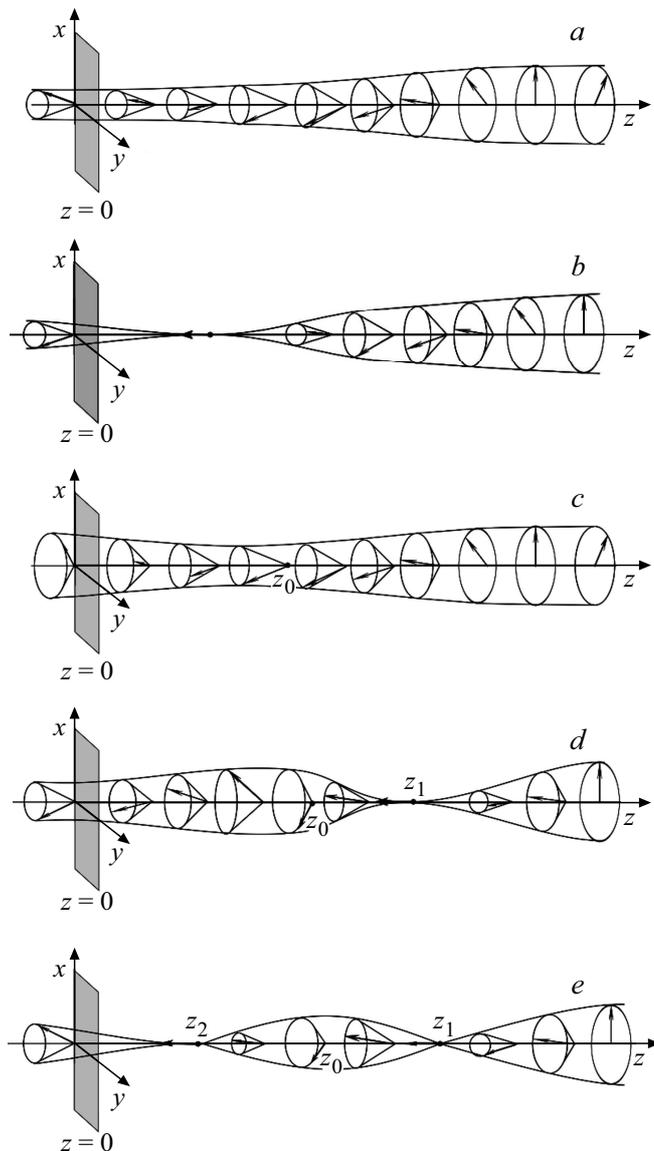


Рис. 3. Расположение спинов в солитоне (25) в момент времени $t = t_0$ столкновения с границей образца при значениях *a)* $-\text{ch}^{-1}\rho < h < 0, \rho > \text{Arcsh}1$; *b)* $-\text{ch}^{-1}\rho < h < 0, \rho < \text{Arcsh}1$; *c)* $0 < h < \text{ch}^{-1}\rho, \rho > \text{Arcsh}1$; *d)* $0 < h < \text{ch}^{-1}\rho\sqrt{1 - \text{sh}^2\rho}, \rho < \text{Arcsh}1$; *e)* $\text{ch}^{-1}\rho\sqrt{1 - \text{sh}^2\rho} < h < \text{ch}^{-1}\rho, \rho < \text{Arcsh}1$. Во всех случаях выбрано $c_0 > 0$.

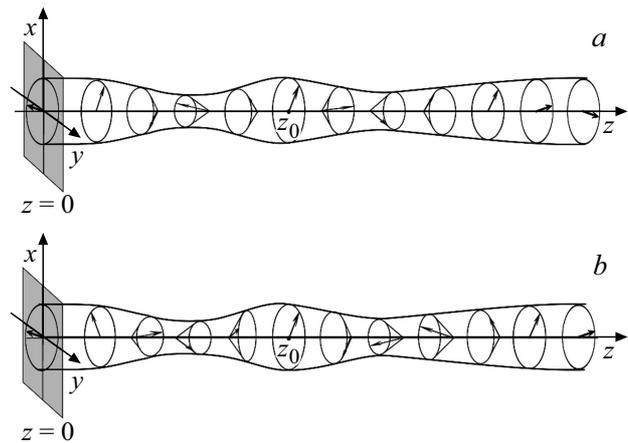


Рис. 4. Расположение спинов в солитоне (25) в случае больших положительных полей $h > \text{ch}^{-1}\rho$ непосредственно *a)* до и *b)* после столкновения с границей образца; выбрано $c_0 > 0$. В момент столкновения спины вдоль всего образца ложатся в плоскость Oxy .

В слабых отрицательных полях $-\text{ch}^{-1}\rho < h < 0$ при достаточно больших значениях $\rho > \text{Arcsh}1$ компонента намагниченности $m_3(z, t_0)$ монотонна по мере удаления вглубь образца. Это означает, что в таком случае огибающая солитона при $t = t_0$ оказывается наиболее узкой в точке $z = 0$ на его границе (рис. 3, *a*). При сравнительно малых $\rho < \text{Arcsh}1$ проекция $m_3^{(g)}$ достигает абсолютного минимума -1 в точке, определяемой условием $\text{ch}y \text{sh}\rho = 1$ (рис. 3, *b*). В положительных полях $0 < h < \text{ch}^{-1}\rho$ при достаточно больших значениях $\rho > \text{Arcsh}1$ компонента намагниченности $m_3^{(g)}(z, t_0)$ имеет ровно одну точку экстремума $z_0 = \text{ch}\rho \ln|f|/2 > 0$ вблизи границы (рис. 3, *c*). Огибающая солитона сжата в точке $z = z_0$, а по обе стороны от точки z_0 расширяется, постепенно выходя на предельное значение, соответствующее геликоидальной структуре (18). При сравнительно малых $\rho < \text{Arcsh}1$ в зависимости от значений поля h компонента $m_3^{(g)}(z, t_0)$ приобретает еще одну либо две добавочных точки абсолютного минимума $z_{1,2}$, определяемые условием $\text{ch}[y(z_{1,2})] \text{sh}\rho = 1$ (рис. 3, *d* и *e*). В них намагниченность параллельна „трудной оси“ объемной анизотропии: $\mathbf{m}^{(g)} = (0, 0, -1)$.

Случаи рис. 3, *a–e* аналогичны представленным на рис. 1, *a–e*. Интервалы значений поверхностного поля, указанные в подписях к рис. 3, *a–e*, в точности совпадают с таковыми на рис. 1, *a–e*.

При сильной поверхностной анизотропии $|h| > \text{ch}^{-1}\rho$ компонента $m_3^{(g)}$ в центре солитона после отражения меняет знак (см. (12), (25)). Это означает, что в результате взаимодействия солитона (25) с границей образца наклон спинов к границе либо от границы меняется на обратный (рис. 4, *a* и *b*). Непосредственно в момент $t = t_0$ столкновения солитона с поверхностью образца

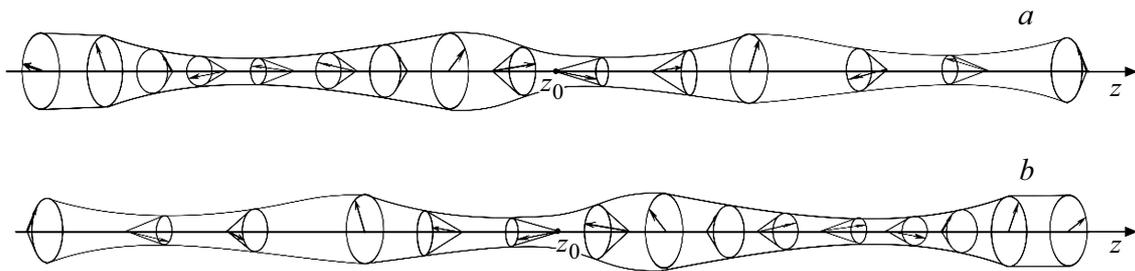


Рис. 5. Расположение спинов в пульсирующем солитоне — бризере — на фоне спиральной структуры (18) вдали от границы образца в моменты времени $a) t = 0$ и $b) t = T/2$, где T — период пульсаций.

компонента намагниченности $m_3^{(g)} = 0$, и, следовательно, спины во всем образце ложатся в плоскость Oxy . В солитоне, встроенном в спиральную структуру, наклон спинов (к границе образца или от нее) зависит от знака параметров h и c_0 точно так же, как у „затравочного“ солитона в ферромагнетике с однородным основным состоянием.

Отметим, что в отличие от случая малых полей $|h| < ch^{-1}\rho$, в сильных полях $|h| > ch^{-1}\rho$ направление закрутки солитона (25) при отражении от границы образца не меняется. В области локализации солитона шаг спирали (18) при $c_0 > 0$ ($c_0 < 0$) как до, так и после столкновения солитона с границей образца оказывается увеличен (уменьшен) по сравнению с шагом спиральной структуры (ср. формулы (12), (18)).

В заключение обсудим киральный бризер. Бризерное решение легкоплоскостного ферромагнетика [38,39] под действием преобразования (25) переходит в пульсирующий солитон на фоне спиральной структуры (18). На рис. 5, a и b схематично приведен вид такого солитона вдали от края образца (при $z \gg 1$) в моменты времени $t = 0$ и $t = T/2$, где $T = 2\pi/\omega$ — период пульсаций. В центре солитона — точке z_0 — компонента намагниченности $m_3^{(g)}$ достигает экстремального значения, и вектор $\mathbf{m}^{(g)}(z, t)$ периодически меняет наклон от направления к границе образца на направление вглубь образца. В самом солитоне области растяжения спиральной структуры перемежаются областями сжатия. На рис. 5, a при $t = 0$ правее центра солитона (в области $z > z_0$) спиральная структура растянута, а левее центра (в области $z < z_0$) — сжата. По прошествии полупериода колебаний, при $t = T/2$ (рис. 5, b) растяжение спирали правее центра солитона сменяется ее сжатием, а сжатие спирали левее центра солитона сменяется растяжением. При этом проекция $m_3^{(g)}$ как правее, так и левее центра периодически меняет знак на противоположный.

Кроме того, неоднородность прецессии намагниченности и пульсации в ядре бризера приводят к малым продольным колебаниям солитона вдоль оси магнитной спирали. На рис. 5 они не указаны.

4. Заключение

Техника обратной задачи рассеяния в совокупности со специальным преобразованием решений модели полуграниченного ферромагнетика с однородным основным состоянием использованы для построения и анализа нового класса явных решений уравнения Ландау–Лифшица, описывающих распространение диспергирующих волн и солитонов вдоль геликоидальной структуры полубесконечного ферромагнетика с анизотропией типа „легкая плоскость“. На границе образца учитывалось краевое условие, соответствующее частичному закреплению геликоидальной структуры. Его предельные случаи отвечают свободным краевым спинам и полному закреплению намагниченности на границе образца. Солитоноподобные зародыши геликоидальной фазы на фоне однородного распределения намагниченности в полуграниченном ферромагнетике с анизотропией типа „легкая ось“ также могут быть изучены с помощью предложенного подхода. Для этого достаточно воспользоваться формулами работы [37] для солитонов в полуграниченном легкоосном ферромагнетике с однородным основным состоянием.

В отсутствие взаимодействия Дзялошинского легкоплоскостной ферромагнетик имеет два класса солитонов. Один из них содержит волны поворота намагниченности, которые напоминают движущиеся 180-градусные доменные стенки. Второй тип солитонов — это пульсирующие солитоны с прецессией намагниченности вблизи „легкой плоскости“. Взаимодействие Дзялошинского обуславливает формирование геликоидальной структуры и встроенных в нее солитонов. Важно, что киральные солитоны неотделимы от спиральной структуры. Они наследуют некоторые черты солитонов ферромагнетика с однородным основным состоянием и приобретают новые особенности. Если волны поворота с разной закруткой намагниченности на фоне однородного состояния среды имеют одинаковую энергию, то соответствующие им киральные волны поворота сильно отличаются строением ядер, а значит, и энергией. Под энергией магнитного солитона в геликоидальной структуре следует понимать разность между энергией системы при наличии в ней

солитона и энергией геликоидального основного состояния среды без солитона. Корректное вычисление такой энергии — предмет отдельного изучения. Зависимость энергии киральных солитонов от параметров геликоидальной структуры и поверхностной анизотропии следует учитывать, например, при описании термодинамических свойств системы солитонов в полуограниченном образце.

Установлено, что строение киральных волн поворота (7), (25) после отражения от поверхности образца пороговым образом зависит от амплитуды поверхностного поля h . Кроме того, „деформация“ ядра солитона в момент столкновения с поверхностью образца существенно зависит от знака h . Киральные бризеры, в отличие от киральных волн поворота, обладают характерными частотами внутренних пульсаций. Поэтому бризеры можно обнаружить по резонансному поглощению энергии на частотах их колебаний.

Все типы солитонов в геликоидальной структуре являются движущимися частицеподобными объектами. Актуально экспериментальное подтверждение установленных в работе закономерностей их упругого отражения от границы образца.

Столкновения киральных солитонов с поверхностью образца сопровождаются существенным изменением их внутренней структуры и динамических свойств, а также процессами перемагничивания среды на величину порядка намагниченности насыщения. Поэтому киральные солитоны в полуограниченном образце невозможно описать традиционными методами теории возмущений для безграничной среды. Таковая предполагает достаточную „жесткость“ солитонных ядер и малые изменения их свойств под влиянием возмущений.

Результаты работы следует учитывать при моделировании солитонных процессов вблизи поверхностей реальных ферромагнетиков с геликоидальной структурой. Полученные аналитические решения полезны для верификации численных расчетов.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках проекта РНФ № 19-72-30028.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред (серия „Теоретическая физика“, т. VIII). Наука, М. (1982). 620 с.
- [2] И.Е. Дзялошинский. ЖЭТФ **47**, 3, 992 (1964). [I.E. Dzyaloshinskii. Sov. Phys. JETP **20**, 3, 665 (1965)].
- [3] Т. Мориya. Phys. Rev. **120**, 1, 91 (1960).
- [4] Ю.А. Изюмов. УФН **144**, 9, 439 (1984). [Yu.A. Izyumov. Sov. Phys. Usp. **27**, 9, 845 (1984)].
- [5] Ю.А. Изюмов. Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах. Энергоатомиздат, М. (1987). С. 180–181.
- [6] V.D. Buchel'nikov, I.V. Bychkov, V.G. Shavrov. J. Magn. Magn. Mater. **118**, 1–2, 169 (1993).
- [7] A.A. Fraerman, O.G. Udalov. Phys. Rev. B **77**, 9, 094401 (2008).
- [8] I.V. Bychkov, D.A. Kuzmin, V.G. Shavrov. J. Magn. Magn. Mater. **329**, 142 (2013).
- [9] A.A. Tereshchenko, A.S. Ovchinnikov, I. Proskurin, E.V. Sinit'syn, J. Kishine. Phys. Rev. B **97**, 18, 184303 (2020).
- [10] J. Kishine, A.S. Ovchinnikov. Phys. Rev. B **101**, 18, 184425 (2020).
- [11] Ю.Б. Кудасов. ФТТ **65**, 6, 937 (2023). [Yu.B. Kudasov. Phys. Solid State **65**, 6, 898 (2023)].
- [12] J. Kishine, A.S. Ovchinnikov. Solid State Phys. **66**, 1 (2015).
- [13] J. Kishine, A.S. Ovchinnikov, I.V. Proskurin. Phys. Rev. B **82**, 064407 (2010).
- [14] K. Tokushuku, J. Kishine, M. Ogata. J. Phys. Soc. Jpn. **86**, 12, 124701 (2017).
- [15] V. Laliena, S. Bustingorry, J. Campo. Sci. Rep. **10**, 1, 20430 (2020).
- [16] S.A. Osorio, A. Athanasopoulos, V. Laliena, J. Campo, S. Bustingorry. Phys. Rev. B **106**, 9, 094412 (2022).
- [17] K. Adachi, N. Achiwa, M. Mekata. J. Phys. Soc. Jpn. **49**, 2, 545 (1980).
- [18] A. Zheludev, S. Maslov, G. Shirane, Y. Sasago, N. Koide, K. Uchinokura. Phys. Rev. Lett. **78**, 25, 4857 (1997).
- [19] B. Roessli, J. Schefer, G.A. Petrakovskii, B. Ouladdiaf, M. Boehm, U. Staub, A. Vorotinov, L. Bezmaternikh. Phys. Rev. Lett. **86**, 9, 1885 (2001).
- [20] S. Ohara, S. Fukuta, K. Ohta, H. Kono, T. Yamashita, Y. Matsumoto, J. Yamaura. JPS Conf. Proc. **3**, 017016 (2014).
- [21] Y. Kousaka, T. Ogura, J. Zhang, P. Miao, S. Lee, S. Torii, T. Kamiyama, J. Campo, K. Inoue, J. Akimitsu. J. Phys.: Conf. Ser. **746**, 1, 012061 (2016).
- [22] T. Matsumura, Y. Kita, K. Kubo, Y. Yoshikawa, S. Michimura, T. Inami, Y. Kousaka, K. Inoue, S. Ohara. J. Phys. Soc. Jpn. **86**, 12, 124702 (2017).
- [23] Y. Togawa, T. Koyama, K. Takayanagi, S. Mori, Y. Kousaka, J. Akimitsu, S. Nishihara, K. Inoue, A.S. Ovchinnikov, J. Kishine. Phys. Rev. Lett. **108**, 10, 107202 (2012).
- [24] А.Б. Борисов, В.В. Киселев. Двумерные и трехмерные магнитные топологические дефекты, солитоны и текстуры в магнетиках. Физматлит, М. (2022). 456 с.
- [25] A.B. Borisov, J. Kishine, I.G. Bostrem, A.S. Ovchinnikov. Phys. Rev. B **79**, 13, 134436 (2009).
- [26] А.Б. Борисов, В.В. Киселев. Квазиодномерные магнитные солитоны. Физматлит, М. (2014). 520 с.
- [27] В.В. Киселев, А.А. Расковалов. ЖЭТФ **143**, 2, 313 (2013). [V.V. Kiselev, A.A. Raskovalov. JETP **116**, 2, 272 (2013)].
- [28] V.V. Kiselev, A.A. Raskovalov. Chaos, Solitons & Fractals **84**, 88 (2016).
- [29] А.Б. Борисов, Ю.А. Изюмов. Докл. АН СССР **283**, 4, 859 (1985).
- [30] T.H. Kim, S.H. Han, B.K. Cho. Commun. Phys. **2**, 1, 41 (2019).
- [31] И.Т. Хабибуллин. ТМФ **86**, 1, 43 (1991). [I.T. Khabibullin. Theor. Math. Phys. **86**, 1, 28 (1991)].
- [32] A.S. Fokas. Commun. Math. Phys. **230**, 1, 1 (2002).

- [33] Е.К. Склянин. Функциональный анализ и его приложения. **21**, 2, 86 (1987). [E.K. Sklyanin. *Func. Anal. Its. Appl.* **21**, 2, 164 (1987)].
- [34] П.Н. Бибииков, В.О. Тарасов. ТМФ **79**, 3, 334 (1991). [P.N. Bibikov, V.O. Tarasov. *Theor. Math. Phys.* **79**, 3, 570 (1989)].
- [35] A.S. Fokas. *Physica D* **35**, 1–2, 167 (1989).
- [36] В.В. Киселев. ЖЭТФ **163**, 3, 375 (2023). [V.V. Kiselev. *JETP* **136**, 3, 330 (2023)].
- [37] В.В. Киселев. ТМФ **219**, 1, 55 (2024). [V.V. Kiselev. *Theor. Math. Phys.* **219**, 1, 576 (2024)].
- [38] V.V. Kiselev, A.A. Raskovalov. *Bulletin of RUS* **88**, 9, 1382 (2024).
- [39] V.V. Kiselev, A.A. Raskovalov. *Chaos, Solitons & Fractals* **188**, 115500 (2024).
- [40] W.H. Meiklejohn, C.P. Bean. *Phys. Rev.* **102**, 5, 1413 (1956).
- [41] W.H. Meiklejohn, C.P. Bean. *Phys. Rev.* **105**, 3, 904 (1957).
- [42] Б.Н. Филиппов. Микромагнитные структуры и их нелинейные свойства, Часть 1. УрО РАН, Екатеринбург (2019). 423 с.
- [43] J. Nogués, I.K. Schuller. *J. Magn. Magn. Mater.* **192**, 2, 203 (1999).
- [44] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Статистическая физика, ч. 2. Теория конденсированного состояния (серия „Теоретическая физика“, т. IX). Наука, М. (1978). 448 с.
- [45] А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский. Спиновые волны. Наука, М. (1967). 368 с.
- [46] И.А. Ахиезер, А.Е. Боровик. ЖЭТФ **52**, 5, 1332 (1967). [I.A. Akhiezer, A.E. Borovik. *JETP* **25**, 5, 885 (1967)].

Редактор Е.В. Толстякова