

03.1;03.4

Схлопывание эллипсоидальной полости, присоединенной к плоской стенке

© В.В. Никулин, М.С. Котельникова, В.С. Тесленко, А.П. Дрожжин, Е.А. Чашников

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия
E-mail: nikulin@hydro.nsc.ru

Поступило в Редакцию 15 мая 2024 г.

В окончательной редакции 8 июля 2024 г.

Принято к публикации 12 июля 2024 г.

Построена численная модель схлопывания в жидкости газовой полости, имеющей форму полуэллипсоида вращения, примыкающего к твердой плоской стенке. Проведено сравнение расчетов с экспериментами, в которых наблюдалась нетривиальная динамика подобной полости, приводящая к формированию кумулятивной струи, направленной от стенки. Установлен гидродинамический механизм формирования кумулятивной струи. Выявлены основные факторы, приводящие к наблюдаемой в экспериментах динамике схлопывания. Согласно модели, такими факторами являются форма полости, примыкание полости к поверхности и перепад давления.

Ключевые слова: схлопывание газовой полости в жидкости, кумулятивная струя.

DOI: 10.61011/PJTF.2024.21.58957.19993

Изучение динамики пузырей в жидкости вблизи поверхностей твердых тел является важной темой исследований на протяжении многих лет. Началом исследований кавитирующих полостей в жидкости можно считать работу Рэлея [1], который впервые изучил самопроизвольное образование и схлопывание пузырей в жидкости, пытаясь объяснить повреждение гребных винтов. С развитием численных методов появились публикации, в которых рассматривалось влияние несферических отклонений на эволюцию пузырька у жесткой стенки с помощью метода граничных элементов — удобного инструмента в моделях идеальной жидкости [2–4]. В работе [5] данным методом исследовано влияние отклонения начальной формы пузыря от сферической и толщины слоя жидкости между ним и стенкой на динамику схлопывания. Также делались попытки учесть влияние несферичности пузыря в случае вязкой жидкости [6]. Для сферической начальной формы пузыря усложнение моделей шло по пути введения в физическую модель явления дополнительных параметров, таких как поверхностное натяжение [7], кривизна стенки [8] и ряд других. Все эти разнообразные примеры объединяет общая картина формирования кумулятивной струи: в результате коллапса пузыря струя ориентирована по направлению к твердой стенке, в окрестности которой находится пузырь. Однако в экспериментах [9] при сжигании стехиометрической пропан-кислородной смеси в пузыре в воде на жесткой стенке в виде плоского диска был обнаружен иной сценарий коллапса пузыря. Сгоревший газовый пузырь сначала расширялся до некоторого предела, принимая форму, близкую к полуэллипсоиду вращения, после чего происходил его коллапс. В процессе коллапса вблизи оси симметрии образовывалась кумулятивная струя, которая затем трансформировалась в вихревое кольцо.

Новым является то, что кумулятивная струя ориентирована по направлению от стенки, к которой изначально примыкает пузырь. Внешне явление напоминает формирование вихревого кольца при всплывании термиков, но в данных экспериментах направление силы тяжести совпадает с направлением движения формирующейся струи, что исключает бароклиный механизм. Таким образом, обнаружен качественно новый сценарий коллапса газовой полости у стенки, приводящий к формированию струи и вихревого кольца.

Целью настоящей работы является установление механизма формирования кумулятивной струи жидкости, направленной от стенки, при схлопывании газовой полости, присоединенной к стенке, на основе построения численной модели. В модели рассматривается стадия схлопывания, которая является ключевой для понимания механизма формирования кумулятивной струи. Модель апробируется сопоставлением расчетов с экспериментами, выполненными в условиях из работы [9] при сжигании 3 см^3 стехиометрической пропан-кислородной смеси.

Рассматривается полупространство $z < 0$, заполненное жидкостью, ограниченное жесткой плоской стенкой $z = 0$. На стенке находится газовая полость в виде полуэллипсоида вращения вокруг оси z . Жидкость полагается идеальной и несжимаемой, движение — потенциальным, силой тяжести и поверхностным натяжением пренебрегается. Численный расчет и сравнение с экспериментом начинаются с момента максимального расширения полости, который принимается за начальный момент времени. В рамках сделанных предположений стенку можно рассматривать как плоскость симметрии, и исходная задача сводится к задаче о коллапсе эллипсоидального пузыря в безграничной жидкости. Задача

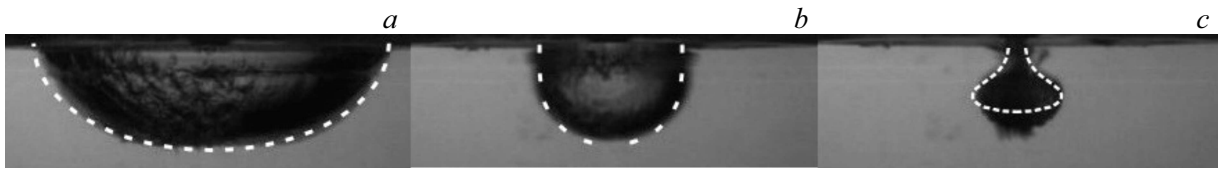


Рис. 1. Расчетные контуры пузыря в осевой плоскости (штриховые линии), наложенные на теневые изображения через 0 (а), 3 (b) и 3.8 ms (с) после начала схлопывания.

является осесимметричной и решается в цилиндрических переменных (r, φ, z) . Уравнения записываются в безразмерном виде. Длина, время, потенциал, давление, плотность, обезразмериваются на a , $[\rho a^2 / (P_\infty - P_i)]^{1/2}$, $[a^2 (P_\infty - P_i) / \rho]^{1/2}$, $(P_\infty - P_i)$, ρ соответственно. Здесь a — полуось, перпендикулярная оси z , P_i — давление в пузыре в начальный момент времени, P_∞ — давление на бесконечности, ρ — плотность жидкости. Жидкость на бесконечности считается покоящейся, давление газа внутри пузыря — однородным и равным давлению в жидкости на его границе. Для определения динамики границы полости решается система уравнений, включающая уравнение Лапласа для потенциала скорости в жидкости и уравнение состояния газа в пузыре, дополненная кинематическим и динамическим (интеграл Коши–Лагранжа) условиями на границе:

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad p_c v_c^\gamma = p_i, \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \nabla \phi,$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + p - 1 = 0,$$

\mathbf{r} — безразмерный радиус-вектор точек границы; значения $\nabla \phi$ берутся на границе пузыря; $p = p_c - p_i$; p_i и p_c — безразмерные начальное и текущее давление газа в пузыре; $v_c = V_c / V_i$; V_i, V_c — начальный и текущий объемы эллипсоида, равные удвоенному объему пузыря; γ — показатель адиабаты.

Деформация поверхности полости и характеристики жидкости на поверхности вычисляются с использованием метода граничных элементов, описанного в работах [2,3]. Этот подход применим только до момента столкновения элементов поверхности полости друг с другом, но дает инструмент для получения подробных результатов, описывающих динамику границ полости в процессе схлопывания. Потенциал движения удовлетворяет уравнению Лапласа в некоторой области Ω (область, занятая жидкостью) с кусочно-гладкой границей S (поверхность пузыря) и считается достаточно гладкой функцией. Плоскость симметрии находится внутри пузыря, а не между двумя пузырями, как в работе [5], поэтому граничное интегральное уравнение имеет вид

$$c(q)\phi(q) + \int_S \phi(q') \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{|q - q'|} \right) dS$$

$$= \int_S \frac{\partial}{\partial n} (\phi(q')) \frac{1}{|q - q'|} dS,$$

где точка $q \in \Omega$, $q' \in S$, $\frac{\partial}{\partial n}$ — производная по нормали к S , $c(q) = 4\pi$, если $q \in \Omega$, и $c(q) = 2\pi$, если $q \in S$. Выбирая точку q на поверхности пузыря S , можно получить уравнения для определения потенциала, если известна его нормальная производная (скорость движения границы), и наоборот. В случае осесимметричных постановок вычислительная задача упрощается, так как потенциал и его производная не зависят от угла φ и интегрирование по этой переменной может быть проведено аналитически. Двумерная граница в переменных (r, z) заменяется набором сегментов, в расчетах применялась квадратичная аппроксимация как для сегментов, так и для функций потенциала и его нормальной производной.

Для определения эволюции формы границы использовалась следующая стратегия: так как изначально мы знаем форму поверхности пузыря и потенциал на поверхности, можно разрешить дискретизированную форму граничного интеграла, чтобы получить значение нормальной скорости на поверхности пузыря. Также зная потенциал, мы можем вычислить тангенциальную скорость на поверхности, а значит, получить полный градиент потенциала на поверхности или, иными словами, величину и направление скорости элемента границы, что позволяет рассчитать форму границы пузыря на следующем шаге по времени и затем вычислить новое распределение потенциала, пользуясь динамическим условием.

Величина a находится непосредственно из теневого изображения, V_i рассчитывается в среде MatLab по теневого изображению в предположении его осевой симметрии. Определить P_i не представляется возможным из-за неконтролируемых тепловых потерь в процессе расширения сгоревшего газового заряда [10]. Поэтому величина P_i варьируется, и выбирается ее значение, позволяющее согласовать расчеты с экспериментом. Размерные параметры задачи: $a = 3.88$ cm, $\rho = 1$ g/cm³, $P_\infty = 10^5$ Pa, $P_i = 0.11P_\infty$, $V_i = 146.3$ cm³, $\gamma = 1.24$ [10].

На рис. 1 показаны расчетные контуры пузыря в осевой плоскости (штриховые линии), наложенные на теневые изображения через 0, 3 и 3.8 ms после начала схлопывания. На рис. 2 приведены экспериментальные и расчетные величины радиуса границы пузыря r_b вблизи стенки в зависимости от времени. На рис. 3 представлены экспериментальные и расчетные скорости границы пузыря u_b вблизи стенки, вычисленные на интервалах $\Delta t = 0.2$ ms в различные моменты времени:

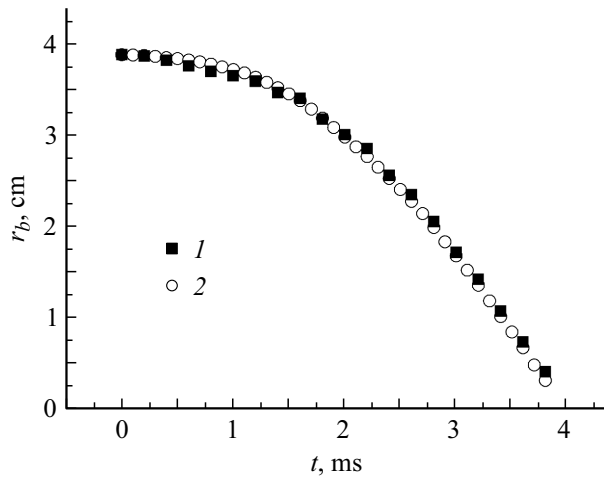


Рис. 2. Экспериментальные (1) и расчетные (2) величины радиуса границы пузыря r_b вблизи стенки в зависимости от времени.

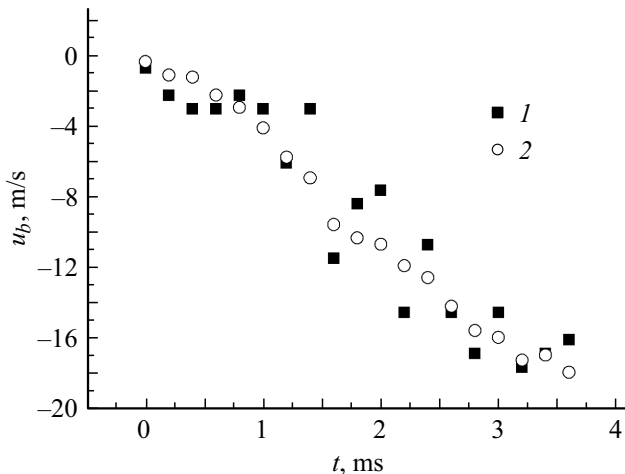


Рис. 3. Экспериментальные (1) и расчетные (2) скорости границы пузыря $u_b = \Delta r_b / \Delta t$ вблизи стенки, вычисленные на интервалах $\Delta t = 0.2$ ms в различные моменты времени.

$u_b = \Delta r_b / \Delta t$. На рис. 1 видно качественное совпадение экспериментальных и расчетных границ, в частности формирование грибообразной формы в конце схлопывания. Из рис. 2 и 3 следует количественное совпадение расчетных параметров, характеризующих схлопывание границы вблизи стенки. Качественное и количественное совпадение расчетов с экспериментами показывает, что построенная модель адекватна наблюдаемому процессу схлопывания полости.

На основе построенной модели можно установить механизм формирования кумулятивной струи, направленной от стенки. Формирование грибообразной структуры означает, что границы пузыря вблизи стенки сближаются опережающим образом, т.е. возникает сходящаяся к оси кольцевая струя толщиной несколько миллиметров. Согласно данным рис. 3, скорость схождения струи

возрастает со временем, достигая ~ 20 m/s; таким образом, в ней запасается значительная кинетическая энергия. При схождении кольцевой струи происходит ее торможение, что приводит к росту давления на поверхности стенки в окрестности оси симметрии. Сила давления задает импульс для жидкости перпендикулярно поверхности и таким образом формирует кумулятивную струю, кинетическая энергия которой берется из энергии сходящейся кольцевой струи. Таким образом, кумулятивная струя, направленная от стенки, образуется из сходящейся к оси симметрии кольцевой струи вблизи стенки. Кроме выяснения механизма формирования кумулятивной струи исходя из модели можно сделать вывод, что основными факторами, приводящими к ее возникновению, являются геометрическая форма газовой полости, примыкание к стенке и перепад давления.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] J.W. Strutt (Lord Rayleigh), *Phil. Mag.*, **34**, 94 (1917). DOI: 10.1080/14786440808635681
- [2] О.В. Воинов, В.В. Воинов, *ДАН СССР*, **227** (1), 63 (1976).
- [3] D.C. Gibson, J.R. Blake, *Appl. Sci. Res.*, **38**, 215 (1982). DOI: 10.1007/BF00385951
- [4] J.R. Blake, D.C. Gibson, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **19**, 99 (1987). DOI: 10.1146/annurev.fl.19.010187.000531
- [5] А.А. Аганин, М.А. Ильгамов, Л.А. Косолапова, В.Г. Малахов, *Теплофизика и аэромеханика*, **23** (2), 219 (2016). [A.A. Aganin, M.A. Ilgamov, L.A. Kosolapova, V.G. Malakhov, *Thermophys. Aeromech.*, **23**, 211 (2016). DOI: 10.1134/S0869864316020074].
- [6] K. Tsigliffis, N.A. Pelekasis, *Phys. Fluids*, **17**, 102101 (2005). DOI: 10.1063/1.2083947
- [7] Z.Y. Zhang, H.S. Zhang, *Phys. Rev. E*, **70**, 056310 (2004). DOI: 10.1103/PhysRevE.70.056310
- [8] Y. Tomita, P.B. Robinson, R.P. Tong, J.R. Blake, *J. Fluid Mech.*, **466**, 259 (2002). DOI: 10.1017/S0022112002001209
- [9] В.С. Тесленко, А.П. Дрожжин, Р.Н. Медведев, *Теплофизика и аэромеханика*, **26** (4), 655 (2019). [V.S. Teslenko, A.P. Drozhzhin, R.N. Medvedev, *Thermophys. Aeromech.*, **26**, 611 (2019). DOI: 10.1134/S0869864319040127].
- [10] О.Е. Попов, С.М. Когарко, *Физика горения и взрыва*, № 4, 610 (1976). [O.E. Popov, S.M. Kogarko, *Combust. Explos. Shock Waves*, **13**, 791 (1977). DOI: 10.1007/BF00740480].