

03.1

Подавление неустойчивости течений случайными флуктуациями скорости вращения

© Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова

Институт механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: jilenko@imec.msu.ru

Поступило в Редакцию 12 марта 2024 г.

В окончательной редакции 6 мая 2024 г.

Принято к публикации 6 мая 2024 г.

Экспериментально исследованы возможности подавления неустойчивости течения в сферическом зазоре шумом — случайными во времени флуктуациями скорости вращения внутренней сферы. Флуктуации с нулевым средним значением добавлялись к постоянной средней скорости вращения. Установлено, что шум может подавлять неустойчивость в виде бегущих азимутальных волн с переходом к длительно сохраняющемуся после отключения шума стационарному течению. Обнаружены существенные различия во взаимодействии азимутальных мод при подавлении неустойчивости периодическими и случайными во времени колебаниями скорости вращения.

Ключевые слова: шум, управление неустойчивостью, сферическое течение Куэтта.

DOI: 10.61011/PJTF.2024.16.58539.19918

Изучению способов подавления неустойчивостей в различных физических процессах в настоящее время уделяется много внимания [1–5]. Стабилизация течений возможна под действием магнитного поля [2,3], ускорения в сдвиговом течении [4], а также с помощью распределенного вдува [5]. Подавление гидродинамической неустойчивости в течениях с вращением может использоваться в технологических приложениях, например при выращивании кристаллов из жидких расплавов по методу Чохральского [6,7]. Подавление неустойчивости в этом случае позволяет устранять неоднородность фронта кристаллизации и повышать однородность структуры монокристаллов [8]. Возможности подавления неустойчивости течений с вращением исследовались численно [6,7]. Использовались импульсный [6] и резонансный [7] методы управления скоростью вращения при сохранении ее постоянного среднего значения. Это же условие выполнялось и в экспериментах по подавлению неустойчивости в сферическом течении Куэтта (СТК) под действием периодической по времени модуляции скорости вращения внутренней сферы [9]. СТК представляет собой течение вязкой несжимаемой жидкости, формирующееся в зазоре между коаксиально расположенными сферами под действием их вращения. В СТК периодическая модуляция скорости вращения [10] и шум в виде случайных флуктуаций с нулевым средним значением [11,12] могут приводить к одним и тем же эффектам, например к генерации среднего течения. Подавление неустойчивости периодической модуляцией наблюдалось в экспериментах [9], но остается неясным, возможно ли подавление неустойчивости шумом. Решение этого вопроса и является целью настоящей работы.

Течение вызывалось вращением только внутренней сферы. Шум добавлялся к ее постоянной угловой скорости Ω_0 в виде случайных во времени флуктуаций с

нулевым средним значением. Как следствие, он распространяется во всем течении. Сферы оптически прозрачны, радиус внутренней $r_1 = 0.075$ m, радиус внешней $r_2 = 0.150$ m. Зазор наполнен силиконовым маслом с кинематической вязкостью $\nu = 5 \cdot 10^{-5}$ m²/s при температуре масла 22°C. С целью визуализации течения в масло добавлена алюминиевая пудра. Сферы погружены в оптически прозрачный термостат, температура масла в котором в каждом эксперименте поддерживается постоянной (с точностью до $\pm 0.05^\circ\text{C}$). Температура измеряется датчиком, расположенным на экваторе внешней сферы. С помощью лазерного анемометра проводились измерения азимутальной компоненты скорости течения u_φ [m/s] на средних широтах, в точке с удалением от плоскости экватора на расстояние 0.078 m и от оси вращения на расстояние 0.105 m. Заданная величина угловой скорости вращения обеспечивается цифровой системой управления, ее осредненное по времени значение поддерживается с погрешностью не более 0.02%. На валу привода расположен датчик скорости вращения, выдающий сигнал фазы. Мгновенные значения угловой скорости вычисляются как производная по времени от сигнала фазы, и при сравнении с заданным значением выдается управляющее воздействие на привод. Шум создается добавлением к сигналу скорости возмущений нормированной величины, выдаваемых генератором случайных чисел. В соответствии с результатами [11] был выбран шум, приводящий к наибольшим изменениям в течениях (белый шум в диапазоне частот от 0.01 до 1 Hz), а на более высоких частотах в спектре происходит экспоненциальное затухание амплитуды (см. рис. 2 в [11]). Шаг по времени системы управления составляет 0.04 s, но для получения необходимого спектра шума возмущения скорости вращения создаются на каждом десятом шаге. Предельные значения амплитуды возмущений определяются значением предельного ускорения, относящегося к

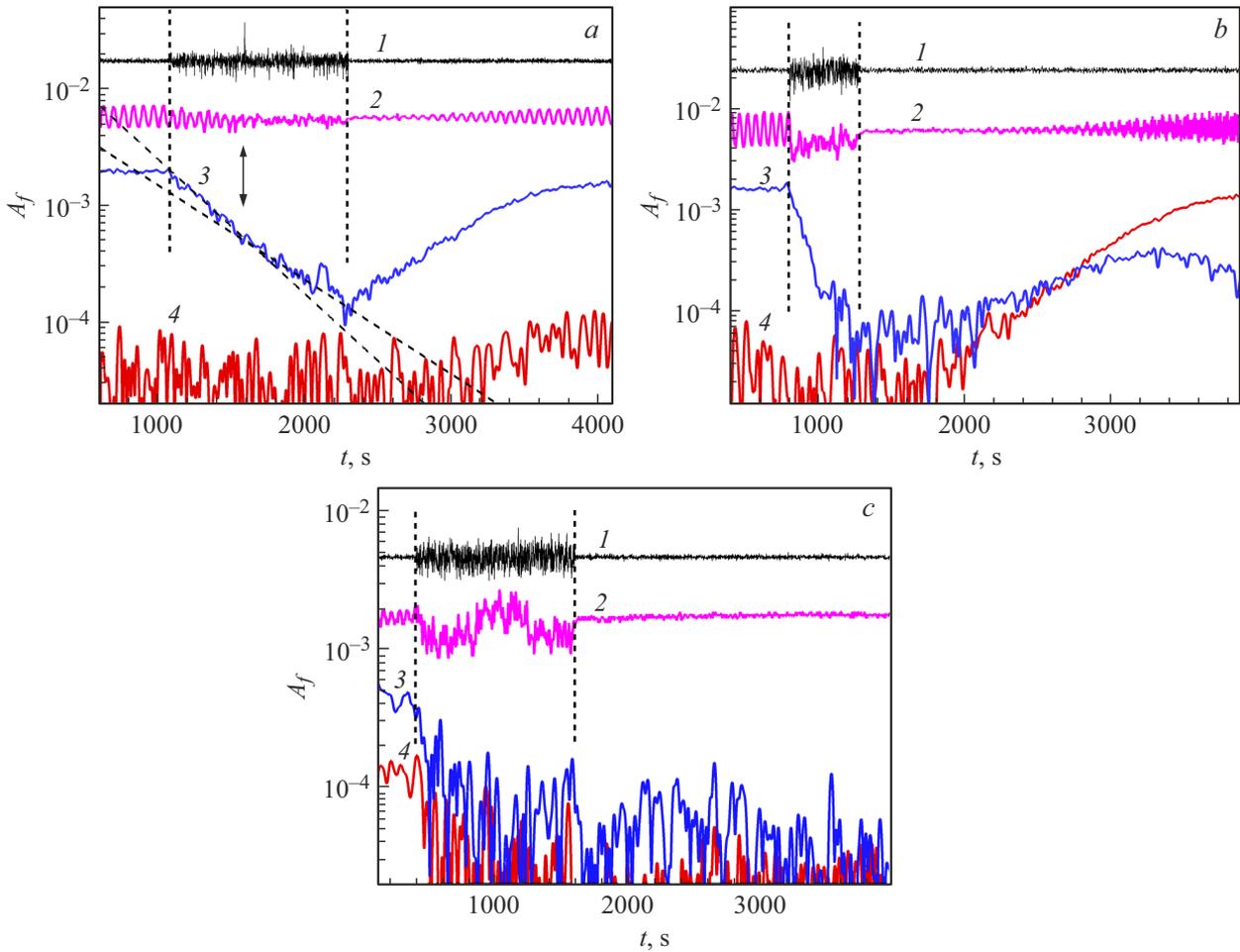


Рис. 1. Зависимости от времени t при $Re_1/Re_c = 1.0046$ скорости внутренней сферы $\Omega_1(t)/2\pi$ [Hz] (1), измеряемой скорости течения $u_\varphi(t)$ [m/s] (2), амплитуд $A_f(t)$ [m/s] начальной моды $m = 3$ (синие линии 3) и вторичной моды $m = 4$ (красные линии 4). a — $N = 0.045$, b — $N = 0.0648$, c — $N = 0.0702$. Зависимости 1 и 2 для наглядности показаны с увеличенным временным интервалом между соседними точками. Вертикальными штриховыми линиями показаны моменты времени, соответствующие включению и выключению дополнительного шума. Наклонными штриховыми линиями на части a показаны экспоненциальные аппроксимации амплитуды A_{f3} , вертикальная стрелка указывает на момент изменения величины декремента. Цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи.

изменению частоты вращения $\Omega(t)/2\pi$ (0.2 s^{-2}). Безразмерная величина амплитуды шума N определялась как $N = \frac{1}{\Omega_0} \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K (\Omega(t_i) - \Omega_0)^2}$, где $\Omega(t_i)$ — мгновенное значение скорости вращения, K — длина временной выборки.

В СТК может наблюдаться большое многообразие видов неустойчивости: при вращении только внутренней сферы в зависимости от толщины слоя $\delta = (r_2 - r_1)/r_1$ может развиваться неустойчивость как в виде стационарных вихрей Тейлора, так и в виде бегущих азимутальных волн [13]. В имеющемся в нашем распоряжении слое толщиной $\delta = 1$ в зависимости от начальных условий неустойчивое течение имеет вид бегущих азимутальных волн с волновыми числами $m = 3$ или $m = 4$ [13], распространяющихся в направлении вращения внутренней сферы. Частоты азимутальных

мод $f_3 = 0.3\text{--}0.32 \text{ Hz}$ и $f_4 = 0.4\text{--}0.42 \text{ Hz}$ для $m = 3$ и $m = 4$ соответственно [13,14]. Именно в этом случае в [9] при модуляции скорости вращения удалось не только подавить неустойчивость, но и обеспечить за счет взаимодействия азимутальных мод стационарность течения после снятия управляющего воздействия. Эксперименты проводились следующим образом. Сначала скорость Ω_0 увеличивалась до значений, при которых число Рейнольдса $Re_1 = (\Omega_0 r_1^2)/\nu$ превышало критическое значение, соответствующее пределу устойчивости течения: $Re_c = 460 \pm 2$ [13]. Значение $\Omega_{0c}/2\pi$, соответствующее критическому значению Re_c , в течение каждого эксперимента сохранялось постоянным и в зависимости от температуры масла в слое находилось в диапазоне от 0.6521 до 0.6582 Hz . Эксперименты проводились при $Re_1/Re_c = 1.0031 \pm 0.0004$ и, как в [9], при $Re_1/Re_c = 1.0046 \pm 0.0004$. При развитии неустойчивости амплитуды обеих мод возрастают. Далее одна из мод,

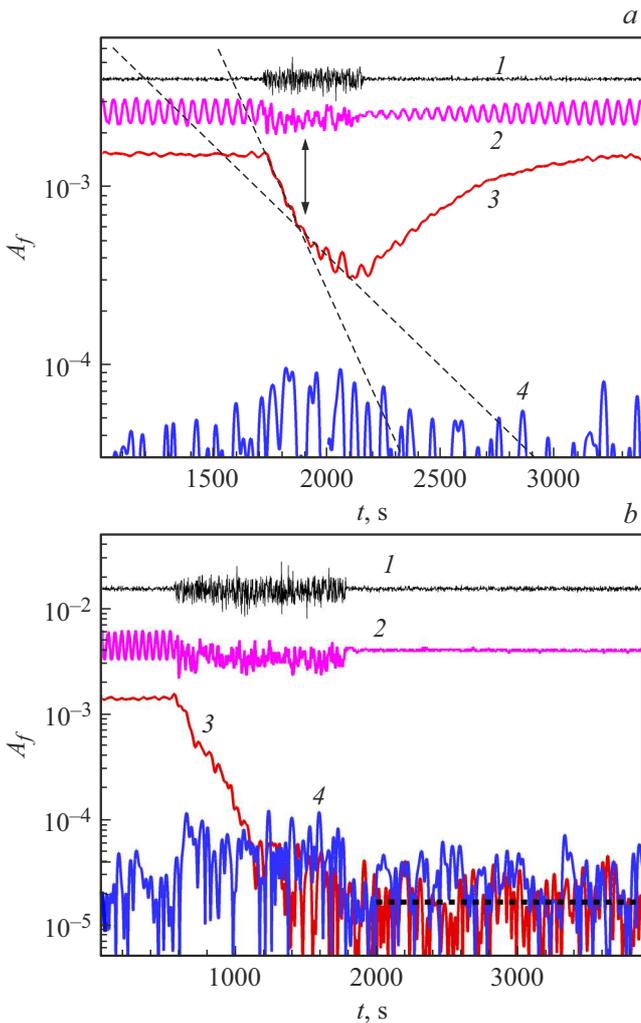


Рис. 2. Зависимости от времени t при $Re_1/Re_c = 1.0046$ и $N = 0.0648$ скорости внутренней сферы $\Omega_1(t)/2\pi$ [Hz] (1), измеряемой скорости течения $u_\varphi(t)$ [m/s] (2), амплитуд $A_f(t)$ [m/s] начальной моды $m = 4$ (красные линии 3) и вторичной моды $m = 3$ (синие линии 4). a — $\tau = 432$ s, b — $\tau = 1210$ s. Зависимости 1 и 2 для наглядности показаны с увеличенным временным интервалом между соседними точками. Наклонными штриховыми линиями на части a показаны экспоненциальные аппроксимации амплитуды A_{f4} , вертикальная стрелка указывает момент изменения величины декремента. Горизонтальная пунктирная линия на части b — среднее значение начальной моды после отключения шума. Цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи.

назовем ее начальной, выходит на постоянную амплитуду. Другую моду, амплитуда которой после достижения максимума уменьшается, назовем вторичной. Выбор моды определяется предысторией развития течения [13] и величиной амплитуды шума N [14]. Запись измерений u_φ начиналась сразу после потери течением устойчивости, момент потери устойчивости и волновое число m определялись по визуализации течения. После этого в сигнал скорости подавался шум (ступенчатым образом, от нуля до выбранного значения). Значение N оставалось

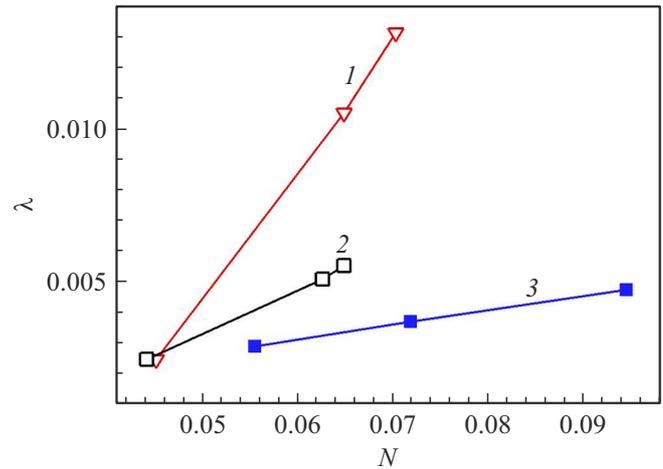


Рис. 3. Зависимость декремента затухания λ [m/s²] от амплитуды шума N . 1 — начальная мода $m = 3$, $Re/Re_c = 1.0046$; 2 — начальная мода $m = 4$, $Re/Re_c = 1.0046$; 3 — начальная мода $m = 4$, $Re/Re_c = 1.0031$.

постоянным в течение эксперимента и находилось в диапазоне $0.095 > N > 0.044$. Продолжительность воздействия шума τ изменялась от 400 до 1500 s. Если в ходе эксперимента визуализация и характер изменения u_φ во времени позволяли определить подавление неустойчивости, то шум выключался. Запись u_φ использовалась для определения амплитуд колебаний мод вторичного течения A_f [9]: $A_f = |u_f(t) + iHT(u_f(t))|$, где HT — преобразование Гильберта, $u_f(t)$ — результат фильтрации сигнала скорости $u_\varphi(t)$ в полосе частот $f_3 \pm \Delta f$ для $m = 3$ и $f_4 \pm \Delta f$ для $m = 4$, $\Delta f = 0.005-0.01$ Hz. Преобразование Гильберта позволяет определять изменение во времени амплитуды сигнала на выделенной частоте [15].

На рис. 1 показаны сценарии отклика неустойчивого течения с начальной модой $m = 3$ на увеличение амплитуды шума, N возрастает от рис. 1, a к рис. 1, c . При включении шума амплитуда начальной моды A_{f3} начинает экспоненциально затухать, декремент затухания λ не остается постоянным и однократно уменьшается (рис. 1, a). Если к моменту выключения шума амплитуда начальной моды все время превышала амплитуду вторичной, то неустойчивость с начальной модой восстанавливается (рис. 1, a). На рис. 1, b можно выделить интервал времени, на котором $A_{f3} \approx A_{f4}$. После выключения шума обе моды начинают расти, и происходит замена $m = 3$ на $m = 4$. Заметим, что последняя является доминирующей при стационарном вращении [13,14]. На рис. 1, c во время действия шума большую часть времени выполняется условие $A_{f3} \approx A_{f4}$. После отключения шума амплитуды обеих мод не увеличиваются, остаются близкими по величине, и неустойчивость течения не восстанавливается в течение длительного времени. Подавление неустойчивости течения может происходить не только при увеличении N , но и при возрастании τ при одном и том же N . Это показано на рис. 2 на примере начальной моды $m = 4$.

Так же как и в сценарии, представленном на рис. 1, *a*, превышение начальной моды над вторичной во время действия шума приводит после отключения шума к восстановлению неустойчивости (рис. 2, *a*). Декремент затухания λ также не остается постоянным и снижается в момент максимального увеличения вторичной моды. Увеличение τ (рис. 2, *b*) приводит аналогично сценарию, представленному на рис. 1, *c*, к выравниванию амплитуд мод, и после отключения шума неустойчивость не восстанавливается длительное время. В зависимости A_{f4} от времени можно выделить три участка. Первый — экспоненциальное затухание с постоянным значением λ . После выравнивания амплитуд обеих мод $\partial A_{f4}/\partial t$ уменьшается (второй участок). На третьем участке среднее значение A_{f4} остается постоянным (обозначено горизонтальной пунктирной линией на рис. 2, *b*). В отличие от сценариев, представленных на рис. 1, в обоих сценариях на рис. 2 наблюдается незначительное возрастание вторичной моды. Зависимость максимальных значений декремента затухания λ от N показана на рис. 3. При одной и той же надкритичности начальная мода $m = 3$ затухает быстрее по сравнению с $m = 4$ (кривые 1 и 2). Чем больше надкритичность, тем быстрее затухает начальная мода ($m = 4$, кривые 2 и 3).

Представленные данные позволяют сделать вывод, что причиной как подавления неустойчивости шумом, так и длительного сохранения стационарности течения при закритических значениях числа Рейнольдса после прекращения действия шума является сближение амплитуд конкурирующих азимутальных мод. Похожий результат был получен ранее при периодической модуляции скорости вращения [9]. Но есть и отличия. Так, периодическая модуляция приводила к заметному повышению скорости течения; затухание начальной моды (с постоянным декрементом) сопровождалось сильным возрастанием вторичной моды (см. рис. 1 в [9]). Длительное сохранение устойчивости после отключения модуляции наблюдалось только при начальной моде $m = 4$ (см. рис. 2 в [9]). Перечисленные выше особенности отсутствуют при использовании шума. В частности, снижающийся декремент затухания начальной моды (рис. 1, *a* и 2, *a*) свидетельствует об усилении взаимодействия между модами под действием шума [14], что и приводит при любой начальной моде к подавлению неустойчивости при включении шума и длительному сохранению стационарного течения после отключения шума.

Подавление неустойчивости шумом, экспериментально исследованное в настоящей работе, согласуется с результатами, полученными для других систем как численно — подавление шумом неустойчивости перевернутого маятника [16], так и экспериментально — устранение неустойчивости в камере сгорания при добавлении шума [17].

Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-29-00051).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Е.З. Гусаков, А.Ю. Попов, Письма в ЖТФ, **49** (15), 43 (2023). DOI: 10.21883/PJTF.2023.15.55864.19623 [E.Z. Gusakov, A.Yu. Popov, Tech. Phys. Lett., **49** (8), 37 (2023). DOI: 10.61011/TP.L.2023.08.56685.19623].
- [2] H.-H. Zhang, C. Zheng, N. Aubry, W.-T. Wu, Z.-H. Chen, Phys. Fluids, **32**, 116104 (2020). DOI: 10.1063/5.0021980
- [3] W. Sun, C. Lv, L. Feng, J. Wang, Z. Wang, C. He, Front Phys., **11**, 1203081 (2023). DOI: 10.3389/fphy.2023.1203081
- [4] Е.Е. Мешков, Р.В. Мокрецов, И.Р. Смагин, Изв. РАН. Механика жидкости и газа, № 5, 3 (2019). DOI: 10.1134/S0568528119050074 [E.E. Meshkov, R.V. Mokretsov, L.R. Smagin, Fluid Dyn., **54** (5), 591 (2019). DOI: 10.1134/S0015462819050070].
- [5] A. Krishnan, R.I. Sujith, N. Marwan, J. Kurths, J. Fluid Mech., **916**, A20 (2021). DOI: 10.1017/jfm.2021.166
- [6] Z.-X. Zhou, H.-P. Ren, C. Grebogi, Chaos, **31**, 053106 (2021). DOI: 10.1063/5.0048096
- [7] Z.-X. Zhou, H.-P. Ren, C. Grebogi, Nonlinear Dyn., **108**, 2655 (2022). DOI: 10.1007/s11071-022-07333-6
- [8] А.И. Простомологов, Н.А. Верезуб, Механика процессов получения кристаллических материалов (НИТУ „МИСиС“, М., 2023). DOI: 10.61726/5600.2024.15.25.001
- [9] Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Письма в ЖТФ, **48** (6), 19 (2022). DOI: 10.21883/PJTF.2022.06.52206.19073 [D.Yu. Zhilenko, O.E. Krivonosova, Tech. Phys. Lett., **48** (3), 156 (2022). DOI: 10.1134/S1063785022040174].
- [10] D. Cebbron, R. Laguerre, J. Noir, N. Schaeffer, Geophys. J. Int., **219**, S34 (2019). DOI: 10.1093/gji/ggz037
- [11] Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Письма в ЖТФ, **49** (8), 21 (2023). DOI: 10.21883/PJTF.2023.08.55132.19506 [D.Yu. Zhilenko, O.E. Krivonosova, Tech. Phys. Lett., **49** (4), 62 (2023). DOI: 10.21883/TP.L.2023.04.55881.19506].
- [12] O. Krivonosova, M. Gritsevich, D. Zhilenko, P. Read, Phil. Trans. R. Soc. A, **381**, 20220124 (2023). DOI: 10.1098/rsta.2022.0124
- [13] Ю.Н. Беляев, И.М. Яворская, в кн.: Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа (ВИНИТИ, М., 1980), т. 15, с. 3–80.
- [14] D. Zhilenko, O. Krivonosova, M. Gritsevich, P. Read, Chaos, **28**, 053110 (2018). DOI: 10.1063/1.5011349
- [15] В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, А.Б. Нейман, Г.И. Стрелков, Л. Шиманский-Гайер, Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах (Ин-т компьютерных исследований, М.—Ижевск, 2003).
- [16] R.A. Ibrahim, J. Vibrot. Control, **12**, 10819 (2006). DOI: 10.1177/1077546306069912
- [17] J.W. Bennowitz, R.A. Frderic, Jr., D.M. Lineberry, J. Propul. Power, **30**, 1094 (2014). DOI: 10.2514/1.B35232