05

Бифуркационный магнитный резонанс в пленках типа (100) при плоскостном подмагничивании

© Д.И. Семенцов, А.М. Шутый

Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия E-mail: shuty@mail.ru

(Поступила в Редакцию 14 апреля 2011 г. В окончательной редакции 1 октября 2011 г.)

На основе численного моделирования исследована динамика намагниченности в монокристаллических пленках (100) с кубической анизотропией. Показано, что при плоскостном подмагничивании вдоль трудной оси имеет место дополнительный — бифуркационный — резонанс, обусловленный наличием бистабильности: двумя близкорасположенными равновесными состояниями намагниченности. Исследовано изменение резонансной области и отвечающих ей динамических режимов при изменении частоты переменного поля или малом смещении подмагничивающего поля. В области бифуркационного резонанса выявлены как регулярные, так и хаотические режимы прецессии; получены также состояния динамической бистабильности.

1. Введение

Магнитные монокристаллические пленки широко применяются в различных устройствах микроволнового диапазона [1–4] и являются удобными объектами для исследования большого круга вопросов резонансной и нелинейной динамики. Это во многом обусловлено разнообразием нелинейных эффектов, возникающих при воздействии на спиновую систему высокочастотного поля [5–7], а также возможностью реализации различных статических и динамических самоорганизующихся структур [8–11].

Как известно, в случае плоскостного подмагничивания вдоль трудной оси линеаризованное решение уравнения Ландау-Лифшица дает две ветви ферромагнитного резонанса (ФМР), отвечающие однородной резонансной прецессии намагниченности на достаточно малых частотах переменного поля [12]. Одна ветвь соответствует равновесному положению намагниченности, совпадающему с направлением подмагничивающего поля (а также с направлением трудной оси), вторая — случаю, когда подмагничивающее поле становится меньше критического значения, и направление намагниченности смещается к легкой оси. Однако экспериментальные исследования ФМР в одноосных пленках показали, что при подмагничивании вдоль трудной оси в узкой области параметров системы проявляется также дополнительный резонанс при промежуточном (относительно двух упомянутых резонансов) значении подмагничивающего поля [13]. Численное моделирование динамики намагниченности в указанных условиях показало, что природа данного эффекта связана с наличием угловой бистабильности состояний намагниченности [14,15]. В настоящей работе рассматривается прецессия намагниченности при плоскостном подмагничивании вдоль трудной оси в пленках (100) с кубической анизотропией, исследуются резонансные явления, а также области хаотических колебаний и линамической бистабильности.

2. Основные уравнения и соотношения

Исследования динамики намагниченности проведем для таких широко используемых в интегральных технологиях магнитных элементов, как тонкие ферритгранатовые пленки. Рассмотрим монокристаллическую пленку в однодоменном состоянии намагниченности, которое реализуется при любых подмагничивающих полях в случае достаточно тонких образцов [12]. Динамическое поведение вектора намагниченности **M** во внешних статическом **H** и переменном **h** магнитных полях, которые в дальнейшем считаем ортогональными ($\mathbf{H} \perp \mathbf{h}$), будем описывать уравнением Ландау–Лифшица [12]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\rm ef} + \frac{\alpha}{M} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t},\tag{1}$$

где γ — гиромагнитное отношение, α — параметр диссипации; эффективное магнитное поле в случае однородного распределения намагниченности по образцу в декартовой системе координат определяется производной

$$\mathbf{H}_{\rm ef} = -\sum \mathbf{e}_i \partial F / \partial M_i, \qquad (2)$$

где \mathbf{e}_i — орты координатных осей (i = x, y, z), а плотность свободной энергии F исследуемой системы дается выражением

$$F = -\mathbf{M}(\mathbf{H} + \mathbf{h}) + \frac{1}{2}\mathbf{M}(\hat{\mathbf{N}}\mathbf{M}) + F_a.$$
 (3)

Здесь N — тензор размагничивающих коэффициентов, который для пленочного образца с нормалью, совпадающей с осью x, имеет одну отличную от нуля компоненту $N_{xx} = 4\pi$; F_a — слагаемое, учитывающее энергию магнитной кристаллографической и индуцированной ростом анизотропии.

В дальнейшем будем считать, что для исследуемых пленок типа (100) кристаллографические оси [100], [010] и [001] совпадают с осями *x*, *y* и *z*, а ось ростовой одноосной анизотропии перпендикулярна плоскости пленки. В сферической системе координат плотность свободной энергии анизотропии определяется выражением

$$F_a = \frac{1}{4} K_1 \left(\sin^2 2\theta + \sin^4 \theta \sin^2 2\varphi \right) + K_u \sin^2 \theta, \quad (4)$$

где полярный θ и азимутальный φ углы вектора намагниченности **M** отсчитываются от осей *x* и *y* соответственно, а K_1 и K_u — константы кристаллографической и ростовой анизотропии, принятые далее отрицательными.

Известно, что в соответствии с линеаризованным (по малым отклонениям намагниченности от положения равновесия) решением уравнения (1) частота линейного ФМР определяется выражением

$$\omega_r = \gamma H_{\rm ef} = \frac{\gamma}{M \sin \theta_0} \left(F_{\theta \theta} F_{\varphi \varphi} - F_{\theta \varphi}^2 \right)^{1/2}, \qquad (5)$$

где значения вторых производных от плотности свободной энергии берутся для равновесных углов θ_0 и φ_0 , полученных из условий $\partial F/\partial \theta = 0$, $\partial F/\partial \varphi = 0$. Далее рассматривается случай плоскостной ориентации намагниченности ($\theta_0 = \pi/2$) и ориентации подмагничивающего поля вдоль оси у, которая при отрицательном значении константы K_1 совпадает с одной из трудных осей. При этом производная $F_{\theta\varphi} = 0$, и выражение для резонансной частоты имеет вид

$$\omega_r = \gamma \left[\left(H \cos \varphi - H_k (1 - \sin \varphi \cos \varphi) \right. \right. \\ \left. + H_u + 4\pi M \right) \left(H \cos \varphi - H_k \cos 4\varphi \right) \right]^{1/2}, \qquad (6)$$

где $H_k = 2|K_1|/M$ и $H_u = 2|K_u|/M$ — поля кристаллографической и ростовой анизотропии.

На рис. 1 показана зависимость частоты линейного ФМР и равновесных азимутальных углов намагниченности, рассчитанных по формулам (6) и (4), от величины подмагничивающего поля. Видно, что в области $H \geq H_k$ при уменьшении поля резонансная частота падает, что соответствует уменьшению эффективного магнитного поля. При этом равновесная ориентация намагниченности продолжает совпадать с направлением подмагничивающего поля до значения Н_k, при котором значение частоты ω_r , согласно (6), становится равным нулю. Значение H_k оказывается бифуркационным, и при дальнейшем уменьшении поля равновесное положение намагниченности отходит от направления ориентации подмагничивающего поля, приближаясь к одной из двух легких осей рассматриваемой монокристаллической пленки. При H = 0 равновесные ориентации намагниченности совпадают с легкими осями, и, согласно выбранной геометрии, $\varphi_0 = \pm \pi/4$, а частота ФМР равна

$$\omega_0 = \frac{\gamma}{M} \sqrt{2K_1(2K_u - K_1 - 4\pi M^2)}.$$
 (7)

Таким образом, в области $0 < H < H_k$ намагниченность пленки имеет два симметричных равновесных положения, т. е. возникает статическая бистабильность. Частота линейного резонанса при уменьшении поля ниже бифуркационного значения H_k снова начинает расти, имея слабо выраженный максимум в области малых значений H.



Рис. 1. Зависимость от величины подмагничивающего поля частоты линейного ФМР и равновесных азимутальных углов намагниченности (на вставке); $4\pi M = 214.6$ G, $K_1 = -10^3$ erg/cm³, $K_u = -10^3$ erg/cm³.

Здесь и далее для численного анализа используются следующие параметры, отвечающие реальной феррит-гранатовой пленке Y_{2.9}La_{0.1}Fe_{3.9}Ga_{1.1}O₁₂: $4\pi M = 214.6$ G, $\gamma = 1.755 \cdot 10^7$ (Oe · s)⁻¹, $\alpha = 10^{-2}$, $K_1 = -10^3$ erg/cm³ и $K_u = -10^3$ erg/cm³ [16].

3. Влияние статической бистабильности на резонансные характеристики системы

Нелинейные эффекты меняют динамику намагниченности относительно линейного ФМР. Наиболее существенное влияние на динамику оказывает наличие статической бистабильности вблизи бифуркационного значения H_k . В частности, наличие бистабильности для равновесной плоскостной ориентации намагниченности приводит к появлению дополнительного — бифуркационного — резонанса, отсутствующего для решений линеаризованного уравнения (1), а также к сложным траекториям намагниченности, включая хаотические режимы, и состояниям динамической бистабильности.

Рассмотрим динамику намагниченности, возбуждаемую линейно поляризованным вдоль оси *z* высокочастотным магнитным полем $\mathbf{h}(t) = \mathbf{e}_z h(t)$. Поскольку траектории намагниченности могут быть сложными и даже хаотическими, на рис. 2 представлена зависимость от величины подмагничивающего поля параметра, характеризующего амплитуду *z*-компоненты нормированной намагниченности $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$ на участке ее траектории с одним максимумом m_z^{max} и одним минимумом m_z^{min} . Таким



Рис. 2. Зависимость от величины подмагничивающего поля параметра $\delta m_z = |m_z^{\text{max}} - m_z^{\text{min}}|/2$, определяемого полуразностью между ближайшими на траектории экстремальными значениями компоненты нормированной намагниченности; h = 0.5 Oe, $\omega/2\pi = 0.4$ (1), 0.3 (2), 0.24 (3), 0.2 (4), 0.15 (5) и 0.1 GHz (6).

образом, данный параметр определяется полуразностью между ближайшими на траектории экстремальными значениями компоненты нормированной намагниченности: $\delta m_z = |m_z^{\text{max}} - m_z^{\text{min}}|/2$. Поле $h(t) = h \sin(\omega t)$ имеет амплитуду h = 0.5 Ое и различную частоту: $\omega/2\pi = 0.4$, 0.3, 0.24, 0.2, 0.15, 0.1 GHz (кривые 1-6 соответственно).

На достаточно больших частотах из области $\omega_r < \omega_0$ каждому значению частоты, согласно (6), отвечают два значения резонансного поля

$$H_{r1} = \frac{1}{\cos\varphi_0} \left(H_k - \sqrt{H_{\varphi}^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}} + H_{\varphi} \right),$$
$$H_{r2} = H_k + \sqrt{\left(2\pi M + \frac{H_k}{2} \right)^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}} - \left(2\pi M + \frac{H_k}{2} \right), \quad (8)$$

где $H_{\varphi} = 2\pi M + H_k \sin 2\varphi_0 (\sin 2\varphi_0 + 1/4) + H_u/2$. При численном анализе вблизи указанных значений поля

реализуется два резонансных пика, амплитуда и форма линии которых близки к решениям линеаризованного уравнения (1). Отличия полученных резонансных кривых от соответствующих линейным решениям состоят в небольшом их смещении в сторону меньших значений поля H и характерном для нелинейных решений "клювообразном" виде резонансных кривых.

При уменьшении частоты происходит сближение резонансных значений поля (близких к соответствующим значениям H_{r1} и H_{r2} линеаризованной системы) и приближение их к бифуркационному значению H_k , отвечающему возникновению состояний статической бистабильности. Когда указанные резонансы достаточно близко подходят к H_k и, следовательно, к области с близким расположением симметричных стационарных положений намагниченности, между данными резонансными пиками возникает третий резонанс, который соответствует прецессионному режиму с траекторией, охватывающей оба составляющих бистабильность стацио-



Puc. 3. Проекции на плоскость пленки траекторий нормированной намагниченности, прецессирующей при $h = h_z = 0.5$ Oe на частоте $\omega/2\pi = 0.3$ (*a*), 0.24 (*b*) и 0.2 GHz (*c*) и 0.15, 0.1 GHz (*d*, кривые *I* и *2*). Величина подмагничивающего поля: H = 92, 111, 112, 113, 120, 142 Oe (*a*, кривые *I*-6 соответственно), 113.62, 113.63 Oe (*b*, кривые *I* и *2*), 106 (*c*) 112 Oe (*d*).

нарных положения. Объясняется это тем, что амплитуды прецессии, отвечающие "хвостовой" части резонансной зависимости $\delta m_z(H0)$ для одного из равновесных положений с $\varphi_0 \neq 0$, становятся настолько большими, что на динамике намагниченности начинает сказываться влияние второго равновесного положения.

Как видно из приведенного рисунка, вначале третий резонанс, названный нами бифуркационным, имеет малую амплитуду прецессии намагниченности (кривая 1). При дальнейшем уменьшении частоты (и соответствующем сближении двух первоначальных резонансов) амплитуда бифуркационного резонанса значительно возрастает, но сама резонансная кривая остается достаточно узкой (кривая 2). Дальнейшее понижение частоты приводит к расширению области бифуркационного резонанса и реализации режимов с более сложными траекториями, включая хаотическую динамику (кривая 3). Далее область бифуркационного резонанса сливается с областью "левого" резонанса, отвечающего полю H_{r1} , и хаотическая динамика распространяется практически на всю данную резонансную область (кривая 4). На еще более низких частотах хаотические режимы исчезают, и ввиду конечной ширины резонансных кривых остается одна резонансная область с максимумом при $H \approx H_k$ (кривая 5). Заметим, что в области малых подмагничивающих полей возникает интервал со сложными низкоамплитудными траекториями намагниченности, причем с уменьшением частоты он смещается в сторону H_k , а амплитуды колебаний увеличиваются. Когда при низких частотах данный интервал входит в единственную оставшуюся резонансную область, вид резонансной кривой и траектории резонансной прецессии значительно усложняются (кривая 6).

На рис. 3 приведены проекции на плоскость пленки траекторий нормированной намагниченности, прецессирующей под воздействием переменного поля с амплиту-



Рис. 4. Зависимости от величины подмагничивающего поля параметра δm_z , характеризующего амплитуду колебаний намагниченности, при h = 1.0 (1), 0.5 (2) и 0.3 Oe (3) и $\omega/2\pi = 0.27$ (1), 0.25 (2) и 0.18 GHz (3).

дой h = 0.5 Ое и различной частотой $\omega/2\pi$. Траектории на рис. 3, а построены при различной величине подмагничивающего поля H (кривые 1-6), причем кривая 6отвечает "правому" резонансу (кривая 2 на рис. 2) вблизи Н_{r2}, когда равновесной является ориентация намагниченности вдоль поля **H**, а кривая 1 отвечает "левому" резонансу вблизи H_{r1} , когда равновесный угол $\varphi_0 \neq 0$. Во втором случае имеют место две симметричные траектории с отрицательными и положительными значениями m_z ; вторая траектория на рисунке не приведена. Траектория 2 отвечает бифуркационному резонансу, она является наиболее вытянутой и охватывает два равновесных положения намагниченности, составляющих статическую бистабильность. Траектории 3 и 4 отвечают режимам, прилегающим к бифуркационному резонансу со стороны больших значений подмагничивающего поля, но при $H < H_k$ (где $\varphi_0 \neq 0$), поэтому имеют место также режимы с симметричными траекториями. Траектория 5 представляет низкоамплитудную нерезонансную прецессию с равновесным углом $\varphi_0 = 0$ (при $H > H_k$). Рис. 3, b отвечает области бифуркационного резонанса на кривой *3* рис. 2 при *H* = 113.62 и 113.63 Ое (кривые *1* и 2). Приведенные траектории демонстрируют возникновение хаоса в области бифуркационного резонанса через удвоение периода прецессии: кривая 2 (и симметричная ей кривая, которая на рисунке не приведена, так как сливается с кривой 1) отвечает регулярному режиму с достаточно сложной траекторией, однако уже незначительное изменение подмагничивающего поля приводит к хаотическому режиму с узким аттрактором (так называемому спиновому хаосу [17]). Развитый хаос, отвечающий кривой 4 на рис. 2, представлен частью хаотической траектории на рис. 3, с, которая охватывает оба равновесных положения намагниченности при H = 106 Oe. Кривые 1 и 2 на рис. 3, d отвечают соответственно

кривым 5 и 6 рис. 2, когда остается одна резонансная область вблизи бифуркационного значения поля H_k ; кривые построены при H = 112 Ое и различных частотах переменного поля. В случае кривой 2 имеет место также режим с симметричной (относительно направления с $\varphi = 0$) траекторией.

Для рассматриваемых условий характерным является возникновение динамической бистабильности (и мультистабильности), когда при одних и тех же параметрах системы могут реализоваться два или более динамических режима, на выбор между которыми могут влиять флуктуации параметров или начальные условия системы. Динамическая бистабильность возникает при значениях подмагничивающего поля, относящихся к области статической бистабильности. На рис. 4 приведены резонансные зависимости $\delta m_z(H)$, полученные для различных значений переменного поля h и частоты $\omega/2\pi$ (кривые 1-3). Отдельные резкие "всплески", наблюдаемые на приведенных зависимостях, отвечают динамическим режимам, реализующимся вместе с режимами, соответствующими основной резонансной ветви и имеющими меньшую амплитуду. Видно, что области динамической бистабильности могут быть очень узкими по значениям подмагничивающего поля $\Delta H \sim 1$ Oe. Следует также отметить, что на рисунке отражены не все режимы, составляющие динамическую мультистабильность, так как для установления некоторых режимов требуется возбуждение намагниченности не из равновесного исходного ее положения, а при наличии начального смещения (например, путем кратковременного приложения соответствующим образом направленного дополнительного подмагничивающего поля).

На рис. 5 приведены проекции траекторий режимов намагниченности, составляющих динамическую бистабильность при параметрах, отвечающих предыдущему



Puc. 5. Проекции траекторий прецессионных режимов намагниченности, составляющих динамическую бистабильность, при $h = 1.0 \text{ Oe}, \omega/2\pi = 0.27 \text{ GHz}$ и $H = 97.0 \text{ Oe} (a, b), h = 0.5 \text{ Oe}, \omega/2\pi = 0.25 \text{ GHz}$ и $H = 99.5 \text{ Oe} (c), h = 0.3 \text{ Oe}, \omega/2\pi = 0.18 \text{ GHz}$ и H = 107 Oe (d).

рисунку. Траектории 1-3 на рис. 5, *а* и траектория на рис. 5, b относятся к мультистабильному состоянию, реализующемуся при h = 1.0 Oe, $\omega/2\pi = 0.27$ GHz и H = 97.0 Ое. Кривая на рис. 5, *b* по своему расположению на фазовой плоскости близка к кривой 2 на рис. 5, а, но в отличие от последней является несимметричной, поэтому в мультистабильность входит также режим с отсутствующей на рисунке траекторией, которая симметрична траектории на рис. 5, b. То же относится и к кривой 3: существует симметричная ей траектория. На рис. 5, с траектории 1, 2 и траектория, симметричная второй, относятся к мультистабильному состоянию, возникающему при h = 0.5 Oe, $\omega/2\pi = 0.25$ GHz и H = 99.5 Ое. Траектории 1-3 на рис. 5, d относятся к составляющим мультистабильность и сильно отличающимся по амплитуде режимам, которые устанавливаются при h = 0.3 Oe, $\omega/2\pi = 0.18$ GHz и H = 107 Oe. Заметим, что для получения высокоамплитудных режимов прецессии с траекториями *1* на рис. 5, *a*, *d* исходное положение намагниченности должно быть смещено относительно равновесного положения на значительный угол (до $\varphi = \pm \pi/2$ и более).

Рассматриваемые режимы оказываются очень чувствительными к ориентации подмагничивающего поля и устанавливаются только в том случае, если направление поля близко к направлению трудной оси пленки. Однако совпадение этих направлений не обязательно должно быть строгим, что важно при проведении экспериментальных исследований и практическом использовании эффектов. На рис. 6 приведены резонансные зависимости $\delta m_z(H)$, полученные при небольшом отклонении подмагничивающего поля от трудной оси; параметры переменного поля составляют h = 1.0 Ое и $\omega/2\pi = 0.3$ GHz. Ориентация лежащего в плоскости пленки подмагничивающего поля определяется углом $\varphi_H = 0.3$, 0.5, 1° (кривые 1-3), отсчитываемым от трудной оси (оси у).



Рис. 6. Зависимости от величины поля *H* параметра δm_z при h = 0.1 Oe, $\omega/2\pi = 0.3$ GHz и отсчитываемом от оси *y* ориентационном угле $\varphi_H = 0.3$ (1), 0.5 (2) и 1.0° (3) плоскостного подмагничивающего поля.

Переменное поле, как и ранее, ориентировано вдоль оси z. Видно, что при достаточно малом отклонении поля от трудного направления намагниченности (порядка несколько десятых долей градуса) имеют место как область бифуркационного резонанса, так и узкие области состояния динамической бистабильности. Но при увеличении угла φ_H область бифуркационного резонанса исчезает, остаются только состояния бистабильности. Область этих состояний также сокращается с ростом φ_H и практически исчезает уже при $\varphi_H \ge 1.0^\circ$.

4. Заключение

Проведенный анализ показал, что при плоскостном подмагничивании монокристаллической пленки типа (100) вдоль трудной оси наряду с резонансами, отвечающими двум равновесным состояниям намагниченности (с $\phi_0 = 0$ и $\phi_0 \neq 0$), имеет место область дополнительного (третьего) резонанса. Данная область расположена вблизи бифуркационного значения подмагничивающего поля H_k , отвечающего возникновению двух равновесных положений, симметричных относительно оси трудного намагничивания. Именно этот факт побудил авторов дать соответствующее название рассматриваемому эффекту. При этом возникновение бифуркационного резонанса обусловлено указанной статической бистабильностью и близостью равновесных положений намагниченности: в отвечающих резонансу интервалах значений поля Н устойчивыми становятся режимы с траекториями, охватывающими оба положения равновесия. В отличие от ранее рассмотренного аналогичного резонансного эффекта в пленках с одноосной анизотропией [14,15], где были получены только хаотические режимы, в данном случае в области бифуркационного резонанса обнаружены как гармонические режимы с сильно вытянутыми траекториями, так и различные хаотические режимы. При этом регулярные режимы имеют место главным образом в начале и конце частотного интервала, отвечающего данному резонансу вблизи значения поля *H_k*. Характерным для рассматриваемой системы является также наличие узких интервалов значений поля $H~(\Delta H \sim 1 \text{ Oe})$, в которых реализуются состояния динамической бистабильности и мультистабильности. Показано также, что бифуркационный резонанс имеет сильную чувствительность к направлению подмагничивающего поля и исчезает при отклонении поля от направления трудного намагничивания на угол $\varphi_H \sim 0.1^\circ$. Полученные в ходе исследования результаты позволяют сделать предположение, что бифуркационный резонанс должен иметь место как в монокристаллических структурах с различным типом анизотропии, так и в других физических системах с близкорасположенными состояниями равновесия.

Список литературы

- [1] В.В. Рандошкин, А.Я. Червоненкис. Прикладная магнитооптика. Энергоатомиздат, М. (1990). 320 с.
- [2] M.J. Bowman, D. Booth. Mater. Characterization **39**, 139 (1997).
- [3] A.K. Zvezdin, V.A. Kotov. Modern magnetooptics and magnetooptical materials. Institute of Physics, London (1997). 404 p.
- [4] К.С. Петров. Радиоматериалы, радиокомпоненты и электроника. Питер, М. (2003). 512 с.
- [5] G. Bertotti, A. Magni, I.D. Mayergoyz, C. Serpico. J. Appl. Phys. 91, 7559 (2002).
- [6] W. van Saarloos. Phys. Rep. 386, 29 (2003).
- [7] Д.И. Семенцов, А.М. Шутый. УФН 177, 831 (2007).

- [8] Б.Н. Филиппов, Л.Г. Корзунин. ЖЭТФ 121, 372 (2002).
- [9] Г.С. Кандаурова, В.Х. Осадченко, А.Г. Пашко. ФТТ 47, 1806 (2005).
- [10] Th. Gerrits, M.L. Schneider, A.B. Kos, T.J. Silva. Phys. Rev. B 73, 094 454 (2006).
- [11] А.М. Шутый, Д.И. Семенцов. ЖЭТФ 131, 868 (2007).
- [12] А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков. Магнитные колебания и волны. Наука, М. (1994). 464 с.
- [13] Б.А. Беляев, А.В. Изотов, С.Я. Кипарисов. Письма в ЖЭТФ 74, 248 (2001).
- [14] Т.М. Василевская, Д.И. Семенцов. ЖЭТФ 137, 861 (2010).
- [15] Т.М. Василевская, Д.И. Семенцов. ФТТ 53, 79 (2011).
- [16] B. Neite, H. Dotsch. J. Appl. Phys. 62, 648 (1987).
- [17] Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Институт компьютерных исследований / Под ред. В.С. Анищенко. Москва–Ижевск (2003). 544 с.