

Проблема корректных измерений ширины и угла расходимости лазерного пучка

© А.М. Райцин, С.М. Фроловичев

Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия

e-mail: arcadiyram@rambler.ru; sergeym.frolovichev@gmail.com

Поступила в Редакцию 11.12.2023 г.

В окончательной редакции 16.01.2024 г.

Принята к публикации 04.04.2024 г.

На примерах известных пространственных распределений интенсивности в поперечном сечении лазерного пучка в плоскости излучателя получены и наглядно проанализированы формулы для погрешности измерений вторых моментов в дальней зоне матричным приемником излучения, связанных с определением ширины пучка и угла расходимости при использовании существующего стандарта ISO 11146:2021 „Lasers and laser-related equipment. Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios, Part 1–2“.

Рассмотрены гауссово, экспоненциальное и равномерное пространственные распределения интенсивности в плоскости излучателя. Показано, что использование упомянутого стандарта приводит к некорректным измерениям в силу расходимости измеряемой величины. При этом условия, обеспечивающие сходимость результатов, практически невыполнимы. Предложены рекомендации к процессу измерений, устраняющие отмеченный недостаток.

Ключевые слова: метрология лазерного излучения, методы измерений, моменты распределения интенсивности, матричный приемник излучения, ширина лазерного пучка, угол расходимости.

DOI: 10.61011/OS.2024.05.58461.5812-24

Введение

В настоящее время стандартизованный метод измерений ширины лазерного пучка и угла его расходимости основан на определении начальных моментов пространственного распределения интенсивности в поперечном сечении пучка [1].

В результате развития элементной базы на основе матричных приемников излучения (МПИ) стало возможным определение упомянутых выше параметров практически в реальном масштабе времени. Однако при измерении ширины пучка и угла его расходимости МПИ с использованием начальных моментов распределения интенсивности существует методологическая проблема корректности измерений, состоящая в том, что в общем случае отсутствуют конечные значения вторых моментов излучаемого поля.

Впервые на эту проблему обратил внимание Ю.А. Ананьев в работе [2]. В процессе обсуждения измеряемых характеристик было отмечено, что они имеют конечные разумные значения лишь при выполнении жестких условий, накладываемых на форму распределения поля. Сами эти жесткие условия не были строго сформулированы, но определено, что при наличии разрывов в зависимости пространственного распределения интенсивности от поперечных координат вторые моменты углового распределения, связанные с параметром M^2 , шириной и углом расходимости, становятся неограниченно большими.

В работе [3] такие условия были сформулированы и теоретически доказано, что вторые моменты расходятся и для всех непрерывных пространственных распределений интенсивности, если на границе апертуры излучателя модуль амплитуды поля или интенсивность не равна нулю, что имеет место на практике.

Однако, несмотря на данное обстоятельство, с начала 2000-х годов в обращение был введен международный стандарт ISO 11146-2005 по методам измерения ширины лазерного пучка и угла его расходимости, в котором присутствует упомянутая проблема корректности измерений. В 2008 г. данный стандарт был принят для применения в РФ, известный как ГОСТ Р ИСО 11146-2008, представляющий собой полный аутентичный текст ISO 11146-2005. В 2021 г. вышла новая версия международного стандарта [1], в которой проблема некорректных измерений не устранена.

Этот факт побудил авторов вернуться к проблеме, обозначенной Ю.А. Ананьевым еще в 1990-х годах, и на конкретных примерах показать значения погрешностей, возникающих при применении [1].

Данная работа является наглядной иллюстрацией упомянутых выше некорректных измерений и ее целью является исследование погрешности измерения вторых моментов, возникающей вследствие неравенства нулю значений модуля амплитуды или интенсивности на границе апертуры излучателя, а также по причине ограниченности диапазона измерений МПИ. Для иллюстрации выбран ряд известных пространственных распределений

амплитуды в плоскости излучателя: гауссово, экспоненциальное, равномерное.

Выбор данных распределений обусловлен тем, что гауссово пространственное распределение амплитуды, быстро спадающее по интенсивности в поперечном сечении лазерного пучка и представляющее интерес при исследовании лазерных систем, соответствует основной излучаемой моде резонатора. Равномерное распределение для практических применений также представляет интерес; оно характерно тем, что в плоскости излучателя сохраняет постоянное значение амплитуды, которое не равно нулю на границах апертуры. Экспоненциальное распределение амплитуды является промежуточным между гауссовым и равномерным. Такая модель наглядна, удобна для расчетов и приводит в дальней зоне к распределению интенсивности со слабо спадающими „крыльями“, напоминающему распределение Коши.

Факт расходимости измеряемой величины нарушает единство измерений параметров лазерного пучка. Метрологические аспекты этой проблемы были подробно рассмотрены в работах [4,5], где показано, что возможным решением проблемы является учет нижнего уровня динамического диапазона МПИ.

В работе также предложены рекомендации к процессу измерений, устраняющие отмеченный выше недостаток.

В работе [6] впервые была предпринята попытка охарактеризовать лазерное излучение на языке пространственных моментов и показан параболический характер зависимостей вторых моментов распределения интенсивности от расстояния z . На том же основании рассматривается параметр M^2 , определяющий „качество“ лазерного пучка [7].

Основой рассуждений, приводящих к такой зависимости вторых моментов, является уравнение квазиоптики. Из этого уравнения следует известная связь между комплексной амплитудой поля в поперечном сечении пучка излучаемого поля $U(x, y, z)$ с координатой z и комплексной амплитудой излучаемого поля в плоскости источника $u(x_1, y_1, 0)$ [8]:

$$U(x, y, z) = A(z) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(x_1, y_1, 0) \times \exp\left(i \frac{\pi}{\lambda z} ((x - x_1)^2 + (y - y_1)^2)\right) dx_1 dy_1, \quad (1)$$

где

$$A(z) = \exp(i2\pi z/\lambda)/(i\lambda z),$$

λ — длина волны излучения.

Запишем характеристики излучаемого поля через первые и вторые моменты распределения интенсивности $I(x, y, z)$, нормированные к нулевому моменту:

$$\begin{aligned} \bar{m}_{10}(z) &= m_{10}(z)/m_{00}, & \bar{m}_{01}(z) &= m_{01}(z)/m_{00}, \\ \bar{m}_{20}(z) &= m_{20}(z)/m_{00}, & (2) \\ \bar{m}_{02}(z) &= m_{02}(z)/m_{00}, & \bar{m}_{11}(z) &= m_{11}(z)/m_{00}, \end{aligned}$$

$$m_{10}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x I(x, y, z) dx dy, \quad (3)$$

$$m_{01}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y I(x, y, z) dx dy, \quad (4)$$

$$m_{20}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 I(x, y, z) dx dy, \quad (5)$$

$$m_{02}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 I(x, y, z) dx dy, \quad (6)$$

$$m_{11}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy I(x, y, z) dx dy, \quad (7)$$

$$m_{00}(z) = m_{00}(0) = m_{00} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) dx dy, \quad (8)$$

$$I(x, y, z) = |U(x, y, z)|^2.$$

Для гаусс-эллиптического распределения интенсивности зависимость ширины пучка по уровню интенсивности $1/\exp(2)$ от расстояния z определяется по следующим формулам [1] через нормированные моменты:

$$\left. \begin{aligned} d_x(z) &= \\ &2\sqrt{2\left[\sigma_{20}^2(z) + \sigma_{02}^2(z) + \gamma\sqrt{(\sigma_{20}^2(z) - \sigma_{02}^2(z))^2 + 4\sigma_{11}^2(z)}\right]}, \\ d_y(z) &= \\ &2\sqrt{2\left[\sigma_{20}^2(z) + \sigma_{02}^2(z) - \gamma\sqrt{(\sigma_{20}^2(z) - \sigma_{02}^2(z))^2 + 4\sigma_{11}^2(z)}\right]}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\sigma_{20}^2(z) = \bar{m}_{20}(z) - (\bar{m}_{10}(z))^2,$$

$$\sigma_{02}^2(z) = \bar{m}_{02}(z) - (\bar{m}_{01}(z))^2,$$

$$\sigma_{11}(z) = \bar{m}_{11}(z) - \bar{m}_{10}(z)\bar{m}_{01}(z),$$

$$\gamma = \frac{|\sigma_{20}^2(z) - \sigma_{02}^2(z)|}{\sigma_{20}^2(z) + \sigma_{02}^2(z)} = \begin{cases} 1, & \text{если } \sigma_{20}^2(z) \geq \sigma_{02}^2(z), \\ -1, & \text{если } \sigma_{20}^2(z) < \sigma_{02}^2(z). \end{cases}$$

Формула (1) в [8] получена при предположении об ограниченных поперечных размерах источника. В связи с этим является допущением, требующим уточнения, замена конечных пределов интегрирования в (1) бесконечными по всей плоскости расположения излучателя.

Для этого в [8] предполагается, что модуль амплитуды поля или интенсивности источника излучения за пределами апертуры излучателя равен нулю, но не обязательно равен нулю на границе апертуры.

В [3] показано, что для всех непрерывных распределений интенсивности условие, при котором вторые моменты излучаемого поля существуют, сводится к равенству нулю интенсивности (амплитуды) $I(x, y, 0)$ на границах

апертуры в плоскости излучателя, что в общем случае не выполняется в реальном процессе измерений. При этом выражения (5) и (6) представляют расходящиеся интегралы и характеристики ширины (9) излучаемого поля теряют смысл.

Реально вторые моменты измеряемого поля вычисляются:

— по ограниченной области пространства Ω , определяемой размером апертуры МПИ в плоскости измерений;

— МПИ с ограниченным динамическим диапазоном измерений относительного распределения интенсивности $0 < r \leq I(x, y, z)/I_{\max} \leq 1$, где r — нижняя граница чувствительности диапазона измерений МПИ.

В этом случае интегрирование в (3)–(8) производится в конечных пределах и вторые моменты всегда существуют.

Однако результат таких измерений относится к характеристикам измеряемого поля, а не излучаемого, у которого такая характеристика отсутствует, что определяет указанную в [4,5] методологическую проблему корректности измерений.

Второй момент измеряемого поля лазерного пучка с гауссовым пространственным распределением амплитуды в плоскости излучателя

Будем рассматривать пространственное распределение интенсивности лазерного пучка в дальней зоне в приближении Фраунгофера [8]

$$I(x, y, z) = \frac{1}{\lambda^2 z^2} \left| \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} u(x_1, y_1, 0) \times \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda z} (xx_1 + yy_1)\right) dx_1 dy_1 \right|^2, \quad (10)$$

интегрирование в (10) проводится в пределах квадратной апертуры излучателя с линейными размерами $T \times T$,

$$u(x_1, y_1, 0) = R^{4(x_1^2 + y_1^2)/T_0^2} \quad (11)$$

— пространственное гауссово распределение амплитуды в плоскости излучателя, равное значению R ($0 < R \leq 1$) при $x_1 = \pm T_0/2$; $y_1 = 0$ или $x_1 = 0$; $y_1 = \pm T_0/2$.

Если $T = T_0$, то значение амплитуды на границах апертуры излучателя также равно R .

Далее будем рассматривать нормированный второй момент (2) распределения интенсивности измеряемого поля (10) в пределах ограниченной квадратной апертуры МПИ с линейными размерами $L \times L$ в плоскости измерений, вычисляемый по формулам (5) и (8), в которых бесконечные пределы интегрирования заменяются конечными от $-L$ до L .

После подстановки (11) в (10) и преобразований для второго момента пучка Гаусса (2) получим

$$\overline{m}_{20}^G(z) = \frac{m_2^G(z)}{m_0^G(z)}, \quad (12)$$

$$m_2^G(z) = \int_{-L}^L x^2 \left(\int_{-T/2}^{T/2} R^{4x_1^2/T_0^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda z} x_1\right) dx_1 \right)^2 dx, \quad (13)$$

$$m_0^G(z) = \int_{-L}^L \left(\int_{-T/2}^{T/2} R^{4x_1^2/T_0^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda z} x_1\right) dx_1 \right)^2 dx. \quad (14)$$

Интеграл (13) при конечных значениях T и $L \rightarrow \infty$ в общем случае расходится и второй момент (12) не существует, в то время как интеграл (14) всегда имеет конечное значение.

Рассмотрим расходящийся интеграл (13) и для удобства введем отношение $u = \frac{x}{\lambda z}$. После вычисления (13) при $T_0 = T$ по переменной x_1 получим

$$m_2^G(z) = \frac{2\lambda^3 z^3 b^2}{\pi} \int_0^\rho u^2 \exp(-2b^2 u^2) \times (\operatorname{erf}(a + ibu) + \operatorname{erf}(a - ibu))^2 du, \quad (15)$$

где

$$a = \sqrt{-\ln R}, \quad b = \frac{\pi T}{2\sqrt{-\ln R}},$$

$$\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-x^2) dx, \quad \rho = \frac{L}{\lambda z}.$$

Выражение (13) после нормировки на $\lambda^3 z^3$ можно записать в виде

$$m_2^{*G}(\rho) = \frac{m_2^G(z)}{\lambda^3 z^3} = \frac{2b^2}{\pi} \int_0^\rho u^2 \exp(-2b^2 u^2) \times (\operatorname{erf}(a + ibu) + \operatorname{erf}(a - ibu))^2 du. \quad (16)$$

На рис. 1 представлена зависимость $m_2^{*G}(\rho)$, рассчитанная по формуле (16) для различных R . Видно, что с ростом ρ упомянутая величина бесконечно возрастает и более существенное изменение происходит при больших R .

Если апертура излучателя бесконечна ($T \rightarrow \infty$) и

$$\lim_{\substack{x_1 \rightarrow \infty \\ y_1 \rightarrow \infty}} R^{4(x_1^2 + y_1^2)/T_0^2} = 0,$$

то интеграл (16) сходится при $\rho \rightarrow \infty$ и справедлива формула

$$m_2^{*G} = \lim_{\rho \rightarrow \infty} m_2^{*G}(\rho) = \frac{\sqrt{-2 \ln R}}{4\pi^{3/2} T_0}. \quad (17)$$

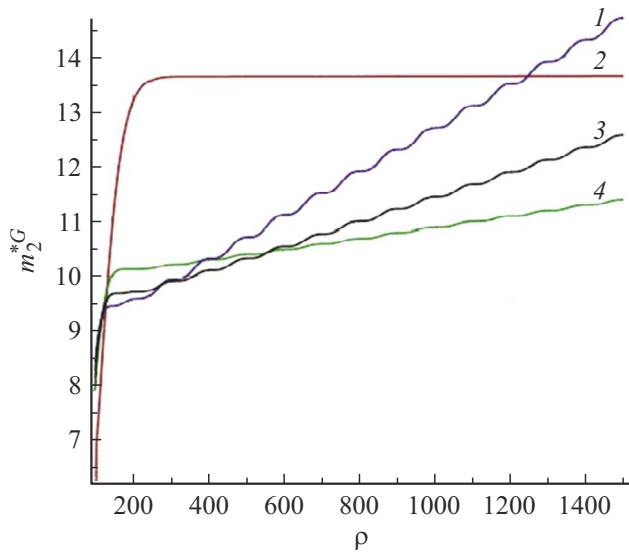


Рис. 1. Зависимость второго момента от ρ при $T = 0.01$ м для $R = 0.2$ (1), 0.01 (2), 0.15 (3), 0.1 (4).

При имеющей на практике апертуры излучателя конечных размеров $T = T_0$, на границах которой $R \rightarrow 0$, расходимость интеграла (16) с ростом ρ незначительна. Так, для малых $R = 0.01$ (рис. 1, кривая 2) при $T = T_0 = 0.01$ м величина $m_2^{*G}(1500) \approx 13.646$, которая отличается от предела (17) $m_2^{*G} \approx 13.626$ на $\approx 0.15\%$.

Определим основные параметры, влияющие на расходимость интеграла (16), рассмотрев асимптотическое разложение его подынтегральной функции при больших значениях u .

Представим (16) в виде суммы двух слагаемых

$$m_2^{*G}(\rho) = m_2^{*G}(\rho^*) + \frac{b^2}{2\pi} \int_{\rho^*}^{\rho} u^2 \exp(-2b^2 u^2) \times (\operatorname{erf}(a + ibu) + \operatorname{erf}(a - ibu))^2 du. \quad (18)$$

где ρ^* можно рассматривать как параметр, определяющий некоторое значение диапазона измерений МПИ, начиная с которого справедливо асимптотическое разложение подынтегральной функции второго слагаемого.

Первое слагаемое, определяемое в конечных пределах интегрирования, представляет конечный определенный интеграл, второе слагаемое — расходящийся интеграл при $\rho \rightarrow \infty$.

Если

$$u \gg a/b = \frac{-2 \ln R}{\pi T},$$

квадрат суммы, входящей во второе слагаемое (18), можно привести к асимптотическому виду [9]

$$(\operatorname{erf}(a + ibu) + \operatorname{erf}(a - ibu))^2 = \frac{4R^2 \exp(2b^2 u^2)}{\pi b^2 u^2} \times \left(\sin^2(2abu) - \frac{a \sin(4abu)}{bu} + o(1/u) \right).$$

Тогда

$$\begin{aligned} & \frac{b^2}{2\pi} \int_{\rho^*}^{\rho} u^2 \exp(-2b^2 u^2) (\operatorname{erf}(a + ibu) + \operatorname{erf}(a - ibu))^2 du \\ &= \frac{2R^2}{\pi^2} \left(\int_{\rho^*}^{\rho} \left(\sin^2 \pi T u + \frac{2 \ln R}{\pi T u} \sin 2\pi T u + o(1/u) \right) du \right), \end{aligned} \quad (19)$$

откуда следует, что расходимость интеграла (18) при $\rho \rightarrow \infty$ определяется двумя первыми слагаемыми подынтегральной функции. Причем основной вклад в расходимость дает первое слагаемое. В результате получим

$$\begin{aligned} & \int_{\rho^*}^{\rho} u^2 \exp(2b^2 u^2) (\operatorname{erf}(a + ibu) + \operatorname{erf}(a - ibu))^2 du \\ & \approx \frac{2R^2}{\pi^2} \int_{\rho^*}^{\rho} (\sin^2 \pi T u) du = \frac{R^2 \Delta \rho}{\pi^2} \\ & \times \left(1 - \frac{\sin \pi T \Delta \rho}{\pi T \Delta \rho} \cos \left(\pi T \rho^* \left(2 + \frac{\Delta \rho}{\rho^*} \right) \right) \right), \end{aligned}$$

где $\Delta \rho = \rho - \rho^*$.

С учетом (19) для (18) справедливо приближенное выражение

$$\begin{aligned} m_2^{*G}(\rho) & \approx m_2^{*G}(\rho^*) + \frac{R^2 \Delta \rho}{\pi^2} \\ & \times \left(1 - \frac{\sin \pi T \Delta \rho}{\pi T \Delta \rho} \cos \left(\pi T \rho^* \left(2 + \frac{\Delta \rho}{\rho^*} \right) \right) \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Поскольку для МПИ в зависимости от ρ можно определить различные нижние уровни диапазона измерений, то из (20) следует, что величины измеренных моментов одного и того же распределения будут отличаться, что нарушает единство измерений диаметра пучка и угла его расходимости. Понятно, что величина упомянутого уровня будет ограничена только уровнем r нижней границы диапазона измерений МПИ. Причем с расширением диапазона измерений (т.е. с увеличением ρ и соответственно $\Delta \rho$) величина второго момента будет возрастать. Величину

$$\delta^G(R) \approx \frac{m_2^{*G}(\rho) - m_2^{*G}(\rho^*)}{m_2^{*G}(\rho^*)}, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} m_2^{*G}(\rho) - m_2^{*G}(\rho^*) & \approx \frac{R^2 \Delta \rho}{\pi^2} \\ & \times \left(1 - \frac{\sin \pi T \Delta \rho}{\pi T \Delta \rho} \cos \left(\pi T \rho^* \left(2 + \frac{\Delta \rho}{\rho^*} \right) \right) \right), \end{aligned}$$

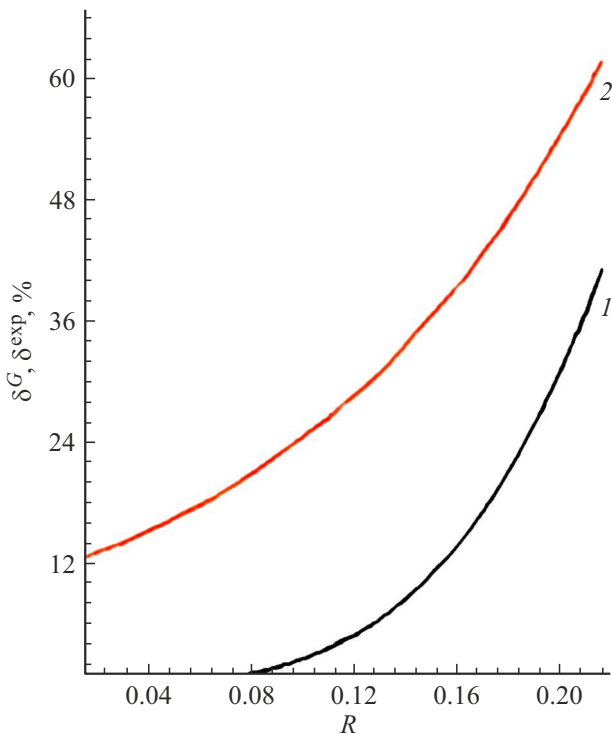


Рис. 2. Зависимость погрешности измерения второго момента от R при $T = 0.01$ м для (1) гауссова $\delta^G(R)$ и (2) экспоненциального $\delta^{\text{exp}}(R)$ пространственных распределений интенсивности в плоскости излучателя.

можно рассматривать как приближенное значение относительной погрешности измерения второго момента, возникающей вследствие расходимости интеграла (16).

Из (21) хорошо видно, что погрешность содержит линейную составляющую $\frac{R^2 \Delta \rho}{\pi^2}$, увеличивающуюся с ростом $\Delta \rho$ и R . При малых значениях R погрешность мала, что находится в соответствии с результатами, приведенными на рис. 1 (кривая 2).

Для получения основных выводов рассмотрим для различных R два нижних уровня диапазона измерений МПИ, равных 0.001 и 0.0001, и определим при $T = 0.01$ м относительную погрешность измерения $\delta^G(R)$ по формуле (21), где $m_2^{*G}(\rho^*)$ и $m_2^{*G}(\rho)$ определяются по точной формуле (16), ρ^* соответствует значению относительного пространственного распределения интенсивности на уровне 0.001, а ρ — на уровне 0.0001.

Величина нижнего уровня относительного диапазона измерений ограничена техническими возможностями применяемых МПИ. Так, для цифровой камеры ORCA-Flash4.0 V3 Digital CMOS C13440-20CU нижняя граница составляет $r = 2.7 \cdot 10^{-5}$ и нижний уровень r^* диапазона измерений должен быть выбран не ниже этого значения.

Итак, рассмотрим погрешность измерения второго момента одного и того же распределения двумя МПИ с различными нижними уровнями диапазона измерений в зависимости от R .

Результаты расчетов представлены на рис. 2 (кривая 1). Видно, что при значении $T = 0.01$ м погрешность измерений $\delta^G(R)$ существенно возрастает с увеличением R , начиная с единиц процентов при $R \approx 0.1$ и достигая $\approx 28\%$ при $R = 0.2$.

Можно утверждать, что результаты измерений одного и того же параметра гауссова пучка МПИ с разными нижними уровнями диапазона измерений имеют большое различие и не сопоставимы.

Второй момент измеряемого поля лазерного пучка с экспоненциальным пространственным распределением амплитуды в плоскости излучателя

Будем рассматривать пространственное распределение интенсивности лазерного пучка в дальней зоне (10) при экспоненциальном пространственном распределении амплитуды на квадратной апертуре $T \times T$ в плоскости излучателя

$$u(x_1, y_1, 0) = R^{2(|x_1|+|y_1|)/T_0}, \quad (22)$$

R ($0 < R \leq 1$) — значение амплитуды при $x_1 = \pm T_0/2$; $y_1 = 0$ или $x_1 = 0$; $y_1 = \pm T_0/2$.

Если $T_0 = T$, то значение амплитуды на границах апертуры излучателя равно R .

Вычисление второго момента по формуле (2) с учетом (5) и (8) для распределения (22) приводит к аналогичным (12)–(14) выражениям

$$\bar{m}_{20}^{\text{exp}}(z) = \frac{m_2^{\text{exp}}(z)}{m_0^{\text{exp}}(z)},$$

где интеграл

$$m_2^{\text{exp}}(z) = \int_{-L}^L x^2 \left(\int_{-T/2}^{T/2} R^{2|x_1|/T_0} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda z} x_1\right) dx_1 \right)^2 dx$$

— расходится,

$$m_0^{\text{exp}}(z) = \int_{-L}^L \left(\int_{-T/2}^{T/2} R^{2|x_1|/T_0} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda z} x_1\right) dx_1 \right)^2 dx$$

— сходится при $L \rightarrow \infty$.

При $T_0 = T$ расходящийся при $\rho \rightarrow \infty$ интеграл после нормировки на $\lambda^3 z^3$ имеет вид

$$m_2^{*\text{exp}}(\rho) = \frac{m_2^{\text{exp}}(z)}{\lambda^3 z^3} = \frac{2T^2}{\ln^4 R} \times \int_0^\rho u^2 \left(\frac{u\pi R T \sin(\pi T u) + \ln R (R \cos(\pi T u) - 1)}{1 + \pi^2 T^2 u^2 / \ln^2 R} \right)^2 du, \quad (23)$$

где $\rho = \frac{L}{\lambda z}$.

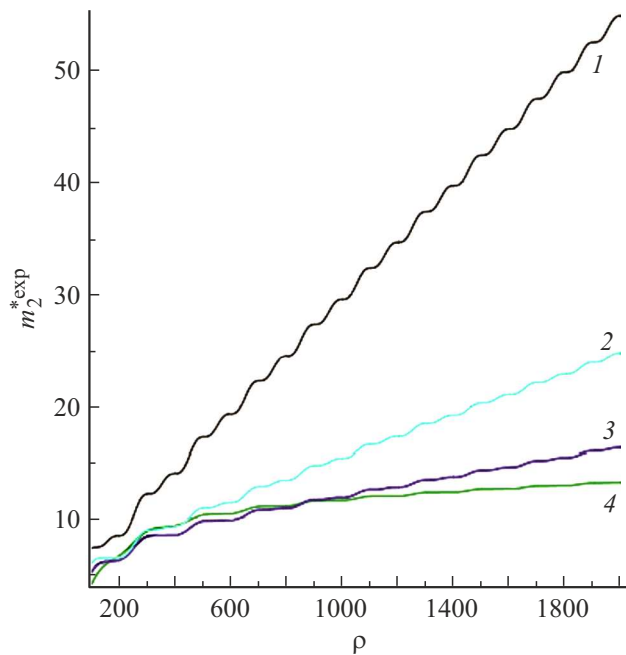


Рис. 3. Зависимость $m_2^{*exp}(\rho)$ при $T = 0.01$ м для $R = 0.5$ (1), 0.3 (2), 0.2 (3), 0.1 (4).

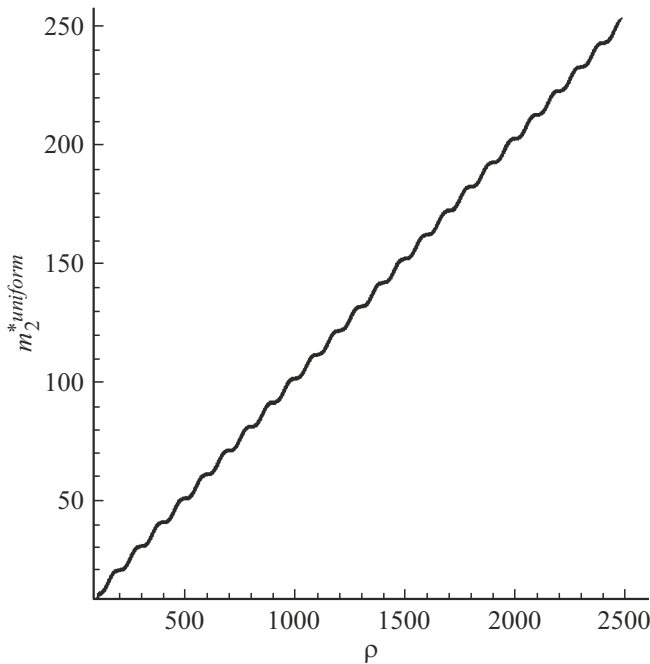


Рис. 4. Зависимость $m_2^{*uniform}(\rho)$ при $T = 0.01$ м для равномерного распределения интенсивности в плоскости излучателя ($R = 1$).

Выражение в скобках подынтегральной функции в (23) характеризуется медленно спадающими „крыльями“ при $u \rightarrow \infty$. Поэтому расходимость интеграла (23) более существенная по сравнению с (18).

На рис. 3 представлена рассчитанная по формуле (23) зависимость второго момента от величины ρ для различ-

ных R . С увеличением ρ и R упомянутая величина, как и (18), бесконечно возрастает.

Так же как и выше, рассмотрим для различных R два нижних уровня диапазона измерений МПИ, равных 0.001 и 0.0001 и определим при $T = 0.01$ м погрешность измерения второго момента $\delta^{exp}(R)$ по формуле, аналогичной (21), где $m_2^{*exp}(\rho^*)$ и $m_2^{*exp}(\rho)$ определяются по формуле (23), ρ^* соответствует значению относительного пространственного распределения интенсивности на уровне 0.001, а ρ — на уровне 0.0001.

Результаты расчетов представлены на рис. 2 (кривая 2). Видно, что при конечном значении T погрешность измерений существенно возрастает с увеличением R , начиная с $\approx 12\%$ при $R \approx 0.01$ и достигая $\approx 54\%$ при $R \approx 0.2$.

Результаты измерений, так же как и в случае пучка Гаусса, несопоставимы и характеризуются еще большей погрешностью.

Второй момент измеряемого поля лазерного пучка с равномерным пространственным распределением амплитуды в плоскости излучателя

Выражение, аналогичное (16) при равномерном распределении амплитуды в плоскости излучателя, может быть получено из (16) предельным переходом при $R \rightarrow 1$.

Нетрудно показать, что в этом случае

$$m_2^{*uniform}(\rho) = \frac{\rho}{\pi^2} \left(1 - \frac{\sin(2\pi T \rho)}{2\pi T \rho} \right). \quad (24)$$

На рис. 4 представлена практически линейная зависимость роста $m_2^{*uniform}(\rho)$, полученная по (24). В этом случае погрешность измерений $m_2^{*uniform}(\rho)$, осуществляемых разными МПИ, может превышать 100%.

Выводы

Результаты проведенных исследований на конкретных распределениях наглядно подтверждают, что изложенная в [1] методика определения ширины лазерного пучка и угла его расходимости на основе применения начальных моментов пространственного распределения интенсивности приводит к недостоверным результатам.

Общей причиной таких результатов, как указывалось во введении, является расходимость вторых моментов излучаемого поля, если значения амплитуды R (интенсивности) на границах апертуры излучателя отличны от нуля, что имеет место на практике. В работе показано, что при малых значениях R расходимость незначительна, но величина R не может быть проконтролирована в процессе измерений. Кроме того, для равномерного пространственного распределения интенсивности всегда $R = 1$.

Из приведенных на рис. 2 кривых следует, что расходимость вторых моментов приводит к существенной погрешности их определения, что делает результаты измерений параметров одного и того же лазерного пучка разными МПИ несопоставимыми.

Таким образом применять второй момент как универсальную характеристику определения параметров пучка неправильно, что ставит проблему корректности таких измерений. С точки зрения метрологии в качестве эталонной меры нельзя использовать несуществующую величину, какой является расходящийся второй момент излучаемого поля. Если в каких-то частных случаях его оценка дает приемлемый результат, в частности при малых R (кривая 2 на рис. 1), он не может быть достоверно воспроизведен из-за отсутствия контроля величины R и разнообразия видов пространственных распределений интенсивности.

По мнению авторов, если не отказываться от рассматриваемой характеристики измерения параметров пучка, единственным решением проблемы является искусственное ограничение диапазона относительного распределения интенсивности излучаемого поля некоторыми согласованными значениями нижнего уровня r^* ($r^* \geq r$) с указанием этих значений при проведении калибровки.

Величины r^* целесообразно устанавливать и регламентировать исходя из требуемого нижнего уровня динамического диапазона измерений интенсивности МПИ, применяемых в различных измерительных комплексах. В таком случае измеренные результаты ширины пучка и его угла расходимости становятся зависимыми от r^* , но для разных МПИ с одинаковыми r^* результаты измерений будут сопоставимыми. Однако сам факт такой зависимости является недостатком данного метода измерений, на что также было обращено внимание в работе [2] и указано, что перспективным подходом к таким измерениям является применение абберационного фактора [10], характеризующего параметры источника излучений. Представляется, что в сочетании с абберационным фактором также следует рассмотреть обобщенную ширину лазерного пучка [11,12] в плоскости измерений, что является предметом дальнейших исследований и определит методику измерений ширины пучка и угла его расходимости без отмеченных выше недостатков.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] ISO 11146:2021 Lasers and laser-related equipment. Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios, Part 1–2.
- [2] Ю.А. Ананьев. *Опт. и спектр.*, **86** (3), 499 (1999).
- [3] А.М. Райцин. *Опт. и спектр.*, **127** (11), 851 (2019). DOI: 10.21883/OS.2019.11.48527.149-19 [A.M. Raitsin. *Opt. Spectrosc.*, **127** (5), 924 (2019). DOI: 10.1134/S0030400X19110225].
- [4] А.М. Райцин, М.В. Улановский. *Метрология*, (2), 4 (2021). DOI: 10.32446/10132-4713.2021-2-4-15 [A.M. Raitsin, M.V. Ulanovskii. *Meas. Techn.*, **64** (6), 433 (2021). DOI: 10.1007/s11018-021-01951-z].
- [5] А.М. Райцин, С.М. Фроловичев. *Изв. вузов. Радиофизика*, **64** (5), 410 (2021). DOI:10.52452/002/3462_2021_64_05_410 [A.M. Raitsin, S.M. Frolovichev. *Radiophysics and Quantum Electronics*, **64** (5), 370 (2021). DOI: 10.1007/s11141-022-10139-6].
- [6] С.Н. Власов, В.А. Петрищев, В.И. Таланов. *Изв. вузов. Радиофизика*, **14** (9), 1353 (1971) [S.N. Vlasov, V.A. Petrishchev, V.I. Talanov, *Radiophysics and Quantum Electronics*, **14** (9), 1062 (1971). DOI: 10.1007/BF01029467.10].
- [7] Hinton Randall. *Laser Beam Quality: Beam propagation and quality factors: A primer*, Laser Focus World, 2019, available at: <https://www.laserfocusworld.com/lasers-rcees/article/14036821/beam-propagation-and-quality-factors-a-primer> (accessed: 29.04.2021).
- [8] М. Борн, Э. Вольф. *Основы оптики*. Пер. с англ. под ред. Г.П. Мотулевич (Наука, М., 1973).
- [9] М. Абрамовиц, И. Стиган. *Справочник по специальным функциям* (Наука, М., 1979).
- [10] Ю.А. Ананьев. *Оптические резонаторы и проблемы расходимости лазерного излучения* (Наука, М., 1979).
- [11] М.В. Киргетов. *Измерительная техника*, (11), 31 (2022). DOI: 10.32446/0368-1025it.2022-11-31-37 [M.V. Kirgetov. *Meas. Tech.* **65** (11), 819 (2023). DOI: 10.1007/s11018-023-02156-2].
- [12] М.И. Грязнов. *Интегральный метод измерения импульсов* (Сов. радио, М., 1975).