03

Влияние продольного магнитного поля на поляризацию фотонного эха и стимулированного фотонного эха, сформированных в газе на переходе $0 \leftrightarrow 1$

© Н.Н. Рубцова¹, С.А. Кочубей¹, Е.Б. Хворостов¹, В.А. Решетов²

¹ Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН, Новосибирск, Россия ² Тольяттинский государственный университет, Тольятти, Россия e-mail: eugeny@isp.nsc.ru

Поступила в редакцию 19.09.2023 г. В окончательной редакции 01.04.2024 г. Принята к публикации 01.04.2024 г.

Выполнен обзор методов теоретических и экспериментальных исследований поляризации фотонного эха и стимулированного фотонного эха, сформированных на переходе 0 \leftrightarrow 1 атомов ¹⁷⁴Yb, в зависимости от напряженности продольного магнитного поля. Обсуждается нефарадеевское вращение плоскости поляризации фотонного эха в пределе слабого магнитного поля и "неполяризованное" эхо в пределе сильного магнитного поля.

Ключевые слова: фотонное эхо, стимулированное фотонное эхо, нефарадеевское вращение плоскости поляризации фотонного эха в магнитном поле.

DOI: 10.61011/OS.2024.05.58457.5569-24

1. Введение

Фотонное эхо и его модификации используются не только для исследования релаксационных процессов в различных средах (в случае газов — для изучения столкновений), но также в приложениях, связанных с записью, обработкой и воспроизведением информации. В этом отношении наиболее важно явление стимулированного фотонного эха [1–3]. Сигналы фотонного эха могут быть достаточно мощными, сравнимыми с мощностью возбуждающих импульсов [4]. В связи с этим интересно исследовать влияние внешних полей на параметры эхооткликов.

В данном обзоре изложены методы и результаты исследования влияния продольного магнитного поля на сигналы фотонного эха (Φ Э) и стимулированного фотонного эха (С Φ Э) в газе на переходе 0 \leftrightarrow 1.

2. Фотонное эхо, сформированное в газе на переходе 0 ↔ 1, в продольном магнитном поле

2.1. О природе вращения поляризации ФЭ в магнитном поле

Напомним, что ФЭ — когерентное излучение, испускаемое средой по окончании воздействия на нее последовательности интенсивных коротких импульсов резонансного электромагнитного (светового) поля и обусловленное восстановлением фазового согласования между отдельными излучателями [5–8]. В данном случае мы имеем дело с двумя импульсами излучения, резонансного переходу $J = 1 \leftrightarrow J = 0$, разделенными временем задержки τ , с длительностями T_1 и T_2 . В предположении $\tau \gg T_i$ (i = 1, 2) когерентный эхо-отклик формируется приблизительно в момент времени $t \approx 2\tau$ после поступления первого возбуждающего импульса. Оптически разрешенный переход $J = 1 \leftrightarrow J = 0$ — наиболее простой, для которого существует нефарадеевское вращение плоскости поляризации, предсказанное в [9].

В общем случае оптического перехода в атоме или молекуле с произвольными угловыми моментами верхнего рабочего уровня J_a и нижнего рабочего уровня J_b поляризация Φ Э в нулевом магнитном поле определяется многими причинами. Прежде всего это тип перехода и конкретные значения угловых моментов рабочих уровней. Затем это поляризация импульсов возбуждающего излучения. Площади возбуждающих импульсов, определяемые как $\theta_i \approx \frac{de_i T_i}{\hbar}$ (d — матричный элемент дипольного момента перехода, e_i — электрическое поле *i*-го импульса, T_i — его длительность), также могут влиять на поляризацию отклика Φ Э. Наконец, поляризация Φ Э может изменяться под действием анизотропии деполяризующих столкновений.

В частном случае оптического перехода 0 \leftrightarrow 1 поляризация ФЭ (при отсутствии магнитного поля) не зависит от площадей возбуждающих импульсов резонансного излучения [10]. В условиях представленных ниже экспериментов можно пренебречь влиянием деполяризующих столкновений. Поэтому поляризация ФЭ, сформированного на переходе 0 \leftrightarrow 1 при нулевом магнитном поле, определяется только структурой уровней и поляризацией возбуждающих импульсов.

Природа нефарадеевского вращения плоскости поляризации $\Phi \Im$ в газе на переходе $0 \leftrightarrow 1$ может быть объяснена следующим образом. Пусть оба волновых вектора k_i возбуждающих импульсов резонансного излучения параллельны направлению Ог, как показано на рис. 1. Продольное магнитное поле также ориентировано вдоль оси Ог, совпадающей с осью симметрии ячейки с газом. Ось Ог выберем также осью квантования; в такой геометрии эксперимента собственными состояниями поляризации будут волны, поляризованные право- и левоциркулярно, распространяющиеся вдоль направления Ог. В отсутствие магнитного поля верхний рабочий уровень трижды вырожден; векторы электрических полей возбуждающих импульсов излучения осциллируют в плоскости хОу. В последующих экспериментах векторы электрических полей либо оба параллельны оси Ох, либо электрическое поле второго импульса параллельно оси Оу (скрещенные поляризации возбуждающих импульсов). Возбуждающее излучение, линейно поляризованное вдоль оси Ox, можно представить в виде суммы право и лево поляризованных круговых компонент. Эти две компоненты создают оптические когерентности на переходах $M = 0 \leftrightarrow M = -1$ и $M = 0 \leftrightarrow M = +1$. По окончании первого возбуждающего импульса обе эти оптические когерентности начинают осциллировать на частоте $\omega_{ab} + kv_z$ — это процесс затухания поляризации из-за эффекта Доплера (free polarization decay), т.е. расфазировки возбужденных частиц. В зависимости от спектральной ширины и интенсивности первого возбуждающего импульса это может быть набор частиц в пределах всего доплеровского контура либо группы частиц в некоторой области значений продольных скоростей v_z. Второй импульс возбуждающего излучения той же линейной поляризации, что и первый, может компенсировать эту расфазировку (выполнить обращение фазы), так что к моменту его окончания разность фаз $kv_z\tau$, приобретенная за время задержки между импульсами τ , превращается в $-kv_{\tau}\tau$; это позволяет восстановить исходное сфазированное состояние оптических когерентностей к моменту окончания второго временного интервала т после второго возбуждающего импульса. В результате в момент времени $t \approx 2\tau$ после поступления первого возбуждающего импульса формируется сигнал ФЭ. Общая для обоих указанных оптических переходов фаза $e^{i\omega_{ab}\tau}$ не проявляется в конечном результате (в поляризации ФЭ).

В слабом продольном магнитном поле из-за эффекта Зеемана происходит расщепление верхнего уровня с J = 1 на величину $\frac{2\mu_g \mathscr{B}}{\hbar}$, где μ — магнетон Бора, g — g-фактор верхнего уровня, \mathscr{B} — напряженность магнитного поля. В этом случае выражение "слабое магнитное поле" означает, что зеемановское расщепление мало по сравнению со спектральной шириной возбуждающих импульсов $1/T_i$, поэтому оба перехода возбуждаются симметрично с одинаковой амплитудой.



Рис. 1. Схема формирования поворота поляризации Φ Э в газе на переходе 0 \leftrightarrow 1 в слабом продольном магнитном поле.

В присутствии слабого продольного магнитного поля микроскопические поляризации осциллируют на своих частотах $\omega_{ab} - \frac{\mu g \mathscr{B}}{\hbar} + k v_z$ и $\omega_{ab} + \frac{\mu g \mathscr{B}}{\hbar} + k v_z$, разность фаз между право и лево поляризованными круговыми компонентами, приобретаемая за интервал времени τ , ненулевая и должна учитываться в момент восстановления сфазированного состояния. Это приводит к линейной поляризации ФЭ, повернутой на угол $\phi = \frac{\mu g \mathscr{B} \tau}{\hbar}$.

Эта упрощенная картина позволяет также предвидеть отклонения от линейной поляризации ФЭ в продольном магнитном поле. Отстройка частоты возбуждающего излучения от центра доплеровского контура оптического перехода должна приводить к неодинаковым амплитудам возбуждения упомянутых выше переходов $M=0 \leftrightarrow M=-1$ и $M=0 \leftrightarrow M=+1$, в результате чего к линейной поляризации ФЭ будет примешиваться круговая поляризация, что должно регистрироваться как эллиптичность поляризации сигнала ФЭ. С увеличением зеемановского расщепления (по мере его приближения к спектральной ширине импульсов возбуждения) и в предельном случае "сильного" магнитного поля нестабильность несущей частоты возбуждающего излучения может проявляться все сильнее. Очевидно, пространственная неоднородность магнитного поля в продольном или радиальном направлениях также может привести к искажению поляризации ФЭ, регистрируемой из всего цилиндрического объема ячейки. Не столь очевидно влияние длительности импульсов возбуждающего излучения в случае, когда требование $T_i \ll \tau$ не выполняется; именно это влияние оказалось наиболее заметным, и оно учтено в численном расчете [13] в рамках данного исследования.

Описанное явление известно как нефарадеевское вращение плоскости поляризации ФЭ в продольном магнитном поле. Угол поворота не зависит от оптической плотности исследуемого газа (в отличие от эффекта Фарадея), а зависит лишь от напряженности магнитного поля, g-фактора и времени задержки между возбуждающими импульсами. После предсказания этого явления [9] для перехода 0 ↔ 1 нефарадеевское вращение поляризации ФЭ было проанализировано для случая больших угловых моментов $J \gg 1$, малых площадей возбуждающих импульсов и близких значений g-факторов рабочих уровней оптического перехода [11]. Наконец, теоретический анализ был выполнен для произвольных площадей и произвольной формы возбуждающих импульсов, произвольных оптических переходов и неравных g-факторов рабочих уровней [12] с единственным ограничением на длительность возбуждающих импульсов: $T_i \ll \tau$. Из результатов работы [12] следует, что для всех типов оптических переходов, за исключением $1/2 \leftrightarrow 1/2$, должны наблюдаться осцилляции мощности ФЭ при увеличении напряженности продольного магнитного поля. Эти осцилляции наиболее контрастны (от максимальной величины мощности ФЭ до нуля) именно для перехода $J = 1 \leftrightarrow J = 0$. Фотонное эхо, сформированное в газе на переходе $J = 1 \leftrightarrow J = 0$ двумя импульсами линейной поляризации, ориентированной параллельно оси Ох, имеет следующие компоненты электрического поля (в указанном приближении коротких импульсов):

$$e_x^{PE} = \frac{1}{9} (1 + \cos 2\varepsilon_a \tau), \qquad (1)$$

$$e_y^{PE} = \frac{1}{9}\sin 2\varepsilon_a \tau \,, \tag{2}$$

где $\varepsilon_a = \mu g_a \mathcal{B}/\hbar$, $g_a = 1.5$ — *g*-фактор верхнего рабочего уровня перехода. Возможные значения электрического поля фотонного эха с компонентами e_x^{PE} и e_y^{PE} (в относительных единицах) в слабом продольном магнитном поле иллюстрирует рис. 2.

Для наблюдателя, смотрящего навстречу распространяющемуся вдоль ячейки сигналу ФЭ, картина выглядит следующим образом. Если ФЭ создается импульсами резонансного излучения одинаковой линейной поляризации, ориентированной параллельно оси Ox, то в нулевом магнитном поле вектор электрического поля ФЭ имеет максимальную длину с компонентами $e_x^{PE} = 2$ и $e_y^{PE} = 0$. С нарастанием магнитного поля вектор электрического поля ФЭ поворачивается против часовой стрелки в верхней полуплоскости, ограниченной прямой $e_y^{PE} = 0$, конец вектора поля ФЭ движется по окружности, показанной штриховой линией (при этом компонента e_x^{PE} сначала уменьшается до нуля, а компонента e_y^{PE} изменяется от нуля до максимального значения и возвращается



Рис. 2. Эволюция вектора электрического поля ФЭ в газе на переходе $0 \leftrightarrow 1$ в слабом продольном магнитном поле. Если ФЭ создается импульсами резонансного излучения одинаковой линейной поляризации, ориентированной параллельно оси Ох, то в нулевом магнитном поле вектор электрического поля ФЭ имеет максимальную длину ($e_x^{PE} = 2$ и $e_y^{PE} = 0$); с нарастанием магнитного поля вектор электрического поля ФЭ поворачивается против часовой стрелки в верхней полуплоскости, ограниченной прямой $e_v^{PE} = 0$, а конец вектора движется по верхней половине окружности, показанной штриховой линией. Точка в начале координат соответствует "выключению" сигнала ФЭ слабым магнитным полем. Дальнейший рост напряженности магнитного поля сопровождается вращением вектора электрического поля ФЭ в нижней полуплоскости, ограниченной прямой $e_v^{PE} = 0$. Если ФЭ формируется импульсами резонансного излучения с линейными скрещенными поляризациями, то эволюция вектора электрического поля ФЭ начинается из начала координат, и с ростом напряженности магнитного поля конец вектора описывает ту же окружность.

к нулю). Точка в начале координат на рис. 2 соответствует "выключению" сигнала ФЭ слабым магнитным полем. Дальнейший рост напряженности магнитного поля сопровождается вращением вектора электрического поля ФЭ в нижней полуплоскости, ограниченной прямой $e_y^{PE}=0$; при этом компонента e_x^{PE} нарастает от нуля до максимальной величины, а компонента e_v^{PE} изменяется от нуля до максимального отрицательного значения и возвращается к нулю. Если ФЭ формируется импульсами резонансного излучения с линейными скрещенными поляризациями, то эволюция вектора электрического поля ФЭ начинается из начала координат (для перехода $0 \leftrightarrow 1 \Phi \Theta$ в таких условиях возбуждения отсутствует, если можно пренебречь столкновениями), с ростом напряженности магнитного поля конец вектора электрического поля ФЭ движется против часовой стрелки, а его конец описывает ту же окружность, представленную на рис. 2.

Регистрируемые экспериментально мощности компонент поляризации $\Phi \mathcal{P} P_x^{PE}$ и P_y^{PE} подчиняются следующим закономерностям:

$$P_x^{PE} \propto (e_x^{PE})^2 \propto \cos^4 \varepsilon_a \tau, \qquad (3)$$

$$P_{y}^{PE} \propto (e_{y}^{PE})^{2} \propto \sin^{2} 2\varepsilon_{a}.$$
 (4)

Осцилляции от максимального значения до нуля должны наблюдаться для обеих компонент Φ Э, причем *у*компонента осциллирует на вдвое более высокой частоте, чем *x*-компонента.

Известные к моменту написания [13] экспериментальные исследования представлены результатами в атомарных парах цезия [14] (в этом случае угловой момент нижнего рабочего уровня $J_b=3$ или $J_b=4$, а верхний рабочий уровень с угловыми моментами $J_a=3$ и $J_a=4$ имеет неразрешенную сверхтонкую структуру), а также экспериментальными результатами в парах молекулярного йода (угловые моменты рабочих уровней неизвестны, но $J \gg 1$) [15]. В силу того, что регистрировать слабый сигнал эха трудно на фоне крыльев гораздо более мощных сигналов возбуждающих импульсов, в обеих упомянутых работах исследовались лишь компоненты поляризации ФЭ, поляризованные ортогонально возбуждающим импульсам.

Использование техники углового ФЭ в исследованиях влияния магнитного поля на поляризацию СФЭ [13–16] позволило пространственно отделить пучок излучения ФЭ от импульсов возбуждающего излучения, что позволило исследовать обе компоненты поляризации ФЭ, и по ним восстановить поведение вектора поляризации ФЭ в газе на переходе $J = 1 \leftrightarrow J = 0$ в продольном магнитном поле. Экспериментальные результаты [16] показали их существенное отклонение от упрощенного теоретического анализа, предполагавшего краткость возбуждающих импульсов ($T_i \ll \tau$). Поэтому в дальнейшем [13] был разработан более строгий анализ с использованием численных вычислений (представленный в данном обзоре), учитывающий конечную длительность возбуждающих импульсов. Этот теоретический анализ позволил получить приемлемое полуколичественное согласие с экспериментальными данными.

2.2. Теоретический анализ ФЭ в газе на переходе 0 ↔ 1 в присутствии продольного магнитного поля

Вырожденные резонансные атомные уровни энергии E_b и E_a ($\omega_0 = \frac{E_b - E_a}{\hbar}$) в статическом магнитном поле расщеплены на магнитные подуровни:

$$E_{bm} = E_b + m\epsilon_b, \quad E_{a\mu} = E_a + \mu\epsilon_a, \tag{5}$$

где *m* и μ — проекции полных угловых моментов уровней J_b и J_a на ось квантования *Z*, выбранную в направлении распространения возбуждающих импульсов,

$$\epsilon_b = \frac{g_b \mu_B \mathscr{B}}{\hbar}, \ \ \epsilon_a = \frac{g_a \mu_B \mathscr{B}}{\hbar},$$
 (6)

 g_b и $g_a - g$ -факторы уровней, $\mu_B -$ магнетон Бора, $\mathscr{B} -$ напряженность магнитного поля.

Взаимодействие газовой среды с импульсами возбуждающего лазерного излучения с напряженностями электрических полей

$$\mathbf{E}_n = \mathbf{e}_n \exp\{-i(\omega t - kz)\} + \text{c.c.}, \quad n = 1, 2,$$
 (7)

где **е**_{*n*} — медленно изменяющаяся амплитуда, представлено уравнением

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\right)\hat{\sigma} = \frac{i}{\hbar}\left[\hat{\sigma}, \hat{H}_0 - \hat{\mathbf{d}}\mathbf{E}_n\right]$$
(8)

для матрицы плотности атома (молекулы) $\hat{\sigma}$, где v — скорость атома (молекулы), \hat{H}_0 — гамильтониан свободного атома, $\hat{\mathbf{d}}$ — оператор электрического дипольного момента.

В приближении вращающейся волны получаем следующее уравнение:

$$\hat{\rho} = i \left[\hat{\rho}, \hat{V} \right] \tag{9}$$

для медленно изменяющейся матрицы $\hat{\rho}$, компоненты которой определены соотношениями

$$\sigma^{bb}_{mm'} = \rho^{bb}_{mm'}, \ \sigma^{aa}_{\mu\mu'} = \rho^{aa}_{\mu\mu'}, \ \sigma^{ab}_{\mu m} = \rho^{ab}_{\mu m} \exp \{-i(\omega t - kz)\},$$
(10)

а \hat{V} — квадратная матрица $2(J_b + J_a + 1) \times 2(J_b + J_a + 1)$ с компонентами

$$(V_n)_{mm'}^{bb} = \delta_{mm'} \left(m\epsilon_b + \frac{\delta}{2} \right), \quad (V_n)_{\mu\mu'}^{aa} = \delta_{\mu\mu'} \left(\mu\epsilon_a - \frac{\delta}{2} \right),$$

$$\delta = k\upsilon + \omega_0 - \omega,$$

$$(V_n)_{m\mu}^{ba} = ((V_n)_{\mu m}^{ab})^* = -\frac{1}{\hbar} (\mathbf{d}\mathbf{e}_n)_{m\mu}^{ba} = \frac{de_n}{\hbar\sqrt{2}} (-1)^{J_b - m}$$

$$\times \sum_q \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -m & q & \mu \end{pmatrix} (\delta_{q,1} \exp(-i\psi_n) - \delta_{q,-1} \exp(i\psi_n)).$$

(11)

Здесь v — проекция скорости атома на ось Oz, d — приведенный матричный элемент оператора электрического дипольного момента атома для перехода $J_b \rightarrow J_a$, 3j-символы определены обычным образом, ψ_n — угол между вектором поляризации *n*-го возбуждающего импульса и осью Ox.

Всюду далее будем рассматривать возбуждающие импульсы линейной поляризации с постоянными амплитудами e_n и длительностями T_n (n=1,2). В этом случае решение уравнения (9) можно представить в следующем виде:

$$\hat{\rho}_n = S_n \hat{\rho}_{n-1} S_n^+, \tag{12}$$

где $\hat{\rho}_{n-1}$ и $\hat{\rho}_n$ — матрицы плотности атома перед приходом и после прохождения *n*-го импульса возбуждающего излучения, и матрица эволюции имеет вид

$$\hat{S}_n = \exp\left(-iT_n\hat{V}_n\right). \tag{13}$$

Исходная матрица плотности атомов $\hat{\rho}_0$ в момент времени перед падением на среду первого возбуждающего импульса имеет вид

$$\hat{\rho}_0 = n_0 f(v) \left| J_a, \mu \right\rangle \left\langle J_a, \mu \right|, \qquad (14)$$

где *n*₀ — концентрация резонансных атомов,

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi u}} \exp\left(-\frac{v^2}{u^2}\right)$$
(15)

— максвелловская функция распределения атомов по скоростям, *и* — средняя тепловая скорость атомов.

Напряженность электрического поля

$$\mathbf{E}^{e}(t') = \mathbf{e}^{e}(t') \exp\{-i(\omega t - kz)\} + \text{c.c.},$$

$$t' = t - z/c - T_1 - T_2 - 2\tau, \qquad (16)$$

ФЭ, сформированного возбуждающими импульсами, разделенных временем задержки τ , может быть получена из уравнения Максвелла:

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{E}^e = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} Sp\left(\hat{\sigma}, \hat{\mathbf{d}}\right).$$
(17)

Проекция медленно меняющейся амплитуды электрического поля $\Phi \ni \mathbf{e}^{e}(t')$ на направление оси поляризатора

$$\mathbf{l} = \mathbf{l}_x \cos \phi + \mathbf{l}_y \sin \phi, \tag{18}$$

образующей угол ϕ с осью Ox, равна:

$$e^{e}(t') = (\mathbf{e}^{e}, \mathbf{l})$$
$$= i \frac{e_{0}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-x^{2} - ikut'x\right) F(x) dx, \qquad (19)$$

$$e_0 = 2\pi\omega \frac{L}{c} n_0 |d| \exp\left(-2\gamma\tau\right), \qquad (20)$$

$$F(x) = \sum_{m,\mu} G_{m\mu}(x) \exp\left\{-it'(m\epsilon_b - \mu\epsilon_a)\right\}, \qquad (21)$$

$$G_{m\mu}(x) = \sum_{m',\mu',\mu''} \exp\left\{i\tau \left[\epsilon_b(m'-m) - \epsilon_a(\mu'-\mu)\right]\right\} \times (\mathbf{g}, \mathbf{l})^{ab}_{\mu m}(\hat{S}_2)^{ba}_{m\mu'}(\hat{S}_2^+)^{ba}_{m',\mu}(\hat{S}_1)^{aa}_{\mu',\mu''}(\hat{S}_1^+)^{ab}_{\mu'',m'}.$$
(22)

Здесь L — длина газовой среды, $1/\gamma$ — время необратимой релаксации, которое предполагается существенно больше длительностей возбуждающих импульсов и импульса эха, $\hat{\mathbf{g}} = \hat{\mathbf{d}}/|d|$, а матрицы \hat{S}_n определены уравнением (13). В экспериментах регистрируется полная интенсивность импульса эха, прошедшая через поляризатор, которая (в относительных единицах) имеет вид

$$I^{e} = \frac{ku}{2e_{0}^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} |e^{e}(t')|^{2} dt'$$

$$= \sum_{m,\mu,m_{1},\mu_{1}} \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp\left\{-x^{2} - (x - \xi_{m\mu m_{1}\mu_{1}})^{2}\right\}$$

$$\times G_{m\mu}(x) G_{m_{1}\mu_{1}}^{*}(x - \xi_{m\mu m_{1}\mu_{1}}), \qquad (23)$$

где

$$\xi_{m\mu m_1 \mu_1} = \frac{1}{ku} \left\{ \epsilon_b (m - m_1) - \epsilon_a (\mu - \mu_1) \right\}.$$
(24)

Матричные элементы матриц \hat{S}_n в уравнении (22) можно вычислить в диагональном представлении матриц $\hat{W}_n = T_n \hat{V}_n$. Отметим векторы $|J_b, m\rangle$ и $|J_a, \mu\rangle$ исходного базиса индексом ν , принимающим в общем случае $2(J_b + J_a + 1)$ значений так, что $|\nu = 0\rangle = |J_b, m = J_b\rangle, \ldots, |\nu = 2J_b\rangle = |J_b, m = -J_b\rangle,$ $|\nu = 2J_b + 1\rangle = |J_a, \mu = J_a\rangle, \ldots,$ $|\nu = 2J_b + 2J_a + 1\rangle = |J_a, \mu = -J_a\rangle.$ Тогла

$$\left\langle \nu | \hat{S}_n | \nu' \right\rangle = \sum_j c_{j\nu}^{(n)} \left(c_{j\nu'}^{(n)} \right)^* \exp\left(-i\lambda_j^{(n)} \right), \qquad (25)$$

где $\lambda_i^{(n)}$ — собственные значения матрицы \hat{W}_n и

$$c_{j\nu}^{(n)} = \langle \nu | u_j^{(n)} \rangle, \qquad (26)$$

где $|u_j^{(n)}\rangle$ — соответствующие собственные векторы. В случае слабого магнитного поля $(|\epsilon_b - \epsilon_a| \ll ku)$

$$I^{e} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp\left(-2x^{2}\right) \left|\sum_{m,\mu} G_{m\mu}(x)\right|^{2}, \qquad (27)$$

а в случае сильного магнитного поля ($\epsilon_b, \epsilon_a \gg ku$)

$$I^{e} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp(-2x^{2}) \sum_{m,\mu} |G_{m\mu}(x)|^{2}.$$
 (28)

Если ФЭ формируется на узкой спектральной линии, т. е. $kuT_n \ll 1$, то $G_{m\mu}(x) = G_{m\mu}(0) = G_{m\mu}$ и

$$I^{e} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{m,\mu,m_{1},\mu_{1}} G_{m\mu} G^{*}_{m_{1}\mu_{1}} \exp\left(-\frac{1}{2}\xi^{2}_{m\mu m_{1}\mu_{1}}\right), \quad (29)$$

где $\xi_{m\mu m_1 \mu_1}$ определено уравнением (24).

Численные расчеты полной интенсивности $\Phi \ni I^e$ проводились в приближении точного резонанса для перехода с угловыми моментами $J_a = 1 \leftrightarrow J_b = 0$, для

случая широкой спектральной линии ($ku = 3.1 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$, что соответствует температуре паров Yb 800 K), для прямоугольных возбуждающих импульсов одинаковых длительностей $T_1 = T_2 = 5.3$ ns и оптимальных площадей $\theta_1 = \pi/2$, $\theta_2 = \pi$, ($\theta_n = \frac{2|d|e_n T_n}{\hbar\sqrt{3}}$), разделенных временным интервалом $\tau = 36$ ns. Численные расчеты по уравнению (22) и интегрирование по уравнению (23) выполнены с помощью программы MathCad 8.01. Полученные численно зависимости представлены штриховыми линиями на рисунках, представляющих данные эксперимента. Для более удобного сравнения численных данных с экспериментальными проведена соответствующая нормировка данных эксперимента. Все основные полученные в экспериментах особенности поведения компонент поляризации ФЭ в магнитном поле, в том числе в пределе сильного поля, на качественном уровне воспроизводятся численными расчетами.

2.3. Техника эксперимента для ФЭ в магнитном поле

Подробное описание первой экспериментальной установки, использованной для исследования в продольном магнитном поле нефарадеевского вращения поляризации Φ , сформированного в газе на оптическом переходе 0 \leftrightarrow 1, приведено в [13].

Схема экспериментов показана на рис. 3. Источником излучения, формирующего $\Phi \Theta$ в парах иттербия, служил лазер на красителе с оптической накачкой от эксимерного XeCl-лазера с длиной волны излучения 308 nm, длительностью импульсов излучения 5–6 ns и средней энергией импульса 20 mJ. Для уменьшения влияния флуктуаций мощности и неоднородности пространственного распределения излучения эксимерного лазера на данные экспериментов были приняты меры, включающие специальный дизайн лазера на красителе и внешней оптической схемы, исследование выходного излучения лазера на красителе, а также специальный метод сбора данных.

Конструкция лазера на красителе включала задающий генератор (Master oscillator) с длиной резонатора 10 cm и два последовательных каскада усиления (Amplification stages). Во всех ячейках медленно циркулировал спиртовой раствор красителя Rhodamine 110. Резонатор задающего генератора лазера на красителе был образован дифракционной решеткой 1800 grooves/mm, работающей в автоколлимационном режиме во втором порядке дифракции, и выходным диэлектрическим зеркалом. Помещение дифракционной решетки в вакуумную камеру с контролируемым давлением газообразного азота обеспечивало возможность плавной перестройки частоты излучения. Дополнительная дифракционная решетка 1200 grooves/mm, помещенная после задающего генератора, использовалась для отсечения спонтанного излучения ячейки с красителем.

Между задающим генератором и первым каскадом усиления, а также между первым и вторым каскадами

усиления помещались пространственно-угловые селекторы, каждый из которых состоял из двух положительных линз и диафрагмы между линзами. Во внешнюю оптическую схему поступало излучение центральной части пучка, выделенное диафрагмой диаметром 1.5 mm и прошедшее через телескоп Кеплера (показан на рис. 3 после каскадов усиления) для расширения пучка до диаметра 10 mm. Такое использование пространственноугловых селекторов и телескопического расширения пучка позволило существенно снизить фон излучения, связанный с суперлюминесценцией красителя, а также добиться достаточно однородного поперечного распределения пучка и расходимости, близкой к дифракционному пределу.

Внешняя схема включала четвертьволновую пластинку $\lambda/4$, плоскопараллельные пластинки BS1 и BS2 для деления пучка, оптическую линию задержки ODL для создания пары когерентных импульсов возбуждающего излучения, разделенных временем задержки τ , и две призмы Глана-Тейлора Р1 и Р2, позволяющие выбрать необходимую линейную поляризацию каждого из пучков возбуждающего излучения. При необходимости поляризацию второго импульса возбуждающего излучения можно было повернуть на 90° с помощью полуволновой пластинки $\lambda/2$. Пленочный поляризатор A, расположенный после рабочей ячейки, позволял анализировать поляризацию ФЭ, которое регистрировалось быстродействующим ФЭУ высокой чувствительности (РМТ) после прохождения через линзу и световод. Мощности импульсов возбуждающего излучения контролировались фотодиодами PD1 и PD2; сигнал от первого возбуждающего импульса, регистрируемый PD1, служил также для запуска амплитудно-цифрового преобразователя (ADC) сигнала фотонного эха.

Ячейка с парами Yb расположена внутри соленоида и могла работать в широком диапазоне температур; использовался металлический иттербий чистоты 0.999 с естественным содержанием изотопов. Данные измерений были получены при температуре 800 К.

В данном исследовании использовалась схема углового эха, известная со времени первой экспериментальной работы по $\Phi \Im [5]$. Относительное расположение пучков возбуждающего излучения видно на изображении камеры Creative WebCam 3, располагавшейся в фокальной плоскости линзы L. Эта картина приведена на вставке в правой нижней части рис. 3. Пучки возбуждающего излучения ослаблены светофильтром, видны его границы; распределение сигнала ФЭ неравномерно из-за частичного перекрытия светофильтром. При выполнении измерений пучок ФЭ (PE) проходил через щель S для дополнительной защиты ФЭУ от крыльев возбуждающих импульсов. Угол между волновыми векторами возбуждающих импульсов был равен $1.8 \cdot 10^{-3}$ rad; этого оказалось достаточно для пространственного выделения пучка ФЭ. В то же время этот угол достаточно мал, чтобы не слишком ослаблять сигнал ФЭ из-за уменьшения перекрытия пучков возбуждающего излучения в



Рис. 3. Схема эксперимента для исследования в продольном магнитном поле фотоного эха, сформированного в парах иттербия на переходе 0 ↔ 1. Внизу — изображение возбуждающих пучков, ослабленных фильтром, и сигнала ФЭ.

объеме ячейки. Оценки влияния угла между пучками на сигнал ФЭ выполнены в [16] по результатам работы [17] и служат основой сделанного выше утверждения.

Значения мощностей импульсов возбуждающего излучения имели заметные флуктуации, поэтому при сборе данных через АЦП программно отбрасывались реализации ФЭ, сформированные возбуждающими импульсами с флуктуациями выше 10% от их среднего значения. Для флуктуаций мощностей возбуждающих импульсов менее 10% сигналы ФЭ корректировались на мощности, измеренные в данной реализации. Эмпирические зависимости сигналов ФЭ от мощности каждого из возбуждающих импульсов оказались плавно нарастающими, из чего был сделан вывод, что площади возбуждающих импульсов не превышали значения $\pi/2$ для первого импульса и π для второго.

Приведенные ниже экспериментальные данные получены в результате усреднения по 30–40 удачных (не отброшенных, как указано выше) импульсов ФЭ.

Спектр излучения лазера на красителе был исследован с помощью перестраиваемого интерферометра Фабри-Перо с базой 10 mm; ширина спектра, усредненного по 40 лазерным импульсам, оказалась 3–4 GHz. Это значение достаточно малое для возбуждения лишь четных изотопов иттербия с нулевым спином ядра, т. е. без сверхтонкой структуры рабочих уровней. Интерференционная картина одиночного лазерного импульса, прошедшего через интерферометр, показала многомодовую структуру, содержащую от одной до четырех мод с межмодовым расстоянием 1.5 GHz (продольные моды задающего генератора); спектральная ширина каждой моды оценивалась по длительности импульсов $1/(2\pi T_i) \approx 30$ MHz. Подчеркнем, что время задержки $\tau = 36$ пs сравнимо с длительностью возбуждающих импульсов $T_i = 5$ пs, так что приближение $T_i \ll \tau$ в нашем случае неприменимо, и аналитические результаты теории должны сопровождаться численным счетом.

2.4. Поворот поляризации ФЭ в "слабом" магнитном поле

В качестве первого шага была исследована поляризация ФЭ, сформированного на переходе $(6s6p)^3P_1 \rightarrow (6s^2)^1S_0$ атомов ¹⁷⁴Yb в парах иттербия двумя импульсами резонансного излучения одинаковой линейной поляризации в присутствии слабого продольного магнитного поля $\mathscr{B} \leq 5$ G. Согласно публикации [11] (и ссылкам в этой работе) ФЭ должно сохранять линейную поляризацию, а вектор поляризации эха должен поворачиваться по часовой стрелке вокруг вектора магнитного поля. Для наблюдателя, смотрящего навстречу направлению -Oz, как в нашем эксперименте, плоскость поляризации должна поворачиваться против часовой стрелки на угол, определяемый напряженностью магнитного поля, временем задержки между возбуждающими импульсами и свойствами оптического перехода.

Для исследования поляризации ФЭ, сформированного импульсами резонансного излучения с одинаковой линейной поляризацией на переходе $(6s6p)^3P_1 \rightarrow (6s^2)^1S_0$ атомов ¹⁷⁴Yb в слабом магнитном поле напряженностью 1.8 G проводились измерения мощности сигнала ФЭ, прошедшего через анализатор (расположенный перед ФЭУ, регистрирующим излучение), в зависимости от угла поворота анализатора. Для сравнения проводились аналогичные измерения мощности второго возбуждающего импульса. Результаты представлены на рис. 4 в виде полярных диаграмм, где по радиусу откладывается мощность измеряемого светового сигнала, а азимутальный угол соответствует углу поворота анализатора. Нулевой угол анализатора соответствовал максимальному сигналу возбуждающих импульсов излучения линейной поляризации, прошедших через пустую ячейку.

Экспериментальные точки на рис. 4 соединены кривыми, представляющими сплайновую аппроксимацию. Отметим, что полярные диаграммы возбуждающих импульсов не обнаружили заметного поворота в магнитном поле, что служит доказательством отсутствия фарадеевского вращения поляризации световых импульсов в парах иттербия. Асимметрия лепестков полярной диаграммы мощности второго возбуждающего импульса и мощности ФЭ (в нижнем ряду рис. 4) объясняется медленным спадом мощности лазера на красителе из-за деградации рабочей смеси эксимерного лазера, используемого для накачки лазера на красителе.

В правой колонке рис. 4 показаны полярные диаграммы мощности фотонного эха. Верхняя диаграмма соответствует магнитному полю, совпадающему по направлению с волновыми векторами возбуждающих



Рис. 4. Полярные диаграммы мощности вторых возбуждающих импульсов и мощности фотонного эха в магнитном поле напряженностью 1.8 G. Диаграмма справа вверху демонстрирует поворот плоскости поляризации Φ Э на 30° против часовой стрелки, если смотреть навстречу направлению распространения излучения (в данном случае **В** || **k**). Обращение знака магнитного поля (**B** || -**k**) приводит к повороту на 30° по часовой стрелке (диаграмма справа внизу).

импульсов. Ось симметрии этой диаграммы повернута на 30° относительно направления поляризации возбуждающих импульсов. Смена направления магнитного поля на антипараллельное волновым векторам возбуждающих импульсов (путем смены направления протекания тока в катушке соленоида) приводит к смене направления вращения поляризации фотонного эха, что видно на правой нижней диаграмме рис. 4. Величина магнитного поля в обоих случаях равна 1.8 G. Обе диаграммы ФЭ имеют узкие перетяжки; это означает, что в слабом магнитном поле поляризация фотонного эха близка к линейной.

2.5. Исследование в более широкой области изменения магнитного поля

Далее было исследовано поведение мощностей *х*и *у*-компонент поляризации Φ Э с ростом магнитного поля. Были выполнены измерения для двух случаев: для Φ Э, сформированного возбуждающими импульсами одинаковой линейной поляризации (данные отмечены индексом $\uparrow\uparrow$) и для случая возбуждающих импульсов с линейными взаимно ортогональными поляризациями (данные отмечены индексом \uparrow —).

На рис. 5 слева представлены результаты для первого случая, отвечающего возбуждению ФЭ одинаково поляризованными импульсами (типа ↑↑), а справа — для



Рис. 5. Осцилляции мощности Φ Э, сформированного в парах иттербия на переходе $0 \leftrightarrow 1$ парой возбуждающих импульсов одинаковой линейной поляризации (слева) и скрещенных поляризаций (справа). Вверху — мощность компоненты Φ Э, отвечающей *х*-поляризации, внизу — *у*-поляризации. Осцилляции мощности Φ Э для *у*-поляризации происходят на вдвое более высокой частоте, минимальные значения сигналов возрастают в более высоких магнитных полях, и в пределе осцилляции ослабевают. Штриховыми линиями приведены результаты численного счета.

случая возбуждения ФЭ скрещенными линейными поляризациями возбуждающих импульсов (↑→). Отчетливо видны осцилляции мощности с ростом напряженности магнитного поля В как для х-компоненты, так и для укомпоненты для обеих комбинаций поляризаций возбуждающих импульсов. Каждая точка на графике получена для фиксированного значения напряженности поля, для определенного угла поворота анализатора А и представляет результат усреднения по 40 успешным реализациям (т.е. по 40 лазерным импульсам с допустимым отклонением мощности каждого из импульсов). Плавные линии проведены для лучшего визуального восприятия и представляют результат аппроксимации экспериментальных данных по 5 соседним точкам графика; штриховыми линиями показаны результаты численного счета. Частота осцилляций мощности $P_{y}^{\uparrow\uparrow}$ у-компоненты поляризации $\Phi \Im$ вдвое превышает частоту осцилляций мощности $P_{r}^{\uparrow\uparrow}$ х-компоненты поляризации для случая формирования ФЭ импульсами одинаковой линейной поляризации; то же верно и для частот осцилляций мощностей $P_x^{\uparrow \rightarrow}$ и

Оптика и спектроскопия, 2024, том 132, вып. 5

 $P_y^{\uparrow \rightarrow}$ в случае формирования ФЭ линейными взаимно ортогональными поляризациями возбуждающих импульсов. По мере нарастания напряженности магнитного поля виден отрыв минимальных значений сигналов от нуля, а также затухание осцилляций. Такое поведение не укладывается в представления упрощенного теоретического анализа (пренебрегающего длительностью возбуждающих импульсов) и находится в хорошем качественном согласии с численными расчетами. Отметим, что для случая формирования ФЭ импульсами скрещенной поляризации $\uparrow \rightarrow$ сигналы ФЭ отсутствуют в нулевом магнитном поле (это видно на графиках из правой колонки рис. 5), что доказывает малый вклад деполяризующих столкновений, т.е. правильность выбора условий по давлению газа в данной серии экспериментов.

В целом основные особенности поведения сигналов $\Phi \Im$ в продольном магнитном поле хорошо воспроизводятся расчетами. Отклонения в амплитудах измеренных и рассчитанных значений сигналов на рис. 5 не должны удивлять, если принять во внимание нестабильности лазерной мощности возбуждающих импульсов, а с учетом большого времени регистрации каждой кривой, отражающей влияние напряженности магнитного поля, возможную нестабильность частоты возбуждающего лазерного излучения (расчеты выполнены для точного резонанса с выбранным оптическим переходом). Источниками расхождений между экспериментальными данными и расчетами служит также пространственная неоднородность пучков возбуждающего излучения, хорошо видная на вставке к рис. 3, и неоднородность магнитного поля. Учитывая все эти замечания, можно утверждать, что на качественном уровне расчетные данные находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными по зависимости сигналов ФЭ от напряженности продольного магнитного поля.

Данные по осцилляциям поляризационных компонент $\Phi \Im$ в области слабого магнитного поля ($\mathscr{B} \leq 5 \,\mathrm{G}$) были использованы для определения *g*-фактора верхнего рабочего уровня $g = (1.48 \pm 0.11)$, что совпадает с его теоретическим значением 1.5.

Из первого периода осцилляций ФЭ были восстановлены значения амплитуд электрического поля ФЭ e_x^{PE} и e_y^{PE} ; их относительные значения, нормированные в соответствии с формулами (1) и (2), дают представление об эволюции электрического вектора ФЭ при его вращении в слабом магнитном поле. Результаты приведены на рис. 6 в виде экспериментальных значений (треугольники); ошибка измерений показана для одной экспериментальной точки справа в нижней части рисунка; штриховая кривая показывает предсказание упрощенного теоретического анализа.

При возбуждении Φ Э импульсами резонансного излучения одинаковой линейной поляризации $\uparrow\uparrow$ вектор электрического поля Φ Э в нулевом магнитном поле расположен горизонтально на рис. 6 и имеет максимальную длину. С увеличением напряженности магнитного поля вектор поворачивается, уменьшаясь до нуля и затем возвращаясь к прежнему значению, описывая своим концом окружность, показанную штриховой линией.

При возбуждении ФЭ импульсами с линейными скрещенными поляризациями $\uparrow \rightarrow$ электрический вектор ФЭ стартует из нуля, затем его длина постепенно нарастает, проходя своим концом по той же окружности. Таким образом с учетом точности измерений экспериментальные данные, полученные для ФЭ в газе на переходе 0 \leftrightarrow 1 в пределе слабого продольного магнитного поля, удовлетворительно согласуются с результатом упрощенного теоретического анализа.

2.6. "Неполяризованное" ФЭ в "сильном" магнитном поле

В области "сильного" магнитного поля, в наших условиях около 40 G, сигнал ФЭ имеет заметную мощность, однако осцилляции мощности компонент поляризации фотонного эха практически не видны; это хорошо



Рис. 6. Эволюция амплитуды электрического поля ФЭ в газе на переходе $0 \leftrightarrow 1$ в слабом магнитном поле; треугольниками показаны данные, восстановленные из измерений; окружность, изображенная штриховой линией — результат упрощенной теории (аналогично рис. 2). При возбуждении ФЭ импульсами резонансного излучения одинаковой линейной поляризации $(\uparrow\uparrow)$ вектор электрического поля Φ Э в нулевом магнитном поле расположен горизонтально и имеет максимальную длину. С увеличением напряженности магнитного поля вектор поворачивается, уменьшаясь до нуля и затем возвращаясь к прежнему значению, описывая своим концом окружность, показанную штриховой линией. При возбуждении ФЭ импульсами с линейными скрещенными поляризациями (↑→) вектор электрического поля ФЭ стартует от нуля, затем его длина постепенно нарастает и затем уменьшается, так что конец вектора электрического поля ФЭ рисует своим концом ту же окружность.

видно на правом нижнем графике рис. 5. Мы исследовали поляризацию Φ Э, сформированного в условиях скрещенных линейных поляризаций возбуждающих импульсов в продольном магнитном поле с напряженностью $\mathscr{B} \approx 40$ G. Результаты измерения мощности сигнала Φ Э в зависимости от угла поворота анализатора, расположенного перед детектором излучения, приведены на рис. 7 в виде полярной диаграммы, где по радиусу отложена мощность эхо-сигнала, а азимутальный угол соответствует углу поворота анализатора.

На рис. 7 экспериментальные точки показаны черными квадратами, ошибка измерений по амплитуде сигналов показана отрезками прямых, ориентированных по радиусу, ошибка в определении угла поворота анализатора мала в масштабе размеров экспериментальных точек; тонкая плавная линия, проходящая через экспериментальные точки, приведена для визуального восприятия и представляет собой аппроксимацию типа B-spline. Таким образом с учетом точности измерений



Рис. 7. Полярная диаграмма мощности ФЭ (по радиусу отложена мощность ФЭ, прошедшая через анализатор, азимутальный угол диаграммы — это угол поворота анализатора), сформированного импульсами резонансного излучения с линейными скрещенными поляризациями в магнитном поле напряженностью $\mathcal{B} \approx 40$ G. Фотонное эхо не исчезает, но не имеет преимущественного направления поляризации.

полярная диаграмма ФЭ на рис. 7 не имеет выделенного направления.

2.7. Итоги исследования ФЭ в газе на переходе 0 ↔ 1 в магнитном поле

Подводя итоги исследования нефарадеевского вращения поляризации $\Phi \Theta$ на переходе $0 \leftrightarrow 1$ в парах иттербия, можно выделить два диапазона напряженностей продольного магнитного поля, в которых это явление выглядит различным образом.

В пределе слабого магнитного поля для случая формирования ФЭ импульсами резонансного излучения с одинаковыми линейными поляризациями (↑↑) хкомпонента поляризации максимальна, а у-компонента равна нулю в нулевом магнитном поле. По мере увеличения напряженности магнитного поля поляризация ФЭ остается линейной и вектор поляризации ФЭ поворачивается вокруг вектора магнитного поля В на угол, пропорциональный $\frac{\mu g \mathscr{B} \tau}{\hbar}$. Это приводит к осцилляциям х- и у-компонент поляризации ФЭ в зависимости от напряженности магнитного поля. При формировании ФЭ возбуждающими импульсами со скрещенными линейными поляризациями (↑→) в нулевом магнитном поле ФЭ отсутствует, и этот факт подтверждает малый вклад деполяризующих столкновений в выбранных условиях экспериментов. При нарастании напряженности магнитного поля поляризация ФЭ ведет себя аналогично случаю возбуждения ↑↑.

Как следует из упрощенного теоретического рассмотрения (уравнения (1)-(4)), время задержки между возбуждающими импульсами τ и напряженность магнитного поля Я одинаковым образом влияют на угол поворота. Можно было бы ожидать, что увеличение времени задержки и рост напряженности магнитного поля должны одинаковым образом влиять на вращение поляризации ФЭ, как это было показано экспериментально в [14]. Однако это верно лишь в пределе слабого магнитного поля. В общем случае увеличение т и \mathscr{B} не равнозначны. Рост времени задержки τ может лишь улучшить условия применимости упрощенного теоретического анализа $T_i \ll \tau$, в то время как напряженность магнитного поля $\mathcal B$ является существенным параметром задачи, так как его увеличение может качественным образом изменить результат измерений — ФЭ может приобрести эллиптичность поляризации изза возможной асимметрии возбуждения зеемановских подуровней M = -1 и M = +1 верхнего рабочего состояния. Упомянутая асимметрия может возникать в наших экспериментах из-за нестабильности частоты излучения лазера на красителе.

В более сильном магнитном поле осцилляции х-и укомпонент поляризации ФЭ уменьшаются по амплитуде и исчезают. Этот предел "сильного" магнитного поля соответствует условию $\frac{\mu_{\mathcal{B}}\mathscr{B}}{\hbar}\gg \frac{1}{T_i}$. С одной стороны, это означает, что спектральная ширина возбуждающих импульсов становится малой по сравнению с зеемановским расщеплением. С другой стороны, это отвечает случаю, когда длительность эхо-отклика велика по сравнению с периодом вращения плоскости поляризации эха в магнитном поле. В присутствии заметной отстройки частоты возбуждающего излучения от центра перехода возможна ситуация, когда возбуждается лишь один из зеемановских подуровней (M = 1 или M = -1) верхнего уровня, и возникнет круговая поляризация ФЭ; это должно привести к заметному падению мощности ФЭ, чего в наших экспериментах на наблюдалось. Случай слабой отстройки частоты возбуждающего излучения от центра перехода должен был бы приводить к эллиптической поляризации ФЭ с вращением более длинной оси эллипса вокруг вектора магнитного поля, причем частота вращения достаточно велика для нескольких поворотов на протяжении импульса эха. Флуктуации отстройки частоты возбуждающего излучения в наших экспериментах не позволили наблюдать этот переход от линейной поляризации ФЭ к эллиптической поляризации эха. Однако даже для более стабильного излучения случай точного резонанса должен был привести к формированию в сильном магнитном поле линейно поляризованного ФЭ с вращением плоскости поляризации вокруг вектора магнитного поля с достаточно высокой частотой вращения для совершения нескольких полных оборотов на протяжении импульса эха. Учитывая эти соображения, можно утверждать, что ФЭ, зарегистрированное экспериментально в пределе сильного продольного магнитного поля [13], действительно неполяризовано.

Стимулированное фотонное эхо, сформированное в газе на переходе 0 ↔ 1, в продольном магнитном поле

3.1. Расчеты поляризации СФЭ в слабом магнитном поле

Расчёт [12] напряженности \mathbf{E}^{SPE} электрического поля СФЭ, сформированного на переходе $0 \leftrightarrow 1$ тремя распространяющимися в направлении O_z импульсами резонансного излучения, длительность которых T мала по сравнению с временами задержек τ_{12} и τ_{23} , а поляризации линейны и ориентированы по оси Ox, предсказывает периодические осцилляции компонент E_x^{SPE} и E_y^{SPE} в слабом продольном магнитном поле по закону:

$$E_x^{SPE} \propto \frac{2}{9} \left[\cos^2(\varepsilon_a \tau_{12}) + \cos^2(\varepsilon_a(\tau_{12} + \tau_{23})) \right],$$
 (30)

$$E_y^{SPE} \propto \frac{1}{9} \left[\sin(2\varepsilon_a \tau_{12}) + \sin(2\varepsilon_a (\tau_{12} + \tau_{23})) \right].$$
 (31)

В уравнениях (30) и (31), как и прежде, $\varepsilon_a = \mu g_a \mathscr{B}/\hbar$ характеризует зеемановское расщепление магнитным полем \mathscr{B} верхнего рабочего уровня с *g*-фактором g_a . Из выражений (30) и (31) следует, что *y*-компонента СФЭ может периодически обращаться в нуль, проявляя бигармонические осцилляции с ростом магнитного поля; в то же время *x*-компонента и электрическое поле СФЭ в целом $E_{SPE} = \sqrt{(E_x^{SPE})^2 + (E_y^{SPE})^2}$ могут обращаться в нуль лишь при определенных соотношениях между τ_{12} и τ_{23} . По аналогии с ФЭ на переходе $0 \leftrightarrow 1$ построим картину возможных значений вектора электрического поля СФЭ в присутствии продольного магнитного поля.

Каждая точка диаграммы рис. 8 представляет конец электрического вектора СФЭ **Е**_{SPE}, начало которого находится в начале координат. Заметим, что все рациональные отношения τ_{12} к τ_{23} обеспечивают замкнутые траектории конца вектора при изменении магнитного поля как параметра. На верхней диаграмме рис. 8 отношение задержек равно 1:2, на средней — 1:4. В условиях формирования СФЭ тремя световыми импульсами, поляризованными вдоль оси Ох, начало эволюции вектора электрического поля СФЭ находится в точке, соответствующей максимальному значению Е_x и нулевому значению Е_v (в крайней правой точке диаграммы). По мере нарастания магнитного поля происходит нефарадеевское вращение вектора электрического поля СФЭ. В отличие от ФЭ, вектор электрического поля СФЭ движется по более сложной петлеобразной траектории по мере нарастания магнитного поля. На верхней диаграмме рис. 8 СФЭ обращается в нуль после одной петлеобразной траектории, на диаграмме



Рис. 8. Диаграммы возможных значений вектора электрического поля СФЭ (начало вектора совпадает с началом координат, конец находится в точке диаграммы, заданной величиной магнитного поля и временами задержек) на переходе $0 \leftrightarrow 1$ в продольном магнитном поле для различных соотношений временных задержек между возбуждающими импульсами; вверху — $\tau_{12}: \tau_{23} = 1:2$, в середине — $\tau_{12}: \tau_{23} = 1:4$, внизу — $\tau_{12}: \tau_{23} = 1:1$.

в середине рис. 8 обращение в нуль происходит после двух петлеобразных движений вектора. При большем значении отношения τ_{12} : τ_{23} число петель на траектории вектора электрического поля СФЭ на пути к первому нулевому значению может быть и больше, но всегда для заданного значения задержки τ_{12} можно найти значение τ_{23} и набор напряженностей магнитного поля *B*, для которых возможно обращение СФЭ в нуль.

Если задержки τ_{12} и τ_{23} не являются оптимальными с точки зрения обращения СФЭ в нуль, поведение вектора СФЭ в магнитном поле иное. Например, при соотношении τ_{12} : τ_{23} =1:1 сигнал СФЭ не обращается

в нуль ни при каких значениях магнитного поля. Эта диаграмма СФЭ показана в нижней части рис. 8. При $\tau_{12} > \tau_{23}$ диаграммы СФЭ в магнитном поле могут иметь и более причудливый вид. Однако в системах обработки данных на основе СФЭ первые два возбуждающих импульса обычно расположены близко во времени и образуют сигнал-код, в то время как процесс считывания отодвинут во времени, так что более типична ситуация $\tau_{12} < \tau_{23}$ и даже $\tau_{12} \ll \tau_{23}$.

3.2. Экспериментальная установка для изучения поляризации СФЭ в парах иттербия

В наших экспериментах использован иттербий естественного изотопного состава, т.е. с преобладающей концентрацией стабильных четных изотопов (168, 170, 172, 174, 176) на уровне 69.5%. Частота излучения лазера на красителе настраивалась на центр доплеровски уширенного интеркомбинационного перехода $(6s6p)^{3}P_{1} \rightarrow (6s^{2})^{1}S_{0}$ изотопа ¹⁷⁴Yb. Этот изотоп имеет наиболее высокую концентрацию в естественном составе иттербия, а нулевой спин ядра обеспечивает отсутствие сверхтонкой структуры уровней. Для получения паров иттербия была разработана ячейка из нержавеющей стали специальной конструкции [13], окруженная нагревателем с бифилярной намоткой, что гарантировало отсутствие паразитного магнитного поля от нагревателя внутри ячейки. Магнитное поле в ячейке создавалось соленоидом, длина которого превышала длину ячейки, так чтобы минимизировать пространственную неоднородность магнитного поля за счет краевых эффектов. Амплитуда магнитного поля определялась по току в соленоиде. Конструкция нагреваемой ячейки с парами иттербия обеспечивала однородную плотность паров в ее центральной части. Температура в центральной части ячейки стабилизировалась на уровне 830-840 К при помощи термопарного измерителя температуры и семисторного регулятора тока нагревателя.

Источником излучения служил лазер на красителе Rhodamine 110 на длине волны $\lambda = 555.6$ nm с оптической накачкой от XeCl-лазера (длина волны излучения 308 nm, длительность импульса 10 ns, энергия в импульсе около 50 mJ). Его схема подробно представлена в подразделе, посвященном исследованию ФЭ в продольном магнитном поле. Применение пространственно-угловых селекторов и телескопического расширителя позволило снизить фон, образованный сверхизлучением красителя, и сформировать пучок излучения с достаточно однородным поперечным распределением и расходимостью, близкой к дифракционной. Как показали измерения с помощью быстродействующего коаксиального фотоэлемента ФЭК-22, длительность и форма импульса генерации не испытывают сколько-нибудь заметных флуктуаций. Импульс имеет гладкую форму с несколько более крутым передним фронтом. Однако мощность светового импульса испытывает заметные флуктуации.

Спектр излучения лазера на красителе периодически контролировался с помощью λ -метра при настройке лазера на максимум сигнала флуоресценции иттербия на переходе $(6s6p)^3P_1 \rightarrow (6s^2)^1S_0$ (что соответствует центру линии изотопа ¹⁷⁴Yb). λ -метр представляет собой набор интерферометров Фабри-Перо с разными базами (наибольшая соответствует кварцевому эталону толщиной 12 mm). Интерферограммы каждого из интерферометров регистрируются с помощью фотодиодных матриц, сигналы с которых поступают на многоканальный АЦП и затем на компьютер, где происходит их дальнейшая обработка. Компьютер строит графическое изображение интерферограмм и определяет центр спектрального распределения для каждого отдельного импульса генерации лазера.

Внешняя экспериментальная схема установки по исследованию поляризации СФЭ в парах иттербия на переходе $(6s6p)^3P_1 \rightarrow (6s^2)^1S_0$ изотопа ¹⁷⁴Yb в присутствии продольного магнитного поля подробно описана в публикациях [18,19] и приведена на рис. 9.

Импульсы возбуждающего излучения от лазера на красителе Rhodamine 110, накачиваемого эксимерным лазером XeCl, формировались путем деления пучка на три части с помощью системы диэлектрических светоделительных зеркал; затем два пучка пропускались через независимые пространственные линии задержки ODL2 и ODL3. Все три пучка совмещались в рабочей ячейке под малыми углами, как указано выше. Соотношение мощностей последовательных возбуждающих импульсов было 1:1:1.8. При длительностях импульсов возбуждающего излучения T=10 ns задержки между импульсами составляли $\tau_{12} = 23$ ns и $\tau_{23} = 20$ ns, так что стандартное теоретическое приближение коротких импульсов не выполнялось. Одинаковая линейная поляризация всех трех световых импульсов обеспечивалась с помощью призм Глана, расположенных в каждом из пучков, и контролировалась по поляризационным диаграммам на выходе рабочей ячейки. Таким же образом, по поляризационным диаграммам, контролировалось отсутствие деполяризации импульсов в окнах рабочей ячейки с парами иттербия, а также отсутствие тривиального (фарадеевского) поворота поляризации излучения при прохождении рабочей ячейки с парами иттербия.

Амплитуда каждого из возбуждающих импульсов измерялась лавинным фотодиодом и использовалась при первичном отборе данных. Сбор данных проводился в реальном времени с выбраковкой (отбрасываением) сигналов, сформированных возбуждающими импульсами, имеющими отклонение по амплитуде более чем на 10% относительно некоторых заданных значений; проводилось накопление и усреднение сигналов СФЭ от 30–40 лазерных импульсов, соответствующих данному критерию выбраковки.

Поляризация СФЭ, сформированного в парах иттербия на переходе $0 \leftrightarrow 1$ тремя лазерными импульсами



Рис. 9. Схема эксперимента по исследованию поляризации СФЭ в продольном магнитном поле. Показаны эксимерный лазер накачки XeCl, лазер на красителе, состоящий из задающего генератора и трех каскадов усиления; формирование 2-го и 3-го возбуждающих импульсов с помощью оптических линий задержки ODL2 и ODL3; поляризаторы P1-P3, обеспечивающие нужную линейную поляризацию каждого из трех импульсов; ячейка C с парами иттербия; линза L, фокусирующая излучение СФЭ (SPE) в световод, ФЭУ для регистрации СФЭ (PMT); АЦП для оцифровки сигнала (ADC) и персональный компьютер PC.

одинаковой линейной поляризации, исследовалась экспериментально в схеме углового эха с волновыми векторами возбуждающих импульсов, ориентированными по ребрам трехгранной пирамиды [19], как показано в верхней части рис. 10. Картина, зарегистрированная вебкамерой, помещаемой в фокальной плоскости линзы L, показывает сечения пучков возбуждающих импульсов (1-3), угловое ФЭ, сформированное возбуждающими импульсами 1 и 3 (обычное двухимульсное $\Phi \Theta$), а также сигнал СФЭ. Малый угол при вершине пирамиды гарантировал пространственное отделение СФЭ от сигналов ФЭ и, что наиболее важно, от возбуждающих импульсов. Торец световода, с помощью которого световой импульс доставлялся на вход ФЭУ, был недостаточно мал по диаметру для пространственной селекции эхо-сигнала. Поэтому для селективной регистрации СФЭ перед световодом дополнительно устанавливалась диафрагма диаметром 0.2 mm. Потеря сигнала СФЭ из-за неполного пространственного перекрытия возбуждающих импульсов была минимальной при использованных в данном эксперименте малых углах между возбуждающими импульсами $\sim 1.8\cdot 10^{-3}\,{\rm rad}.$

3.3. Поляризация СФЭ в парах иттербия в продольном магнитном поле

Как известно, сигналы ФЭ и СФЭ чувствительны к площадям импульсов возбуждающего излучения, пропорциональным частотам Раби и длительностям импульсов. Расчеты СФЭ, проведенные для близкого к оптимальному и использованному в эксперименте соотношению площадей трех импульсов $\theta_1 : \theta_2 : \theta_3 = 3 : 3 : 4$ в диапазоне $\theta_1 = (0-16)\pi$, показали, что зависимость амплитуды СФЭ от площади θ_1 имеет вид плавно нарастающей кривой с наложенными на нее колебаниями. В расчетах полагалось также $T_i = 10$ ns (i = 1, 2, 3), $\tau_{12} = 23$ ns, $\tau_{23} = 20$ ns — в соответствии с временны́ми



Рис. 10. Угловая схема регистрации СФЭ. Вверху — расположение пучков резонансного возбуждающего излучения для углового СФЭ (SPE); внизу — картина возбуждающих пучков (1, 2, 3) и СФЭ (SPE) в фокальной плоскости линзы.

характеристиками возбуждающего излучения в эксперименте. В соответствии с расчетом максимумы СФЭ должны наблюдаться при значениях площади первого импульса $\theta_1 = (n + 1/2)\pi$ (n = 0, 1, ...). Наибольших значений СФЭ достигает при θ_1 , равном 8.5 π , 11.5 π и 14.5 π , при этом амплитуда эха примерно в три раза больше, чем амплитуда первого максимума, наблюдающегося при $\theta_1 = 0.5\pi$.

При изучении поляризационных свойств эха важно избежать влияния деполяризующих столкновений. Поэтому в эксперименте использовались настолько малые давления иттербия, насколько позволяли возможности регистрирующей аппаратуры. Снижение давления иттербия также уменьшает риск напыления иттербия на окна рабочей ячейки. В связи с этим для уверенной регистрации СФЭ пришлось повысить мощность лазерного излучения. Площадь первого возбуждающего импульса, рассчитанная по измеренной интенсивности светового пучка и известному из литературы [20,21] дипольному моменту перехода иттербия, составила 11.5 π .

Для исследования поляризации СФЭ регистрировалась зависимость мощности СФЭ от угла поворота анализатора, расположенного после рабочей ячейки перед детектором излучения. Результаты таких измерений, представленные в полярных координатах, показаны на рис. 11: в нулевом магнитном поле (кривая с вертикальной осью симметрии) и в слабом магнитном поле $\mathcal{B} = 1.8 \text{ G}$ (ось симметрии этой кривой повернута примерно на 30°). Полярная диаграмма СФЭ в нулевом магнитном поле (экспериментальные точки в виде черных кружков) имеет узкую перетяжку; это доказывает, что в данных экспериментальных условиях СФЭ имеет поляризацию, близкую к линейной. Полярная диаграмма СФЭ в магнитном поле $\mathscr{B} = 1.8$ G на рис. 11 (экспериментальные точки в виде светлых треугольников) демонстрирует поворот плоскости поляризации СФЭ вокруг вектора магнитного поля. Перетяжка полярной диаграммы СФЭ в магнитном поле $\mathscr{B} = 1.8$ G существенно больше, чем в нулевом магнитном поле. Отметим, что деполяризация сигнала СФЭ оказалась более заметной, чем для сигнала ФЭ при том же значении магнитного поля.

Поведение мощности *x*-компоненты P_x^{SPE} и мощности *y*-компоненты P_y^{SPE} СФЭ при изменении магнитного поля демонстрирует рис. 12. Периодические осцилляции бигармонического вида наблюдаются лишь в малых полях. С ростом поля периодичность нарушается, осцилляции компонент СФЭ становятся менее заметными и окончательно исчезают в сильном магнитном поле. Приведенные на рис. 12 штриховые кривые соответствуют численным расчетам мощности поляризационных компонент СФЭ для площадей возбуждающих импульсов, соотносящихся как 3:3:4 при площади первых двух импульсов, равной 11.5 π .

В наших экспериментах по изучению поляризации СФЭ в присутствии продольного магнитного поля не преследовалась цель выбора оптимального соотношения задержек, способствующего обращению СФЭ в



Рис. 11. Нефарадеевское вращение СФЭ в магнитном поле; черные кружки — поляризационная диаграмма СФЭ в нулевом магнитном поле, светлые треугольники — в поле $\mathscr{B} = 1.8$ G.

нуль. Соотношение задержек в эксперименте было τ_{12} : $\tau_{23} = 23$: $20 \approx 1$: 1, так что следовало ожидать, что сигналы СФЭ не будут обращаться в нуль при изменении магнитного поля. Не выполнялось также и приближение $T \ll \tau_{12}$ и $T \ll \tau_{23}$, так что формулы (30) и (31), строго говоря, неприменимы, поэтому проводился численный расчет, учитывающий конечные длительности возбуждающих импульсов и значения площадей импульсов возбуждающего излучения, близкие к экспериментальным.

Аналогично случаю ФЭ, поляризация СФЭ в сильном магнитном поле не обнаруживает выделенного направления.

4. Обсуждение

В предыдущем обзоре [22] основное внимание уделялось взаимосвязи деполяризующих столкновений и поляризационных свойств ФЭ и СФЭ. Соответственно была показана возможность использования методов поляризационной эхо-спектроскопии для исследования деполяризующих столкновений. Во всех экспериментах, указанных в обзоре [22], особое внимание уделялось компенсации лабораторного магнитного поля и поля Земли при проведении измерений. Например при исследовании сигналов индуцированного столкновениями СФЭ в продольном магнитном поле изменение напряженности поля на 0.09 G приводило к регистрируемому изменению сигнала эхо-отклика [23].

В данном обзоре показано, насколько значительным может быть влияние магнитного поля на поляризацию ФЭ и СФЭ; рассмотрены предельные случаи "слабого" и "сильных" магнитных полей. В представленных в данном обзоре экспериментах величина магнитного поля



Рис. 12. Зависимость мощности поляризационных компонент СФЭ x (вверху) и y (внизу) от магнитного поля, видны бигармонические осцилляции в области малых полей и исчезновение осцилляций в сильном магнитном поле.

изменялась в пределах $0-45\,\mathrm{G}$ шагами по $0.25\,\mathrm{G}$, а лабораторное магнитное поле с напряженностью около $0.015\,\mathrm{G}$ было скомпенсировано.

Как отмечено в подразделах, посвященных технике эксперимента, при сборе данных пришлось учитывать нестабильность возбуждающих лазерных импульсов излучения по мощности и несущей частоте — это было сделано путем отбраковки данных. В модельных расчетах указанная частотная и амплитудная нестабильности возбуждающих импульсов не учитывалась. В теоретическом анализе использовано приближение плоских волн, т.е. пренебрегалось неоднородностью поперечного распределения интенсивностей возбуждающего излучения. Не учитывалась также пространственная неоднородность магнитного поля, но в эксперименте были приняты меры к минимизации краевых эффектов соленоида, создающего магнитное поле в рабочей ячейке с парами иттербия. В данном обзоре приведены результаты расчетов, учитывающие конечную длительность прямоугольных возбуждающих импульсов резонансного излучения; регистрируемые в эксперименте импульсы излучения отличны от прямоугольных. Указанные обстоятельства могут объяснить некоторое расхождение теоретических и экспериментальных кривых, представляющих зависимость мощности поляризационных компонент Φ Э и СФЭ от магнитного поля. В целом, однако, расчетные графики разумно воспроизводят поведение экспериментальных данных с ростом магнитного поля.

5. Заключение

Уникальность перехода $0 \leftrightarrow 1$ заключается в том, что процесс нефарадеевского поворота плоскости поляризации ФЭ и СФЭ в слабом магнитном поле сопровождается периодическим по магнитному полю обращением в нуль когерентного отклика. Для ФЭ это наблюдается тем более отчетливо, чем короче импульсы возбуждающего излучения по сравнению с интервалом времени задержки между ними. Для СФЭ необходимо, кроме этого, правильно выбрать соотношение задержек τ_{12} и τ_{23} . Такое обращение в нуль когерентных откликов в магнитном поле создает возможности для управления процессом хранения, записи и стирания информации. В пределе слабого продольного магнитного поля векторы поляризации ФЭ и СФЭ, сформированных импульсами излучения линейной поляризации, могут быть повернуты на желаемый угол. В пределе слабого магнитного поля поляризация когерентных откликов должна оставаться близкой к линейной.

Состояние поляризации ФЭ и СФЭ в сильном магнитном поле также заслуживает внимания. Инерционность детекторов излучения не позволила зарегистрировать внутреннюю поляризационную структуру ФЭ или СФЭ. Так как процесс нефарадеевского вращения поляризации является обратимым, можно предположить, что явление "неполяризованного эха" окажется полезным в кодировании и восстановлении данных, зашифрованных в состоянии поляризации излучения.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- N.W. Carlson, L.J. Rothberg, A.G. Yodh, W.R. Babbitt, T.W. Mossberg. Opt. Lett., 8 (9), 483 (1983).
- [2] И.В. Евсеев, В.М. Ермаченко, В.В. Самарцев. Деполяризующие столкновения в нелинейной электродинамике (Наука, М., 1992). [I.V. Yevseyev, V.M. Yermachenko, V.V. Samartsev. Depolarizing collisions in quantum electrodynamics (CRC Press, Boca Raton, London, New York, Washington, 2004)].
- [3] И.В. Евсеев, Н.Н. Рубцова, В.В. Самарцев. Когерентные переходные процессы в оптике (Физматлит, М., 2009).
- [4] T. Wang, C. Greiner, J.R. Bochinski, T.W. Mossberg. Phys. Rev. A, 60, R757 (1999). DOI: 10.1103/PhysRevA.60.R757

- [5] N.A. Kurnit, I.D. Abella, S.R. Hartmann. Phys. Rev. Lett., 13, 567 (1964). DOI: 10.1103/PhysRevLett.13.567
- [6] Э.А. Маныкин, В.В. Самарцев. Оптическая эхо-спектроскопия (Наука, М., 1984).
- [7] Н.М. Померанцев. УФН, 65, 87 (1958).
 DOI: 10.3367/UFNr.0065.195805c.0087
- [8] А.Н. Ораевский. УФН, 91, 181 (1967).
 DOI: 10.3367/UFNr.0091.196702a.0181
- [9] А.И. Алексеев. Письма в ЖЭТФ, 9 (8), 472 (1969).
 [А.І. Alekseyev. Zh. Eksp. Teor. Fiz. Pis'ma Red, 9 (8), 285 (1969)]
- [10] А.В. Евсеев, И.В. Евсеев, В.М. Ермаченко. Опт. и спектр., 50, 77 (1981).
- [11] И.В. Евсеев, В.М. Ермаченко. Опт. и спектр., **47**, 1139 (1979).
- [12] И.В. Евсеев, В.А. Решетов. Опт. и спектр., 57, 869 (1984).
- [13] N.N. Rubtsova, V.N. Ishchenko, E.B. Khvorostov, S.A. Kochubei, V.A. Reshetov, I.V. Yevseyev. Phys. Rev. A, 70, 023403 (2004). DOI: 10.1103/PhysRevA.70.023403
- [14] T. Baer, I.D. Abella. Phys. Rev. A, 16, 2093 (1977).
 DOI: 10.1103/PhysRevA.16.2093
- [15] И.И. Попов, И.С. Бикбов, И.В. Евсеев, В.В. Самарцев. Журн. прикл. спектр., 52, 794 (1990).
- [16] V.N. Ishchenko, S.A. Kochubei, N.N. Rubtsova, E.B. Khvorostov, I.V. Yevseyev. Laser Physics, 12 (8), 1079 (2002).
- [17] R. Beach, B. Brody, S.R. Hartmann. Phys. Rev. A, 27, 2925 (1983). DOI: 10.1103/PhysRevA.27.2925
- [18] I.V. Yevseyev, V.N. Ishchenko, S.A. Kochubei, V.A. Reshetov, N.N. Rubtsova, E.B. Khvorostov. Laser Phys., 16 (4), 535 (2006). DOI: 10.1134/S1054660X06040013
- [19] N.N. Rubtsova, V.N. Ishchenko, E.B. Khvorostov, S.A. Kochubei, I.V. Yevseyev. Laser Phys. Lett., 2 (6), 309 (2005). DOI: 10.1002/lapl.200510003
- [20] М.Л. Бурштейн, Я.Ф. Веролайнен, В.А. Комаровский, А.Л. Ошерович, Н.П. Пенкин. Опт. и спектр., 37, 617 (1974).
- [21] M. Baumann, G. Wandel. Phys. Lett., 22 (3), 283 (1966).
 DOI: 10.1016/0031-9163(66)90614-7
- [22] Н.Н. Рубцова, С.А. Кочубей, Е.Б. Хворостов, В.А. Решетов. УФН, 193, 1071 (2023). DOI: 10.3367/UFNr.2022.11.039263
- [23] N.N. Rubtsova, V.G. Gol'dort, E.B. Khvorostov, S.A. Kochubei, V.A. Reshetov. Laser Phys., 28 (6), 066001 (2018).
 DOI: 10.1088/1555-6611/aabc98