

11,12

Метод Монте-Карло для модельного ортоникелата

© Ю.Д. Панов¹, С.В. Нужин^{1,¶}, В.С. Рюмшин¹, А.С. Москвин^{1,2}

¹ Институт естественных наук и математики, Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия

² Институт физики металлов УрО РАН, Екатеринбург, Россия

¶ E-mail: nuzhin.stepan@urfu.ru

Поступила в Редакцию 16 апреля 2024 г.

В окончательной редакции 16 апреля 2024 г.

Принята к публикации 18 мая 2024 г.

Особенности фазовых состояний модели триплетных бозонов для ортоникелатов исследованы аналитически и с помощью численного моделирования. Найдены условия термодинамической устойчивости однородных фаз. Показано, что описание фазово-неоднородного состояния в приближении среднего поля качественно согласуется с наблюдаемым состоянием системы при численном моделировании классическим методом Монте-Карло.

Ключевые слова: триплетные бозоны, фазовое расслоение, приближение среднего поля, численное моделирование.

DOI: 10.61011/FTT.2024.07.58398.93

1. Введение

Своеобразие физических свойств ортоникелатов $RNiO_3$ (где R — редкая земля или иттрий) делают эти материалы объектами постоянных исследований с использованием все более современных экспериментальных методов [1,2]. Это позволяет уточнять их фазовую диаграмму, которая для разных соединений включает металлическую неупорядоченную фазу, диэлектрическую фазу с зарядовым упорядочением, антиферромагнитную фазу с неколлинеарной магнитной структурой, что приводит к таким особенностям физических свойств, как переходы металл–изолятор и необычному поведению проводимости. Также в работах [2–4] сообщалось об обнаружении сосуществования фаз (или фазового расслоения) в никелатах с Rg и Nd . В рамках теоретического описания, вопрос о механизмах формирования электронной структуры и фазовых диаграмм ортоникелатов остается открытым.

Ранее нами рассмотрена модель, в рамках которой ортоникелаты рассматриваются как ян-теллеровские магнетики, для которых неустойчивость относительно реакции анти-ян-теллеровского диспропорционирования [5] приводит к формированию системы эффективных спин-триплетных композитных бозонов [6–9]. В приближении среднего поля (ПСП) для различных значений параметров модельного никелата были построены фазовые диаграммы [9], которые демонстрируют конкуренцию фаз зарядового упорядочения, антиферромагнитного изолятора и спин-триплетного сверхпроводника. Наряду с этими фазами возможны более сложные состояния, когда одновременно отличны от нуля несколько параметров порядка. Эти состояния могут быть реализованы как однородные, так и в виде фазового расслоения. В хорошо изученной модели локальных синглетных бозонов [10]

с помощью численного моделирования показано, что однородная фаза сверхтекучего твердого тела (supersolid) метастабильна и неустойчива по отношению к фазовому расслоению [11]. В рамках ПСП при конечных температурах для модели триплетных бозонов фазовое расслоение также оказывается более стабильным по сравнению с однородными фазами [9]. Целью работы является проверка данного утверждения, основанного на феноменологическом построении Максвелла [12] с помощью численного моделирования классическим методом Монте-Карло (МК) с кинематическим учетом постоянства концентрации бозонов.

2. Приближение среднего поля

Общий вид гамильтониана для ян-теллеровских магнетиков, в которых орбитальное вырождение снимается не из-за эффекта Яна–Теллера, а за счет анти-ян-теллеровского диспропорционирования [5,6] приведен в работах [7,8]. Для редкоземельных ортоникелатов $RNiO_3$ ион Ni^{3+} в низкоспиновой конфигурации $t_{2g}^6 e_g^1$ октаэдра NiO_6 образует ян-теллеровский центр с основным орбитальным дублетом 2E . В результате диспропорционирования электронная структура ортоникелата становится формально эквивалентной системе локальных композитных спин-триплетных бозонов с конфигурацией $e_g^2; {}^3A_{2g}$, движущихся в решетке немагнитных центров с конфигурацией t_{2g}^6 . Упрощенный гамильтониан модельного никелата с простой кубической решеткой можно записать в следующем виде:

$$\hat{H} = -t \sum_{(ij)m} (\hat{B}_i^{m+} \hat{B}_j^m + \hat{B}_j^{m+} \hat{B}_i^m) + V \sum_{(ij)} \hat{n}_i \hat{n}_j + J \sum_{(ij)} \hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j. \quad (1)$$

Здесь t — интеграл переноса спин-триплетного бозона с сохранением проекции спина $m = \pm 1, 0$, V — параметр межцентрового заряд-зарядового взаимодействия, \hat{n}_i — оператор числа бозонов на i -м узле, J — обменный интеграл, $\hat{\sigma}_i$ — оператор спина бозона на i -м узле. Для операторов рождения бозона \hat{B}_i^{m+} на i -м узле в состоянии с проекцией спина m удобно ввести декартовы компоненты с помощью соотношений $\hat{B}_{xi}^m = \frac{1}{2}(\hat{B}_i^{m+} + \hat{B}_i^m)$, $\hat{B}_{yi}^m = -\frac{i}{2}(\hat{B}_i^{m+} - \hat{B}_i^m)$, и использовать векторные операторы $\hat{\mathbf{B}}_i^m = (\hat{B}_{xi}^m, \hat{B}_{yi}^m)$. Явный вид матриц операторов приведен в работе [9]. Отметим, что гамильтониан (1) обобщает известную модель бесспиновых локальных (hard-core) бозонов [10] на случай спин-триплетных бозонов.

ПСП для модели (1) рассмотрено в работе [9]. Фазовые состояния системы характеризуются средними $\mathbf{B}_{\lambda(i)}^m = \langle \hat{\mathbf{B}}_i^m \rangle$, $n_{\lambda(i)} = \langle \hat{n}_i \rangle$ и $\mathbf{S}_{\lambda(i)} = \langle \hat{\sigma}_i \rangle$, где для двух взаимопроникающих подрешеток А и В простой кубической решетки введен индекс $\lambda(i)$. Фазовые диаграммы были построены в переменных (T, n) , где T — температура, $n = \langle \sum_i \hat{n}_i \rangle / N$ — концентрация бозонов.

При высокой температуре реализуется неупорядоченная (NO) фаза, где $\mathbf{B}_{\lambda}^m = 0$, $\mathbf{S} = 0$ и $n_A = n_B = n$. Если температура достаточно низкая, возникают решения, которые могут быть названы чистыми фазами, когда отличен от нуля только один параметр порядка. Это зарядово-упорядоченная (CO) фаза с $x = (n_A - n_B)/2 \neq 0$, антиферромагнитная (AFM) фаза с $\mathbf{S}_A = -\mathbf{S}_B \neq 0$ и бозонная сверхтекучая (BS) фаза с $\mathbf{B}_{\lambda}^m \neq 0$. Также при определенных условиях возможна реализация решений для смешанных фаз, когда отличны от нуля более одного параметра порядка, например, фаза сверхтекучего твердого тела в модели локальных бозонов. Однако, как и для модели локальных бозонов [10], свободная энергия смешанных фаз модели (1) в ПСП оказывается выше, чем свободная энергия состояния с фазовым расслоением чистых фаз. Фазовое расслоение описывается построением Максвелла [12]: при заданной температуре граничные концентрации n_i , соответствующие чистым фазам $i = 1, 2$, находятся из концентрационных зависимостей химических потенциалов фаз: $\mu_i(n, T) = \mu^*$, где μ^* — точка пересечения удельных больших потенциалов фаз, $\omega_1(\mu^*, T) = \omega_2(\mu^*, T)$. Свободная энергия имеет вид

$$f(n, T) = m_1 f_1(n_1, T) + m_2 f_2(n_2, T), \quad (2)$$

где f_i — удельные свободные энергии чистых фаз, вычисленные при граничных концентрациях n_i , $n_1 \leq n \leq n_2$, а доли m_i фаз задаются отношениями $m_1 = (n_2 - n)/(n_2 - n_1)$, $m_2 = (n - n_1)/(n_2 - n_1)$.

Отметим, что построение Максвелла (2) имеет статус гипотезы, которая выглядит физически разумной, однако нуждается в независимом подтверждении. Для локальных бесспиновых бозонов авторами работы термодинамическая неустойчивость однородной фазы и корректность предположения о фазовом расслоении была

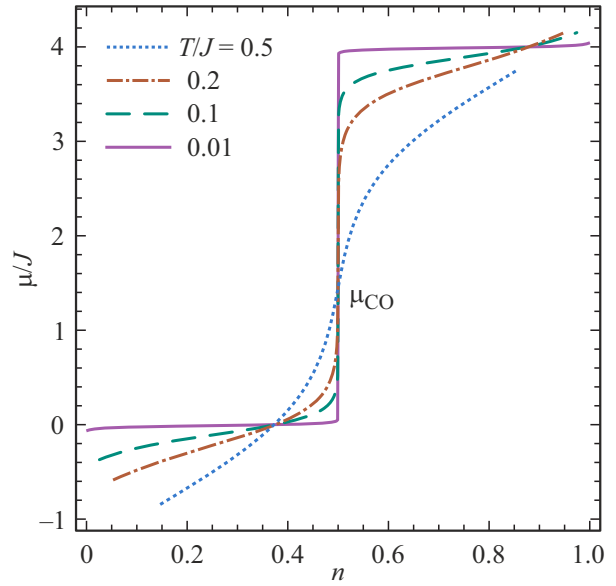


Рис. 1. Химический потенциал CO-фазы при $z = 4$, $V/J = 1$ для различных T . Граничные концентрации определяются соотношением $T = 4Vn(1 - n)$.

продемонстрирована с помощью численного моделирования методом квантового МК. В настоящей работе мы используем классический метод МК, что позволяет непосредственно наблюдать текущее состояние системы. Для наглядности, мы будем рассматривать двумерную квадратную решетку ($z = 4$).

Поскольку одним из параметров моделируемой системы является концентрация бозонов, важно рассмотреть концентрационную зависимость химического потенциала μ для разных фаз. На рис. 1 показаны зависимости химического потенциала CO-фазы в ПСП для нескольких значений температуры. Граничные концентрации определяются выражением для критической температуры зарядового упорядочения, $T_{CO} = zVn(1 - n)$, что совпадает со случаем модели локальных бозонов [10]. Условие устойчивости фазы соответствует положительному значению производной $(\partial\mu/\partial n)_T$. Как видно из рис. 1, CO-фаза устойчива при всех конечных температурах, но для низких температур условие устойчивости ухудшается, $(\partial\mu/\partial n)_T \rightarrow 0$, для всех концентраций, кроме $n = 0.5$. С точки зрения выбора варианта алгоритма МК для численного моделирования, плоские участки зависимости $(\partial\mu/\partial n)_T$ затрудняют расчеты в рамках большого канонического ансамбля: при достаточно низких температурах необходимо существенно увеличивать как разбегание по μ , так и количество шагов МК.

Концентрационные зависимости химического потенциала BS-фазы в ПСП показаны на рис. 2 при $V = 0$. В области $n < 0.5$ они описываются формулой $\mu = z[Vn + t(2n - 1)]$ для модели локальных бозонов. При $n > 0.5$ зависимости химического потенциала BS-фазы от n нелинейны и могут иметь участки с $(\partial\mu/\partial n)_T < 0$. Границы соответствующих областей

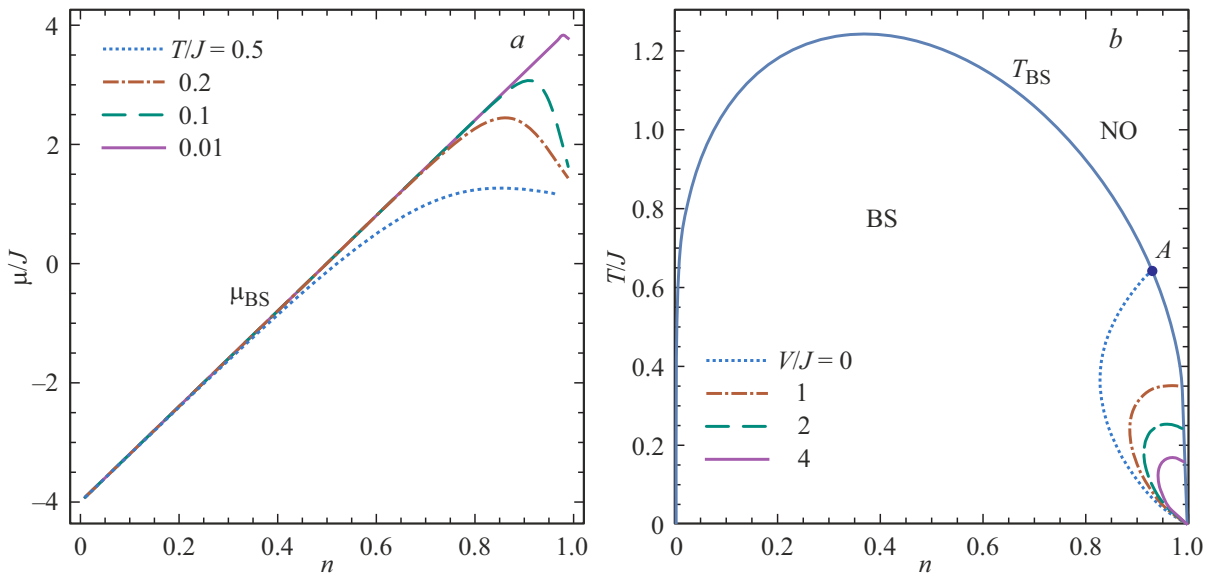


Рис. 2. *a* — химический потенциал BS-фазы при $z = 4, t/J = 1, V = 0$ для различных T . *b* — границы устойчивости BS-фазы при различных значениях V ($z = 4, t/J = 1$). Критическая температура $T_{BS} = 4t(4n - 3)[3 \ln \frac{n}{3(1-n)}]^{-1}$.

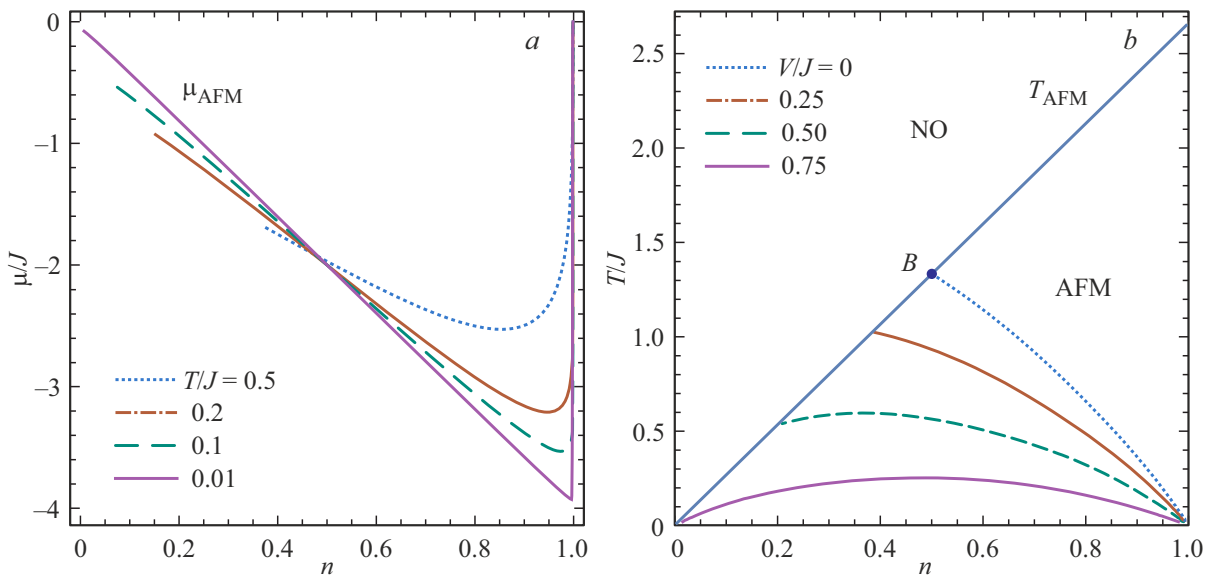


Рис. 3. *a* — химический потенциал AFM-фазы при $z = 4, J = 1, V = 0$ для различных T . *b* — границы устойчивости AFM-фазы при различных значениях V ($z = 4, J = 1$). Критическая температура $T_{AFM} = 8Jn/3$.

устойчивости BS-фазы показаны на рис. 2. Состояния в области между границей устойчивости при данном V и кривой для критической температуры BS-фазы $T_{BS} = zt(4n - 3)[3 \ln \frac{n}{3(1-n)}]^{-1}$ справа будут соответствовать фазовому расслоению на макроскопические домены BS- и NO-фаз. Трикритическая точка *A* разделяет кривую T_{BS} на линии переходов 2-го рода слева и 1-го рода справа от *A*. Положение точки *A* смещается в сторону $n = 1$, и размер области фазового расслоения на фазовой диаграмме уменьшается с увеличением V .

Неустойчивость однородной AFM-фазы в ПСП при малых значениях V/J показана на рис. 3. Зависимости на левой панели рис. 3 химического потенциала от n

при $V = 0$ имеют участки с отрицательной производной при достаточно низких T . Границы устойчивости однородной AFM-фазы показаны на правой панели рис. 3 для нескольких значений V/J . Однородная AFM-фаза устойчива в области правее и выше этих границ и ниже критической температуры $T_{AFM} = 2zJn/3$, а в области левее и ниже этих границ и ниже T_{AFM} реализуется фазовое расслоение на макроскопические домены AFM- и NO-фаз. Трикритическая точка *B* разделяет кривую T_{AFM} на линии переходов 1-го рода слева и 2-го рода справа от *B*. Положение *B* достигает $n = 0$ при $V/J = 0.75$, а при $V/J > 1$ однородная AFM-фаза является устойчивой при $T < T_{AFM}$ при всех n .

3. Учет условия постоянной плотности бозонов в классическом методе Монте-Карло

Характер зависимостей химического потенциала различных фазовых состояний модели говорит о сложности ее моделирования методом МК в рамках формализма большого канонического ансамбля. Далее мы рассмотрим классический алгоритм с кинематическим учетом условия постоянства концентрации бозонов. Одним из достоинств этого алгоритма является возможность визуализации эволюции усредненных по шагам МК состояний решетки с температурой при заданной концентрации.

Будем описывать состояние системы с помощью квазиклассической волновой функции $|\Psi\rangle = \prod_i |\psi_i\rangle$, где для волновой функции на узле

$$|\psi_i\rangle = c_{1,11}^{(i)}|1, 11\rangle_i + c_{1,10}^{(i)}|1, 10\rangle_i + c_{1,1-1}^{(i)}|1, 1-1\rangle_i + c_{0,00}^{(i)}|0, 00\rangle_i. \quad (3)$$

В волновых функциях $|n, Sm\rangle$ в формуле (3) n — число бозонов, S — значение спина, m — значение z -проекции спина. Коэффициенты $c_{n,Sm}^{(i)} = r_{n,Sm}^{(i)} e^{i\phi_{n,Sm}^{(i)}}$, $\phi_{n,Sm}^{(i)} \in [0, 2\pi]$, нормированы к 1. Это позволяет выбрать их параметризацию в следующем виде:

$$r_{1,11}^{(i)} = \sin \theta_i \sin \psi_i \cos \varphi_i, \quad (4)$$

$$r_{1,10}^{(i)} = \sin \theta_i \cos \psi_i, \quad (5)$$

$$r_{1,1-1}^{(i)} = \sin \theta_i \sin \psi_i \sin \varphi_i, \quad (6)$$

$$r_{0,00}^{(i)} = \cos \theta_i, \quad (7)$$

где $\theta_i, \psi_i, \varphi_i \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Однородная выборка в пространстве состояний на узле соответствует равномерному распределению точек на поверхности единичной сферы в 8-мерном пространстве координат $(x_{n,Sm}^{(i)}, y_{n,Sm}^{(i)})$, где $c_{n,Sm}^{(i)} = x_{n,Sm}^{(i)} + iy_{n,Sm}^{(i)}$. Этого можно добиться с помощью генерации 7 случайных равномерно распределенных на отрезке $[0, 1]$ величин: $\alpha = \sin^6 \theta_i$, $\beta = \sin^4 \psi_i$, $\gamma = \sin^2 \varphi_i$ и $\xi_{n,Sm} = \phi_{n,Sm}^{(i)}/2\pi$.

Поскольку плотность бозонов на узле $n_i = \langle \hat{n}_i \rangle = \sin^2 \varphi_i = \alpha^{1/3}$, то функция распределения $F(n_i)$ и соответствующая плотность вероятности имеют вид

$$F(n_i) = \int_0^{n_i^3} d\alpha = n_i^3, \quad f(n_i) = 3n_i^2. \quad (8)$$

Для пары узлов плотность вероятности того, что на первом узле имеется плотность бозонов n_1 , а на втором — n_2 , равна $f(n_1)f(n_2)$, поскольку состояния на разных узлах мы считаем независимыми величинами. По сечениям функции $f(n_1)f(n_2)$, которые соответствуют

средней плотности на паре узлов $\bar{n} = (n_1 + n_2)/2$, можно вычислить плотности вероятности и функции распределения для n_1 при заданной величине \bar{n} :

$$f_1(n_1; \bar{n}) = \frac{n_1^2(2\bar{n} - n_1)^2}{\int_{n_{1,\min}}^{n_{1,\max}} x^2(2\bar{n} - x)^2 dx}, \quad (9)$$

$$F_1(n_1; \bar{n}) = \int_{n_{1,\min}}^{n_1} f_1(x; \bar{n}) dx = \frac{\varphi(n_1) - \varphi(n_{1,\min})}{\varphi(n_{1,\max}) - \varphi(n_{1,\min})}, \quad (10)$$

где

$$\varphi(x) = \frac{4n^2x^3}{3} - nx^4 + \frac{x^5}{5}, \quad (11)$$

а $n_{1,\min}$ и $n_{1,\max}$ — границы интервала, в котором может изменяться плотность на одном из узлов при заданной величине \bar{n} :

$$n_{1,\min} = \bar{n} - 1/2 + |1/2 - \bar{n}|,$$

$$n_{1,\max} = \bar{n} + 1/2 - |1/2 - \bar{n}|. \quad (12)$$

В результате, алгоритм выбора состояний на паре узлов, который обеспечивает на каждом шаге МК по-

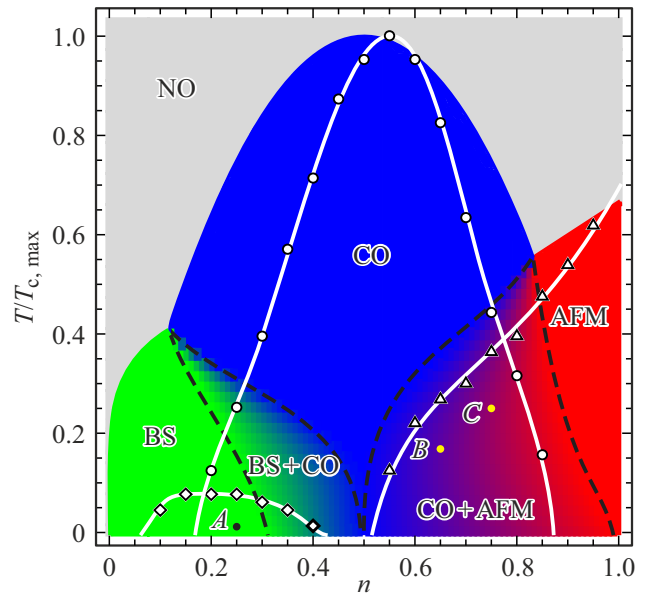


Рис. 4. Сравнение фазовых диаграмм, полученных в ПСП и методом МК для решетки из $N = 96 \times 96$ узлов при $z = 4$, $V/J = 4$, $t/J = 1.5$. Масштаб по температуре задается для ПСП $T_{c,\max}^{(1)} = 4J$, для метода МК $T_{c,\max}^{(2)} = 0.63J$. Однородными цветами показаны области различных фаз ПСП, штриховыми линиями — границы областей фазового расслоения в ПСП. Ромбами, кружками и треугольниками показаны точки, где рассчитанные методом МК значения параметров порядка для BS-, CO- и AFM-фазы достигают порогового значения 1% от максимально возможной величины. Точки А, В и С соответствуют состояниям системы, показанным на рис. 7.

стоянную плотность бозонов в системе, можно сформулировать следующим образом.

1. Для выбранной пары узлов определяем среднюю плотность: $\bar{n} = (n_{1,0} + n_{2,0})/2$.

2. Находим новое значение n_1 на одном узле из решения уравнения $F_1(n_1; \bar{n}) = \gamma$, где F_1 определена выражением (10), γ — равномерно распределенная на $[0,1]$ случайная величина.

3. Находим новое значение n_2 на втором узле: $n_2 = 2\bar{n} - n_1$.

4. Находим величины $\theta_i = \arcsin(\sqrt{n_i})$, $i = 1, 2$.

5. Находим величины $\phi_i = \arcsin(\sqrt{\beta_i})$ и $\phi_i = \arcsin(\sqrt{\gamma_i})$, $i = 1, 2$, где β_i и γ_i — равномерно распределенные на $[0,1]$ случайные величины.

6. Вычисляем $r_{n,Sm}^{(i)}$ по формулам (4)–(7).

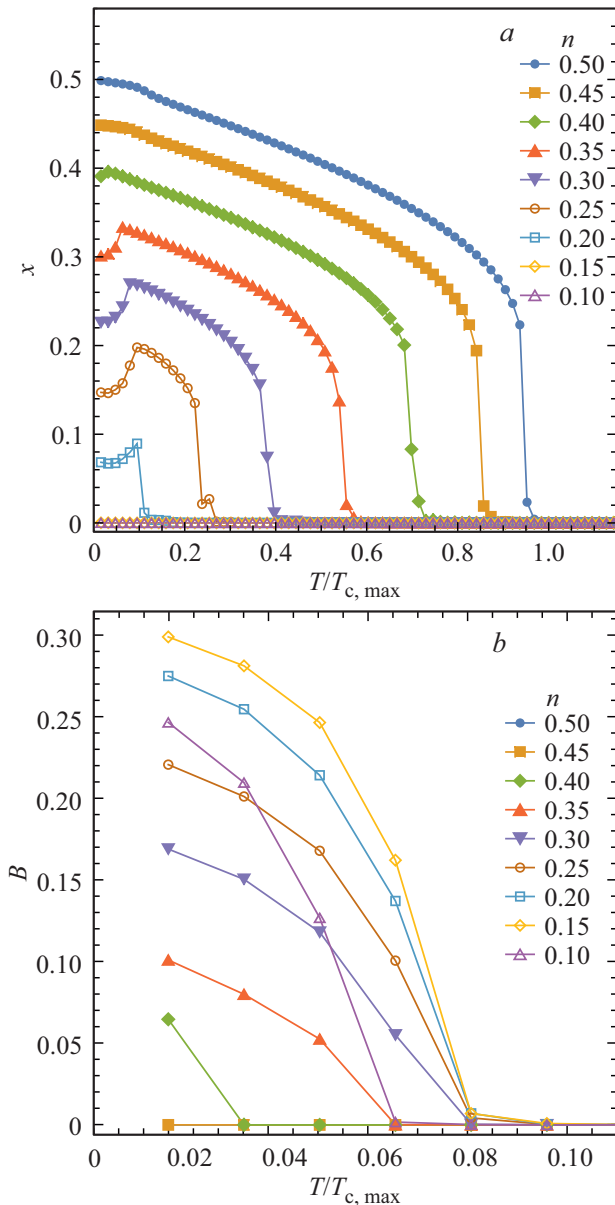


Рис. 5. Температурные зависимости параметров порядка СО-фазы (а), BS-фазы (b) для концентраций $n = 0.1–0.5$.

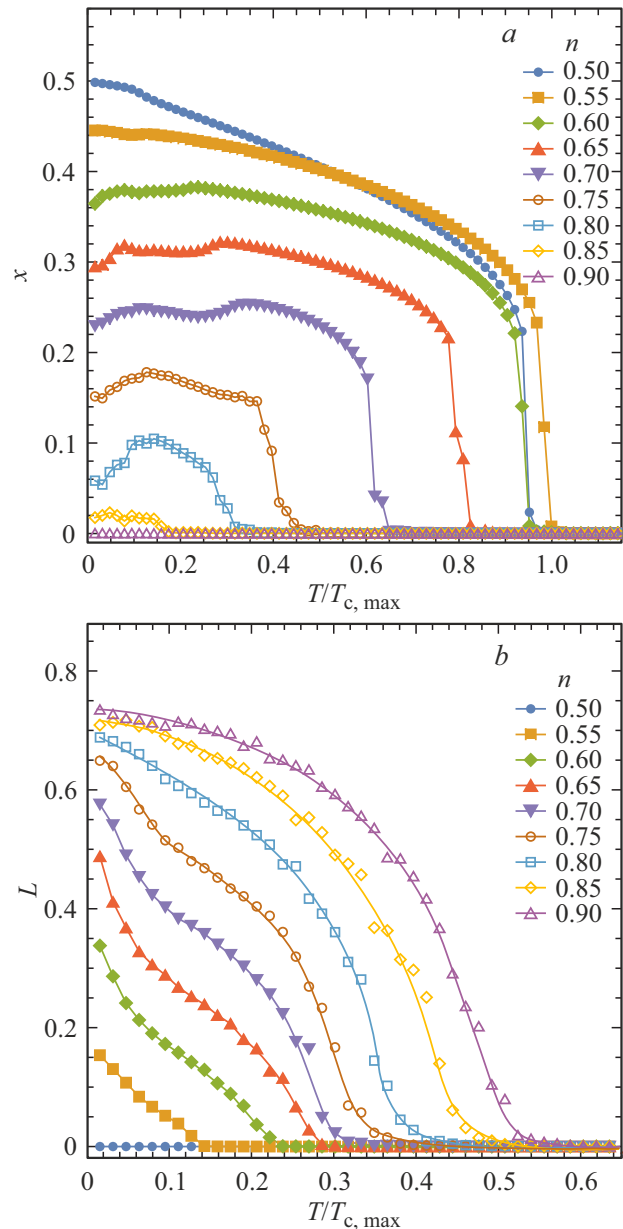


Рис. 6. Температурные зависимости параметров порядка СО-фазы (а), AFM-фазы (b) для концентраций $n = 0.5–0.9$.

Генерируем равномерно распределенные случайные фазы $0 \leq \phi_{n,Sm}^{(i)} \leq 2\pi$, $i = 1, 2$, и находим новые коэффициенты волновых функций на узлах: $c_{n,Sm}^{(i)} = r_{n,Sm}^{(i)} e^{i\phi_{n,Sm}^{(i)}}$.

При смене состояний системы используется стандартный алгоритм Метрополиса метода МК.

4. Результаты

На рис. 4 приведено сравнение фазовой диаграммы в ПСП и результатов моделирования классическим методом МК с кинематическим учетом условия постоянства концентрации бозонов. Масштаб по температуре

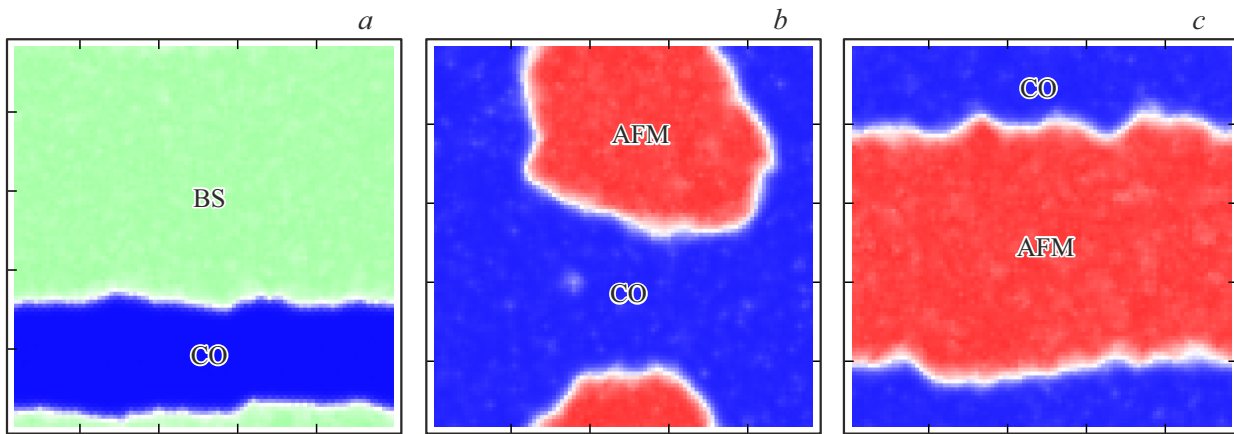


Рис. 7. Состояния решетки из $N = 96 \times 96$ узлов для $z = 4$, $V/J = 4$, $t/J = 1.5$ при a — $n = 0.25$, $T/T_{c,\max} = 0.02$ (точка А на рис. 4); b — $n = 0.65$, $T/T_{c,\max} = 0.17$ (точка В на рис. 4); c — $n = 0.75$, $T/T_{c,\max} = 0.25$ (точка С на рис. 4).

задается значением максимальной критической температуры, которая имеет существенно разные значения для ПСП и метода МК. При выбранных параметрах $z = 4$, $V/J = 4$, $t/J = 1.5$ для ПСП максимальной будет критическая температура СО-фазы при $n = 0.5$: $T_{c,\max}^{(1)} = 4J$. Закрашенные однородными цветами области соответствуют различным фазам в ПСП, штриховыми линиями показаны бинодали. При $0.15 < n < 0.50$ есть область фазового расслоения для фаз BS и СО, а при $0.5 < n < 1.0$ — для фаз СО и AFM.

Численное моделирование проводилось для квадратной решетки из $N = 96 \times 96$ узлов с периодическими граничными условиями в диапазоне температур T/J от 0.01 до 0.80 с шагом 0.01 для концентраций бозонов от 0.05 до 0.95 с шагом 0.05. Для каждого значения температуры выполнялось $4 \cdot 10^6$ шагов МК. В качестве параметров порядка вычислялись средние значения следующих величин: для СО-фазы — $x = \frac{1}{N} |\sum_i (-1)^i n_i|$, где n_i — концентрация бозонов на узле, $(-1)^i = \pm 1$ на разных подрешетках, для BS-фазы — $B = \frac{1}{N} |\sum_i \mathbf{B}_i|$, для AFM-фазы — $L = \frac{1}{N} |\sum_i (-1)^i \mathbf{S}_i|$.

Температурные зависимости параметров порядка для различных концентраций приведены на рис. 5 и 6. В качестве оценки критической температуры мы использовали значение, при котором соответствующий параметр порядка достигал порогового значения 1% от максимально возможной величины. При выбранных параметрах $T_{c,\max}^{(2)} = 0.63J$ достигается при $n = 0.55$ для СО-фазы. Это значение использовалось в качестве масштаба температуры на рис. 5 и 6 и на рис. 4 для данных МК-расчетов, где соответствующие точки для СО-фазы отмечены кружками, для BS-фазы — ромбами, для AFM-фазы — треугольниками. Белая линия, соединяющая эти точки, проведена для наглядности. Хотя использованная оценка критической температуры чувствительна к величине порога, вид фазовой диаграммы в зависимости от $T/T_{c,\max}$ качественно сохраняется. Более объемные расчеты с оценкой критических температур по теории скейлинга планируется провести в дальнейшем.

Сравнение фазовых диаграмм полученных в ПСП и методом МК показывает, что хотя соотношение масштабов температур составляет $T_{c,\max}^{(1)}/T_{c,\max}^{(2)} \simeq 6.3$, соотношение между максимальными критическими температурами СО- и AFM-фаз сохраняется. Причем для BS-фазы это отношение оказывается существенно меньше, чем в ПСП. Также можно отметить относительное уменьшение областей упорядоченных фаз на фазовой диаграмме, полученных методом МК по сравнению с ПСП, и смещение максимума критической температуры СО-фазы в точку $n = 0.55$.

Температурные зависимости параметра порядка СО-фазы на рис. 5, a при $n = 0.2$ – 0.4 имеют излом в тех точках, где появляется ненулевое значение параметра порядка BS-фазы на рис. 5, b . Состояние системы при $n = 0.25$ и $T/T_{c,\max} = 0.02$ показано на рис. 7, a . Разным цветом выделены области, где имеется ненулевое среднее локальное значение параметра порядка только одной из фаз. Таким образом, состоянию в точке А на рис. 4 соответствует фазовое расслоение BS- и СО-фаз.

Зависимости x и L на рис. 6 для $n = 0.55$ – 0.80 также имеют температурные интервалы, где оба параметра порядка отличны от нуля. Состояния системы при $n = 0.65$ и $T/T_{c,\max} = 0.17$ и при $n = 0.75$ и $T/T_{c,\max} = 0.25$, что соответствует точкам В и С на рис. 4, показаны на рис. 7, b и c . В обоих случаях реализуется фазовое расслоение на макроскопические области СО- и AFM-фазы, и в точке С доля AFM больше, чем в В, что качественно согласуется с результатами ПСП.

5. Заключение

Исследованы особенности фазовых состояний модели триплетных бозонов для ортоникелатов в рамках ПСП и с помощью численного моделирования методом МК. Показано, что в отличие от модели синглетных локальных бозонов [10], BS-фаза триплетных бозонов неустойчива при больших концентрациях по

отношению к фазовому расслоению с неупорядоченной фазой. Также, неустойчивой является АФМ-фаза при малом межцентровом заряд-зарядовом взаимодействии, $V/J < 1$. Численное моделирование классическим методом МК показало, что в состояниях с одновременно отличными от нуля параметрами порядка для разных фаз реализуется фазовое расслоение. Это качественно согласуется с результатами ПСП [9], где для расчета термодинамических свойств фазово-неоднородного состояния применялось построение Максвелла.

Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-22-00196.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] M.L. Medarde. *J. Phys.: Condens. Matter* **9**, 8, 1679 (1997).
- [2] D.J. Gawryluk, Y.M. Klein, T. Shang, D. Sheptyakov, L. Keller, N. Casati, P. Lacorre, M.T. Fernández-Díaz, J. Rodríguez-Carvajal, M. Medarde. *Phys. Rev. B* **100**, 20, 205137 (2019).
- [3] K.W. Post, A.S. McLeod, M. Hepting, M. Bluschke, Y. Wang, G. Cristiani, G. Logvenov, A. Charnukha, G.X. Ni, P. Radhakrishnan, M. Minola, A. Pasupathy, A.V. Boris, E. Benckiser, K.A. Dahmen, E.W. Carlson, B. Keimer, D.N. Basov. *Nature Phys.* **14**, 10, 1056 (2018).
- [4] B. Mundet, C. Domínguez, J. Fowlie, M. Gibert, J.-M. Triscone, D.T.L. Alexander. *Nano Lett.* **21**, 6, 2436 (2021).
- [5] I.I. Mazin, D.I. Khomskii, R. Lengsdorf, J.A. Alonso, W.G. Marshall, R.M. Ibberson, A. Podlesnyak, M.J. Martínez-Lope, M.M. Abd-Elmeguid. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 17, 176406 (2007).
- [6] A.S. Moskvin. *J. Phys.: Condens. Matter* **25**, 8, 085601 (2013).
- [7] A.C. Москвин, Ю.Д. Панов. *ФТТ* **65**, 7, 1129 (2023). [A.S. Moskvin, Yu.D. Panov. *Phys. Solid State* **65**, 7, 1081 (2023)].
- [8] A. Moskvin. *Magnetochemistry* **9**, 11, 224 (2023).
- [9] В.С. Рюмшин, С.В. Нужин, Ю.Д. Панов, А.С. Москвин. *ФТТ* **66**, 7, 1047 (2024)
- [10] R. Micnas, J. Ranninger, S. Robaszkiewicz. *Rev. Mod. Phys.* **62**, 1, 113 (1990).
- [11] G.G. Batrouni, R.T. Scalettar. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 7, 1599 (2000).
- [12] K. Kapcia, S. Robaszkiewicz, R. Micnas. *J. Phys.: Condens. Matter* **24**, 21, 215601 (2012).

Редактор Е.В. Толстякова