

01,05

# Управление ячейкой SOT-MRAM внешним магнитным полем и током

© Н.В. Островская, В.А. Скиданов, Ю.А. Юсипова

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН,  
Зеленоград, Москва, Россия

E-mail: ost.ippm@yandex.ru

Поступила в Редакцию 18 апреля 2024 г.

В окончательной редакции 18 апреля 2024 г.

Принята к публикации 8 мая 2024 г.

Построена динамическая система, описывающая динамику намагниченности в элементе магнитной памяти произвольного доступа на основе спинового эффекта Холла. Рассмотрены конфигурация ячейки с перпендикулярной анизотропией активного слоя и динамика намагниченности в слое под действием импульсов зарядового тока и внешнего магнитного поля. Проведен качественный анализ динамической системы. Выявлены состояния равновесия системы и проведена классификация основных динамических режимов. Рассчитана критическая величина тока переключения.

**Ключевые слова:** спинтроника, орбитроника, намагниченность, уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта, спиновый эффект Холла, спиновый ток, зарядовый ток, спиновый вращательный момент.

DOI: 10.61011/FTT.2024.06.58230.31NN

## 1. Введение

Спин-поляризованный ток, который позволяет передачу спинового углового момента между двумя магнитными слоями, служит основным способом управления состояниями битов в магнитной памяти, названной STT-MRAM [1–3]. Альтернативой такой памяти является память SOT-MRAM, которая обладает свойствами энергонезависимости, обратимости, высокой скорости, низкой рассеиваемой мощности и хорошей совместимости с традиционной полупроводниковой промышленностью. В настоящее время предложено несколько конфигураций ячеек SOT-MRAM, обладающих разными свойствами [4]. В данной работе проведено исследование динамики намагниченности в активном слое ячеек с перпендикулярной анизотропией, основанных на спиновом эффекте Холла.

## 2. Основные уравнения

В основе описания динамики вектора намагниченности свободного слоя  $\mathbf{M}$  лежит уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта (ЛЛГ):

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mu_0 [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}] + \frac{\alpha}{M_s} \left[ \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right] + \mathbf{T}_{\text{SOT}}, \quad (1)$$

где вращательный спин-орбитальный момент  $\mathbf{T}_{\text{SOT}}$  равен

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\text{SOT}} &= \mathbf{T}_{\text{FL}} + \mathbf{T}_{\text{DL}} \\ &= |\gamma \mu_0| j \theta_{\text{SH}} \chi_{\text{DL}} [\mathbf{M} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{e}_y]] + |\gamma \mu_0| j \theta_{\text{SH}} \chi_{\text{FL}} M_s [\mathbf{M} \times \mathbf{e}_y]. \end{aligned}$$

Здесь  $\gamma$  — гиромагнитное отношение;  $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума;  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  — эффективное магнитное поле;  $\alpha$  — безразмерный коэффициент диссипации;  $j$  — нормированная плотность зарядового тока,

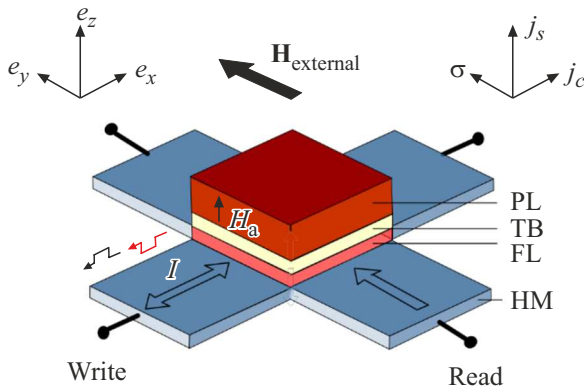
$j = J/J_{\text{ном}} = J\hbar/(g|e|d\mu_0 M_s^2)$ ;  $\hbar$  — постоянная Планка;  $g \simeq 2$  — фактор Ланде;  $e$  — заряд электрона;  $d$  — толщина свободного ферромагнитного слоя;  $M_s$  — намагниченность насыщения свободного (активного) слоя ферромагнетика (значения параметров трехслойной структуры Ta|Co<sub>60</sub>Fe<sub>20</sub>B<sub>20</sub>|MgO, использованные в статье, приведены в табл. 1);  $\theta_{\text{SH}} = j_s/j_c$  — угол спинового эффекта Холла, характеризующий отношение плотности вертикального спинового тока  $j_s$  к плотности горизонтального зарядового тока  $j_c$ ;  $\chi_{\text{DL}}$ ,  $\chi_{\text{FL}}$  — эффективность спинового эффекта Холла для каждой компоненты вращательного момента.

На рис. 1 приведено схематическое изображение рассматриваемой модели. По аналогии с моделями, рассмотренными в работе [5], назовем такую конфигурацию ячейки YZ-моделью (внешнее магнитное поле направлено по оси Y, поле анизотропии — по оси Z, ортогональной плоскости слоя).

Значения нормировок для названных выше величин приведены в табл. 2 ([4]).

**Таблица 1.** Параметры моделирования динамики элемента SOT-MRAM для ферромагнетика Ta|Co<sub>60</sub>Fe<sub>20</sub>B<sub>20</sub>|MgO

| Физическая величина      | Численное значение | Ссылка |
|--------------------------|--------------------|--------|
| $K$ , МДж/м <sup>3</sup> | 0.6                | [6]    |
| $\mu_0 M_s$ , Т          | 1.300              | [6]    |
| $\alpha$                 | 0.008              | [7]    |
| $\theta_{\text{SH}}$     | −0.06              | [4]    |
| $\chi_{\text{DL}}$       | 3.2                | [4]    |
| $\chi_{\text{FL}}$       | −2.1               | [4]    |
| $k = 2K/(\mu_0 M_s^2)$   | 0.892              | —      |



**Рис. 1.** Схематическое изображение элемента SOT-MRAM с перпендикулярной анизотропией ферромагнитных слоев ( $\mathbf{H}_{\text{external}}$  — внешнее магнитное поле,  $\mathbf{H}_a$  — поле анизотропии,  $I$  — зарядовый ток записи,  $\mathbf{j}_c$  — вектор плотности зарядового тока,  $\mathbf{j}_s$  — вектор плотности спинового тока,  $\sigma$  — направление поляризации спинов). PL — закрепленный слой (pinned layer), FL — свободный слой (free layer), TB — туннельный барьер (tunnel barrier), HM — тяжелый металл (heavy metal).

Для использования аппарата численного анализа уравнение (1) представим в безразмерном виде

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}} + \alpha \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} + \mathbf{t}, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{M_s} (|\mathbf{m}| = 1), \quad \mathbf{h}_{\text{eff}} = \frac{\mathbf{H}_{\text{eff}}}{M_s}, \quad \mathbf{t} = \frac{\mathbf{T}}{\gamma \mu_0 M_s^2}, \quad \tilde{\tau} = \gamma \mu_0 M_s^2 t.$$

Будем считать, что активный слой элемента памяти SOT-MRAM представляет собой частицу Стонера–Вольфарта, т.е. обменное взаимодействие в модели можно не учитывать. Положим, что эффективное поле в модели складывается из трех слагаемых: внешнего магнитного поля  $\mathbf{h}_{\text{external}} = h \mathbf{e}_y$ , поля анизотропии, направленного перпендикулярно плоскости поперечного сечения элемента памяти  $\mathbf{h}_{\text{anisotropy}} = k(\mathbf{m}, \mathbf{e}_z) \mathbf{e}_z$ , ( $k = 2K_a \mu_0^{-1} M_s^{-2}$  — фактор качества материала,  $K_a$  — константа анизотропии), и поля размагничивания  $\mathbf{h}_{\text{demanetization}} = -\hat{\mathbf{q}} \mathbf{m}$ , где тензор  $\hat{\mathbf{q}}$  — фактор размагничивания. В простейшем случае ячейки MRAM квадратного поперечного сечения можно считать, что тензор  $\hat{\mathbf{q}}$  имеет

**Таблица 2.** Нормировки, использованные в расчетах (толщина активного слоя  $d$  равна 1 нм, фактор Ланде  $g$  считаем равным 2)

| Нормировочная формула                                | Нормировочный коэффициент   |
|--|-----------------------------|
| $H = h M_s$ , MA/m                                   | $1.035 \cdot 10^6 h$        |
| $J = d g e \mu_0 j M_s^2 / \hbar$ , A/m <sup>2</sup> | $4.081 \cdot 10^{12} j$     |
| $K = \mu_0 M_s^2 k / 2$ , J/m <sup>3</sup>           | $6.724 \cdot 10^5 k$        |
| $t = \tau (1 + \alpha^2) / (\gamma \mu_0 M_s)$ , s   | $2.745 \cdot 10^{-11} \tau$ |

всего один ненулевой элемент на главной диагонали, близкий по величине единице,  $q_{33} = 1$  [12,13]. Если дополнить эту сумму эффективным полем, создаваемым спин-орбитальным взаимодействием, то новое эффективное поле будет равно

$$\mathbf{f}_{\text{eff}} = \mathbf{h}_{\text{external}} + \mathbf{h}_{\text{anisotropy}} + \mathbf{h}_{\text{demanetization}} + \mathbf{h}_{\text{DL}} + \mathbf{h}_{\text{FL}}. \quad (4)$$

В случае магнитного поля, приложенного вдоль оси Y, координатное представление эффективного поля (4) имеет вид

$$\mathbf{f}_{\text{eff}} = (f_x, f_y, f_z)^T = (b j m_z, h - c j, (k - 1) m_z - b j m_x)^T,$$

где  $b = \theta_{\text{SH}} \chi_{\text{DL}}$ ,  $c = \theta_{\text{SH}} \chi_{\text{FL}}$ .

Разрешив уравнение (3) относительно временной производной, получим

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tau} = -\mathbf{m} \times \mathbf{f}_{\text{eff}} + \alpha \mathbf{f}_{\text{eff}} (\mathbf{m}, \mathbf{m}) - \alpha \mathbf{m} (\mathbf{m}, \mathbf{f}_{\text{eff}}), \quad (5)$$

где

$$\tau = \frac{\tilde{\tau}}{1 + \alpha^2} = |\gamma| \frac{\mu_0 M_s}{1 + \alpha^2} t, \quad (\mathbf{m}, \mathbf{m}) = 1.$$

Переход от уравнения (3) к уравнению (5) вынесен в Приложение. Таким образом, в координатной записи уравнение (5) принимает вид

$$\frac{d m_x}{d \tau} = (m_z f_y - m_y f_z) + \alpha f_x - \alpha m_x L,$$

$$\frac{d m_y}{d \tau} = (m_x f_z - m_z f_x) + \alpha f_y - \alpha m_y L,$$

$$\frac{d m_z}{d \tau} = (m_y f_x - m_x f_y) + \alpha f_z - \alpha m_z L,$$

где  $L = (\mathbf{m}, \mathbf{f}) = (h - c j) m_y + (k - 1) m_z^2$ . И окончательно, для рассматриваемой модели получаем динамическую систему

$$\frac{d m_x}{d \tau} = (h - c j + a b j) m_z - (k - 1) m_y m_z$$

$$+ (b j + a c j - a h) m_x m_y - \alpha (k - 1) m_x m_z^2,$$

$$\frac{d m_y}{d \tau} = (k - 1) m_x m_z + (a h - a c j - b j) (m_x^2 + m_z^2)$$

$$- \alpha (k - 1) m_y m_z^2,$$

$$\frac{d m_z}{d \tau} = - (h - c j + a b j) m_x + \alpha (k - 1) m_z$$

$$+ (b j - a h + a c j) m_y m_z - \alpha (k - 1) m_z^3. \quad (6)$$

Фазовой поверхностью для динамической системы (6) является поверхность единичной сферы (сфера Пуанкаре–Блоха). Через регулярную точку на фазовой поверхности проходит одна и только одна фазовая траектория. Если точка является особой, то, согласно теореме Коши, фазовой траектории в этой точке либо не существует, либо в ней нарушено условие единственности. Это позволяет определить число и координаты особых точек, которые, в свою очередь, позволяют провести классификацию возможных типов динамики переменных динамической системы.

### 3. Анализ динамической системы

Обозначим некоторые избранные точки системы в координатах  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  как  $T_{1,2}(\mp 1, 0, 0)$ ,  $T_{3,4}(0, \mp 1, 0)$ ,  $T_{5,6}(0, 0, \mp 1)$ .

Из (6) следует, что в Y-модели всегда имеются по крайней мере две особые точки,  $T_{3,4}(0, \mp 1, 0)$ , которые будем называть основными. Тип особых точек определяется собственными значениями якобиана

$$D = \begin{pmatrix} \partial P / \partial m_x & \partial P / \partial m_y & \partial P / \partial m_z \\ \partial Q / \partial m_x & \partial Q / \partial m_y & \partial Q / \partial m_z \\ \partial S / \partial m_x & \partial S / \partial m_y & \partial S / \partial m_z \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где  $P, Q, S$  — правые части динамической системы (6).

#### 3.1. Особая точка $T_4(0, +1, 0)$

Якобиан (7) в особой точке  $T_4(0, +1, 0)$  равен

$$D_1 = \begin{pmatrix} -ah + (b + ac)j & 0 & h - (ab - c)j + (1 - k) \\ 0 & -2\alpha(h - cj) & 0 \\ -h - (ab - c)j & 0 & -ah + (b + ac)j - \alpha(1 - k) \end{pmatrix}.$$

Собственные значения якобиана в этой точке равны

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= bj + \alpha(cj - h) + \frac{1}{2}\alpha(k - 1) \\ &\pm \sqrt{-[2(h - cj + abj) - (k - 1)(\sqrt{\alpha^2 + 1} + 1)]} \\ &\quad \times [2(h - cj + abj) + (k - 1)(\sqrt{\alpha^2 + 1} - 1)]}, \\ \lambda_3 &= -2\alpha(h - cj). \end{aligned} \quad (9)$$

Поскольку (6) — система с двумя степенями свободы, то тип особой точки можно определить как тип особой точки на проекции ее окрестности на плоскость, касательную к единичной сфере в особой точке. То есть, для определения типа особой точки достаточно двух собственных значений. В частности, фокус можно определить по тому, будут ли  $\lambda_{1,2}$  действительными или комплексно-сопряженными, в зависимости от знака подкоренных выражений в (8). Так как подкоренное выражение распадается на произведение двух линейных по переменным  $h, j$  выражений, то на плоскости  $(h, j)$  область, в которой оно положительно, ограничена двумя параллельными прямыми (рис. 2, а):

$$L_1: 2h + 2(ab - c)j - (k - 1)(\sqrt{\alpha^2 + 1} + 1) = 0,$$

$$L_2: 2h + 2(ab - c)j + (k - 1)(\sqrt{\alpha^2 + 1} - 1) = 0. \quad (9a)$$

Линии  $L_1$  и  $L_2$  пересекают ось  $h$  в точках

$$h_1 = \frac{1}{2}(k - 1)(\sqrt{\alpha^2 + 1} + 1) \approx k - 1(1 + O(\alpha)),$$

$$h_2 \approx \frac{1}{4}\alpha(k - 1) = O(\alpha).$$

Если подкоренные выражения в (8) положительны, то особая точка может быть узлом либо седлом, что можно определить по знаку произведения собственных чисел  $\lambda_1\lambda_2$  — для точки типа узел (как устойчивый, так и неустойчивый) произведение положительно, а в случае седла отрицательно. Таким образом, в полосе между линиями  $L_1$  и  $L_2$  точка  $T_4(0, +1, 0)$  является узлом или седлом, вне полосы — фокусом. Граница между областями, где особая точка является седлом либо узлом, проходит по линии второго порядка

$$L_3: (b^2 + c^2)j^2 - 2chj - (1 - k)cj + h^2 + (1 - k)h = 0, \quad (10)$$

ее каноническое уравнение представляет собой уравнение эллипса

$$\frac{u^2}{p^2} + \frac{v^2}{s^2} = 1,$$

где

$$p^2 = 2 \frac{c^2 + b^2 + 1 - d}{(k - 1)^2}, \quad s^2 = 2 \frac{c^2 + b^2 + 1 + d}{(k - 1)^2},$$

$$d = \sqrt{(c^2 + b^2 + 21)^2 - 4b^2}, \quad u = h - (k - 1), \quad v \equiv j.$$

Эллипс повернут относительно осей координат на плоскости „поле-ток“ на угол

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctg \frac{2c}{b^2 + c^2 - 1}$$

и сдвинут относительно начала координат вдоль горизонтальной оси  $h$  на величину  $k - 1$ . Линии  $L_1$  и  $L_2$  касаются эллипса (10) в точках  $S_1(h_1, j_1)$  и  $S_2(h_2, j_2)$ , где

$$h_1 = (k - 1) \frac{(b + ac) + b\sqrt{1 + \alpha^2}}{2b\sqrt{1 + \alpha^2}}, \quad j_1 = \frac{\alpha(k - 1)}{2b\sqrt{1 + \alpha^2}},$$

$$h_2 = (k - 1) \frac{(b - ac) - b\sqrt{1 + \alpha^2}}{2b\sqrt{1 + \alpha^2}}, \quad j_2 = \frac{\alpha(k - 1)}{2b\sqrt{1 + \alpha^2}},$$

Заметим также, что в случае, когда точка  $T_4(0, +1, 0)$  является фокусом, согласно теореме Андронова-Хопфа, линия  $L_4$

$$L_4: -2ah + 2(b + ac)j + \alpha(1 - k) = 0 \quad (11)$$

является линией рождения/исчезновения предельных циклов. Линия разделяет области, в которой существуют предельные циклы вокруг точки  $T_4(0, +1, 0)$ , и области, где их нет (рис. 2, а). Эта линия проходит через точки  $S_1(h_1, j_1)$  и  $S_2(h_2, j_2)$ .

#### 3.2. Особая точка $T_3(0, -1, 0)$

Аналогично, в особой точке  $T_3(0, -1, 0)$  собственные значения якобиана равны

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= -bj - \alpha(cj - h) + \frac{1}{2}\alpha(k - 1) \\ &\pm \sqrt{-[2(h - cj + abj) - (k - 1)(\sqrt{\alpha^2 + 1} - 1)]} \\ &\quad \times [2(h - cj + abj) + (k - 1)(\sqrt{\alpha^2 + 1} + 1)]}, \\ \lambda_3 &= 2\alpha(h - cj). \end{aligned} \quad (12)$$

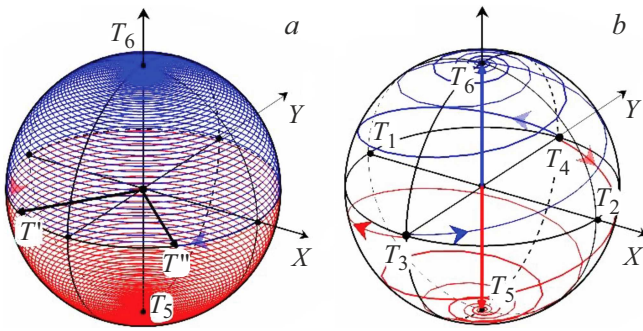


Рис. 2. Динамика вектора намагниченности при  $h = 0, j = 0$ :  $a - k < 1, b - k > 1$ .

В этом случае область действительных собственных значений ограничена прямыми

$$L'_1: 2h + 2(\alpha b - c)j - (k - 1)(\sqrt{\alpha^2 + 1} - 1) = 0,$$

$$L'_2: 2h + 2(\alpha b - c)j + (k - 1)(\sqrt{\alpha^2 + 1} + 1) = 0. \quad (13)$$

Как и для точки  $T_4(0, +1, 0)$ , границей седло-узловой бифуркации является линия второго порядка

$$L'_3: 2(b^2 + c^2)j^2 - 2chj + c(1 - k)j + h^2 - (1 - k)h = 0, \quad (14)$$

которая представляет собой эллипс с осями, параллельными осям эллипса (10), но сдвинутый относительно начала координат вдоль оси  $h$  в противоположную сторону. Точки касания линий  $L'_1$  и  $L'_2$  и эллипса (14) на плоскости „поле-ток“ имеют координаты

$$h'_1 = (k - 1) \frac{(b + \alpha c) + b\sqrt{1 + \alpha^2}}{2b\sqrt{1 + \alpha^2}}, \quad j'_1 = \frac{\alpha(k - 1)}{2b\sqrt{\alpha^2 + 1}},$$

$$h'_2 = -(k - 1) \frac{(b + \alpha c) + b\sqrt{1 + \alpha^2}}{2b\sqrt{1 + \alpha^2}}, \quad j'_2 = -\frac{\alpha(k - 1)}{2b\sqrt{\alpha^2 + 1}}.$$

Как и в предыдущем случае, для точки  $T_3(0, -1, 0)$  границей рождения/исчезновения предельных циклов является линия

$$L'_4: -2\alpha h + 2(b + \alpha c)j + \alpha(1 - k) = 0. \quad (15)$$

### 3.3. Дополнительные особые точки

Помимо основных особых точек  $T_{3,4}(0, \mp 1, 0)$ , в системе (6) возможны дополнительные особые точки, координаты которых одновременно обращают в нуль правые части системы. Для нахождения таких особых точек сначала заменой переменных сведем систему (6) к одному уравнению относительно координаты  $m_z$ , получим

$$A_4 m_z^4 + A_2 m_z^2 + A_0 = 0, \quad (16)$$

где

$$A_4 = b^2 j^2 (k - 1)^2,$$

$$A_2 = (k - 1)^2 (h - cj - bj)(h - cj + bj),$$

$$A_0 = [(h - cj)^2 + (k - 1)(h - cj) + b^2 j^2] \times [(h - cj)^2 - (k - 1)(h - cj) + b^2 j^2].$$

Уравнение (16) имеет действительные корни при выполнении следующего условия:

$$D = A_2^2 - 4A_0 A_4 = (k - 1)^2 (c^2 j^2 - 2hcj + h^2 + b^2 j^2)^2 \times [(k - 1)^2 - 4b^2 j^2] \geq 0 \quad (0 \leq m_z^2 \leq 1).$$

Таким образом, существование в системе дополнительных особых точек зависит от знака множителя  $(1 - k)^2 - 4b^2 j^2$  — в полосе между линиями  $L_0$  и  $L'_0$   $j \leq |1 - k|/(2b)$  они могут существовать, а вне этой полосы — нет. Дополнительными условиями их существования являются ограничения на величину модуля компоненты  $m$ , а именно,  $0 \leq m_z^2 \leq 1$ .

Зная координату  $m_z$  дополнительной особой точки, из (6) легко определить остальные ее координаты  $m_x$  и  $m_y$ , например:

$$m_x = bj(1 - m_z^2)m_z \frac{k - 1}{b^2 j^2 + (h - cj)^2},$$

$$m_y = \frac{h - cj + \alpha bj - \alpha(k - 1)m_x m_z}{m_z(k - 1) + m_x(\alpha h - \alpha c j - bj)}.$$

Отметим, что величина  $k < 1$  отвечает магнитомягкому материалу, тогда как  $k > 1$  — магнитотвердому.

## 4. Численные результаты

Точка  $P_0(h = 0, j = 0)$  (точка 0)

В этом случае система (6) вырождается к виду

$$\frac{dm_x}{d\tau} = -m_z(k - 1)(\alpha m_x m_z + m_y),$$

$$\frac{dm_y}{d\tau} = -m_z(k - 1)(\alpha m_y m_z - m_x),$$

$$\frac{dm_z}{d\tau} = -m_z(k - 1)(m_z^2 - 1). \quad (17)$$

Из (17) видно, что система имеет особую линию  $m_z = 0$ , совпадающую с экватором единичной сферы, и две изолированные особые точки типа фокус с координатами  $(0, 0, \pm 1)$ . В магнитомягких материалах ( $k < 1$ ) фокусы неустойчивы, а точки на экваторе устойчивы, тогда как в магнитотвердых материалах ( $k > 1$ ), напротив, фокусы  $(0, 0, \pm 1)$  устойчивы, а особые точки на экваторе неустойчивы. На рис. 2 приведены годографы конца нормированного вектора намагниченности для обоих случаев, полученные численным решением системы (6) методом Рунге-Кутты для трехслойной структура на

основе магнитомягкого материала  $\text{Ta|Co}_{60}\text{Fe}_{20}\text{B}_{20}\text{|MgO}$  ( $k = 0.892$ ) (рис. 2, *a*) и для трехслойной структуры на основе магнитотвердого материала ( $k = 3.53$ ) (рис. 2, *b*).

Пусть первоначальное положение вектора намагниченности в магнитомягком ферромагнитном слое поддерживается в положении перпендикулярном плоскости слоя и соответствует особым точкам  $T_{5,6}(0, 0, \pm 1)$ . При отключении поля и тока особые точки на фазовом портрете динамической системы (6) становятся неустойчивыми, и вектор намагниченности занимает новое устойчивое положение в плоскости слоя на экваторе единичной сферы. Это положение отвечает особой линии, и в плоскости экватора ориентировано случайным образом в зависимости от первоначального отклонения вектора от равновесного положения. Любая точка на верхней и нижней полусфере, расположенная выше или ниже экватора, принадлежит траектории, имеющей начало на северном либо южном полюсе сферы и оканчивающейся в какой-либо точке на экваторе. На рис. 2, *a* показаны траектории перехода к новому равновесию из верхнего и нижнего положения вектора намагниченности.

Здесь следует отметить, что хотя вектор намагниченности в магнитомягком активном слое в состоянии равновесия располагается в экваториальной плоскости, тип анизотропии материала активного слоя остается прежним: поле анизотропии перпендикулярно плоскости слоя. Состояние равновесия вектора намагниченности в плоскости есть результат совместного действия поля размагничивания и поля анизотропии.

В случае магнитотвердого материала особые точки  $T_{5,6}(0, 0, \pm 1)$  устойчивы, а точки, составляющие особую линию на экваторе, неустойчивы. Следовательно, вектор намагниченности из любой точки верхней полусферы возвращается в вертикальное положение, соответствующее северному полюсу сферы, а из любой точки нижней полусферы — в положение, соответствующее южному полюсу (рис. 2, *b*).

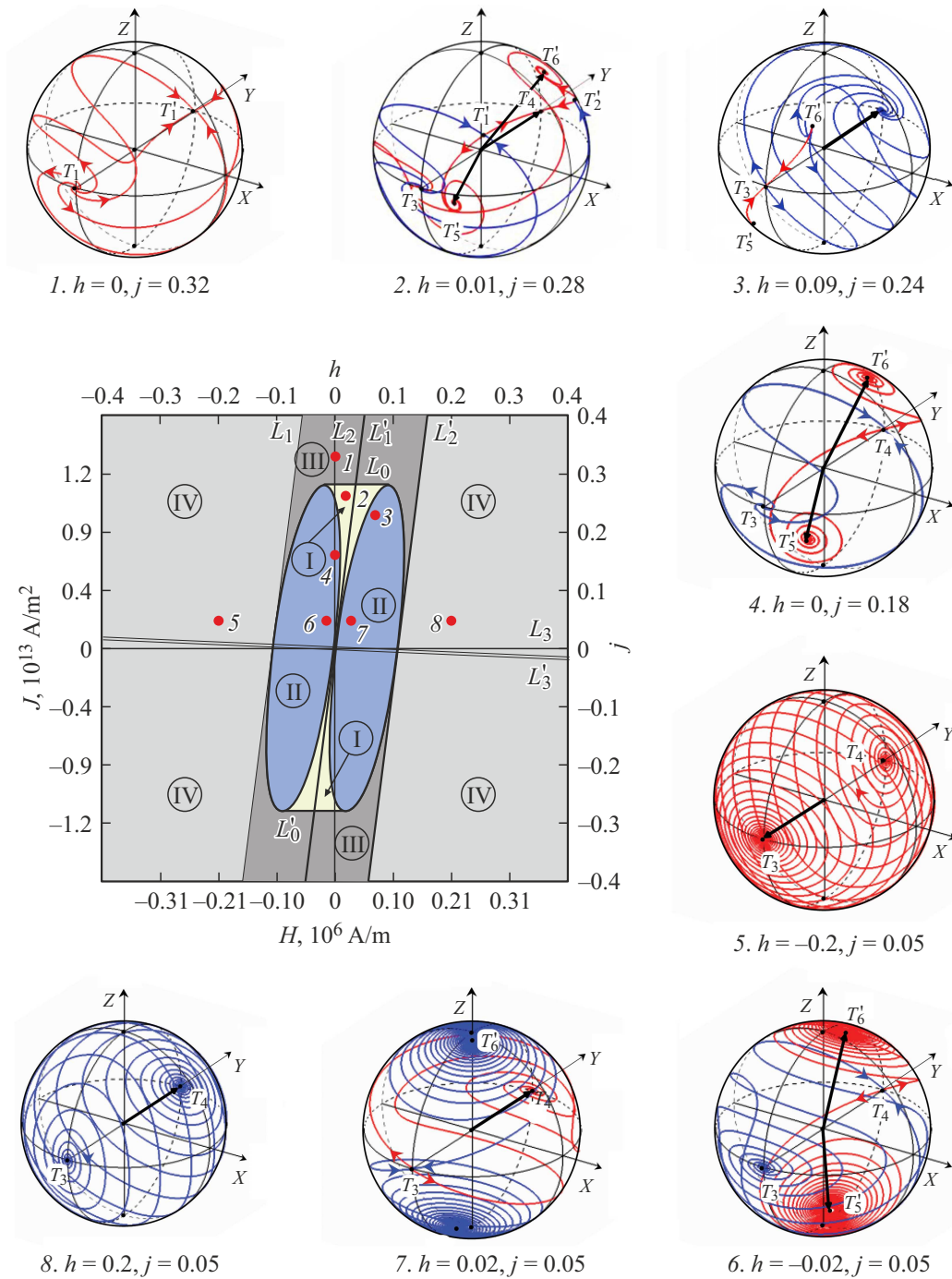
Далее рассмотрим случаи, когда  $h$  и  $j$  не равны нулю одновременно.

На рис. 3 в центре представлена бифуркационная диаграмма, построенная по результатам анализа особых точек системы (6). На левой и нижней координатных осях отложены размерные величины внешнего магнитного поля ( $\mathbf{H}$ ), в которое помещен элемент памяти, и плотности зарядового тока, пропускаемого через шину из тяжелого металла ( $\mathbf{J}$ ). На правой и верхней оси — эти же величины, нормированные на коэффициенты из табл. 2 для структуры  $\text{Ta|Co}_{60}\text{Fe}_{20}\text{B}_{20}\text{|MgO}$ . На диаграмму нанесены критические линии  $L_{0,1,2,3}$ ,  $L'_{0,1,2,3}$ ,  $P_{1,2}$  и  $P'_{1,2}$ , разделяющие плоскость на области качественно эквивалентной динамики; нанесены также некоторые типичные точки 1–8 в верхней полуплоскости бифуркационной диаграммы, для которых построены фазовые портреты системы на поверхности единичной сферы. Нумерация точек на бифуркационной диаграмме соответствует номерам фазовых портретов на сфере.

В нижней полуплоскости в силу симметрии динамической системы распределение точек симметрично. Точки 1 и 4 отвечают динамике намагниченности под действием спинового тока без поддержки магнитного поля — этот случай широко обсуждается в современной литературе (см., например, обзор [8]), поскольку открывает многообещающие перспективы упрощения конструкции ячейки памяти. Точка 1 расположена выше критической линии  $L_0$  в области III. Согласно анализу из предыдущего раздела, здесь существуют лишь две особые точки,  $T_{3,4}(0, \mp 1, 0)$  — неустойчивый фокус в точке  $T_3(0, -1, 0)$  и вырожденный устойчивый узел  $T_4(0, +1, 0)$ . В итоге, под действием спинового тока  $j > |1 - k|/(2b)$  вектор намагниченности займет положение, совпадающее с направлением оси OY. При воздействии на структуру тока противоположного направления положение особых точек  $T_{3,4}(0, \mp 1, 0)$  останется прежним, но их тип меняется, так что вектор намагниченности займет противоположное направление. Таким образом, для переключения направления намагниченности наиболее эффективными являются токи из области III бифуркационной диаграммы. Переключение намагниченности происходит в плоскости слоя (а не перпендикулярно ему, как можно было бы предположить по типу анизотропии слоев структуры). Учитывая, что управление ячейкой происходит в импульсном режиме, при отключении тока в случае магнитомягкого материала активного слоя вектор намагниченности останется в безразличном равновесии, поскольку экватор единичной сферы является особой линией, состоящей из устойчивых особых точек (см. рис. 2, *a*).

Далее. Точка 3 расположена в области II внутри эллипса  $L_3$ . При этих значениях управляющих параметров особая точка  $T_3$  является неустойчивым фокусом, точка  $T_4$  — седлом, а точки  $T'_{5,6}$  — устойчивыми фокусами. После отключения тока вектор намагниченности займет непредсказуемое (случайное) положение в плоскости свободного слоя. Точка 2 из области I отвечает шести особым точкам системы (6), две из которых,  $T'_{1,2}$  — седла (неустойчивы), третья,  $T_3(0, -1, 0)$ , — неустойчивый фокус, четвертая,  $T_4(0, +1, 0)$ , — устойчивый узел, и два устойчивых фокуса  $T'_{5,6}$ . Таким образом, в данной области параметров вектор намагниченности может находиться в одном из трех (вероятных) положений, что делает эту ситуацию интересной с точки зрения ее использования в нейросетях. При отключении тока вектор также может занять случайное положение в плоскости слоя.

Следующие примеры (точки 5–8) служат иллюстрацией того, как влияет внешнее магнитное поле на динамику намагниченности при постоянной величине тока. В точке 4 безразмерная величина плотности тока равна 0.18 — при этом точка  $T_3(0, -1, 0)$  является неустойчивым фокусом, точка  $T_4(0, +1, 0)$  — седлом, а точки  $T'_{5,6}$  — устойчивыми фокусами. При ненулевом токе вектор намагниченности может занять одно из двух положений  $T'_{5,6}$ , а при отключении тока — вновь



**Рис. 3.** Бифуркационная диаграмма динамической системы, описывающей динамику намагниченности в элементе SOT-MRAM с перпендикулярной анизотропией для  $k = 0.892$ ,  $\alpha = 0.008$ . В областях I динамическая система имеет шесть особых точек, в областях II — четыре особых точки, во внешних областях III и IV — две особые точки, а именно  $(0, \pm 1, 0)$ . Стрелка из начала координат отмечает устойчивое положение равновесия вектора намагниченности.

случайное положение в плоскости слоя. Изменение величины поля при его прежнем направлении и при прежней величине плотности тока не меняет качественно фазового портрета, а значит и характера динамики намагниченности. Изменим направление внешнего поля на противоположное (точки 6, 7 на бифуркационной диаграмме) — при этом точка  $T_3(0, -1, 0)$  становится

седлом, точка  $T_4(0, +1, 0)$  — устойчивым узлом, точки  $T'_{5,6}$  — неустойчивыми фокусами. При отключении тока вектор намагниченности займет устойчивое положение в плоскости слоя.

Верхняя и нижняя границы области I определяются величинами  $j = |(1 - k)/(2b)|$  (см. выше). Таким образом, для рассматриваемой здесь в качестве при-

мера структуры безразмерный критический ток равен  $j_{\max} = 0.29$ , что в размерных единицах соответствует величинам  $J_{\max} = 1.18 \cdot 10^{12} \text{ A/m}^2$ . В областях II и III динамическая система (6) имеет четыре особые точки. Две из них неустойчивы и расположены на оси OY (неустойчивый фокус и седло), две другие (два устойчивых фокуса) расположены на верхней и нижней полушере единичной сферы. Таким образом, если в модели в отсутствие внешнего поля и тока вектор намагниченности занял положение на экваториальной плоскости, которое можно отождествить с осью OY, то подача импульса зарядового тока переведет его в одно из положений  $T_5, T_6'$ , отключение тока вернет вектор намагниченности в плоскость экватора. Вывод: при значениях управляющих параметров (поля и тока) из области I (рис. 3) запись в ячейку бита информации невозможна.

Оценим плотность тока переключения намагниченности в ячейке памяти SOT-MRAM. Если в начальный момент вектор намагниченности находился в положении безразличного равновесия  $T_3(0, -1, 0)$ , то при подаче на шину импульса зарядового (неполяризованного) тока величины выше порога  $j > |(1-k)/(2b)|$  положение  $T_3(0, -1, 0)$  теряет устойчивость — устойчивым становится равновесие  $T_4(0, +1, 0)$ . Малое отклонение вектора намагниченности от равновесия  $T_3(0, -1, 0)$  приводит к тому, что он устремляется к новому равновесию, и если длительность импульса тока достаточна, то происходит переворот намагниченности, т.е. запись в ячейку бита информации. Будем считать, что оптимальные условия переключения соответствуют случаю двух точек равновесия (область III на рис. 3). Плотность порогового тока переключения в этом случае равна приблизительно  $1.15 \cdot 10^{12} \text{ Am}^{-2}$ , т.е. через сечение элемента площадью  $10 \times 10 \text{ nm}^2$  величина тока составит 0.1 mA. Это значение плотности управляющего тока близко к значению плотности тока для Z-конфигурации ячейки памяти в работе [5]. Однако у рассмотренной в настоящей работе конфигурации есть существенное преимущество перед конфигурациями из работы [5] — это наличие основных особых точек  $T_{3,4}(0, \pm 1, 0)$ , которые существуют при любых значениях управляющих параметров и которые можно интерпретировать как ноль и единицу состояния ячейки памяти.

## 5. Заключение

Подводя итог, перечислим основные результаты работы.

1. Построена система уравнений, описывающая динамику вектора намагниченности в ячейке SOT-MRAM с перпендикулярной анизотропией свободного слоя.

2. Проведен ее анализ методами качественной теории динамических систем [9–11]. На плоскости управляющих параметров „поле–ток“ построена бифуркационная диаграмма смены динамических режимов.

3. Выявлены управляющие параметры, при которых система имеет шесть, четыре, либо два состояния равновесия. Определены типы их устойчивости.

4. Рассчитаны критические величины тока переключения ячейки.

5. Показано, что при токах выше критических значений ячейка может переключаться одним током без поддержки внешнего магнитного поля.

## Финансирование работы

Работа финансировалась из госбюджетной темы „Вега-Ст-2023“ „Исследование и разработка методов создания элементной базы и программных продуктов для высокопроизводительных вычислительных систем нового поколения“.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Приложение Приведение векторного уравнения ЛЛГ к нормальному виду

Уравнение (5) может быть получено из уравнения (4) эквивалентными преобразованиями.

Рассмотрим безразмерное уравнение ЛЛГ

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}} = -\mathbf{m} \times \mathbf{f} + \alpha \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}}, \quad (\text{A1})$$

где  $\mathbf{f}$  — эффективное поле с учетом поля, связанного со спин-орбитальным вращательным моментом  $T_{\text{SOT}}$ . В данном случае

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \mathbf{h}_{\text{eff}} - b j \mathbf{m} \times \mathbf{e}_y - b j \mathbf{e}_y \\ &= (h + k m_x + b j m_z) \mathbf{e}_x - b j \mathbf{e}_y + (-b j m_x - m_z) \mathbf{e}_z. \end{aligned}$$

**Шаг 1.** Умножим уравнение (A1) векторно слева на величину  $\alpha \mathbf{m}$ :

$$\alpha \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}} = -\alpha \mathbf{m} \times \mathbf{m} \times \mathbf{f} + \alpha^2 \mathbf{m} \times \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}}.$$

**Шаг 2.** Воспользуемся известным векторным тождеством  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \times \mathbf{c} = \mathbf{b}(\mathbf{a}, \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ . Получим

$$\begin{aligned} \alpha \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}} &= -\alpha \mathbf{m}(\mathbf{m}, \mathbf{f}) + \alpha \mathbf{f}(\mathbf{m}, \mathbf{m}) \\ &\quad + \alpha^2 \left( \mathbf{m}, \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}} \right) - \alpha^2 \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}}(\mathbf{m}, \mathbf{m}). \end{aligned}$$

Таким образом, с учетом  $(\mathbf{m}, \mathbf{m}) = 1$  и

$$\left( \mathbf{m}, \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{t}} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial (\mathbf{m}, \mathbf{m})}{\partial \tilde{t}} = 0,$$

гильбертов диссипативный член приобретает вид

$$\alpha \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} = -\alpha \mathbf{m}(\mathbf{m}, \mathbf{f}) + \alpha \mathbf{f} - \alpha^2 \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}}.$$

**Шаг 3.** Подставим его в исходное уравнение (A1) и перенесем слагаемое с временной производной в левую часть. Получим

$$(1 + \alpha^2) \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} = -\mathbf{m} \times \mathbf{f} - \alpha \mathbf{m}(\mathbf{m}, \mathbf{f}) + \alpha \mathbf{f}.$$

**Шаг 4.** Перенормируем время  $\tilde{\tau}$ , получим уравнение

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tau} = -\mathbf{m} \times \mathbf{f}_{\text{eff}} + \alpha \mathbf{f}_{\text{eff}}(\mathbf{m}, \mathbf{m}) - \alpha \mathbf{m}(\mathbf{m}, \mathbf{f}_{\text{eff}}). \quad (\text{A2})$$

Отсюда следует эквивалентность уравнений (A1) и (A2), т.е. условия применимости уравнения (A2) те же, что и уравнения (A1).

## Список литературы

- [1] S.A. Wolf, D.D. Awschalom, R.A. Buhrman, J.M. Daughton, S. von Molnar, M.L. Roukes, A.Y. Chtchelkanova, D.M. Treger. *Sci.* **294**, 5546, 1488 (2001).
- [2] S.D. Bader, S.S.P. Parkin. *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **1**, 71 (2010).
- [3] A. Brataas, A.D. Kent, H. Ohno. *Nature Mater.* **11**, 5, 372 (2012).
- [4] C. Song, R. Zhang, L. Liao, Y. Zhou, X. Zhou, R. Chen, Y. You, X. Chen, F. Pan. *Progr. Mater. Sci.* **118**, 5, 100761 (2021).
- [5] S. Fukami, T. Anekawa, C. Zhang, H. Ohno. *Nature Nanotechnol.* **11**, 7, 621 (2016).
- [6] J.M. Shaw, H.T. Nembach, M. Weiler, T.J. Silva, M. Schoen, J.Z. Sun, D.C. Worledge. *IEEE Magn. Lett.* **6**, 3500404 (2015).
- [7] D. Jhahhria, D.K. Pandya, S. Chaudhary. *AIP Conf. Proceed.* **1953**, 1, 120034 (2018).
- [8] H. Wu, J. Zhang, B. Cui, S.A. Razavi, X. Che, Q. Pan, D. Wu, G. Yu, X. Han, K.L. Wang. *Mater. Futures* **1**, 2, 022201 (2022).
- [9] Дж. Гукенхеймер, Ф. Холмс. *Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей.* Институт компьютерных исследований, Москва-Ижевск (2002). 560 с. [J. Guckenheimer, P. Holmes. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields.* *Appl. Math. Sci.* **42**, Springer (1983)].
- [10] Н.Н. Баутин, Е.А. Леонтович. *Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости.* Наука, М. (1990). 488 с.
- [11] А.А. Андронов, Е.А. Леонтович, И.И. Гордон, А.Г. Майер. *Качественная теория динамических систем второго порядка.* Наука, М. (1966). 568 с.
- [12] R. Skomski. *Simple Models of Magnetism.* Oxford University Press, N.Y. (2008). 335 p.
- [13] Н.В. Островская, В.А. Скиданов, Ю.А. Юсипова. *Математическая модель ячейки SOT-MRAM цилиндрической формы.* В сб.: *Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС) / Под ред. А.Л. Стемпковского.* Вып. IV. М., Зеленоград (2022). С. 142–148.  
<https://doi.org/10.31114/2078-7707-2022-4-142-148>

Редактор Е.В. Толстякова