

09

## Система алгоритмов цифровой обработки сигнала для когерентной оптической связи

© Т.О. Базаров,<sup>1</sup> М.А. Сенько,<sup>1,2</sup> Л.А. Самоделкин,<sup>1,2</sup> И.С. Халько,<sup>1,3</sup> И.Н. Соломадин,<sup>1</sup> О.Е. Наний,<sup>1,2</sup> В.Н. Трещиков<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ООО „Т8“,  
107076 Москва, Россия

<sup>2</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
119991 Москва, Россия

<sup>3</sup> Московский физико-технический институт,  
141701 Долгопрудный, Московская обл., Россия  
e-mail: timur.bazarov@phystech.edu

Поступило в Редакцию 10 января 2024 г.

В окончательной редакции 15 марта 2024 г.

Принято к публикации 21 марта 2024 г.

Одной из основных частей современных когерентных приемо-передатчиков для волоконно-оптических систем связи является блок цифровой обработки сигнала. Его задача состоит в компенсации искажений переданного сигнала, возникающих на передатчике, в волоконно-оптической линии связи и на приемнике. Представлен анализ существующих алгоритмов линейной цифровой обработки сигнала, которые позволяют восстановить сигнал DP-QPSK (dual polarization quadrature phase shift–keying). Также продемонстрирована оригинальная реализация полного тракта цифровой обработки сигнала приемной части, проверенная на экспериментальных сигнальных данных, прошедших линию вплоть до 4000 km. Проведено сравнение результатов демодуляции с теоретическим пределом и лучшим доступным коммерческим устройством.

**Ключевые слова:** цифровая обработка сигнала, эквалайзинг, когерентная связь, цифровая фильтрация, DP-QPSK.

DOI: 10.61011/JTF.2024.06.58131.3-24

### Введение

Одними из главных современных трендов являются повсеместная цифровизация и анализ больших данных, что ведет к самому быстрому росту объема передаваемой информации в истории. По данным компании CISCO [1] за период с 2015 по 2020 гг. глобальный IP трафик вырос трехкратно с 72.5 до 194.3 exabytes ( $10^{18}$ ) в месяц. Также продолжается дальнейший рост числа пользователей сети интернет и средней скорости передачи данных [2]. Основной технологией, которая позволяет удовлетворять постоянный спрос на расширение пропускной способности линий связи, является волоконная когерентная оптика.

Передача сигнала по оптическому волокну является доминирующей технологией на рынке и занимает порядка 90% от всех широкополосных линий связи [3]. Такая доля стала возможна благодаря внедрению ряда технологий: когерентного детектирования, продемонстрированного в 80-х годах двадцатого века [4], плотного спектрального мультиплексирования (DWDM — dense wavelength division multiplexing) и оптического усиления сигнала (EDFA — erbium doped fiber amplifier) [5].

Изначально в волоконно-оптических линиях связи (ВОЛС) для кодирования информации использовалась амплитудная модуляция лазерного излучения, а для приема — прямое детектирование. Канальная скорость

в коммерческих системах с прямой модуляцией достигла 10 Gbit/s (STM-64) в 1995 г. и 40 Gbit/s (STM-256) в 2002 г. Однако на этом развитие систем с прямой модуляцией остановилось, поскольку ширина полосы амплитудно-модулированного сигнала приблизилась к ширине доступной спектральной полосы в частотной сетке ITU-T.

Необходимо было увеличивать информационную емкость сигнала, что было реализовано путем внедрения амплитудно-фазового кодирования и когерентного детектирования. Принцип когерентного приема состоит в том, что принятый по линии сигнал смешивается с излучением опорного лазера на близкой частоте. Разностный сигнал содержит информацию как об амплитуде, так и о фазе информационного сигнала. Однако этот прием дает не только дополнительные степени свободы, но и повышает требования к качеству компенсации искажений сигнала. Одними из таких искажений являются фазовые искажения, вызванные конечной шириной линии излучения лазеров на приемнике и передатчике, а также их частотной отстройкой друг от друга. Эти искажения можно исключить, если в качестве опорного лазера на передаче и приеме использовать один и тот же лазер [6]. Однако в таком случае сигнал лазера должен проходить линию, близкую по длине к той, что проходит информационный сигнал, что плохо как с точки зрения увеличения необходимого числа волокон, так и с точки

зрения дальности передачи. Поэтому до демонстрации цифровых методов компенсации фазовых искажений лазера [7] когерентная оптическая связь практически не развивалась.

Использование цифровой обработки сигнала (ЦОС) для компенсации искажений, накопленных в сигнале, позволило не только применить когерентное детектирование на практике [7], но и использовать две ортогональные поляризации для передачи информации, внедрить сложные форматы модуляции [8–10] и значительно повысить как объем передаваемой информации, так и дальность передачи.

Интенсивные исследования методов когерентного детектирования проводились в 90-х годах с целью реализации их потенциальных преимуществ в чувствительности и скорости передачи информации, коммерческие решения в реальном времени появились в 2000-х [11].

Передача сигнала по ВОЛС сопровождается линейными и нелинейными искажениями сигнала, возникающими в той или иной степени во всех компонентах ВОЛС. Основными линейными искажениями, возникающими в линии, являются: хроматическая дисперсия, поляризационно-модовая дисперсия (ПМД), поляризационно-зависимые потери, быстрое вращение поляризации, шум усиленного спонтанного излучения (УСИ), оптическая фильтрация, неравномерность спектров затухания и усиления. Также присутствуют искажения, вызванные передатчиком и приемником, такие как тактовая рассинхронизация, частотное смещение, фазовые шумы лазера, а также их АЧХ, ФЧХ и межквadrатурные задержки. ЦОС призван бороться со всеми вышперечисленными искажениями кроме шума УСИ, который в полосе канала является белым и складывается с сигналом аддитивно. Основным способом борьбы с УСИ является применение помехоустойчивого кодирования (FEC — forward error correction). При помехоустойчивом кодировании с избыточностью порядка 15–20% в современных когерентных приемниках удается снизить долю ошибочных битов (BER — bit error ratio) с уровня  $\sim 10^{-2}$  перед блоком FEC до  $10^{-15}$  после блока FEC [12].

Для линейных систем задачу, стоящую перед ЦОС, можно формализовать следующим образом: пусть  $\{a_n\}$  — переданные данные;  $F_s = 1/T_s$  — частота дискретизации аналого-цифрового преобразователя (АЦП);  $h(kT_s)$  — полный импульсный отклик системы, включающий в себя формирующий фильтр, отклик передатчика, линии и приемника после АЦП;  $v(kT_s)$  — дискретизированный шум УСИ; тогда сигнал после АЦП имеет вид

$$y_k = \sum_n a_n h(kT_s - nT) + v(kT_s), \quad (1)$$

где  $T$  — символный период.

Итак задача ЦОС по полученной последовательности  $y_k$  компенсировать искажения  $h$  так, чтобы сигнал был представим в виде

$$a'_k = a_k + v'(kT_s), \quad (2)$$

где  $v'$  — аддитивный белый гауссов шум такой же мощности как и шум УСИ.

Настоящая работа посвящена линейной ЦОС при когерентном детектировании сигнала с форматом модуляции DP-QPSK. Проведен обзор существующих алгоритмов цифровой обработки. Представлена схема ЦОС, позволяющая компенсировать большинство линейных искажений, возникающих в процессе передачи и приема сигнала. Экспериментально проверена работоспособность схемы на сигналах с символьной скоростью 31.6 GBd, прошедших линию длиной до 4000 km. Таким образом, обеспечена демодуляция 100 G сигнала.

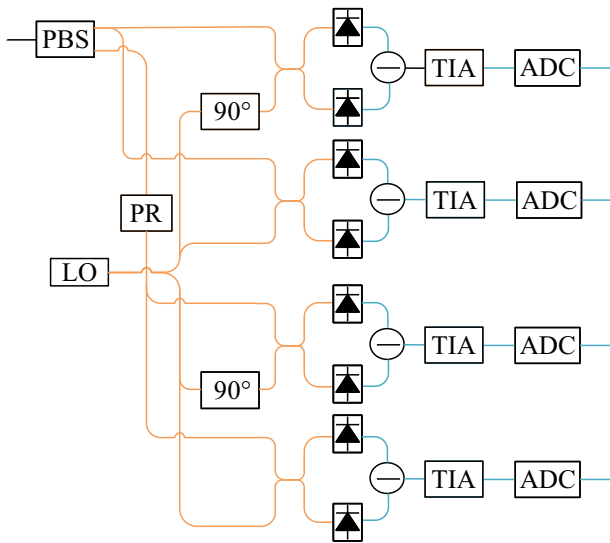
Настоящая работа состоит из 3 разделов. Разд. 1 посвящен описанию структуры ЦОС и обзору решений, которые могут быть применены для компенсации того или иного искажения. В разд. 2 приведена оригинальная реализация полного тракта цифровой обработки с указанием используемых алгоритмов и их параметров. Апробация работы предложенной схемы ЦОС, проведенная на реальной линии длиной до 4000 km, представлена в разд. 3. Основные итоги и выводы проделанной работы представлены в разд. 3.

В работе будем использовать следующие соглашения в формулах:

- жирный шрифт и прямые буквы — вектор-столбец, прописные — скалярные величины;
- для векторов строчные буквы — временная область, заглавные — частотная область. Одинаковые буквы означают одну и ту же величину в разных доменах;
- $F[\ ]$  — дискретное преобразование Фурье (ДПФ),  $F^{-1}[\ ]$  — обратное дискретное преобразование Фурье (ОДПФ);
- $\times$  — матричное произведение;
- $\otimes$  — циклическая свертка;
- $\cdot$  — поэлементное умножение для векторов.

## 1. Структура ЦОС

Оптический сигнал в когерентном приемнике делится на две компоненты поляризационным делителем и каждая из них делится на две квадратурные компоненты с использованием  $90^\circ$  гирида. Четыре компоненты оптического сигнала затем детектируются дифференциальными фотоприемниками и четыре электрических сигнала дискретизируются АЦП. Дискретные отсчеты с выходов четырех АЦП поступают на вход ЦОС, где обрабатываются блоками. Схема такого приемника изображена на рис. 1.



**Рис. 1.** Схема когерентного приемника. PBS (polarization beam splitter) — делитель поляризации, LO (local oscillator) — локальный осциллятор,  $90^\circ$  — сдвиг фазы на  $90^\circ$ , PR (polarization rotator) — оптический вращатель поляризации на  $90^\circ$ , TIA (transimpedance amplifier) — трансимпедансный усилитель, ADC (analog-to-digital converter) — аналого-цифровой преобразователь.

### 1.1. Автоматическая регулировка усиления

Первый блок ЦОС осуществляет автоматическую регулировку усиления (АРУ) для стабилизации средней мощности оцифрованных сигналов.

Существует два основных типа АРУ: первый обрабатывает сигнал независимо от ранее принятых отсчетов [13], второй учитывает предысторию сигнала [14].

Рассмотрим один из алгоритмов второго типа — оценку мощности с неполным суммированием (ОМНС). Алгоритм является классическим с точки зрения его опоры на мощность сигнала, однако его реализация, обладающая высокой степенью параллелизма, является оригинальной и по нашей информации ранее не публиковалась. Алгоритм разбивает поступающий сигнал на блоки из последовательно идущих отсчетов, оценивая коэффициент усиления для каждого блока. На вход алгоритма поступает некоторое, всегда одинаковое, количество отсчетов и коэффициент усиления предыдущего блока. Для каждого отсчета, поступившего на вход блока, производится оценка мгновенной мощности. После чего алгоритм оценивает коэффициент усиления для данного блока, суммируя, по аналогии с геометрической прогрессией, предыдущий коэффициент усиления и оцененные мгновенные мощности, умноженные на члены некоторой геометрической прогрессии.

Отсчеты сигнала обрабатываются блоками, размер которых определяет параллелизм алгоритма. На вход подается последовательность 4-мерных действительных векторов  $\mathbf{x}_{n,j}$ , представляющих из себя отсчеты с четырех каналов АЦП, где  $n$  — номер блока,  $j$  —

порядковый номер отсчета в блоке. Тогда мощность сигнала  $N_{n,j}$  в данный момент времени можно оценить по формуле

$$N_{n,j} = \frac{\mathbf{x}_{n,j}^T \times \mathbf{x}_{n,j}}{2}. \quad (3)$$

Средняя мощность  $P_{n+1}$  для  $n+1$ -го блока оценивается как

$$P_{n+1} = \sum_{j=1}^K \alpha^{K-j} N_{n,j} + P_n \alpha^K, \quad (4)$$

где  $K$  — количество отсчетов в каждом блоке, а  $\alpha$  — некоторое число из интервала  $(0, 1)$ , интерпретация которого будет дана ниже.

Последовательно выражая  $P_k$  через  $P_{k-1}$  в формуле (4) для  $k = n-1, \dots, 1$ , получим

$$P_{n+1} = \sum_{k=1}^{nK} \alpha^{nK-k} N_k, \quad (5)$$

где  $N_k$  — мощность  $k$ -го по счету отсчета во всем сигнале. Формула (5) является аналогом геометрической прогрессии. Из данной формулы следует, что чем ближе  $\alpha$  к единице, тем для большего количества предыдущих блоков учитывается средняя мощность, и наоборот, чем ближе  $\alpha$  к нулю, тем меньше блоков вносит вклад в оценку средней мощности сигнала для данного блока.

Нормализация сигнала осуществляется по следующей формуле

$$\mathbf{y}_{n,j} = G(\alpha, n) \mathbf{x}_{n,j}, \quad (6)$$

где коэффициент усиления  $G(\alpha, n)$  для каждого блока определяется следующим образом

$$G(n, \alpha) = \sqrt{\frac{S(\alpha)}{P_n}}, \quad (7)$$

где  $S(\alpha) = \frac{P_0}{1-\alpha}$  — сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии со знаменателем  $\alpha$ , и начальным членом  $P_0 = 1$ .

В идеальном случае, когда мощность всех отсчетов одинакова и равна единице, средняя мощность каждого блока, при достаточно большом порядковом номере, была бы равна  $S(\alpha)$ . Таким образом, если  $P_n > S(\alpha)$ , т.е. выше нужного значения, то  $G(n, \alpha) < 1$  — уменьшение величины входного сигнала, и наоборот, если  $P_n < S(\alpha)$ , то  $G(n, \alpha) > 1$ .

У описанного выше алгоритма есть два преимущества: отсчеты в одном блоке могут обрабатываться параллельно, а также не представляет трудностей реализация целочисленного аналога алгоритма ОМНС.

Рассмотрим еще один алгоритм АРУ, описанный в [15].

Коэффициент усиления в данный момент времени  $g(t)$  задается уравнением

$$g(t) = \frac{y(t)}{x(t)} = \exp \left[ K \int_0^t (Y_{ref}^2 - y^2(t)) dt \right], \quad (8)$$

где  $Y_{ref}$  — константа, соответствующая целевому уровню,  $x(t)$  — сигнал,  $y(t)$  — нормализованный сигнал,  $K = \frac{1}{2\tau Y_{ref}^2}$ ,  $\tau$  — промежуток времени, на котором оценивается текущая мощность.

Далее из (8) получаем дискретный аналог данного соотношения

$$g_k = \exp(z_k), \quad (9)$$

где  $z_k$  — значение интеграла. Оценим  $z_k$  по формуле трапеции с величиной шага  $T_s$ , который равен периоду дискретизации

$$z_k = KT_s \sum_{n=0}^{k-1} (Y_{ref}^2 - y_n^2). \quad (10)$$

В силу аддитивности определенного интеграла,  $z_k$  можно вычислять рекуррентно

$$z_k = z_{k-1} + KT_s [(Y_{ref}^2 - y^2(k-1))]. \quad (11)$$

Так как при умножении экспонент показатели степеней складываются,  $g_k$  так же можно вычислять рекуррентно

$$g_k = g_{k-1} \exp [KT_s (Y_{ref}^2 - y_{k-1}^2)]. \quad (12)$$

Вышеописанный алгоритм имеет два существенных недостатка: вычисление каждого элемента вычисляет экспоненту, что требует больше ресурсов, также алгоритм нормализует каждый отсчет последовательно, что существенно затрудняет его распараллеливание.

Таким образом, АРУ является важнейшим блоком без которого работа следующих блоков ЦОС невозможна. Алгоритмы АРУ, обрабатывающие сигнал по блокам, быстрее работают по сравнению рекурсивными алгоритмами, но при этом также как и рекурсивные учитывают ранее обработанный сигнал, что делает данные алгоритмы адаптивными.

## 1.2. Хроматическая дисперсия (ХД)

ХД называется зависимость эффективного группового показателя преломления от оптической несущей частоты, которая приводит к искажению временной формы сигнала [16]. В частности, оптические импульсы, соответствующие переданным символам, расширяются и перекрываются с соседними символами. Так как телекоммуникационный сигнал имеет ширину полосы в несколько десятков GHz и распространяется по волокну на сотни километров, то влияние этого искажения оказывается существенным.

### 1.2.1. Методы оценки ХД

Для компенсации дисперсии необходимо сначала оценить ее величину. Существуют два принципиально разных подхода, а именно оценка с помощью добавочной информации и слепая оценка.

Большинство слепых оценок основано на дробном преобразовании Фурье (ДрПФ) [17], отличаются они

только известной последовательностью, используемой для оценки ХД. Это может быть последовательность с линейной частотной модуляцией [18], последовательность с определенными переходами QPSK сигнала [19] или же последовательность с постоянной амплитудой и нулевой автокорреляцией CAZAC (constant amplitude zero autocorrelation) [20]. Вне зависимости от предложенной последовательности во всех этих работах применяется ДрПФ, затем рассчитывается интеграл от модуля четвертой степени сигнала после ДрПФ, и, наконец, в зависимости от используемой последовательности находится оптимальное значение порядка ДрПФ. Из этого оптимального значения уже и рассчитывается величина ХД. Отметим несколько недостатков данного подхода, а именно: необходимость измерения опорного порядка ДрПФ при известной дисперсии; высокая вычислительная сложность. Например, для реализации метода, описанного в [18] требуется слишком длинная последовательность в 2048 известных символов. Стоит отметить работу [21], алгоритм в которой действует по принципу аналогичному методу представленному в [18], однако не добавляет специальный сигнал, а использует тот факт, что сигнал с ХД является chirпированным в частотной области.

Большинство слепых оценок основано на предварительной компенсации ХД, значение которой перебирается пока не будет оптимизирована некая целевая функция [22–26]. В качестве целевой функции используют мощность сигнала [22,23], либо же вычисленную различными способами ошибку тактовой синхронизации [24–26]. Недостатком слепых методов, безусловно, является тот факт, что они основаны на переборе. Пусть нам нужно скомпенсировать дисперсию 45000 ps/nm с точностью до 300 ps/nm, тогда чтобы перебрать все значения с таким шагом нужно  $\sim 150$  итераций перебора. Самой простой метрикой корректности компенсации является сходимость всей системы, таким образом, в каждой из итераций необходимо скомпенсировать хроматическую дисперсию и при корректном значении получить сходящуюся систему.

Слепую оценку можно выполнить также посредством поиска второго автокорреляционного пика [27], однако недостатком такого метода является большая вычислительная сложность, так как для надежного детектирования пика при большой дисперсии необходимо обрабатывать последовательность большой длины, например, 32768 отсчетов в [27].

Отдельным классом оценщиков можно выделить те, которые основаны на измерении матрицы пропускания волокна  $H_f(f)$  в спектральном представлении [28]. Обозначим обратную матрицу через  $W(f)$ :

$$W(f) = H_f^{-1}(f). \quad (13)$$

Тогда аргумент оператора дисперсии вида  $H_{CD} = \exp(jf^2\beta_2 2\pi^2)$  можно оценить по следующей

формуле:

$$\arg(H_{CD}^{-1}) = \arg(\sqrt{\det(W(f))}) = -f^2\beta_2 2\pi^2. \quad (14)$$

Подробнее о методах оценки матрицы пропускания рассказано в разд. 1.4, однако здесь мы приведем пример работы, в которой матрица  $H_f(f)$  оценивается специально для оценки ХД. Тот факт, что матрица должна быть известна до оценки дисперсии, приводит к некоторым ограничениям на схему ЦОС. Большинство методов тактовой синхронизации и компенсации отклонения несущей частоты либо вообще не работают в присутствии ХД, либо точность их работы мала, что также приводит к тому, что оценка матрицы пропускания волокна оказывается не точной. В работе [29] предлагают провести оценку канала с помощью комплементарных последовательностей Голея [30], однако длина таких последовательностей оказывается слишком большой (256 символов [29]).

### 1.2.2. Компенсация ХД

После того как ХД оценена ее воздействие можно компенсировать. Основной идеей компенсации ХД служит применение обратного оператора, который был получен аналитически из НУШ (нелинейного уравнения Шредингера) [16]. В реальности множество эффектов действуют совместно и скомпенсировать дисперсионные эффекты подобным образом можно лишь грубо. Однако такая точность достаточна, поскольку компенсацию остаточной дисперсии могут взять на себя последующие алгоритмы цифровой обработки (например, адаптивный фильтр).

Сразу встает резонный вопрос: в какой области компенсировать ХД во временной или в частотной? Для начала рассмотрим компенсацию во временной области. В этом случае фильтр, построенный на обратной импульсной характеристике оператора ХД имеет вид [31]:

$$a_k = \sqrt{\frac{jcT_s^2}{D\lambda^2z}} \exp\left(-j\frac{\pi cT_s^2}{D\lambda^2z}k^2\right), \quad -\left[\frac{N_{CD}}{2}\right] \leq k \leq \left[\frac{N_{CD}}{2}\right], \quad (15)$$

где  $c$  — скорость света,  $D$  — коэффициент ХД,  $\lambda$  — центральная длина волны оптического сигнала,  $z$  — длина волокна,  $N_{CD}$  — длина импульсной характеристики фильтра, определяющая по скольким отсчетам сигнала, компенсируется ХД.

Однако для выражения [15] существует ограничение на его возможную длину  $N_{CD}$ . Причиной его возникновения является алиасинг. Он вызван превышением частот фильтра частоты Найквиста  $\omega_N = \frac{\pi}{T_s}$  [32] ( $-j\phi_k$  — показатель экспоненты в выражении (15)):

$$|\omega_k| = \left|\frac{d\phi_k}{dt}\right| = \{t = T_s k\} = \left|\frac{2\pi cT_s}{D\lambda^2z}k\right| < \frac{\pi}{T_s}. \quad (16)$$

Отсюда легко получить ограничение на максимальное число коэффициентов фильтра до возникновения алиасинга:

$$N^A = 2 \left\lfloor \frac{|D|\lambda^2z}{2cT_s^2} \right\rfloor + 1, \quad (17)$$

где  $\lfloor x \rfloor$  означает округление  $x$  до ближайшего целого меньше  $x$ .

Помимо верхней границы существует и нижняя граница на возможную длину  $N_{CD}$ . Воздействие ХД на сигнал приводит к значительному уширению импульсов сигнала [16]. Из-за этого для восстановления хотя бы одного импульса необходимо использовать информацию из соседних импульсов, причем их количество зависит от величины ХД [16] и периода следования символов  $T$ :

$$N^B = 2 \left\lceil \sqrt{1 + \left(\frac{\pi|D|\lambda^2z}{8c(\ln 2T)^2}\right)^2} \right\rceil + 1, \quad (18)$$

где  $\lceil x \rceil$  означает округление  $x$  до ближайшего целого больше  $x$ . Величина  $N^B$  получена в приближении гауссовых импульсов, что не соответствует реальности, где обычно используются импульсы формы приподнятого косинуса. Поэтому величина  $N^B$  подходит только в качестве оценки.

Частота дискретизации  $F_s$  и символьная скорость  $R_s$  связаны через величину, которая определяет число точек после АЦП, приходящихся на один символ  $OS = F_s/R_s$ . Согласно теореме Котельникова [33], частота дискретизации должна превышать символьную скорость не менее чем в два раза  $F_s \geq 2R_s$ , чтобы не возник алиасинг. На практике число точек на символ выбирают немного больше двух. Если использовать этот факт, то окажется, что  $N^B < N^A$ , а значит компенсация во временной области возможна.

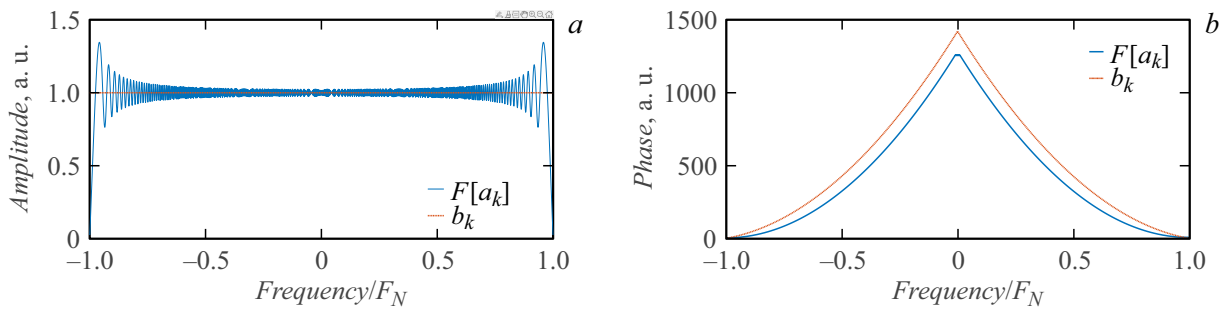
Рассмотрим теперь оператор компенсации в частотной области, который имеет вид [31]:

$$b_k = \exp\left[-j\frac{D\lambda^2z}{\pi c}\left(\frac{k}{N_F}\omega_N\right)^2\right], \quad -\frac{N_F}{2} \leq k \leq \frac{N_F}{2} - 1, \quad (19)$$

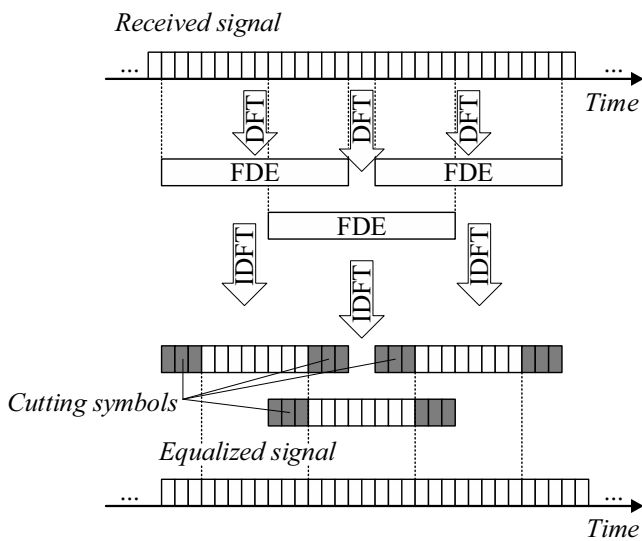
где  $N_F$  — число отсчетов сигнала, от которого нужно взять преобразование Фурье для умножения на  $b_k$ . Размер  $N_F$  ограничен только снизу величиной  $N^B$  и не ограничен сверху.

Как можно видеть, в выражении (19) не возникает проблем с алиасингом, так как максимальная частота оператора ограничена частотой Найквиста  $\omega_{FD}^{\max} = \omega_N$ . Для временного оператора ограничение определяется величиной  $N^A$ , что дает максимальную частоту  $\omega_{TD}^{\max} = \frac{2\pi c}{D\lambda^2z} \lfloor N^A \rfloor T_s$  [31].

На рис. 2 изображены АЧХ и ФЧХ фильтров во временной и частотной областях. Как можно видеть, фильтр, построенный во времени, имеет значительные



**Рис. 2.** Сравнения АЧХ (a) и ФЧХ (b) для  $F[a_k]$  из выражения (15) и  $b_k$  из выражения (19). Параметры фильтров:  $D = 16 \text{ ps}/(\text{nm}\cdot\text{km})$ ,  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ ,  $F_s = 64 \text{ GHz}$ ,  $z = 3100 \text{ km}$ ,  $N_F = N^A = 1629$ ,  $F_N = F_s/2$  — частота Найквиста.



**Рис. 3.** Схема блочной компенсации ХД в частотной области с пересечением соседних блоков [35].

искажения в частотной области. Это связано с низкой длиной преобразования Фурье, которая ограничена алиасингом ( $N^A$ ).

Существует еще один довод в пользу компенсации дисперсии в частотной области. Начиная с некоторой длины фильтра, свертка сигнала с временным фильтром оказывается более затратной по производительности операцией, чем преобразование Фурье, почленное умножение на частотный фильтр и обратное преобразование Фурье [34].

Как уже было сказано, для компенсации ХД в одном отсчете необходима информация минимум из  $N^B$  отсчетов. Причем полностью дисперсия будет скомпенсирована только в отсчете, который находится посередине. Для компенсации дисперсии в следующем отсчете придется сдвинуть сигнальную последовательность и опять повторить все операции. Поэтому для компенсации дисперсии берется блок из  $N_{CD}$  отсчетов, из которого на выход идет только центральная часть отсчетов, а следующий блок берется с пересечением с предыдущим. На рис. 3 изображена схема, предложенная в работе [35].

Из всего вышеприведенного можно сделать вывод, что компенсация ХД в частотной области более выгодна. Однако даже для частотной области существует нижнее ограничение на размер фильтров  $N^B$ , что для больших значений ХД приводит к большому росту вычислительной сложности блока компенсации дисперсии.

### 1.3. Тактовая синхронизация

Алгоритмы тактовой синхронизации призваны решить две задачи, связанные с дискретизацией сигнала, прошедшего из линии. Во-первых, на практике частота дискретизации АЦП  $F_s$  не совпадает с символьной скоростью сигнала  $R_s$ , умноженной на целое число. С течением времени эта разница накапливается, и если в начале нам повезло и отсчеты еще были в центре импульса, то через несколько импульсов отсчеты будут попадать как в промежутки между импульсами, так и вообще в соседние импульсы. Если нам приблизительно известны как  $F_s$ , так и  $R_s$ , то тогда мы можем вычислить этот сдвиг и интерполировать отсчеты. Во-вторых, частоты передатчика (ЦАП) и приемника (АЦП) стабильны с определенной точностью. По этой причине нам приходится оценивать соотношение между  $F_s$  и  $R_s$  в реальном времени.

Задача блока тактовой синхронизации состоит в том, чтобы после его работы выставить нужное целое число отсчетов на символ, причем один из этих отсчетов должен располагаться точно в центре символьных интервалов. Задержка (опережение) отсчета относительно оптимального положения называется ошибкой, для оценки которой известно множество алгоритмов, которые можно разделить на два класса: с обратной и прямой связью. В алгоритмах с обратной связью для вычисления ошибки используются отсчеты после компенсации этой ошибки, а для алгоритмов с прямой связью — до компенсации. Основными представителями первого класса являются алгоритм Мюллера–Мюллера [36], Гарднера [37,38], второго — алгоритм Оердера–Мейера [39], Ли [40] и Годарда [41]. Отметим сразу, что все приведенные алгоритмы слабо чувствительны к отклонению фазы несущей, однако требуют предварительной компенсации ХД до уровня ниже, чем  $300 \text{ ps}/\text{nm}$  и

грубой компенсации отстройки частоты несущей до десятков МГц. Теперь более подробно остановимся на некоторых алгоритмах тактовой синхронизации.

### 1.3.1. Алгоритм Годарда

Одним из ярких представителей класса алгоритмов с прямой связью является алгоритм Годарда [41]. Задача в оригинальной статье ставится так: пусть сигнал после согласованного фильтра представляет собой

$$y(t) = \sum_n a_n h_{TF}(t - nT) \exp(j2\pi f_0 t) + v(t), \quad (20)$$

где  $\{a_n\}$  — переданные данные,  $h_{TF}(t)$  — полный импульсный отклик системы до схемы когерентного приема (передатчика и волокна),  $f_0$  — несущая частота,  $v(t)$  — белый шум, отфильтрованный согласованным фильтром.

Этот сигнал дискретизируется на частоте  $F_s = R_s = 1/T$ , однако при дискретизации присутствует некоторая временная отстройка  $\tau_s$ :  $\{y(\tau_s + kT)\}$ . Стоит отметить, что наличие отстройки эквивалентно дискретизации с частотой, отличной от  $R_s$ . Необходимо определить  $\tau_s$ , максимизирующую энергию принятого сигнала. Максимум у Годарда находится путем стохастического градиентного спуска.

Взяв преобразование Фурье от выражения (20) и выделив из него все компоненты, зависящие от  $\tau_s$ , был получен явный вид метрики для максимизации

$$\epsilon^2(\tau_s) = T \int_{f_0}^{f_0+1/T} |H_s(f, \tau_s)|^2 df, \quad (21)$$

где  $|H_s(f, \tau_s)|$  определяется формулой

$$|H_s(f, \tau_s)| = \frac{1}{T} \sum_k H_{TF} \left( f - f_0 - \frac{k}{T} \right) \exp \left( j2\pi \left( f - \frac{k}{T} \right) \tau_s \right). \quad (22)$$

В итоге Годард получил явное выражение для шага градиентного спуска, т. е. для величины, на которую надо скорректировать  $\tau_s$ :

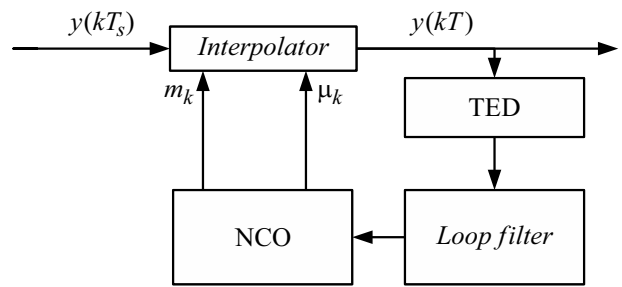
$$p_n = \text{Im} (g_1^*(nT + \tau_s) g_2(nT + \tau_s)), \quad (23)$$

где  $g_1$  — принятый сигнал, прошедший через фильтр нижних частот с центром в  $f_0 - 1/2T$ , а  $g_2$  — через фильтр с центром в  $f_0 + 1/2T$ .

А сама подстройка  $\tau_s$ :

$$\tau_s(n+1) = \tau_s(n) - \mu_1 p_n - \mu_2 \sum_{k=1}^n p_k, \quad (24)$$

где  $\mu_1, \mu_2$  — коэффициенты пропорционально-интегрального регулятора.



**Рис. 4.** Схема цифровой тактовой синхронизации Гарднера из [43,45]. NCO (number controlled oscillator) — осциллятор, который определяет положение точек для интерполяции, TED (timing error detector) — детектор ошибки тактирования.

Обычно вместо выражения (21) используют дискретный аналог (25) [42]:

$$\epsilon_{disc}^2 = \sum_{k=0}^{N/2-1} \text{Im} \left( X_{in\ k}^{ret} X_{in\ k+N/2}^{ret*} \right), \quad (25)$$

где  $X_{in}^{ret}$  — фурье-образ данных на входе блока тактовой синхронизации,  $\epsilon_{disc}$  — дискретный аналог метрики для максимизации.

### 1.3.2. Алгоритм Гарднера

Среди алгоритмов с обратной связью можно выделить алгоритм Гарднера [37,43,44]. Общая схема цифровой тактовой синхронизации для алгоритмов с обратной связью изображена на рис. 4.

В качестве детектора ошибок используется детектор Гарднера из [37]:

$$e(k) = I(k - 1/2)[I(k) - I(k - 1)] + Q(k - 1/2)[Q(k) - Q(k - 1)], \quad (26)$$

где  $I(k), Q(k)$  — это соответственно реальная и мнимая части сигнала  $y(kT)$  после интерполятора.

Фильтр обратной связи представляет собой пропорционально-интегральный регулятор, сигнал с которого идет на блок NCO (numerically controlled oscillator). NCO ответственен за преобразование ошибки в  $m_k$  — номер отчета для интерполяции,  $\mu_k$  — куда от  $m_k$  необходимо проинтерполировать.

В работе [46] приводится спектральное представление детектора ошибки Гарднера, а также его модификация для работы с импульсами, близкими к найквистовым. Реализация алгоритма Гарднера в параллельном виде рассмотрена в статье [47].

Согласно статье [42], алгоритмы оценки ошибки тактовой синхронизации не сильно отличаются по производительности, потому выбор конкретного алгоритма зависит от удобства проектирования конкретной системы.

### 1.3.3. Интерполятор

После того, как была проведена оценка символьной скорости или ошибки по времени, необходимо получить 2 точки на символ. Для этого предлагается использовать интерполяцию. Чаще всего используются интерполяторы Фарроу [48], которые хорошо подходят для реализации в СБИС (сверхбольших интегральных схемах). Для примера приведем наиболее часто использующийся кубический интерполятор:

$$\begin{aligned} c_1 &= -\frac{1}{6}\mu_k^3 + \frac{1}{6}\mu_k, \\ c_2 &= \frac{1}{2}\mu_k^3 + \frac{1}{2}\mu_k^2 - \mu_k, \\ c_3 &= -\frac{1}{2}\mu_k^3 - \mu_k^2 + \frac{1}{2}\mu_k + 1, \\ c_4 &= \frac{1}{6}\mu_k^3 + \frac{1}{2}\mu_k^2 + \frac{1}{3}\mu_k, \\ x_{out}^{ret}(kT_i) &= \sum_{n=1}^4 c_n \cdot x_{in}^{ret}(m_k + n - 3), \end{aligned} \quad (27)$$

где  $x_{in}^{ret}$  — вход блока тактовой синхронизации,  $x_{out}^{ret}$  — выход блока тактовой синхронизации.

## 1.4. Адаптивная фильтрация

Многие искажения изменяются во времени, такие как, ПМД или вращение поляризации. Для того чтобы скомпенсировать искажения подобного рода, применяют адаптивный фильтр (АФ), коэффициенты которого подстраиваются во времени. В процессе распространения сигнала по волокну поляризации сигнала смешиваются из-за случайного двулучепреломления в волокне. Описать это преобразование можно с помощью матриц Джонса [49], поэтому для того чтобы скомпенсировать это смешение, классическая структура АФ также строится в виде матрицы размера  $2 \times 2$ .

### 1.4.1. Структура фильтра

Рассмотрим АФ во временной области  $2 \times 2$  с двумя комплексными входами и двумя комплексными выходами [32]. Его структура изображена на рис. 5, а.

Математически воздействие фильтра  $2 \times 2$  выражается следующими формулами (28):

$$\begin{aligned} x_{out}[k] &= \mathbf{h}_{xx}^T \times \mathbf{x}_{in}[k] + \mathbf{h}_{yx}^T \times \mathbf{y}_{in}[k], \\ y_{out}[k] &= \mathbf{h}_{xy}^T \times \mathbf{x}_{in}[k] + \mathbf{h}_{yy}^T \times \mathbf{y}_{in}[k], \end{aligned} \quad (28)$$

где  $\mathbf{h}_{xx}$ ,  $\mathbf{h}_{yx}$ ,  $\mathbf{h}_{xy}$ ,  $\mathbf{h}_{yy}$  — вектор-столбцы коэффициентов АФ,  $\mathbf{x}_{in}[k]$ ,  $\mathbf{y}_{in}[k]$  —  $k$ -е комплексные входные вектора в фильтр, каждый из которых составлен из двух квадратур,  $x_{out}[k]$ ,  $y_{out}[k]$  —  $k$ -е выходы фильтра. Выражения для прочих ММО структур получаются по аналогии.

Структуру классического АФ  $2 \times 2$  можно изменить, приняв во внимание тот факт, что каждая из поляризаций сигнала представляет собой две независимые квадратуры. В статье [50] утверждается, что структура АФ  $4 \times 2$ , изображенная на рис. 5, с в отличие от прочих, приведенных на рис. 5, устойчива к межквadrатурным задержкам, возникающим на приемной части. Причина его устойчивости состоит в том, что оператор дисперсии в данном случае не смешивает сигналы, поступающие на вход АФ. Например, классическая структура  $2 \times 2$  для формата модуляции DP-16QAM дает штраф около 2 dB по SNR (signal-to-noise ratio) при задержках в 13% от символа, а  $4 \times 2$  показывает работу без штрафа [50]. Причем схема по типу  $4 \times 4$  (рис. 5, b) также имеет штраф, вызванный межквadrатурными задержками, из-за того что перед работой АФ квадратуры сигнала смешиваются для компенсации ХД. Межквadrатурные задержки могут варьироваться от устройства к устройству и во времени, поэтому важно компенсировать их автоматически.

### 1.4.2. Целевая функция

Коэффициенты АФ рассчитываются исходя из минимизации некоторой целевой функции. Существует множество видов целевых функций, среди них можно выделить те, которые учитывают только модуль сигнала и те, которые учитывают модуль и фазу.

Существуют два разных подхода к расчету значений целевой функции: 1) слепой — без опоры на известные данные, 2) неслепой — по заранее известной служебной последовательности.

Наиболее эффективным слепым алгоритмом является алгоритм постоянного модуля (СМА — constant modulus algorithm) [51]. Ошибку для поляризации  $p$  ( $p$  — принимает значения из множества  $\{x, y\}$ ) можно выразить с помощью формулы:

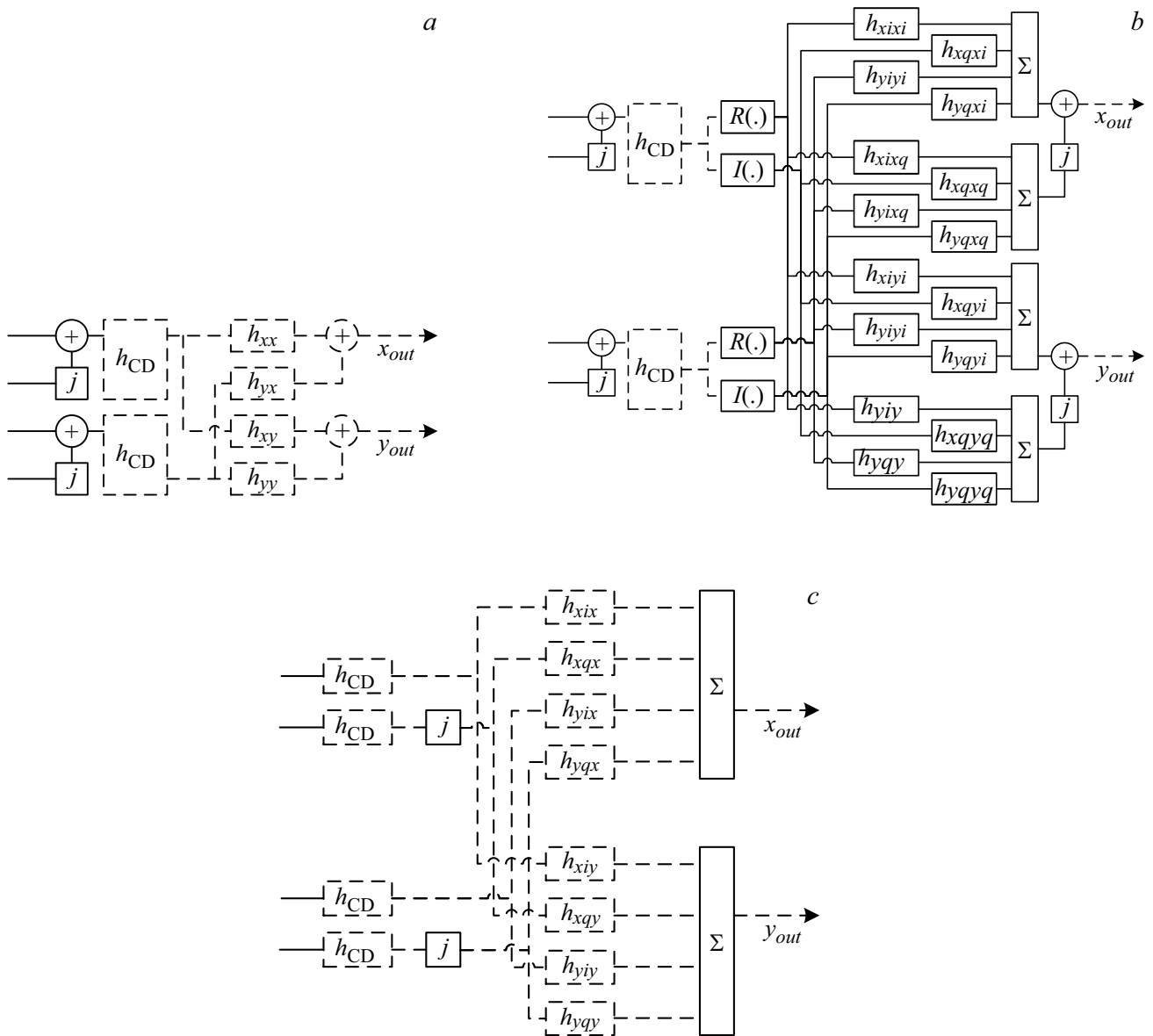
$$\varepsilon_p^{CMA} = (1 - |E_p^{out}|^2), \quad (29)$$

где  $E_p^{out}$  — выход адаптивного фильтра для поляризации  $p$ . Квадрат ошибки СМА  $(\varepsilon_p^{CMA})^2$  является целевой функцией.

Когда же в данных присутствует известная подпоследовательность, чаще всего применяют метод наименьших квадратов (LS — least square) или минимум среднеквадратичной ошибки (MMSE — minimum mean square error), такие решения в частотной области приведены, например, в [52]. Пусть принятый сигнал  $R_x$  и  $R_y$  на частоте  $f_i$  представим формулой из выражения (30).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} R_x(f_i) \\ R_y(f_i) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} H_{xx}(f_i) & H_{xy}(f_i) \\ H_{yx}(f_i) & H_{yy}(f_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x(f_i) \\ T_y(f_i) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} N_{O_x}(f_i) \\ N_{O_y}(f_i) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (30)$$





**Рис. 5.** Схемы МИМО (multiple input multiple output) из [50] комплексная 2×2 (а), реальная 4×4 (б), комплексная 4×2 (с). Сплошной — реальные числа, прерывистой — комплексные,  $h_{CD}$  — оператор компенсации накопленной хроматической дисперсии.

где  $H_{xx}, H_{xy}, H_{yx}, H_{yy}$  — соответствующие компоненты канала,  $T_x, T_y$  — спектры отправленных сигналов,  $No_x, No_y$  — спектры шума.

Можно разделить  $T_x$  и  $T_y$  на две компоненты:

$$T_x[f_i] = S_x[f_i] + M_x[f_i],$$

$$T_y[f_i] = S_y[f_i] + M_y[f_i], \quad (31)$$

где  $S_x[f_i]$  и  $S_y[f_i]$  — это ДПФ сигнала, взятого в окне, которое содержит только пилотную подпоследовательность, а символы в нагрузке равны нулю;  $M_x[f_i]$  и  $M_y[f_i]$  — это ДПФ сигнала, взятого в окне, которое содержит только символы в нагрузке, а пилотная подпоследовательность равна нулю. Тогда справедливо

выражение:

$$\begin{bmatrix} R_x[f_1] & R_y[f_1] \\ R_x[f_2] & R_y[f_2] \\ \vdots & \vdots \\ R_x[f_{N_c}] & R_y[f_{N_c}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x[f_1] & S_y[f_1] \\ S_x[f_2] & S_y[f_2] \\ \vdots & \vdots \\ S_x[f_{N_c}] & S_y[f_{N_c}] \end{bmatrix} \mathbf{H}^T + \begin{bmatrix} M_x[f_1] & M_y[f_1] \\ M_x[f_2] & M_y[f_2] \\ \vdots & \vdots \\ M_x[f_{N_c}] & M_y[f_{N_c}] \end{bmatrix} \mathbf{H}^T + \begin{bmatrix} No_x[f_1] & No_y[f_1] \\ No_x[f_2] & No_y[f_2] \\ \vdots & \vdots \\ No_x[f_{N_c}] & No_y[f_{N_c}] \end{bmatrix}, \quad (32)$$

или в более компактной форме

$$\mathbf{R} = \mathbf{S}\mathbf{H}^T + \mathbf{M}\mathbf{H}^T + \mathbf{N}_o. \quad (33)$$

Тогда решение LS выражается формулой

$$\hat{\mathbf{H}}_{LS}^T = \arg \min_{\mathbf{H}} \text{tr} \left\{ \left( \mathbf{R} - \mathbf{S}\hat{\mathbf{H}}^T \right) \left( \mathbf{R} - \mathbf{S}\hat{\mathbf{H}}^T \right)^* \right\} = \mathbf{S}^\dagger \mathbf{R}, \quad (34)$$

где  $\hat{\mathbf{H}}$  — оценка канала,  $*$  — эрмитово сопряжение,  $\mathbf{S}^\dagger = (\mathbf{S}^* \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^*$  — псевдообратная матрица  $\mathbf{S}$ .

Кроме этого, в статье [52] приводится и решение MMSE. Однако хоть метод MMSE и дает более оптимальную оценку, его реализация требует существенно больше вычислительных ресурсов.

### 1.4.3. Метод минимизации

Коэффициенты АФ обновляются с помощью стохастического градиентного спуска [32]. Рассмотрим пример фильтра со структурой  $2 \times 2$  во временной области и частотной.

Во временной области коэффициенты фильтра с метрикой СМА обновляются по следующему правилу [32]:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{xx} &= \mathbf{h}_{xx} + \mu \cdot \varepsilon_x \cdot x_{out}[k] \cdot \mathbf{x}_{in}^*[k], \\ \mathbf{h}_{xy} &= \mathbf{h}_{xy} + \mu \cdot \varepsilon_y \cdot y_{out}[k] \cdot \mathbf{x}_{in}^*[k], \\ \mathbf{h}_{yx} &= \mathbf{h}_{yx} + \mu \cdot \varepsilon_x \cdot x_{out}[k] \cdot \mathbf{y}_{in}^*[k], \\ \mathbf{h}_{yy} &= \mathbf{h}_{yy} + \mu \cdot \varepsilon_y \cdot y_{out}[k] \cdot \mathbf{y}_{in}^*[k], \end{aligned} \quad (35)$$

где  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  — ошибки сигнальных метрик СМА,  $\mu$  — скорость сходимости.

В частотной области коэффициенты фильтра с метрикой СМА обновляются в несколько этапов, поскольку расчет целевой функции происходит во временной области, а обновление коэффициентов в частотной. Концепция АФ в частотном представлении изложена в статье [53], в ней авторы предложили способ работы с сигналом, имеющим два отсчета на символ. Позднее в тезисах конференции [54] теми же авторами была предложена модификация, которая позволила не делить на четные и нечетные отсчеты и работать с рациональным числом отсчетов на символ. Более поздняя реализация АФ позволяет уменьшить требуемое число адаптивных фильтров в два раза по сравнению с версией из [53]. Из-за ряда вышеперечисленных преимуществ будем рассматривать только более поздний вариант.

Схема АФ изображена на рис. 6. На вход подается временная последовательность  $u_{x,y}(n)$  для  $X$  и  $Y$  поляризации соответственно. Отсчеты взяты чаще чем символы в рациональное число раз,  $n$  — индекс отсчетов. Далее без ограничения общности будет рассмотрен пример с двумя точками на символ. Для эффективного вычисления свертки будет использоваться метод сохранения–перекрывания (overlap-saved method) с фактором перекрытия 50% (в статье [53] утверждается, что это наиболее оптимальное значение). Таким образом, рассматриваемый вектор в частотном пространстве бу-

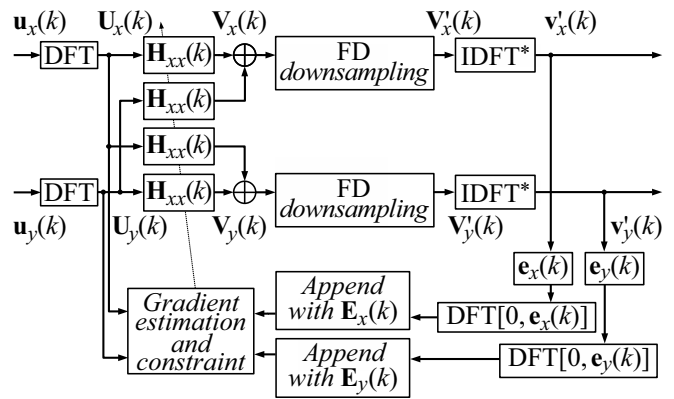


Рис. 6. Схема АФ из [54]. IDFT\* означает, что из всего вектора после обратного дискретного преобразования берется только последние  $N_{FD}/2$  отсчетов.

дет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{x,y}(k) &= F [u_{x,y}(kN_{FD} - N_{FD}), \dots, u_{x,y}(kN_{FD} + N_{FD} - 1)]^T, \end{aligned} \quad (36)$$

где  $k$  — индекс блока,  $\mathbf{U}_{x,y}(k)$  — ДПФ  $k$ -го входного вектора  $\mathbf{u}_{x,y}(k)$ ,  $N_{FD}$  — половина длины входного вектора.

Уравнение АФ выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_x(k) &= \mathbf{H}_{xx}(k) \cdot \mathbf{U}_x(k) + \mathbf{H}_{xy}(k) \cdot \mathbf{U}_y(k), \\ \mathbf{V}_y(k) &= \mathbf{H}_{yx}(k) \cdot \mathbf{U}_x(k) + \mathbf{H}_{yy}(k) \cdot \mathbf{U}_y(k), \end{aligned} \quad (37)$$

где  $\mathbf{H}_{xx}(k), \mathbf{H}_{xy}(k), \mathbf{H}_{yx}(k), \mathbf{H}_{yy}(k)$  —  $k$ -е значения соответствующих векторов АФ.

Далее происходит понижение дискретизации в частотной области:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}'_{x,y}(k) &= (\mathbf{V}_{x,y}(k) + \mathbf{V}_{x,y}(k + N_{FD}))/2, \\ \mathbf{v}'_{x,y}(k) &= \text{последние } N_{FD}/2 \text{ отсчетов} / F^{-1}[\mathbf{V}'_{x,y}(k)], \end{aligned} \quad (38)$$

$\mathbf{v}'_{x,y}(k)$  — выходной вектор во времени с одним отсчетом на символ. Стоит отметить, что в статье [54], судя по всему, ошибка, там при усреднении  $\mathbf{V}'_{x,y}(k)$  нет деления на 2, а оно необходимо.

Затем вычисляется вектор ошибки  $\mathbf{e}_x(k)$  для поляризации  $x$  и  $y$  размера  $N_{FD}/2$ :

$$\mathbf{e}_{x,y}(k) = \left[ \mathbf{I}_{N_{FD}/2} - \mathbf{v}_{x,y}(k) \cdot \overline{\mathbf{v}_{x,y}(k)} \right] \cdot \mathbf{v}_{x,y}(k), \quad (39)$$

где  $\mathbf{I}_{N_{FD}/2}$  — вектор единиц размерности  $N_{FD}/2$ .

Ошибка в частотной области  $\mathbf{E}_{x,y}(k)$  вычисляется по формуле

$$\mathbf{E}_{x,y}(k) = \text{DFT} [\mathbf{O}_{N_{FD}/2}; \mathbf{e}_{x,y}(k)], \quad (40)$$

где  $\mathbf{O}_{N_{FD}/2}$  — вектор из нулей размерности  $N_{FD}/2$ .

Затем для того чтобы использовать ошибку на длине АФ, у вектора повышается размерность путем повтора

$$\mathbf{E}'_{x,y}(k) = [\mathbf{E}_{x,y}(k); \mathbf{E}_{x,y}(k)]. \quad (41)$$

Далее вычисляется средний градиент

$$\nabla_{pq}(k) = \text{первые } N_{FD} \text{ отсчетов } F^{-1} [\mathbf{E}'_p \cdot \text{conj} \{ \mathbf{U}_q(k) \}], \quad (42)$$

где  $pq \in \{xx, xy, yx, yy\}$ .

И наконец, обновляются коэффициенты АФ

$$\mathbf{H}_{pq}(k+1) = \mathbf{H}_{pq}(k) + \mu_{FD} \text{DFT} [\nabla_{pq}(k); \mathbf{O}_{N_{FD}}], \quad (43)$$

где  $\mu_{FD}$  — коэффициент сходимости стохастического градиентного спуска.

Коэффициенты АФ необходимо инициализировать для любой целевой функции, однако для СМА, у которого есть проблема сингулярности [55], поиск оптимальных начальных коэффициентов становится отдельной задачей [56].

## 1.5. Отклонение несущей частоты

Когерентный прием требует смещения сигнала из линии с опорным лазером на частоте, равной несущей частоте сигнала. Этот метод называется гомодинным приемом и требует больших усилий по синхронизации частот и фаз лазеров на передатчике и приемнике. На практике используют интрадинный прием, когда частотная отстройка между лазерами не равна нулю в точности, а может изменяться в пределах нескольких ГГц. Платой за интрадинный прием сигнала является добавление к списку искажений отклонения частоты лазера на приемнике от частоты лазера на передатчике. Это отклонение приводит к тому, что к сигналу добавляется фазовое искажение, быстро меняющееся во времени.

### 1.5.1. Методы оценки отклонения несущей частоты

Пусть к моменту оценки частоты остались только искажения, вызванные лазерами, тогда сигнал на входе в блок имеет вид

$$y'[k] = a_k \exp(i(\varphi[k] + 2\pi\Delta f kT)), \quad (44)$$

$\varphi[k]$  — фазовые искажения лазера,  $\Delta f$  — отстройка частоты.

Оценку можно провести во временной области, используя четвертую степень произведения двух последовательных отчетов [57]. Можно показать, что для QPSK:

$$(y'[k]y'[k-1])^4 \propto \exp(4i\Delta\varphi[k]). \quad (45)$$

В отсутствие аддитивного шума  $4\Delta\varphi$  имеет круговое гауссово распределение, обусловленное фазовым шумом

лазера со средним значением  $8\pi\Delta f T$ , такое, что функция плотности вероятности (ФПВ) имеет вид [57]:

$$f(4\Delta) = \frac{\exp(\kappa \cos(4\Delta\varphi - 8\pi\Delta f T))}{2\pi I_0(\kappa)}, \quad (46)$$

где  $\kappa$  связано с шириной линии лазера. Используя полученную ФПВ, мы можем оценить интересующий нас параметр методом максимального правдоподобия [58], который дает оценку  $\Delta f$  следующим образом:

$$\Delta f = \frac{1}{8\pi T} \arg \left\{ \sum_{k=1}^N (y'[k]y'^*[k-1])^4 \right\}. \quad (47)$$

Главным преимуществом метода является его реализуемость во временной области. Однако он обладает высокой вычислительной сложностью из-за четвертой степени от произведения. Это является еще большей проблемой в целочисленной реализации. Основным недостатком метода являются условия его применимости, а именно то, что он должен находиться после тактовой синхронизации и адаптивной фильтрации. На практике оценка смещения может быть расположена и до этих блоков, однако это требует использования очень большого усреднения, намного большего чем метод, который будет рассмотрен следующим.

Проблемы большого усреднения в плане вычислительной сложности можно уменьшить путем изменения порядка операций и вынесения усреднения за функцию аргумента [57]:

$$\Delta f[k] = (1 - \mu)\Delta f[k-1] + \mu \frac{\arg \left\{ (y'[k]y'^*[k-1])^4 \right\}}{8\pi T}. \quad (48)$$

Еще одним популярным методом является оценка отклонения частоты в частотной области. Она осуществляется путем поиска пика в спектре четвертой степени сигнала [59]:

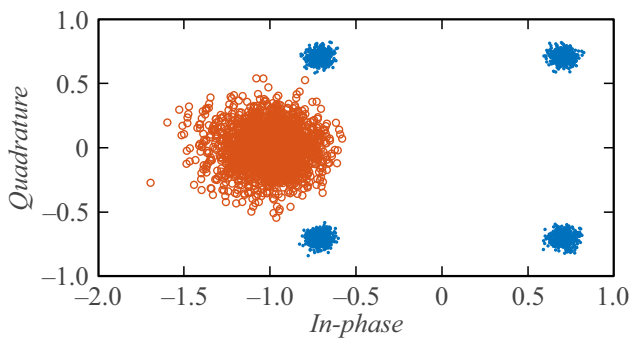
$$\Delta f[n] = \frac{1}{4} \arg \left( \max_{f \in [-1/2, 1/2]} \sum_{p \in x, y} \mathbf{f}_p(f) \right), \quad (49)$$

$$\mathbf{f}_p(f) = F [y_p^4[n]],$$

где  $y_p[n]$  —  $n$ -й вектор входного сигнала.

Особенностью формата QPSK является то, что у четвертой степени сигнала пропадает компонента фазы, ответственная за информацию. На рис. 7 видно, что все четыре состояния QPSK (синие точки) стягиваются в одно (оранжевые кружочки), которое со временем движется по окружности из-за отстройки частоты.

Как уже было сказано, данный метод может работать до тактовой синхронизации и адаптивной фильтрации, причем это не требует увеличения длины обрабатываемого блока. Так как в методе все еще используется четвертая степень, то он также является затратным по



**Рис. 7.** Оценка отклонения несущей частоты по четвертой степени сигнала. Синим обозначен QPSK-сигнал, а оранжевым его четвертая степень.

ресурсам, и кроме этого, требует перехода из временного в частотный домен.

Как и большинство искажений, отстройку частоты можно оценить по известной последовательности [60,61]. Однако такой метод требует как дополнительной избыточности, так и специального положения известных символов. Причем изменение частоты лазера во времени является довольно быстрым процессом, порядка 500 GHz/s для современных  $\mu$ ITLA [62] (micro integrated tunable laser assembly), что также накладывает ограничения на структуру пилотных последовательностей.

### 1.5.2. Компенсация отклонения несущей частоты

После того как отклонение частоты оценено, необходимо его компенсировать. Рассчитав отклонение частоты  $\Delta f[n]$ , можно рассчитать фазу для всего блока как  $\phi_{\Delta f}[n] = \Delta f[n]k[n]$ , где  $k[n]$  — вектор времени  $n$ -го блока. Причем необходимо запоминать последнее значение фазы из предыдущего блока  $\phi_{\Delta f}^{last}[n-1]$ . Затем по этой фазе рассчитывается комплексная экспонента, которая умножается на сигнал:

$$y_p^{rest}[n] = y_p[n] \cdot \exp(-i2\pi(\phi_{\Delta f}[n] + \phi_{\Delta f}^{last}[n-1])). \quad (50)$$

Недостатком данного подхода является необходимость расчета комплексной экспоненты для каждого блока, а также тот факт, что сигнал должен быть во временном домене. Однако он позволяет точно скомпенсировать отстройку частоты.

Более простым с точки зрения реализации является метод компенсации, основанный на циклическом сдвиге спектра сигнала [52]. Проблема данного метода заключается в том, что сдвиг можно сделать только для целого числа отсчетов, поэтому оценку приходится делить на целую и дробную части:  $\Delta f^{int} = \text{round}(\Delta f)$ ,  $\Delta f^{frac} = \Delta f - \Delta f^{int}$ . Для компенсации дробной части необходимо повысить дискретизацию путем интерполяции, чтобы можно было сделать циклический сдвиг на

$\Delta f^{frac}$  отсчетов. Данный подход является очень затратным по вычислительной сложности. Поэтому сдвигом можно пользоваться в том случае, если точности целой части оценки является достаточно, а остаточную часть компенсирует какой-либо из последующих блоков.

### 1.6. Кадровая синхронизация

Данные отправляются в линию структурировано, при приеме необходимо находить эту структуру. Чаще всего данные разбиты на кадры одинаковой длины и в начало каждого кадра вставляется служебная последовательность.

Основным методом для детектирования таких последовательностей является корреляционный анализ, при котором ищется корреляция между принятыми данными и заранее известной отправляемой последовательностью. Максимум корреляции указывает на начало кадра. Поэтому последовательность должна обладать высокими автокорреляционными свойствами, кроме того она не должна нарушать шумоподобность отправленного сигнала. В добавок последовательности для разных поляризаций должны быть ортогональными друг другу. Вышеперечисленными свойствами обладают последовательности CAZAC [63]. Пример работы системы с такими тренировочными последовательностями рассмотрен в [64]. Существуют и другие виды последовательностей, подходящие для детектирования начала кадра, например, последовательности Баркера [65] или последовательности Голея [30].

Также в литературе рассмотрен способ определения начала кадра по метрике Шмидла [66,67]. Однако он уступает корреляционному тем, что у искомого пика есть ширина и в присутствии шумов это может привести к ошибкам детектирования. К преимуществам данного метода можно, отнести то, что отношение мощности детектируемого пика к уровню шумов выше.

Если увеличивать длину последовательности до величин порядка 1000 можно добиться хороших корреляционных пиков даже при SNR = 3 dB [68]. На практике длина корреляционной последовательности составляет, к примеру, 22 символа [12].

### 1.7. Восстановление фазы несущей

В когерентной связи на приемнике и передатчике используются независимые лазеры. Конечная ширина линии излучения лазера соответствует некоторому шуму фазы несущей. На данный момент в индустрии широко используются лазеры с шириной линии порядка 100 kHz. Для того чтобы скомпенсировать искажения, вызванные отклонением фазы несущей и все подобные, также применяют следующие типы алгоритмов:

- слепые [69–71];
- неслепые, с опорой на пилотные символы;

- отдельным блоком [72–74];
- в составе адаптивного фильтра [52].

Одним из первых алгоритмов восстановления фазы несущей можно считать алгоритм Витерби [69]. В его основе лежит то, что при возведении в соответствующую степень информационная составляющая сигнала пропадает и остается только часть, ответственная за искажение. Таким образом, наблюдая за поведением соответствующей степени сигнала, можно отслеживать искажение и компенсировать его. Рассмотрим этот алгоритм более детально на примере QPSK модуляции. В случае, когда остались только фазовые искажения несущей, сигнал  $y(k)$  представим в виде

$$\hat{y}[k] = a_k \exp(i\varphi[k]), \quad (51)$$

$\varphi(k)$  — фазовое искажение несущей. Возведем сигнал в четвертую степень

$$(\hat{y}[k])^4 = a_k^4 \exp(4i\varphi[k]) = \exp(i\pi) * \exp(4i\varphi[k]). \quad (52)$$

Таким образом, усреднив шумы в окне длиной  $2N + 1$ , можно найти искомую фазу по следующей формуле:

$$\varphi[k] = \frac{1}{4} \arg \left\{ \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N y[k+n]^4 \right\}. \quad (53)$$

Рассмотрим также слепой алгоритм без обратной связи [71], который не требует возведения в четвертую степень. Точное возведение в степень очень требовательно к разрядности итогового числа, поэтому данный алгоритм оказывается менее требовательным для целостной реализации.

Определим вспомогательную функцию, принимающую на вход  $k$ -й искаженный символ  $y[k]$  и число  $\varphi(b) = \frac{b}{B} \frac{\pi}{2}$ ,  $b \in \{\lfloor \frac{-B}{2} \rfloor, \dots, \lfloor \frac{B}{2} \rfloor\}$ , где  $B$  — заранее заданная константа, определяющая точность поиска значения шума

$$f(y[k], \varphi(b)) := |y[k]e^{i\varphi(b)} - [y[k]e^{i\varphi(b)}]_D|^2, \quad (54)$$

$[A]_D$  обозначает ближайший символ на комплексной плоскости к точке  $A \in \mathbb{C}$ .

Алгоритм принимает на вход  $k$ -й зашумленный символ,  $N$  предшествующих искаженных символов и  $N$  последующих искаженных символов, после чего минимизирует функцию

$$s_k(b) = \sum_{n=-N}^N f(y[k-n], \varphi(b)). \quad (55)$$

Пусть функция (55) достигает минимума при  $b = b_0$ , тогда результатом работы алгоритма будет отсчет  $a'_k$ :

$$a'_k = \hat{y}_k e^{-i\varphi(b_0)}. \quad (56)$$

Недостатками всех слепых алгоритмов являются неопределенность фазы вида  $n\pi/2$  (где  $n$  — целое) и

требовательность к вычислительным ресурсам. Данные проблемы позволяют решить компенсация фазовых искажений с помощью анализа фазы по известной заранее подпоследовательности [72–75]. В литературе ее называют пилотной подпоследовательностью, символы которой следуют один раз в несколько десятков символов (например, в рекомендации [12] — период следования пилотов равен 32 символам). Одним из простейших и в то же время эффективных алгоритмов нахождения фазового искажения  $\varphi(k)$  на основе пилотной подпоследовательности является сравнение фаз последовательных принятых пилотов с их отправленной версией:

$$\varphi[k] = \arg\{\hat{y}[k] \cdot ((a_k^{pilot})^*)\}, \quad (57)$$

где  $a_k^{pilot}$  — переданный пилотный символ. В промежуточные, между двумя последовательными пилотами, символы производится интерполяция оцененной фазы.

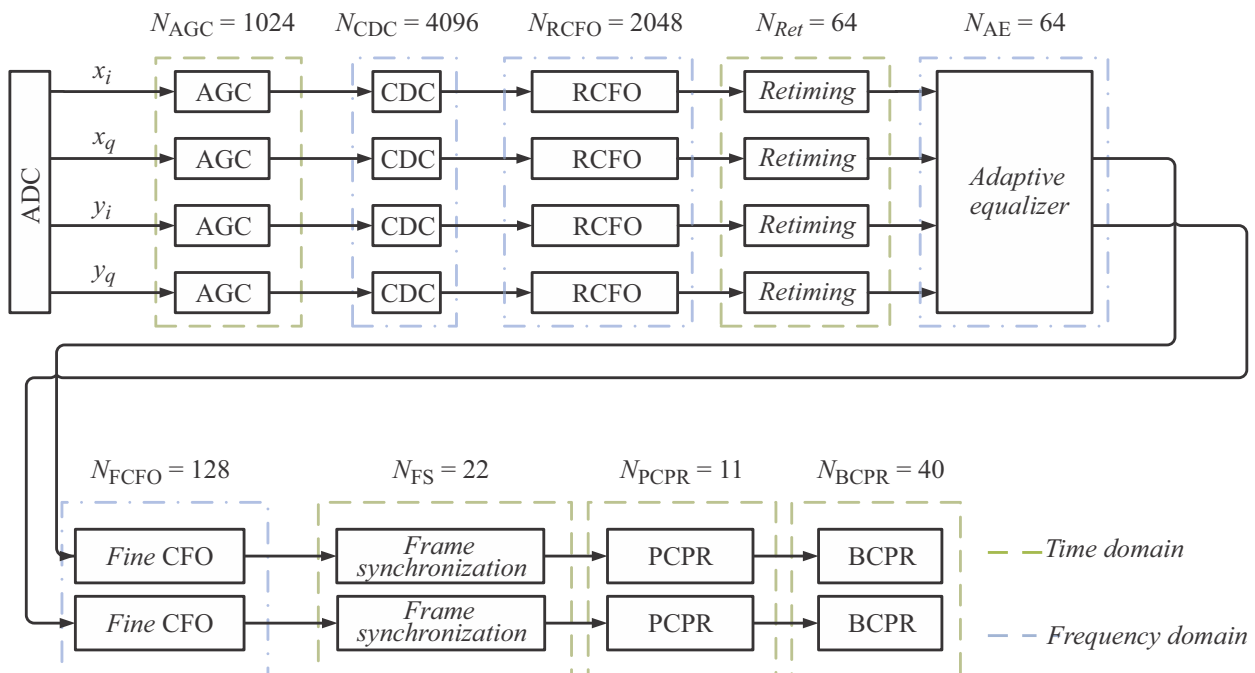
В наиболее поздних работах, где обсуждается работа форматов, более чувствительных к фазовым искажениям (16QAM, 64QAM и т.д.), предлагается использовать двухстадийные схемы компенсации, где одна стадия слепая, а другая по пилотам [72–74,76].

Отметим, что данный блок призван бороться с фазовыми искажениями, независимо от источника их возникновения, будь то ширина полосы излучения лазера или нелинейные искажения в оптическом волокне. Однако этот блок не должен и не может полностью компенсировать все фазовые искажения.

## 1.8. Полный тракт ЦОС

Большинство работ по цифровой обработке сигнала посвящено отдельным блокам, компенсирующим конкретное искажение. Работоспособность этих алгоритмов выводится из идеализированного сигнала, в котором зачастую на входе в блок представлено только то искажение, за которое ответственен сам блок. Качество компенсации искажений в основном проверяется только с помощью численного моделирования. Работ, посвященных рассмотрению работы ЦОС, в целом, крайне мало.

Схемы ЦОС представлены в работах [52,57,77]. В работах [57,77] предложена возможная конфигурация схемы с обзором алгоритмов, которые могут быть использованы в качестве наполнения этих схем. Конкретная реализация работоспособной схемы в этих работах не представлена. Применение представленных схем на практике столкнется с необходимостью поиска устойчивых алгоритмов для конкретной реализации схемы. Однако куда более логично искать подходящие под требования алгоритмы и на их основе конфигурировать полный тракт ЦОС. Также нам представляется необходимым адаптация представленных схем под использование с реальными сигналами. Работа [52] — одна из немногих работ, в которой предьявлена и проанализирована реализация адаптивного фильтра в связке с необходимыми ему блоками.



**Рис. 8.** Схема работы блока цифровой обработки сигнала. ADC (Analog-to-Digital Converter) — аналого цифровой преобразователь, AGG (Automatic Gain Control) — автоматическая регулировка усиления, CDC (Chromatic Dispersion Compensator) — компенсация хроматической дисперсии, RCFO (Rough Carrier Frequency Offset) — грубая отстройка частоты несущей, PCPR (Pilot Carrier Phase Recovery) — компенсация фазы несущей по пилотам, BCPR (Blind Carrier Phase Recovery) — слепая компенсация фазы несущей.

Задача оптимизации блока ЦОС, включающая выбор и оптимизацию алгоритмов отдельных функциональных блоков, последовательность их выполнения и оптимизацию их совместной работы является нетривиальной и не имеет единственного решения. В разд. 2 представлена оригинальная схема цифровой обработки сигнала с описанием подобранных в ней алгоритмов и их параметров.

## 2. Реализация

Стоит еще раз отметить, что стоят задачи не только выбрать и реализовать набор алгоритмов, но и согласовать эти блоки в одну схему ЦОС. Как можно видеть, большинство представленных алгоритмов снижают то искажение, которое они должны компенсировать, и вопрос их устойчивости к другим, еще не компенсированным искажениям, обычно не поднимается. В рамках настоящей работы была предложена и исследована схема, изображенная на рис. 8, которая была разработана с учетом совместной устойчивой работы алгоритмов с экспериментальными данными. Формат модуляции — DP-QPSK.

В качестве АРУ был выбран и реализован алгоритм ОМНС, с эффективной длиной усреднения  $N_{AGC} = 1024$  отсчета.

Хроматическая дисперсия компенсировалась в частотной области с перекрытием 50%. Длина блока компенсации ХД была выбрана равной  $N_{CDC} = 4096$  отсчетов для того, чтобы скомпенсировать дисперсию в линии

длиной 4000 km. В случае меньшей дальности длина фильтра может быть уменьшена.

Следующим этапом необходимо было грубо оценить и скомпенсировать отстройку несущей частоты, поскольку блок тактовой синхронизации работает хуже в условиях большой отстройки несущей. Оценка отстройки производилась поиском пика в спектре четвертой степени сигнала [59], длина фильтра  $N_{RCFO} = 2048$  отсчетов. Кроме этого, для надежной и стабильной работы при условии присутствия больших шумов, на спектры применялся аккумулятор (с коэффициентом), а также предварительное грубое вращение поляризации с перебором с шагом 10 degr.

Восстановление тактирования и кубическая интерполяция Фарроу до 2 отсчетов на символ происходила по алгоритму Гарднера в параллельном виде [47] с глубиной параллелизма  $N_{Ret} = 64$ . Алгоритм Гарднера был выбран поскольку он хорошо исследован во временной области и в параллельном виде в работе [47].

В качестве адаптивного фильтра была выбрана схема  $4 \times 2$  в частотной области с метрикой СМА для подстройки. Метрика минимизировалась стохастическим градиентным спуском с коэффициентом спуска  $2^{-12}$ . Длина фильтра была выбрана равной  $N_{AE} = 64$  отсчета. Стоит отметить, что внутри адаптивного фильтра происходило понижение дискретизации до одного отсчета на символ, а также использовано перекрытие 50%, т.е. выход фильтра содержал 16 отсчетов в каждой поляризации.

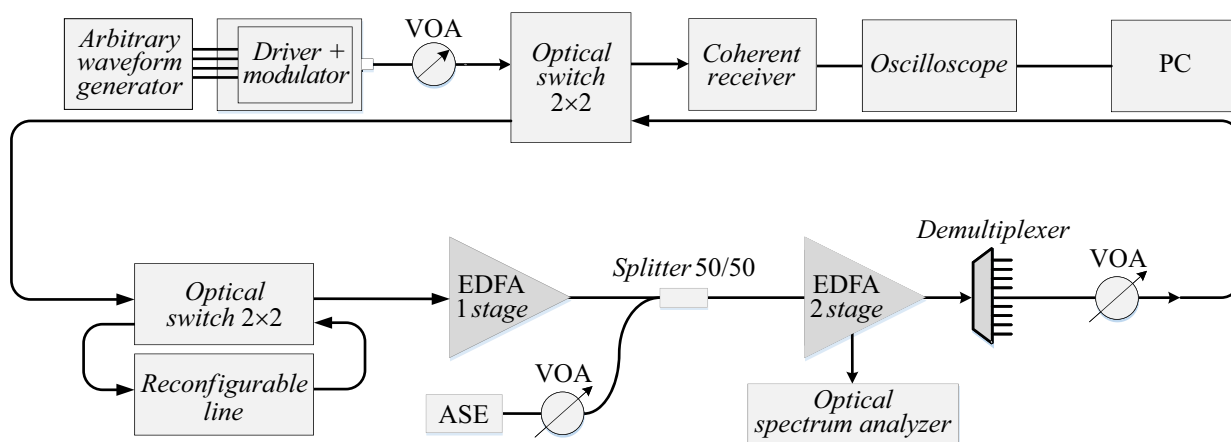


Рис. 9. Схема экспериментальной установки для проверки работоспособности алгоритмов ЦОС.

Далее происходило точное восстановление частоты несущей также как и грубое восстановление по алгоритму [59]. Длина блока  $N_{\text{FCFO}} = 128$ , при размере блока по времени 4096 использовался каждый 32-ой отсчет.

Для кадровой синхронизации использовалась корреляция длиной  $N_{\text{FS}} = 22$  символа со служебной последовательностью FAW (frame alignment word) из [12].

Оценка фазы несущей происходила двухстадийным образом: сначала по пилотным символам из [12] с помощью формулы (57) с усреднением по  $N_{\text{PCPR}} = 11$  оценкам, а затем по алгоритму с перебором возможных значений фазы в количестве  $N_{\text{BCPR}} = 40$  штук [71].

Стоит отметить, что все алгоритмы могут быть реализованы в арифметике чисел с фиксированной точкой и в параллельном виде, а значит и в сверхбольших интегральных схемах (СБИС). Все когерентные системы связи на данный момент используют именно СБИС в части обработки сигнала с обеспечения максимальной пропускной способности.

### 3. Результаты работы

Работа предложенной схемы (рис. 8) проверена на экспериментальной установке, устройством которой представлено на рис. 9. Сигнал задается посредством генератора, затем передатчиком, состоящим из драйвера и DP-QPSK модулятора, производится преобразование сигнала из электрического домена в оптический, демодулируется же сигнал когерентным приемником, и через осциллограф с разрядностью АЦП 10 bit данные в виде чисел передаются на персональный компьютер (ПК), где и обрабатываются ЦОС, предложенной в настоящей работе.

Экспериментальная установка состоит из нескольких блоков: реконфигурируемой линии, позволяющей, менять длину от 0 до 4000 km, блока ПМД на основе волокна, сохраняющего состояние поляризации, задающий поляризационно-модовую дисперсию величиной 70 ps.

Установка также позволяет задавать отстройку частоты между лазером на передатчике и приемнике, поскольку используются перестраиваемые лазеры по стандарту ITLA [62]. Также предварительно была измерена ширина линии излучения используемых лазеров, она оказалась равной 150 kHz на передатчике и 150 kHz на приемнике.

Было проведено несколько серий экспериментов с длиной линии 0, 2800, 4000 km, а также 2800 и 4000 km с прохождением сигналом блоков ПМД. Основные конфигурации экспериментальной схемы приведены ниже:

- предельно короткая линия (0 km);
- линия длиной 2800 km:
  - без дополнений;
  - дополнительное ПМД 75 ps и отстройка локального осциллятора 5 GHz;
- линия длиной 4000 km:
  - без дополнений;
  - дополнительное ПМД 75 ps и отстройка локального осциллятора 5 GHz.

Для оценки качества работы ЦОС используется зависимость десятичного логарифма доли битовых ошибок BER (bit error ratio) от оптического отношения сигнал шум OSNR (optical signal to noise ratio), мощность шума пересчитывается в полосу 0.1 nm. Сравнивается зависимость BER(OSNR) для предложенного в настоящей работе решения, лучшего коммерчески доступного транспондера Asacia AC1200 и теоретического предела, который подразумевает полную компенсацию всех искажений, кроме аддитивного белого гауссова шума (электрические шумы приемо-передатчика не учитываются). Теоретический предел рассчитывался следующим образом: из OSNR сигнала можно получить SNR [78,79], из которого уже можно получить BER [80]. Итоговые



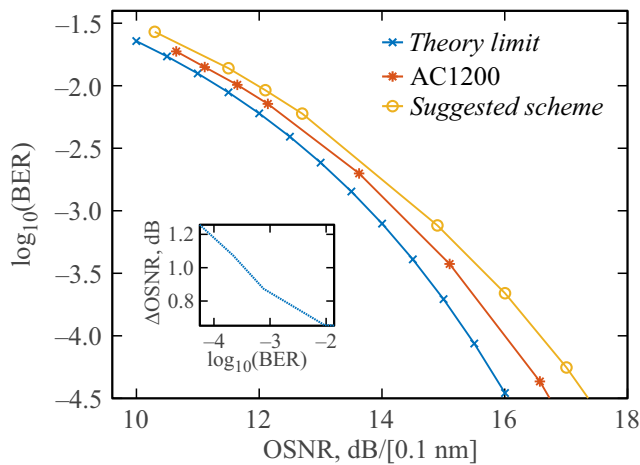


Рис. 10. Результаты работы предложенных алгоритмов в линии длиной 0 km.

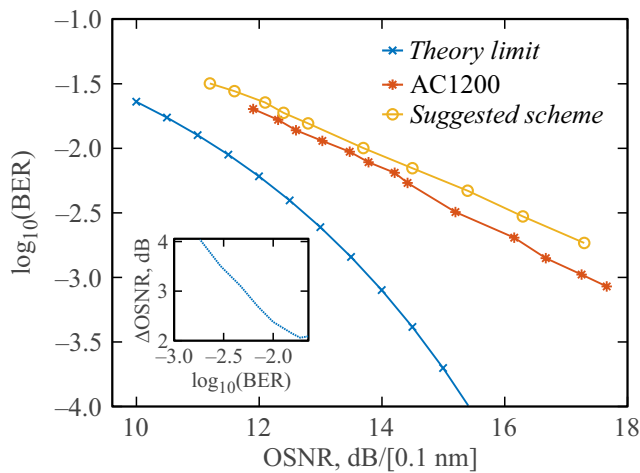


Рис. 11. Результаты работы предложенных алгоритмов в линии длиной 2800 km.

формулы пересчета OSNR в BER, определяющая теоретический предел работы ЦОС для QPSK сигнала, имеют вид

$$BER = 2Q\left(\sqrt{SNR}\right) \left(1 - \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{SNR}\right)\right),$$

$$Q(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(x/\sqrt{2}\right),$$

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-t^2/2) dt,$$

$$SNR = OSNR \frac{BW_{0.1}}{R_s}, \quad (58)$$

где SNR и OSNR представлены в линейных единицах,  $BW_{0.1} = 12.5 \text{ GHz}$  — ширина полосы 0.1 nm в GHz на длине волны несущей 1550 nm.

Зависимости  $BER(OSNR)$  приведены на рис. 10–14, во вложенном графике представлена зависимость штрафа

фа предложенной схемы относительно теоретического предела в зависимости от уровня  $\log_{10}(BER)$ . Штраф рассчитывается как разность между OSNR на одном уровне  $\log_{10}(BER)$ .

Результаты сравнения для уровня  $BER = 1.5\%$ , который является медианной величиной критической доли ошибок работоспособности современных FEC, применяемых в когерентной оптической связи, представлены в таблице. Для линии длиной 0 km можно видеть, что результаты предложенной схемы отличаются от теоретического предела примерно на 0.7 dB, а от Asacia AC1200 на 0.4 dB. Для линии длиной 2800 и 4000 km рост штрафа относительно теоретического предела связан прежде всего с накопленной нелинейностью и составляет величину порядка 2–3 dB, однако также присутствует штраф от эффектов ПМД и отклонения несущей частоты порядка 0.3 dB.

Штраф 0.4–0.7 dB относительно AC1200 может быть по следующим причинам:

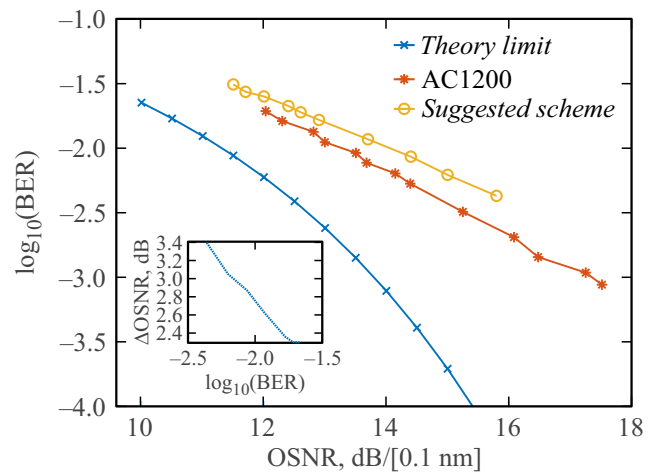


Рис. 12. Результаты работы предложенных алгоритмов в линии длиной 2800 km с блоком ПМД и отстройкой локального осциллятора.

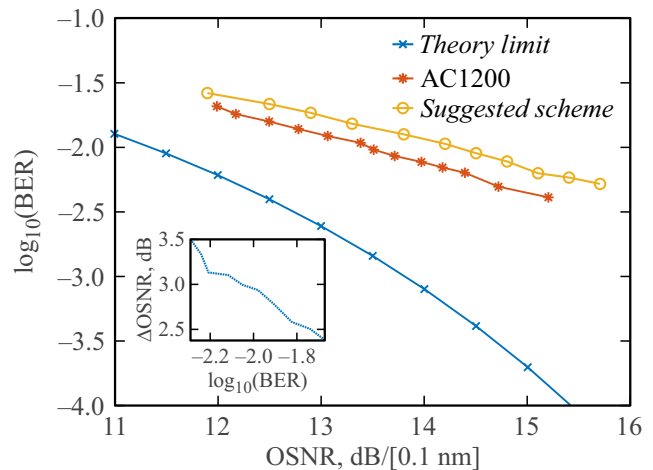


Рис. 13. Результаты работы предложенных алгоритмов в линии длиной 4000 km.



## Результаты демодуляции сигналов

Номер рисунка	Длина, km	ПМД, ps	Отклонение несущей частоты, GHz	Штраф к теоретическому пределу, dB	Штраф к AC1200, dB
10	0	0	< 0.4	0.7	0.4
11	2800	0	< 0.4	2.1	0.4
12	2800	75	5	2.4	0.6
13	4000	0	< 0.4	2.6	0.7
14	4000	75	5	2.6	0.7

Примечание. Под штрафом понимается разность по OSNR на уровне BER = 1.5%.

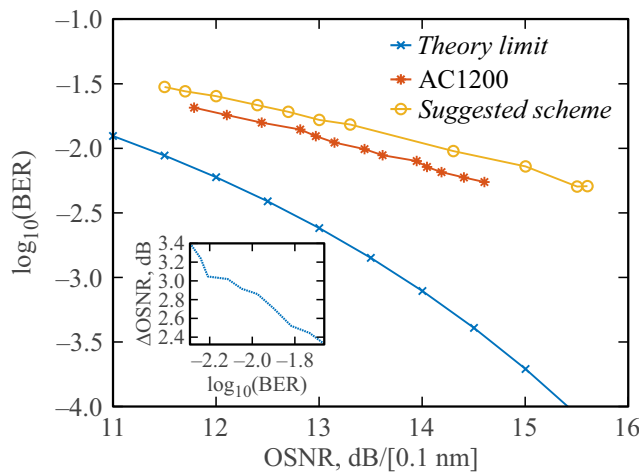


Рис. 14. Результаты работы предложенных алгоритмов в линии длиной 4000 km с блоком ПМД и отстройкой локального осциллятора.

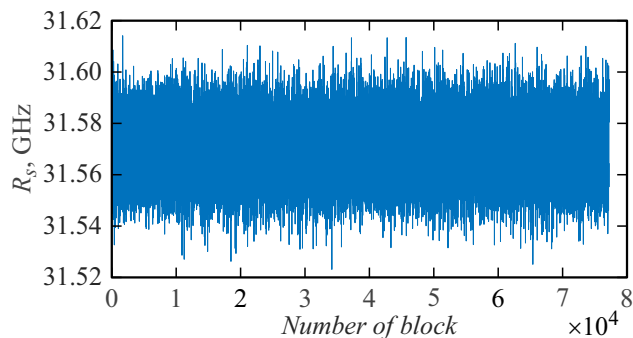


Рис. 15. Стабильность оценки символьной скорости  $R_s$  параллельным алгоритмом Гарднера.

- 1) применение предсказаний, позволяющих компенсировать задержки и импульсную характеристику передатчика;
- 2) более стабильная тактовая синхронизация;
- 3) частичная компенсация нелинейных эффектов;
- 4) более стабильные соединения элементов передатчика и приемника в AC1200 в силу исполнения в виде отдельного встраиваемого блока.

Из представленных причин, только более стабильная тактовая синхронизация (рис. 15) требует доработки

представленной схемы, выигрыш от которой будет порядка нескольких десятых dB.

## Заключение

В работе проведен сравнительный анализ существующих алгоритмов линейной ЦОС для когерентной оптической связи по результатам которого предложена и реализована полноценная оригинальная схема ЦОС DP-QPSK сигнала. Работоспособность предложенной схемы экспериментально исследована и позволяет передачу данных на скорости 100 G в реальных системах связи. Показано, что представленная схема успешно справляется с компенсацией физических искажений, возникающих в линии связи, до уровня, позволяющего детектировать переданный сигнал с коэффициентом ошибок меньше критического значения. Штраф относительно теоретического предела не превышает 2.6 dB, а относительно лидера отрасли 0.7 dB в линии до 4000 km.

## Список литературы

- [1] VNI Complete Forecast Highlights (2020).
- [2] Cisco Annual Internet Report (2018-2023) White Paper (2020).
- [3] Fiber Optic Lines to Dominate Fixed Broadband Landscape in Asia-Pacific through 2026, forecasts GlobalData (2021).
- [4] T. Okoshi. J. Lightwave Technol., **5** (1), 44 (1987). DOI: 10.1109/JLT.1987.1075396
- [5] V. Konyshov, A. Leonov, O. Nanii, D. Starykh, V. Treshchikov, R. Ubaidullaev. Bull. Lebedev Phys. Institute, **50** (Suppl 4), S435 (2023). DOI: 10.3103/S1068335623160078
- [6] L. Wang, Y. Chen, X. Wang, C. Zhao, J. Chen, M. Tang. In 2021 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC) (IEEE, 2021), 1–3, DOI: 10.1364/OFC.2021.M5G.3
- [7] S. Tsukamoto, D.-S. Ly-Gagnon, K. Katoh, K. Kikuchi. In Optical Fiber Communication Conference, PDP29 (Optica Publishing Group, 2005), DOI: 10.1109/OFC.2005.193207
- [8] Y. Wakayama, T. Gerard, E. Sillekens, L. Galdino, D. Lavery, R.I. Killey, P. Bayvel. Opt. Express, **29** (12), 18743 (2021). DOI: 10.1364/OE.423361
- [9] X. Chen, S. Chandrasekhar, J. Cho, P. Winzer. Opt. Express, **27** (21), 29916 (2019). DOI: 10.1364/OE.27.029916

- [10] A. Ghazisaeidi, I.F. de Jauregui Ruiz, R. Rios-Müller, L. Schmalen, P. Tran, P. Brindel, A.C. Meseguer, Q. Hu, F. Buchali, G. Charlet, et al. *J. Lightwave Technol.*, **35** (7), 1291 (2017). DOI: 10.1109/JLT.2017.2657329
- [11] H. Sun, K.-T. Wu, K. Roberts. *Opt. express*, **16** (2), 873 (2008). DOI: 10.1364/OE.16.000873
- [12] *Open ROADM MSA 5.0 W-Port Digital Specification (100G–400G)* (2021).
- [13] M. Vucic, M. Butorac. In *2009 IEEE International Symposium on Circuits and Systems* (IEEE, 2009), 1032–1035, DOI: 10.1109/ISCAS.2009.5117935
- [14] T. Shan, T. Kailath. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, **35** (1), 122 (1988). DOI: 10.1109/31.1709
- [15] E. Tisserand, Y. Berville. *Electron. Lett.*, **52** (22), 1847 (2016). DOI: 10.1049/el.2016.1398
- [16] G.P. Agrawal. In *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century* (Springer, 2000), 195–211, DOI: 10.1007/3-540-46629-0\_9
- [17] H.M. Ozaktas, M.A. Kutay. In *2001 European Control Conference (ECC)* (IEEE, 2001), 1477–1483.
- [18] A. Yang, P. Guo, W. Wang, Y. Lu, Y. Qiao. *Optics Laser Technol.*, **111**, 447 (2019). DOI: 10.1016/j.optlastec.2018.10.021
- [19] F. Wu, A. Yang, P. Guo, Y. Qiao, L. Zhuang, S. Guo. *IEEE Photon. J.*, **10** (4), 1 (2018). DOI: 10.1109/JPHOT.2018.2859428
- [20] F. Wu, P. Guo, A. Yang, Y. Qiao. *IEEE Access*, **7**, 139388 (2019). DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2944026
- [21] H. Zhou, B. Li, M. Tang, K. Zhong, Z. Feng, J. Cheng, A.P.T. Lau, C. Lu, S. Fu, P.P. Shum, et al. *J. Lightwave Technol.*, **34** (10), 2371 (2016). DOI: 10.1109/JLT.2016.2538467
- [22] D. Wang, C. Lu, A.P.T. Lau, S. He. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **23** (14), 1016 (2011). DOI: 10.1109/LPT.2011.2151280
- [23] C. Xie. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **25** (10), 992 (2013). DOI: 10.1109/LPT.2013.2257729
- [24] J.C. Diniz, S.M. Ranzini, V. Ribeiro, E. Magalhaes, E.S. Rosa, V. Parahyba, L. Franz, E. Ferreira, J.C. Oliveira. In *Optical Fiber Communication Conference, OTh3C–6* (Optica Publishing Group, 2013), DOI: 10.1364/OFC.2013.OTh3C.6
- [25] D. Wang, C. Lu, A.P.T. Lau, P.K.A. Wai, S. He. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **25** (10), 985 (2013). DOI: 10.1109/LPT.2013.2257721
- [26] C. Malouin, P. Thomas, B. Zhang, J. O’Neil, T. Schmidt. In *Signal Processing in Photonic Communications*, SpTh2B–4 (Optica Publishing Group, 2012), DOI: 10.1364/SPPCOM.2012.SpTh2B.4
- [27] Q. Sui, A.P.T. Lau, C. Lu. *J. Lightwave Technol.*, **31** (2), 306 (2012). DOI: 10.1109/JLT.2012.2231400
- [28] F.N. Hauske, M. Kuschnerov, B. Spinnler, B. Lankl. *J. Lightwave Technol.*, **27** (16), 3623 (2009). DOI: 10.1109/JLT.2009.2024960
- [29] C.C. Do, C. Zhu, A.V. Tran, S. Chen, T. Anderson, D. Hewitt, E. Skafidas. In *OFC/NFOEC* (IEEE, 2012), 1–3, DOI: 10.1364/OFC.2012.OW4G.1
- [30] M. Golay. *IRE Transactions on Information Theory*, **7** (2), 82 (1961). DOI: 10.1109/TIT.1961.1057620
- [31] T. Xu, G. Jacobsen, S. Popov, J. Li, E. Vanin, K. Wang, A.T. Friberg, Y. Zhang. *Opt. Express*, **18** (15), 16243 (2010). DOI: 10.1364/OE.18.016243
- [32] S.J. Savory. *Opt. Express*, **16** (2), 804 (2008). DOI: 10.1364/OE.16.000804
- [33] В.А. Котельников. *УФН*, **176** (7), 762 (2006). DOI: 10.3367/UFNr.0176.200607h.0762 [V.A. Kotelnikov. *Phys. Usp.*, **49** (7), 736–744, (2006). DOI: 10.1070/PU2006v049n07ABEH006160]
- [34] R.D. Strum, D.E. Kirk. *First Principles of Discrete Systems and Digital Signal Processing* (Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1988)
- [35] R. Kudo, T. Kobayashi, K. Ishihara, Y. Takatori, A. Sano, Y. Miyamoto. *J. Lightwave Technol.*, **27** (16), 3721 (2009). DOI: 10.1109/JLT.2009.2024091
- [36] K. Mueller, M. Muller. *IEEE Transactions on Commun.*, **24** (5), 516 (1976). DOI: 10.1109/TCOM.1976.1093326
- [37] F. Gardner. *IEEE Transactions on Commun.*, **34** (5), 423 (1986). DOI: 10.1109/TCOM.1986.1096561
- [38] M.G. Floyd. *IEEE Transactions on Commun.*, **41** (3), 501 (1993). DOI: 10.1109/26.221081
- [39] M. Oerder, H. Meyr. *IEEE Transactions on Commun.*, **36** (5), 605 (1988). DOI: 10.1109/26.1476
- [40] S.J. Lee. *IEEE Commun. Lett.*, **6** (5), 205 (2002). DOI: 10.1109/4234.1001665
- [41] D. Godard. *IEEE Transactions on Commun.*, **26** (5), 517 (1978). DOI: 10.1109/TCOM.1978.1094107
- [42] L. Huang, D. Wang, A.P.T. Lau, C. Lu, S. He. *Opt. Express*, **22** (6), 6749 (2014). DOI: 10.1364/OE.22.006749
- [43] F.M. Gardner. *IEEE Transactions on Commun.*, **41** (3), 501 (1993). DOI: 10.1109/26.221081
- [44] L. Erup, F.M. Gardner, R.A. Harris. *IEEE Transactions on Commun.*, **41** (6), 998 (1993). DOI: 10.1109/26.231921
- [45] X. Zhou, X. Chen, W. Zhou, Y. Fan, H. Zhu, Z. Li. *J. Optical Commun. Networking*, **2** (11), 984 (2010). DOI: 10.1364/JOCN.2.000984
- [46] X. Zhou. *IEEE Signal Processing Magazine*, **31** (2), 35 (2014). DOI: 10.1109/MSP.2013.2281071
- [47] X. Zhou, X. Chen. *Opt. Express*, **19** (10), 9282 (2011). DOI: 10.1364/OE.19.009282
- [48] C.W. Farrow. In *1988, IEEE International Symposium on Circuits and Systems* (IEEE, 1988), 2641–2645, DOI: 10.1109/ISCAS.1988.15483
- [49] J. Gordon, H. Kogelnik. *Proceed. National Academy of Sci.*, **97** (9), 4541 (2000). DOI: 10.1073/pnas.97.9.4541
- [50] R. Rios-Müller, J. Renaudier, G. Charlet. *J. Lightwave Technol.*, **33** (7), 1315 (2015). DOI: 10.1109/JLT.2014.2377582
- [51] D. Godard. *IEEE Transactions on Commun.*, **28** (11), 1867 (1980). DOI: 10.1109/TCOM.1980.1094608
- [52] R. Babae, S.O. Gharan, M. Bouchard. *J. Lightwave Technol.*, (2023). DOI: 10.1109/JLT.2023.3253383
- [53] M.S. Faruk, K. Kikuchi. *Opt. Express*, **19** (13), 12789 (2011). DOI: 10.1364/OE.19.012789
- [54] M.S. Faruk, K. Kikuchi. In *2014 The European Conference on Optical Communication (ECOC)* (IEEE, 2014), 1–3, DOI: 10.1109/ECOC.2014.6964149
- [55] K. Kikuchi. *Opt. Express*, **19** (10), 9868 (2011). DOI: 10.1364/OE.19.009868
- [56] L. Liu, Z. Tao, W. Yan, S. Oda, T. Hoshida, J.C. Rasmussen. In *2009 Conference on Optical Fiber Communication* (IEEE, 2009), 1–3, DOI: 10.1364/OFC.2009.OMT2
- [57] S.J. Savory. *IEEE J. of Selected Topics in Quantum Electronics*, **16** (5), 1164 (2010). DOI: 10.1109/JSTQE.2010.2044751

- [58] H.L. Van Trees. *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I: Detection, Estimation, and Linear Modulation Theory* (John Wiley & Sons, 2004)
- [59] M. Morelli, U. Mengali. *European Transactions on Telecommunications*, **9** (2), 103 (1998). DOI: 10.1002/ett.4460090203
- [60] N. Noels, H. Steendam, M. Moeneclaey, H. Bruneel. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **53** (12), 4578 (2005). DOI: 10.1109/TSP.2005.859318
- [61] F. Rice. *IEEE Transactions on Commun.*, **54** (2), 221 (2006). DOI: 10.1109/TCOMM.2005.863782
- [62] MSA. *Optical Internetworking Forum, OIF* (July 13th, 2015)
- [63] R. Frank, S. Zadoff, R. Heilmiller. *IRE Transactions on Information Theory*, **8** (6), 381 (1962). DOI: 10.1109/TIT.1962.1057786
- [64] F. Pittalà, F.N. Hauske, Y. Ye, N.G. Gonzalez, I.T. Monroy. In *OFC/NFOEC* (IEEE, 2012), 1–3, DOI: 10.1364/OFC.2012.OM2H.4
- [65] O. Riznyk, Y. Kynash, B. Balych, R. Vynnychuk, I. Kret, H. Kutucu. In *CEUR Workshop Proceedings* (2019), 162–171, DOI: 10.1109/PICST47496.2019.9061375
- [66] T.M. Schmidl, D.C. Cox. *IEEE Transactions on Commun.*, **45** (12), 1613 (1997). DOI: 10.1109/26.650240
- [67] Q. Zhuge, M. Morsy-Osman, X. Xu, M. Chagnon, M. Qiu, D.V. Plant. *J. Lightwave Technol.*, **31** (15), 2621 (2013). DOI: 10.1109/JLT.2013.2271634
- [68] Z. Gao, C. Zhang, Z. Wang. *IEEE Transactions on Broadcasting*, **61** (1), 98 (2015). DOI: 10.1109/TBC.2014.2376134
- [69] A.J. Viterbi, A.M. Viterbi. *IEEE Transactions on Information Theory*, **29** (4), 543 (1983). DOI: 10.1109/TIT.1983.1056713
- [70] E. Ip, J.M. Kahn. *J. Lightwave Technol.*, **25** (9), 2675 (2007). DOI: 10.1109/JLT.2007.902118
- [71] T. Pfau, S. Hoffmann, R. Noé. *J. Lightwave Technol.*, **27** (8), 989 (2009). DOI: 10.1109/JLT.2008.2010511
- [72] M. Magarini, L. Barletta, A. Spalvieri, F. Vacondio, T. Pfau, M. Pepe, M. Bertolini, G. Gavioli. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **24** (9), 739 (2012). DOI: 10.1109/LPT.2012.2187439
- [73] H. Cheng, Y. Li, M. Yu, J. Zang, J. Wu, J. Lin. In *Optical Fiber Communication Conference, Th4D-1* (Optica Publishing Group, 2014), DOI: 10.1364/OFC.2014.M2I.2
- [74] F. Guiomar, M. Neves, A. Lorences-Riesgo, C. Martins, S. Mumtaz, Y. Frignac, G. Charlet, P. Monteiro. In *2023 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC)* (IEEE, 2023), 1–3, DOI: 10.1364/OFC.2023.W3E.1
- [75] A. Spalvieri, L. Barletta. *IEEE Transactions on Commun.*, **59** (7), 1966 (2011). DOI: 10.1109/TCOMM.2011.051311.100047
- [76] P. Gianni, G. Corral-Briones, C. Rodriguez, M.R. Hueda. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **25** (5), 442 (2013). DOI: 10.1109/LPT.2013.2241050
- [77] D.A. Morero, M.A. Castrillon, A. Aguirre, M.R. Hueda, O.E. Agazzi. *J. Lightwave Technol.*, **34** (1), 121 (2016). DOI: 10.1109/JLT.2015.2470114
- [78] E. Torrenco, R. Cigliutti, G. Bosco, A. Carena, V. Curri, P. Poggiolini, A. Nespola, D. Zeolla, F. Forghieri. *Opt. Express*, **19** (26), B790 (2011). DOI: 10.1364/OE.19.00B790
- [79] F. Vacondio, O. Rival, C. Simonneau, E. Grellier, A. Bononi, L. Lorcy, J.-C. Antona, S. Bigo. *Opt. Express*, **20** (2), 1022 (2012). DOI: 10.1364/OE.20.001022
- [80] J.G. Proakis, M. Salehi. *Digital Commun.* (McGraw-Hill, 2008)