

08,14

***In situ* диагностика эволюции деформационного рельефа поверхности поликристаллической меди в процессе ее пластического течения**

© И.С. Ясников, Э.А. Аглетдинов, А.В. Данюк

Тольяттинский государственный университет,
Тольятти, Россия

E-mail: yasnikov@phystech.edu

Поступила в Редакцию 9 марта 2024 г.

В окончательной редакции 19 апреля 2024 г.

Принята к публикации 22 апреля 2024 г.

Представлена экспериментальная реализация методики диагностики поверхности образца поликристаллической меди в процессе ее пластического течения с помощью оптического профилометра по принципу сканирующей интерферометрии белого света и анализом фрактальной размерности рельефа. Отличительной особенностью представленной методики является деформация образца с помощью компактной статической испытательной машины с механизмом оппозитного перемещения траверс, который исключает смещение рабочей части образца в поле наблюдения оптического прибора во время испытания. Это позволило регистрировать один и тот же участок поверхности в процессе деформации и избежать ряда экспериментальных артефактов. Из данных эксперимента получены значения фрактальной размерности различными современными вычислительными методами, а также обозначены возможные корреляции между экспериментальными данными, полученными в настоящей работе и данными других исследователей.

Ключевые слова: Пластическое течение, фрактальная размерность, самоподобные структуры, поликристаллическая медь, дислокация, фракталы, интерферометрия белого света, оппозитное перемещение траверс.

DOI: 10.61011/FTT.2024.05.58083.48

1. Введение

Деформируемое твердое тело является сложной и комплексной системой, в которой может иметь место все разнообразие процессов, рассматриваемых современным физическим материаловедением и динамикой нелинейных систем [1–3]. В частности, при деформации металлических материалов, основные структурные изменения их состояния описываются эволюцией дефектного ансамбля, которая представлена обширным классом кинетических уравнений [4–8], которые могут быть получены, в том числе, и из термодинамических соображений [9]. Однако, пластическая деформация металлических материалов является пространственно неоднородным и прерывистым во времени процессом вследствие дискретного характера движения носителей пластической деформации — дислокаций [10–12]. Именно дискретность дислокационных процессов является причиной локальных флуктуаций деформации и напряжения как следствие флуктуаций дислокационной плотности. Возрастающие по амплитуде в процессе пластической деформации флуктуации дислокационной плотности в итоге становятся неустойчивыми [13,14], и этот микроскопический эффект приводит к макроскопическому — образованию шейки в деформируемом твердом теле с последующим его разрушением.

Таким образом, в процессе деформации металлических материалов мы сталкиваемся с возникновением

и развитием микроскопических неустойчивостей, которые в конечном итоге приводят к макроскопическому эффекту — разрушению материала. Фактически это означает, что в твердом теле должны существовать некоторые характеристики, которые самоподобны на различных масштабных или структурных уровнях. Для описания таких характеристик, Мандельброт в 1975 году ввел концепцию фракталов [15]. В противоположность усредненным характеристикам, фрактальный анализ — это универсальный инструмент, позволяющий с единых позиций анализировать процесс пластической деформации на различных структурных уровнях и связывать макроскопические характеристики материала с микроскопическими характеристиками дефектной структуры. Основная причина появления фрактальных систем в деформируемом твердом теле — тождественность кинетических уравнений и их нелинейностей на различных масштабных уровнях системы.

К настоящему времени существует ряд работ, в которых представлены результаты как теоретического анализа, так и количественного определения фрактальной размерности дефектных структур при пластическом течении [16–22]. Причем таковыми могут быть как структуры в объеме материала (ячеистые дислокационные конфигурации, например [17]), так и на поверхности материала (полосы скольжения, например [19]). Стоит отметить, что современные экспериментальные методики, связанные, в том числе, с изучением рельефа

поверхности непосредственно в процессе пластической деформации, позволяют исследовать не только объемные металлические материалы, но также и тонкие фольги [23,24], которые в силу своей размерной анизотропии могут проявлять уникальные свойства, в том числе самоподобные характеристики.

Таким образом, как структуры на поверхности деформируемого тела, так и дислокационные структуры и конфигурации в объеме деформируемого материала являются самоподобными. В ходе пластической деформации металлического образца на его поверхности формируется деформационный рельеф как результат микромеханизмов деформации, происходящих в процессе пластического течения образца. Опубликованный недавно исчерпывающий обзор [25] затрагивает ряд экспериментальных и численных исследований закономерностей процессов формирования и развития деформационного рельефа на свободной поверхности металлов и сплавов в ходе их пластической деформации.

Интуитивно понятно, что количественные характеристики рельефа определяются субструктурой и микроструктурой, которые эволюционируют в процессе пластической деформации, то есть фрактальная размерность поверхности деформируемого твердого тела однозначно взаимосвязана с фрактальной размерностью дислокационных конфигураций в объеме твердого тела.

В этом смысле правильно выстроенная методика диагностики поверхности деформируемого твердого тела с целью извлечения фрактальной размерности поверхности современными методами прикладной математики является актуальной, поскольку поведение данной характеристики в процессе деформационного упрочнения способно адекватно отражать эволюцию микроструктуры в объеме материала, а значит, и являться индикатором структурных изменений вплоть до деградации и последующего разрушения металлов и сплавов.

Описание эволюции дефектной структуры материала при деформационных воздействиях, а также установление взаимно однозначного соответствия между фрактальными характеристиками данной структуры и экспериментально определяемыми механическими свойствами позволило бы прогнозировать поведение перспективных материалов при различных деформационных воздействиях на основе полученных знаний об особенностях эволюции дефектного ансамбля и макроскопических условиях эксперимента. Поэтому в контексте экспериментальной реализации данного подхода, настоящая работа посвящена развитию методики диагностики поверхности твердого тела, которое деформируется непосредственно в зоне диагностики с помощью современного прецизионного инструментария. Кроме того, будет представлено извлечение фрактальной размерности различными методами современной прикладной математики, а также будут обозначены возможные корреляции между экспериментальными данными, полученными в настоящей работе и другими исследователями.

2. Экспериментальные и вычислительные методики

Образец поликристаллической меди чистоты 99.9% для механических испытаний был подготовлен в соответствии со стандартом ASTM E08-91. Длина рабочей части образца составляла 10 mm, сечение 4×2 mm. Образец был механически отшлифован и подвергнут полировке до зеркальной поверхности. Подготовленный образец был отожжен в вакууме при температуре 1000 K, время отжига составило 2 h. В результате отжига средний размер зерна в образце поликристаллической меди составил порядка 100...200 mkm.

Одноосная деформация образца осуществлялась на компактной (габариты $25 \times 16 \times 2$ cm) статической испытательной машине Kammrath & Weiss (Германия), которая позволяла проводить сжатие/растяжение с усилием от 0 до 10 kN. Ее отличительной особенностью является механизм оппозитного перемещения travers, который исключает смещение рабочей части образца в поле наблюдения микроскопа или видеокамеры во время испытания. И если ранее, в других работах по измерению характеристик поверхности, испытания останавливались при различных уровнях деформации, образец демонтировался из захватов машины и переносился на оптический стол микроскопа, то в предлагаемой экспериментальной реализации в процессе одноосной деформации производились остановки привода движения с сохранением силового воздействия на образец, и считывался рельеф поверхности в напряженном состоянии, сформированный к данному моменту деформации. При этом сама испытательная машина вместе с образцом находилась в поле наблюдения оптического профилометра Zygo NewView 7100, который позволяет бесконтактно измерять топографию поверхностей в трех измерениях по принципу сканирующей интерферометрии белого цвета. Данный профилометр имеет разрешение вдоль осей x и y порядка 300 nm и вертикальное разрешение вдоль оси z менее 1 nm. Исследуемая площадь в плоскости $x-y$ была 3700×3700 pixels (1084×1084 mkm, 1 pixel = 293 nm). На рис. 1 представлен общий вид оптического профилометра Zygo NewView 7100 (рис. 1, *a*), статической испытательной машины Kammrath & Weiss в поле наблюдения оптического профилометра (рис. 1, *b*), поверхности деформированного образца (рис. 1, *c*) и типичный профиль (эмпирическая двумерная модель) поверхности по высоте, полученный с помощью данного оптического профилометра (рис. 1, *d*). Стоит отметить, что на изображении типичного профиля поверхности продеформированного образца (рис. 1, *d*) отчетливо визуализируется деформационный рельеф в виде полос скольжения, которые возникли в результате эволюции дислокационного ансамбля.

В процессе одноосной деформации с равномерной скоростью перемещения захватов 300 mkm/min производились остановки растяжения образца при значениях инженерного механического напряжения 0; 20; 40; 80;

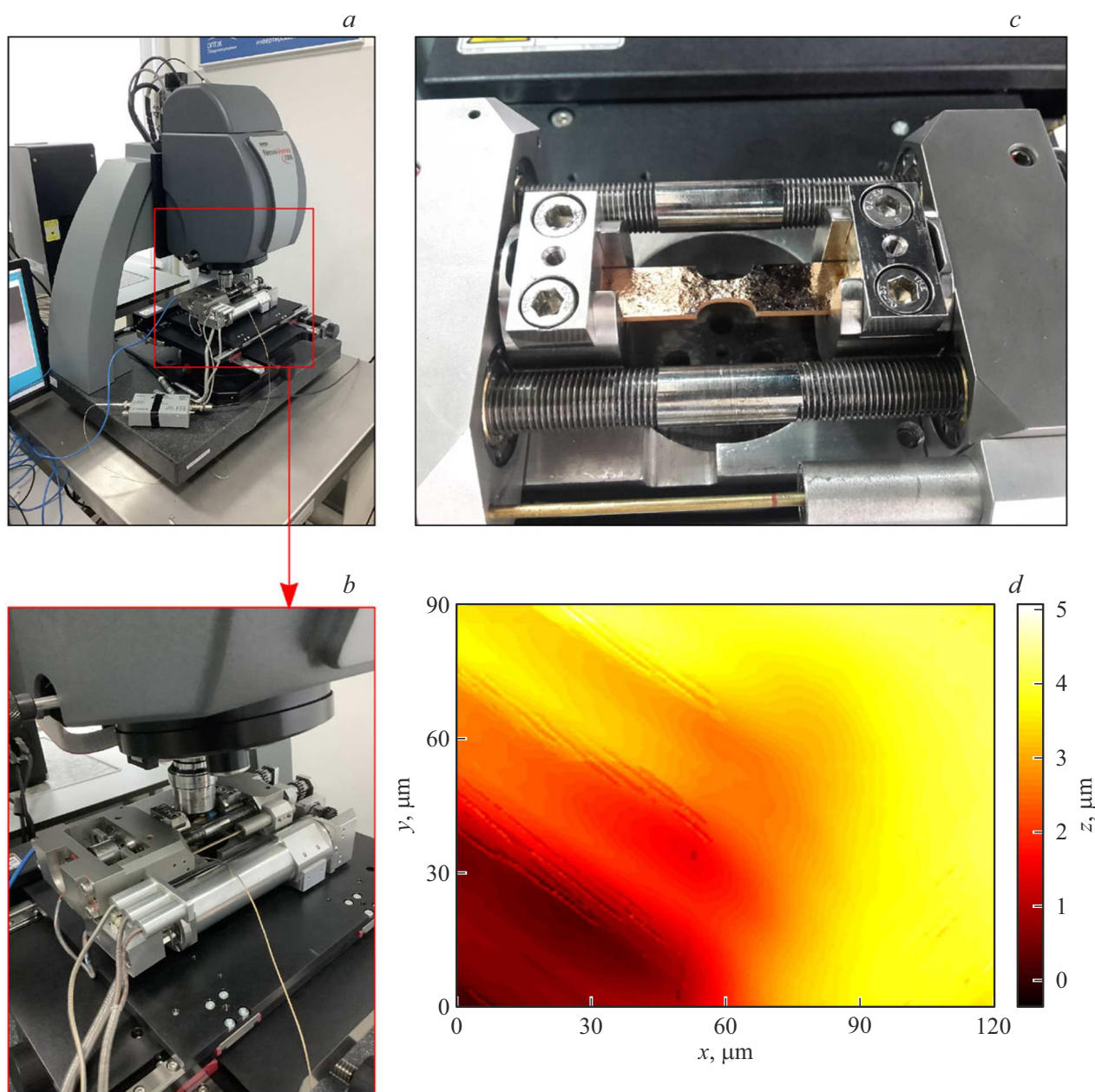


Рис. 1. Общий вид оптического профилометра Zygo NewView 7100 (a), статической испытательной машины Kammrath & Weiss в поле наблюдения оптического профилометра (b), поверхности деформированного образца (c) и типичный профиль (эмпирическая двумерная модель) поверхности по высоте, полученный с помощью данного оптического профилометра (d).

160; 195 и 200 МПа, и считывался рельеф поверхности, сформированный к данному моменту деформации.

Результаты считывания рельефа поверхности представляли собой квадратную матрицу 3700×3700 заполненную значениями высот — координаты z в μm . Предварительный анализ и обработка данных включал в себя линейную интерполяцию пропусков, удаление линейного тренда и фильтрацию выбросов, которая проводилась методом регрессии гауссовского процесса [26]. Суть данного метода состояла в том, что наблюдаемые высоты аппроксимировались гауссовским процессом пу-

тем байесовской регрессии [26]. Затем в каждой точке координатной сетки сравнивались значения реальных высот и значения, полученные в результате аппроксимации. В точках, где абсолютная разность между реальными и аппроксимированными высотами превышала заданный порог, реальные данные заменялись на модельные. Стоит отметить, что профили поверхностей, полученные в начале нагружения (при меньших значениях механического напряжения) имеют большее количество артефактов в виде острых выбросов, которые благополучно удаляются при фильтрации. В то же самое

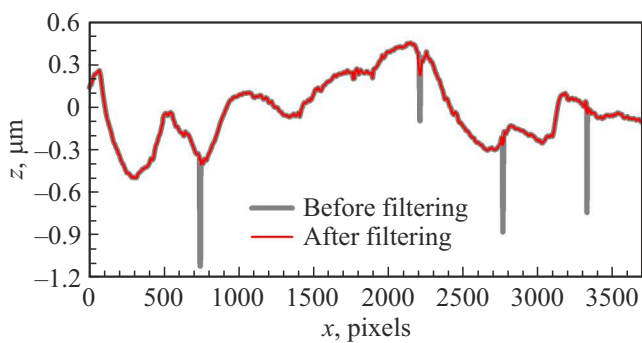


Рис. 2. Профиль линейного среза поверхности до (серый график) и после (красный график) применения алгоритма фильтрации

время профили поверхностей, полученные при больших значениях механического напряжения, почти лишены этих артефактов.

Для примера на рис. 2 показан профиль линейного среза поверхности до и после применения алгоритма фильтрации.

После предварительного анализа и обработки данных были получены профили исследуемой поверхности по высоте при различных значениях инженерного механического напряжения. В качестве иллюстрации применения вышеописанных методик на рис. 3 представлены цветные профили анализируемой поверхности по высоте при значениях инженерного механического напряжения 0; 20 и 40 МПа практически однородны по цветовой гамме (имеют желтый цвет), что, в общем, отражает на фоне упругой деформации отсутствие пластического течения ниже предела текучести, который для данного образца составил 55 МПа.

Представленный рис. 3 наглядно демонстрирует последовательность изменения профиля поверхности по высоте в процессе пластического течения и подтверждает факт отсутствия смещения рабочей части образца в поле наблюдения оптического профилометра во время испытания.

Современные вычислительные методы позволяют получать необходимые характеристики поверхностей (в том числе фрактальные) с помощью анализа числовых рядов, а также одномерных и двумерных множеств (профилей). Наиболее известный метод определения фрактальной размерности — метод вложенных кубов, несмотря на свою популярность, в настоящее время уступает более новым методам, как по скорости, так и по точности вычисления. В частности, в обзоре [27] представлено исчерпывающее сравнение методов определения фрактальной размерности с точки зрения современного статистического анализа. Исходя

из предположения, что подходящей моделью профилей наблюдаемых поверхностей является случайное гауссовское поле (обобщение гауссовского процесса на два и более измерения), для оценки фрактальной размерности поверхностей было развито несколько методов, которые используют именно свойства гауссовского поля. Стоит отметить, что эти методы наиболее часто применяются при анализе всевозможных топографических данных в геофизике [28], но нередко встречаются в разных областях физики [29], экологии [30] и других науках.

В настоящей работе использовались три метода оценки фрактальной размерности. Первые два, метод вариации по срезу (*transect variation estimation*) и метод приращения по срезу (*transect increment estimation*), сводились к анализу одномерного гауссовского поля. Фрактальная размерность при этом вычислялась для всех срезов (профилей) по строкам и столбцам двумерной матрицы высот. Медиана полученного распределения значений фрактальной размерности увеличенная на единицу давала оценку фрактальной размерности самой поверхности. При этом метод вариации по срезу для одновременного вычисления необходимых параметров использовал две точки случайного гауссовского поля, а метод приращения по срезу — три точки (аналог разностных схем в методе Рунге–Кутты). Третий метод, метод квадратичных приращений (*square increment estimation*), сводился к анализу двумерного гауссовского поля и оперировал с четырьмя точками случайного поля. Необходимые математические процедуры для данных методов достаточно подробно рассмотрены в монографии [31] и кратко изложены в приложении к данной статье.

Все три метода реализовывались по схеме скользящего окна: фрактальная размерность определялась в результате усреднения нескольких значений, полученных в окне размером 2000×2000 pixels (1 pixel = 293 nm), скользящем с шагом 500 pixels по всей поверхности. При исходном состоянии поверхности (0 МПа) и при максимальном достигнутом напряжении (200 МПа) для набора статистики было реализовано считывание нескольких различных по рельефу фрагментов поверхности деформированной части образца. И в этом случае усреднение происходило по всем фрагментам поверхности для данного значения напряжения.

3. Результаты экспериментов и их обсуждение

Как указывалось ранее, в процессе одноосной деформации с равномерной скоростью перемещения захватов производились остановки растяжения образца при значениях инженерного механического напряжения 0; 20; 40; 80; 160; 195 и 200 МПа, и считывался рельеф поверхности, сформированный к данному моменту деформации. После математической обработки полученных

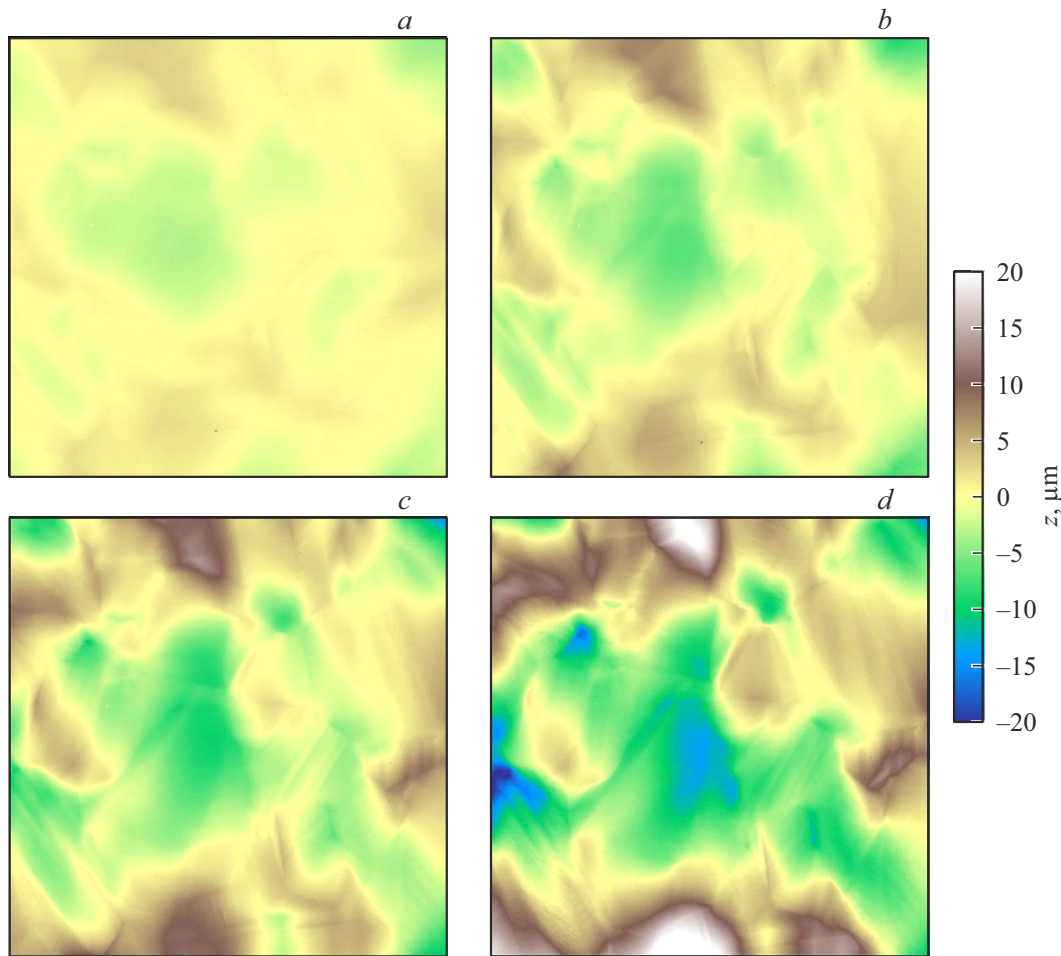


Рис. 3. Цветовые профили анализируемой поверхности по высоте при значениях инженерного механического напряжения 80 (a); 160 (b); 195 (c) и 200 (d) МПа. Размер поверхности 3700×3700 pixels (1084×1084 mkm, 1 pixel = 293 nm).

рельефов были произведены оценки фрактальной размерности поверхности образца при указанных значениях достигнутого инженерного механического напряжения тремя способами: методом вариации по срезу (*transect variation estimation*), методом приращения по срезу (*transect increment estimation*) и методом квадратичных приращений (*square increment estimation*).

На рис. 4 приведена кривая нагружения образца поликристаллической меди в инженерных координатах „относительная деформация — механическое напряжение“, а также значения фрактальной размерности, полученные тремя указанными способами при значениях относительной деформации, соответствующей выбранным значениям механического напряжения.

Исходное состояние поверхности образца без механического напряжения (0 МПа) должно соответствовать зеркально плоской поверхности, а ее фрактальная размерность должна быть равной евклидовой размерности, т. е. 2, но полученные тремя указанными методами значения находятся в диапазоне 2.15...2.25. Смещение фрактальной размерности от евклидовой на 0.15...0.25 может быть обусловлено группой факторов: чистотой

поверхности (поверхность образца не идеальный плоский оптический рефлектор в исходном состоянии), а также оптическими и вычислительными шумами аппаратуры и алгоритмов обработки.

При начальном нагружении образца до условного предела текучести (инженерные механические напряжения 20 и 40 МПа), фрактальная размерность возрастает до значений 2.3...2.4, что продемонстрировано на вставке рис. 4. Мы полагаем, что изменение фрактальных характеристик поверхности происходит за счет эволюции дефектного (дислокационного ансамбля), которая по идее должна отсутствовать ниже предела текучести. Однако наблюдаемое повышение фрактальной размерности может быть обусловлено активацией легкого скольжения в отдельных кристаллитах (зернах) находящихся на поверхности и благоприятно ориентированных к активации систем легкого скольжения дислокаций при низких значениях механического напряжения. Таким образом, формируемый рельеф поверхности можно описать как появление в отдельных зернах редких, но протяженных линий скольжения небольшой высоты (несколько единиц вектора Бюргерса), что и продемонстрировано

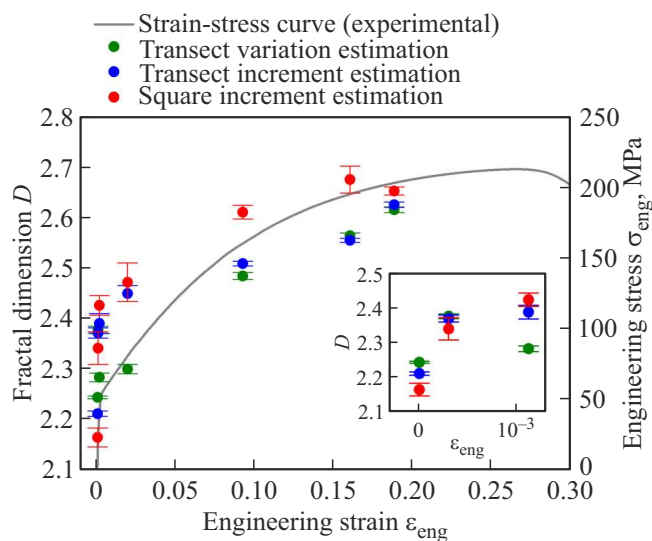


Рис. 4. Кривая нагружения образца поликристаллической меди в инженерных координатах „относительная деформация–механическое напряжение“, а также значения фрактальной размерности, полученные тремя рассматриваемыми в настоящей работе методами.

на рис. 1, *d*. На стадии начального нагружения образца (вставка рис. 4) также следует отметить некоторое расхождение оценок фрактальной размерности выбранными методами. При значении инженерной деформации около 10^{-3} (инженерное механическое напряжение 40 МПа) метод вариации по срезу демонстрирует значение фрактальной размерности меньше значений, полученных двумя другими методами. Мы предполагаем, что это может быть связано с количеством аргументов обобщенной вариации разностей для значений случайного поля (см. Приложение). Первый метод (метод вариации по срезу) использует в итерации два значения случайного поля, второй метод (метод приращения по срезу) — три значения, а третий метод (метод квадратичных приращений) — четыре значения. Увеличение значений случайного поля для итерации повышает вероятность попадания фрагмента линии скольжения в расчетную итерацию, и, следовательно, повышение получаемого значения фрактальной размерности.

При дальнейшем повышении механического напряжения (80; 160; 195 МПа) наблюдается классическое поведение механической характеристики, соответствующее деформационному упрочнению сопровождаемое возрастающим трендом фрактальной размерности вплоть до значений 2.65 (рис. 4). Опять же, следует отметить некоторое расхождение в абсолютных значениях оценки фрактальной размерности тремя методами при значениях механического напряжения 80; 160 и 195 МПа, но общий тренд монотонного роста значений фрактальной размерности не нарушается. Разница в абсолютных значениях, вероятно, обусловлена тем же соотношением количества аргументов обобщенной вариации разностей

для значений случайного поля и особенностями деформационного рельефа. По мере увеличения напряжения и общей деформации образца на поверхности можно наблюдать группы линий скольжения, упруго-пластические зоны деформации на границах зерен (рис. 3, *a*), появление признаков поперечного скольжения (рис. 3, *b*) и существенное увеличение диапазона высот рельефа (рис. 3, *c*), что демонстрирует накопление большой пластической деформации и искажение формы отдельных зерен.

Финальным этапом нагружения было достигнутое инженерное механическое напряжение 200 МПа, что оказалось достаточно близко к пределу прочности 215 МПа. Однако, при таком напряжении не наблюдалась локализация деформации с формированием шейки, и материал сохранял приемлемую стабильность пластического течения под напряжением для качественной регистрации деформационного рельефа. На рис. 3, *d* продемонстрированы достигнутые характеристики деформационного рельефа в результате пластического течения материала, а именно сильное изменение контура отдельных зерен, заполнение поверхности зерен плотной сеткой линий скольжения, формирование рельефа большими перепадами высот. Следует отметить, что в данной точке эксперимента все три метода показывают очень близкие величины фрактальной размерности.

Поскольку измерения, вычисления или моделирование фрактальной размерности на поверхности поликристаллической меди ранее было сделано и другими авторами, то в контексте настоящей методической работы имеет смысл сравнить полученные нами значения со значениями других авторов. Значения фрактальной размерности будут представлены в зависимости от относительного напряжения сдвига, которое будет измеряться в единицах $10^{-3}G$ (G — модуль сдвига). Фактически, согласно соотношению Тейлора ($\tau = \alpha G b \sqrt{\rho}$, где τ — истинное сдвиговое напряжение, $\alpha \sim 0.5$ — геометрический фактор, слабо зависящий от температуры, b — вектор Бюргера, ρ — плотность дислокаций), такой выбор аргумента делает его зависящим только от дислокационной плотности, а именно ее эволюция, по гипотезе, определяет изменение фрактальных характеристик поверхности. Это позволяет унифицировать все анализируемые экспериментальные данные с точки зрения зависимости только от управляющего параметра — дислокационной плотности, а также, в перспективе, сравнивать на одной диаграмме материалы с различными механическими свойствами.

На рис. 5 представлены результаты определения фрактальной размерности тремя указанными нами методами, а также результаты, полученные другими авторами. Рассмотрим их подробнее.

В работе [16] использовалась двумерная дислокационная модель фазового поля для моделирования дислокационной структуры в одной плоскости скольжения (*phase field simulation*). В этой модели дислокационный ансамбль был представлен целочисленным скалярным

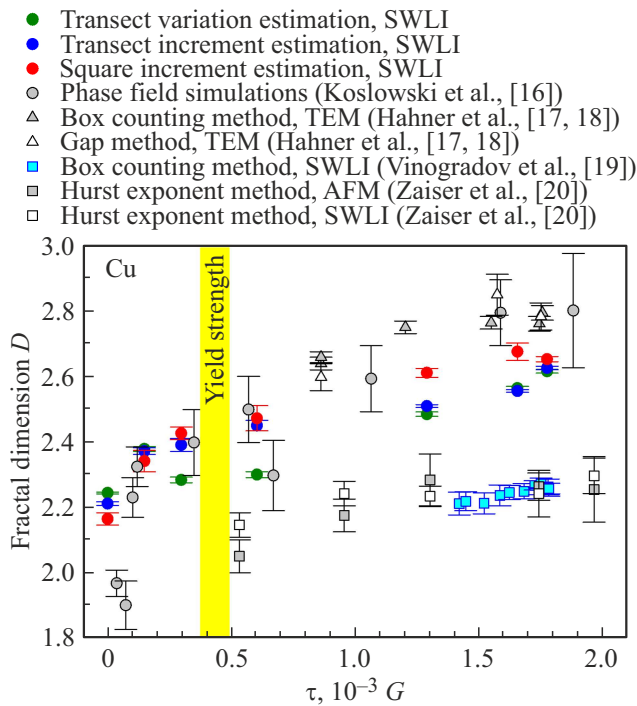


Рис. 5. Результаты определения фрактальной размерности тремя рассматриваемыми в настоящей работе методами, а также результаты, полученные другими авторами (в легенде указан метод вычисления фрактальной размерности, экспериментальная методика и ссылка на соответствующие работы). Желтым цветом обозначен диапазон механических напряжений, которые соответствуют пределу текучести поликристаллической меди.

фазовым полем, значения которого в каждой точке задавали сдвиг в единицах вектора Бюргерса. Скачки значения скалярного поля задавали расположение дислокационной линии, а случайно расположенные препятствия имитировали дислокации леса. При заданных начальных условиях с использованием реальных параметров поликристаллической меди вычислялись значения скалярного поля в каждый момент времени исходя из принципа минимизации работы. Частотное распределение площади областей с постоянным скалярным полем (сдвиг внутри таких областей не менялся от точки к точке) аппроксимировался обратной степенной зависимостью, показатель степени которой увеличенный на единицу давал оценку фрактальной размерности.

В работах [17,18] проводились испытания на одноосное растяжение вдоль оси [100] монокристаллов чистой меди. Снимки ячеистой дислокационной субструктуры, полученные с помощью просвечивающей электронной микроскопии, подвергались оцифровке и бинаризации. Фрактальная размерность определялась методом вложенных квадратов (*box counting method*). Согласно этому методу, строилась зависимость числа квадратов, в которых попадает хотя бы одна точка дислокационной сетки, от длины стороны квадрата. Полученная зависи-

мость аппроксимировалась обратным степенным законом, а показатель степени плюс единица давал оценку фрактальной размерности. Авторы [17,18] рассматривали также другой способ вычисления фрактальной размерности, который был основан на подсчете числа дислокационных ячеек, размер которых превышал заданное пороговое значение (*gap method*). Процедура измерения размеров ячеек не уточнялась. Зависимости числа ячеек от порогового значения аппроксимировались обратным степенным законом, а показатель степени увеличенный на единицу давал оценку фрактальной размерности.

В работе [19] проводились испытания на одноосное растяжение чистой (99.98%) поликристаллической меди. При различных значениях деформации проводилось измерение поверхности с помощью сканирующего интерферометра белого света, и нивелировались эффекты макроскопической кривизны поверхности. Фрактальная размерность вычислялась методом вложенных кубов (*box counting method*), согласно которому строилась зависимость числа кубов, в которых попадает хотя бы одна точка поверхности, от длины стороны куба. Полученная зависимость аппроксимировалась обратным степенным законом, а показатель степени давал оценку фрактальной размерности. Результирующую фрактальную размерность при каждом значении деформации получали осреднением по нескольким измерениям, произведенным в различных областях, расположенных в центральной части образца.

В работе [20] проводились испытания на одноосное растяжение чистой (99.99%) поликристаллической меди. Измерение поверхности при различных уровнях деформации проводилось с помощью атомно-силового микроскопа и интерферометра белого света. Из каждой поверхности выбиралось 4...5 линейных профилей в направлении оси растяжения и 2...3 профиля в перпендикулярном направлении. На каждом профиле вычислялась средняя разность высот с расстоянием между высотами, которое являлось аргументом. Полученная зависимость аппроксимировалась степенным законом с показателем степени, который был однозначно связан с фрактальной размерностью линейным преобразованием (*Hurst exponent method*). Для каждого значения деформации получали фрактальную размерность осреднением по нескольким профилям отдельно для атомно-силового микроскопа и интерферометра белого света.

Все представленные результаты с учетом возможных погрешностей проявляют возрастающий тренд в исследованном диапазоне унифицированного сдвигового напряжения. Причем можно отметить две группы результатов. Первая группа (работы [19,20]) проявляют рост фрактальной размерности в диапазоне примерно 2.0...2.2, а вторая группа (работы [16,17,18] и настоящая работа) проявляют рост фрактальной размерности выше предела текучести в диапазоне примерно 2.3...2.8.

Связано ли подобное „смещение“ одной группы результатов относительно другой с особенностями вычис-

лительных методов или же определяется пробоподготовкой образца, которая меняет фрактальную размерность исходно ненагруженного образца в сторону увеличения от евклидовой, в настоящее время остается дискуссионным. Однако тот факт, что фрактальная размерность и механическое напряжение (а значит и плотность дислокационного ансамбля) находятся во взаимно однозначном соответствии, позволяет утверждать, что фрактальная размерность однозначно, если не полностью, отражает эволюцию дислокационного ансамбля в процессе пластического течения.

Стоит отметить, что аналогичный характер поведения фрактальной размерности наблюдался и на поверхности аморфных стекол [32]. Вероятно, это связано с тем, что вершины полос сдвига представляют собой дефекты дислокационного типа [33], а значит, их поведение вполне может коррелировать с поведением дислокационного ансамбля в металлических материалах. Отмеченный факт является скорее дискуссионным, однако он интересен с точки зрения общности протекания деформационных процессов в различных конденсированных средах и выявлению общих характеристик (в частности, фрактальной размерности дефектного ансамбля) для однозначного описания таких процессов.

4. Заключение

В настоящей работе представлена экспериментальная методика диагностики поверхности поликристаллической меди при ее одноосной деформации, которая осуществлялась с помощью компактной статической испытательной машины с механизмом оппозитного перемещения траверс непосредственно в поле регистрации интерферометра белого света. Полученные в результате эксперимента данные с одного и того же участка поверхности были проанализированы современными методами вычислительной математики и получены значения фрактальной размерности при различных значениях приложенного механического напряжения. Фрактальная размерность продемонстрировала возрастающий тренд на участке устойчивого пластического течения от предела текучести и практически до точки потери его устойчивости. Сопоставление полученных результатов с результатами других авторов не обнаружило явных противоречий в поведении фрактальной размерности, которое обсуждалось в настоящей работе, а скорее обозначило особенности и закономерности применяемых вычислительных методов. Применяемые научным сообществом современные методы вычислительной математики хоть и не меняют общую картину возрастающего тренда фрактальной размерности в процессе пластического течения исследуемого образца, но могут приводить к появлению смещения условного „нуля“ или демонстрировать чувствительность к определенным стадиям пластического течения. Тем не менее, полученные взаимно однозначные соответствия между фрактальной

размерностью и механическим напряжением, которое связано с дислокационной плотностью соотношением Тейлора, продемонстрировали роль фрактальной размерности как однозначного индикатора состояния дислокационного ансамбля в процессе пластического течения.

Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках реализации научного проекта № 24-29-00087.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Приложение (Supplementary materials)

Как указывалось ранее, в настоящей работе использовались три метода оценки фрактальной размерности. Все эти методы базируются на анализе гауссовских полей различной размерности. Введем некоторые математические обозначения. Пусть задано d -мерное случайное поле X_t в виде

$$\{X_t : t \in R^d\}. \quad (1)$$

Здесь t — представляют координаты в d -мерном пространстве. На практике, координаты заданы только в вершинах регулярной сетки. В нашем случае, координаты квадратной сетки, в котором заданы значения двумерного поля, определяются как нормированные на число точек в стороне квадратной сетки

$$t = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{n} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}, \quad \text{где } i_1, i_2 = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где i_1, i_2 — индексы сетки, n — число точек в стороне квадратной сетки.

Далее вводится понятие вариограммы. Это вариация разницы значений случайного поля в двух точках как функция расстояния между ними. В этом смысле вариограмма характеризует степень различия данных в зависимости от расстояния между ними. Определим обобщенную вариограмму степени p ($p > 0$) в виде

$$\gamma_p(t) = \frac{1}{2} E[|X_u - X_{u+t}|^p], \quad (3)$$

где E — математическое ожидание, а разность значений случайного поля в двух точках взята по абсолютной величине. Исходя из предположения, что X_t является случайным гауссовским полем, вариограмма при $t \rightarrow 0$ удовлетворяет выражению

$$\gamma_p(t) \sim \|ct\|^{\frac{\alpha}{2}p}, \quad (4)$$

где $\alpha \in (0, 2]$, c — некоторая константа, а двойные прямые скобки обозначают евклидову норму. Фрактальная размерность связана с показателем α следующим

выражением:

$$D = d + 1 - \frac{\alpha}{2} \quad (5)$$

и, соответственно, определение фрактальной размерности сводится к нахождению показателя α .

Два метода оценки фрактальной размерности поверхности, которые сводятся к одномерному случаю: метод вариации по срезу (*transect variation estimation*) и метод приращения по срезу (*transect increment estimation*), используют строки и столбцы двумерной матрицы высот. Фрактальная размерность при этом вычисляется для всех срезов (профилей), которые определяются как одномерное случайное поле $\{X_t : t = \frac{i}{n}\}$, где $i = 1, 2, \dots, n$. Медиана полученного распределения значений фрактальной размерности плюс единица дает оценку фрактальной размерности самой поверхности.

Оценка фрактальной размерности по срезу задается выражением:

$$\begin{aligned} \hat{D}_{V,p} = 2 - \frac{1}{p} \left\{ \sum_{l=1}^L (s_l - \langle s \rangle) \log V \left(\frac{l}{n} \right) \right\} \\ \times \left\{ \sum_{l=1}^L (s_l - \langle s \rangle)^2 \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $L \geq 2$ (при расчетах, как правило, выбирают $L = 2$), $s_l = \log \frac{l}{n}$ и $\langle s \rangle = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L s_l$. Фактически фрактальная размерность определяется как угол наклона линейной зависимости $\log V \left(\frac{l}{n} \right)$ от $\log \frac{l}{n}$.

В методе вариации по срезу (*transect variation estimation*) в качестве функции $V(l/n)$ используется обобщенная вариация разностей первого порядка:

$$\hat{V}_p^{(1)} \left(\frac{l}{n} \right) = \frac{1}{2(n-l)} \sum_{i=1}^n |X_{i/n} - X_{(i-l)/n}|^p. \quad (7)$$

В методе приращения по срезу (*transect increment estimation*) в качестве функции $V(l/n)$ используется обобщенная вариация разностей второго порядка:

$$\hat{V}_p^{(2)} \left(\frac{l}{n} \right) = \frac{1}{2(n-2l)} \sum_{i=1}^{n-l} |X_{(i+l)/n} - 2X_{i/n} + X_{(i-l)/n}|^p. \quad (8)$$

Третий метод оценки фрактальной размерности поверхности связан с двумерным случайным полем. Это метод квадратичных приращений (*square increment estimation*), и его базисом является обобщенная вариация квадратичных приращений $\hat{V}_{Sl,p} \left(\frac{k}{n} \right)$, которая задается как

$$\begin{aligned} \hat{V}_{Sl,p} \left(\frac{k}{n} \right) = \frac{1}{2N(k)} \sum_{S(k)} |X_{i_1/n, i_2/n} - X_{i_1/n, j_2/n} \\ - X_{j_1/n, i_2/n} + X_{j_1/n, j_2/n}|^p. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь суммирование проводится в рамках следующего множества

$$S(k) = \left\{ (i_1, i_2, j_1, j_2) \in \{0, 1, \dots, n\}^4 : \left\| \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \end{pmatrix} \right\| = k \right\}, \quad (10)$$

где k — расстояние, а $N(k)$ — мощность множества $S(k)$.

Оценка фрактальной размерности в методе квадратичных приращений задается выражением, аналогичным (6):

$$\begin{aligned} \hat{D} = 2 - \frac{1}{p} \left\{ \sum_{k \in K} (s_k - \langle s \rangle) \log \hat{V}_{Sl,p} \left(\frac{k}{n} \right) \right\} \\ \times \left\{ \sum_{k \in K} (s_k - \langle s \rangle)^2 \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $s_k = \log \frac{k}{n}$. Фактически фрактальная размерность определяется как угол наклона линейной зависимости $\log \hat{V}_{Sl,p} \left(\frac{k}{n} \right)$ от $\log \frac{k}{n}$, где $K = \{\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

- [1] М. Эшби, Д. Джонс. Конструкционные материалы. Изд. дом „Интеллект“, Долгопрудный (2010). 672 с. [Michael F. Ashby, David R.H. Jones. Engineering Materials. An Introduction to Properties. Applications and Design. Elsevier, Holland (2006). V. 1, 439 p. V. 2. 466 p].
- [2] Г. Готштайн. Физико-химические основы материаловедения. Лаборатория знаний, М. (2017). 403 с. [Günter Gottstein. Physical Foundations of Materials Science. Springer-Verlag, Berlin (2004). 510 p].
- [3] И. Пригожин, Д. Кондепуди. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. Мир, М. (2002). 461 с. [D. Kondepudi, I. Prigogine. Modern Thermodynamics. From Heat Engines to Dissipative Structures. John Wiley & Sons (2014). 560 p].
- [4] Н. Mecking, U.F. Kocks. Acta Metallurgica **29**, 11, 1865 (1981).
- [5] Y. Estrin, H. Mecking. Acta Metallurgica **32**, 1, 57 (1984).
- [6] Г.А. Малыгин. УФН **169**, 9, 979 (1999). [G.A. Malygin. Phys.—Usp. **42**, 9, 887 (1999)].
- [7] L.P. Kubin, C. Fressengeas, G. Ananthakrishna. Dislocation in Solids. Ch. 57. Collective Behaviour of Dislocations in Plasticity. Elsevier Science (2002). P. 101–192.
- [8] U.F. Kocks, H. Mecking. Prog. Mater. Sci. **48**, 3, 171 (2003).
- [9] И.С. Ясников, А. Виноградов, Ю. Эстрин. ФТТ **55**, 2, 306 (2013). [I.S. Yasnikov, A. Vinogradov, Yu. Estrin. Phys. Solid State **55**, 2, 346 (2013)].
- [10] M.C. Carmen-Miguel, A. Vespignani, S. Zapperi, J. Weiss, J.R. Grasso. Nature **410**, 667 (2001).

- [11] T. Richeton, J. Weiss, F. Louchet. *Nature Mater.* **4**, 465 (2005).
- [12] D.M. Dimiduk, C. Woodward, R. LeSar, M.D. Uchic. *Science* **312**, 5777, 1188 (2006).
- [13] I.S. Yasnikov, A. Vinogradov, Y. Estrin. *Scripta Mater.* **76**, 37 (2014).
- [14] E.A. Agletdinov, I.S. Yasnikov. *Phys. Rev. E* **108**, 4, 044217 (2023).
- [15] B.B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature*. Henry Holt and Company. (1983). 468 p.
- [16] M. Koslowski, R. LeSar, R. Thomson. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 26, 265503 (2004).
- [17] P. Hähner, K. Bay, M. Zaiser. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 12, 2470 (1998).
- [18] M. Zaiser, K. Bay, P. Hähner. *Acta Mater.* **47**, 8, 2463 (1999).
- [19] A. Vinogradov, I.S. Yasnikov, Y. Estrin. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 20, 205504 (2012).
- [20] M. Zaiser, F.M. Grasset, V. Koutsos, E.C. Aifantis. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 19, 195507 (2004).
- [21] I. Groma, B. Bakó. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 7, 1487 (2000).
- [22] S. Lipcsei, S. Kalácska, P.D. Ispánovity, J.L. Lábár, Z. Dankházi, I. Groma. *Phys. Rev. Mater.* **7**, 3, 033604 (2023).
- [23] В.Е. Корсуков, А.В. Анкудинов, В.И. Бетехтин, П.Н. Бутенко, В.Н. Вербицкий, В.Л. Гиляров, И.В. Гиляров, С.А. Князев, М.М. Корсукова, Б.А. Обидов. *ФТТ* **62**, 12, 2003 (2020). [V.E. Korsukov, A.V. Ankudinov, V.I. Betekhtin, P.N. Butenko, V.N. Verbitskii, V.L. Hilarov, I.V. Hilarov, S.A. Knyazev, M.M. Korsukova, B.A. Obidov. *Phys. Solid State* **62**, 12, 2249 (2020)].
- [24] Б.А. Обидов, В.Е. Корсуков, В.Л. Гиляров, А.В. Анкудинов, П.Н. Бутенко, С.А. Князев, М.М. Корсукова. *ФТТ* **64**, 8, 936 (2022). [B.A. Obidov, V.E. Korsukov, V.L. Hilarov, A.V. Ankudinov, P.N. Butenko, S.A. Knyazev, M.M. Korsukova. *Phys. Solid State* **64**, 8, 925 (2022)].
- [25] Е.С. Емельянова, О.С. Зиновьева, В.А. Романова, Р.Р. Балахонов, М. Писарев. *Физ. мезомеханика* **26**, 5, 33 (2023). [E.S. Emelianova, O.S. Zinovieva, V.A. Romanova, R.R. Balakhonov, M. Pisarev. *Phys. Mesomech.* **27**, 1, 16 (2024)].
- [26] C.E. Rasmussen, C.K.I. Williams. *Gaussian Processes for Machine Learning*. The MIT Press, Massachusetts, USA (2006). 266 p.
- [27] T. Gneiting, H. Ševčíková, D.B. Persival. *Statistic. Sci.* **27**, 2, 247 (2012).
- [28] J.A. Goff, T.H. Jordan. *J. Geophys. Res. Solid Earth* **93**, B11, 13589 (1988).
- [29] M. Cavagliá. *Classical Quantum Gravity* **39**, 13, 135012 (2022).
- [30] L.H.L. Loke, R.A. Chisholm. *Ecology Lett.* **25**, 10, 2269 (2022).
- [31] R.J. Adler. *The Geometry of Random Fields*. Wiley, N.Y. (1981). 280 p.
- [32] В.Е. Корсуков, А.В. Анкудинов, В.И. Бетехтин, П.Н. Бутенко, В.Н. Вербицкий, В.Л. Гиляров, М.М. Корсукова, М.В. Нарыкова, Б.А. Обидов. *ФТТ* **61**, 4, 708 (2019). [V.E. Korsukov, A.V. Ankudinov, V.I. Betekhtin, P.N. Butenko, V.N. Verbitskii, V.L. Gilyarov, M.M. Korsukova, M.V. Narykova, B.A. Obidov. *Phys. Solid State* **61**, 4, 585 (2019)].
- [33] A. Vinogradov, M. Seleznev, I.S. Yasnikov. *Scripta Mater.* **130**, 138 (2017).