

06,07,13

Температурная функция Грина диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика

© Д.В. Кузенко

Научно-исследовательский институт „Реактивэлектрон“,
Донецк, Россия

E-mail: danil.kuzenko.84@yandex.ru

Поступила в Редакцию 2 апреля 2024 г.

В окончательной редакции 24 апреля 2024 г.

Принята к публикации 24 апреля 2024 г.

Представлено применение метода температурных функций Грина с использованием вероятностного фактора Больцмана к описанию температурной зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика. На примере сегнетоэлектрического твердого раствора цирконата-титаната свинца вычислена температурная функция Грина температурной зависимости диэлектрической проницаемости с учетом наличия активационных процессов, обусловленных взаимодействием доменной и дефектной структур сегнетоэлектрика. Методом активации-релаксации диэлектрической проницаемости определены энергии активации этих процессов: срыв доменных стенок с дефектов структуры (кислородных вакансий); миграция дефектов (кислородных вакансий) и распад доменной структуры; диэлектрический отклик бездоменного параэлектрика.

Ключевые слова: диэлектрическая проницаемость, функция Грина, энергия активации, цирконат-титанат свинца.

DOI: 10.61011/FTT.2024.05.58078.75

1. Введение

Изучение реакции функциональных материалов на изменение внешних условий является важнейшей задачей фундаментальной и прикладной физики. Среди разнообразия способов математического описания временных и амплитудных зависимостей свойств этих материалов наиболее широко применяются дифференциальные уравнения, одним из методов решения которых является метод функций Грина, имеющий несколько модификаций: одно- и двухвременные, причинные, температурные.

В настоящей работе на основании анализа экспериментальной температурной зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика $\epsilon(T)$, измеренной при медленном изменении температуры, определена температурная функция Грина G диэлектрической проницаемости. Возможность использования функций Грина в этом случае основана на применимости методов статистической механики к сегнетоэлектрическим фазовым переходам [1,2], а также на более ранних исследованиях общих свойств функций Грина. Так, еще в 1960 году Зубарев в работе [3] отметил о возможности применимости двухвременных функций Грина (запаздывающих и опережающих) при изучении процессов с незначительным отклонением от состояния статистического равновесия для определения температурно-зависимой энергии элементарных возбуждений систем со взаимодействием и малым затуханием. В дальнейшем Бонч-Бруевич и Тябликов в монографии [4] связали термодинамический потенциал статистической системы с простейшей однобозонной функцией Грина, которая позволяет вычислять реакцию термодинамической системы

на внешние воздействия. Исследования, последовавшие за этим, показали состоятельность применимости метода функций Грина для описания сегнетоэлектрических фазовых переходов на примере сегнетоэлектриков типа порядок-беспорядок KN_2PO_4 с двухвременной фермионной функцией Грина [5] и PbHPO_4 [6]. Другим применением метода функций Грина стало моделирование диэлектрического отклика тонкопленочного сегнетоэлектрика переменного состава $(\text{Ba,Sr})\text{TiO}_3$ [7] и процесса перехода многослойной сегнетоэлектрической тонкой пленки из сегнетоэлектрического состояния в параэлектрическое [8], а также расчет диэлектрической проницаемости твердого раствора с учетом многократного рассеяния фононов на кластерах, состоящих из примесей [9]. В применении к сегнетоэлектрическому фазовому переходу второго рода, описываемого формализмом флуктуационного подхода, в кристалле с сильным электрон-фононным взаимодействием, использование мацубаровских квантовых функций Грина в температурной зависимости термодинамического потенциала вблизи температуры фазового перехода позволило учесть влияние тепловых и квантовых флуктуаций на фазовый переход [10]. Кроме этого, применение атомистического метода функций Грина в физике твердого тела позволяет учитывать структурные особенности исследуемого образца, в частности наличие границ зерен в поликристаллах и их влияние на распространение фононов и механизмы теплового переноса через границы зерен [11].

Фундаментальность этих вопросов и обусловило выбор данного исследования.

2. Методика эксперимента

Для проведения эксперимента получен керамический образец диаметром 10 мм и толщиной 1 мм состава $(\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05})(\text{Zr}_{0.53}\text{Ti}_{0.47})\text{O}_3$ — сегнетозелектрика с кристаллической структурой перовскита. Он является твердым раствором с наличием фаз тетрагональной и ромбоэдрической симметрии и фазовым переходом сегнетозелектрик-параэлектрик при температуре Кюри $T_C = 550$ К. Фазовый состав определен на рентгеновском дифрактометре ДРОН-3 (Cu-K α). Выбор такого состава обусловлен высокими значениями электрофизических свойств [12], широким применением в технике [13], высокой технологичностью процесса синтеза и спекания керамических образцов [14], а также пониженной температурой Кюри за счет наличия катионов Sr^{2+} , замещающих катионы Pb^{2+} в узлах А перовскита $\text{A}^{2+}\text{B}^{4+}\text{O}_3^{2-}$, по сравнению с нелегированным $\text{Pb}(\text{Zr}_{0.53}\text{Ti}_{0.47})\text{O}_3$ ($T_C = 650$ К).

Температурная зависимость диэлектрической проницаемости образца получена на частоте 1 kHz при напряженности электрического поля 1 V/mm на сопряженной с персональным компьютером установке, состоящей из нагревательной ячейки, автотрансформатора RFT Trennstelltrafo LTS 002, анализатора иммитанса широкополосного Е7-28, программного ПИД измерителя регулятора температуры ТРМ251.

3. Результаты и обсуждение

Для нахождения температурной функции Грина диэлектрической проницаемости сегнетозелектрика измерена температурная зависимость диэлектрической проницаемости сегнетозелектрика $(\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05})(\text{Zr}_{0.53}\text{Ti}_{0.47})\text{O}_3$ (рис. 1).

А также проведен математический анализ возможности ее описания линейным дифференциальным уравнением первого порядка.

Применение метода функций Грина к физической системе, совершающей переход к новому равновесному состоянию под действием внешнего воздействия допустимо, если этот процесс можно описать дифференциальным уравнением

$$\frac{d\xi}{dq} + \gamma \cdot \xi = \varphi(q), \quad (1)$$

где $\xi(q)$ — параметр, характеризующий систему; q — амплитуда внешнего воздействия на систему; γ — параметр, характеризующий способность системы к равновесному состоянию; $\varphi(q)$ — внешнее воздействие, выводящее систему из равновесия.

Если рассматривать в качестве параметра, характеризующего сегнетозелектрик значение его диэлектрической проницаемости, а внешним воздействием будет изменение температуры, то уравнение (1) в этом случае будет

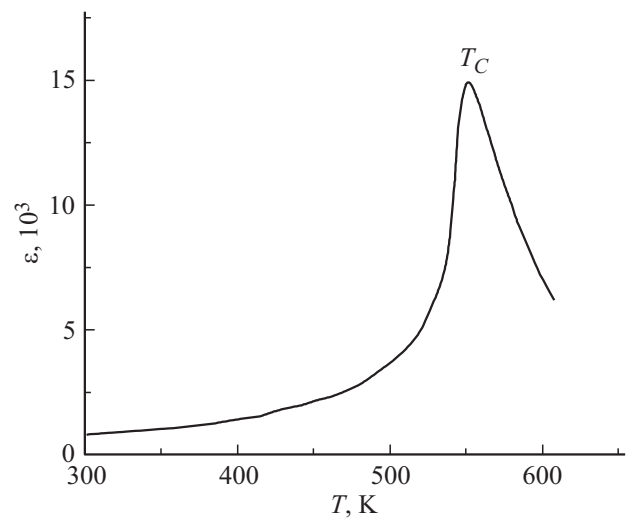


Рис. 1. Температурная зависимость диэлектрической проницаемости сегнетозелектрика $(\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05})(\text{Zr}_{0.53}\text{Ti}_{0.47})\text{O}_3$ с температурой Кюри T_C .

иметь вид

$$\frac{d\varepsilon}{dT} + A \cdot \varepsilon = B(T), \quad (2)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость; T — температура; A — коэффициент (отрицательный при увеличении ε с ростом T и положительный при уменьшении ε с ростом T); $B(T)$ — функция температурного воздействия на образец. Возможность такого представления обосновывается экспериментальным фактом того, что при изменении температуры сегнетозелектрика происходит нелинейное изменение его диэлектрической проницаемости (рис. 1). При этом, как показано в [15] на примере сегнетозелектрика $(\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05})(\text{Zr}_x\text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$ ($x = 0.45, 0.51, 0.60$), температурная зависимость диэлектрической проницаемости может быть разделена на участки, для которых справедливо уравнение, характерное для термо-активационных процессов

$$\varepsilon_i(T) = a_i \cdot \exp\left(\frac{\pm U_i}{kT}\right), \quad (3)$$

где a_i — коэффициент, равный относительной диэлектрической проницаемости, обусловленной физическим процессом на i -ом участке при стремлении температуры к предельному значению; U_i — энергия активации диэлектрической проницаемости, обусловленной физическим процессом на i -ом участке зависимости $\varepsilon(T)$, знак „±“ перед которой учитывает процесс роста или уменьшения диэлектрической проницаемости с ростом температуры.

На основании того, что уравнение (3) может быть сведено к уравнению

$$\frac{d\varepsilon}{dT} = -\frac{U}{kT^2} \cdot \varepsilon, \quad (4)$$

Значения коэффициента a_i и энергии активации U_i из уравнения (3) для $(\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05})(\text{Zr}_{0.53}\text{Ti}_{0.47})\text{O}_3$, а также величина достоверности аппроксимации R^2 зависимости $\varepsilon(T)$ уравнением (1) на участках 1–4 (рис. 2)

i	a_i	U_i, eV	R^2
1	$1.43 \cdot 10^4$	0.08	0.9406
2	$8.34 \cdot 10^6$	0.33	0.9749
3	$4.29 \cdot 10^{19}$	1.68	0.9951
4	$9.31 \cdot 10^{-1}$	0.46	0.9909

а уравнение (2) представлено в следующем виде:

$$\frac{d\varepsilon}{dT} = \left(\frac{B(T)}{\varepsilon} - A \right) \cdot \varepsilon, \quad (5)$$

можно получить выражение для функции температурного воздействия $B(T)$, введенной нами для применимости метода функций Грина

$$B(T) = A + \frac{\varepsilon U}{kT^2}. \quad (6)$$

Однако при дальнейших расчетах функция $B(T)$ является вспомогательной и ее явное определение нам не потребуется.

Необходимые значения энергий активации и соответствующие им температурные интервалы исследуемого сегнетоэлектрика $(\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05})(\text{Zr}_{0.53}\text{Ti}_{0.47})\text{O}_3$ определены методом активации-релаксации диэлектрической проницаемости, описанным в [16] исходя из температурной зависимости диэлектрической проницаемости $\varepsilon_i(T)$ на отдельном i -м участке зависимости $\varepsilon(T)$:

$$\varepsilon_i(T) = a_0 \exp\left(\left(-\frac{U_i}{kT}\right) \cdot \left(1 - \left(\frac{kT}{U_0}\right)\right)\right), \quad (7)$$

где U_i — энергия активации на i -м участке; a_0 и U_0 — параметры экспериментальной температурной зависимости диэлектрической проницаемости конкретного образца; k — постоянная Больцмана; T — температура.

На основании этого рассмотрены четыре термоактивационных процесса, описываемых уравнением (3) с определенными параметрами и получены значения соответствующих энергий активации: 0.08, 0.33, 1.68, 0.46 eV (рис. 2).

Полученные аппроксимирующие зависимости близки к экспериментальным точкам, о чем свидетельствует близость к 1 величины достоверности аппроксимации R^2 (таблица).

Первые три процесса происходят ниже температуры Кюри (в сегнетоэлектрическом состоянии образца), а четвертый процесс — выше температуры Кюри (в параэлектрическом состоянии образца). Учитывая это, возникает вопрос о согласии представленного в

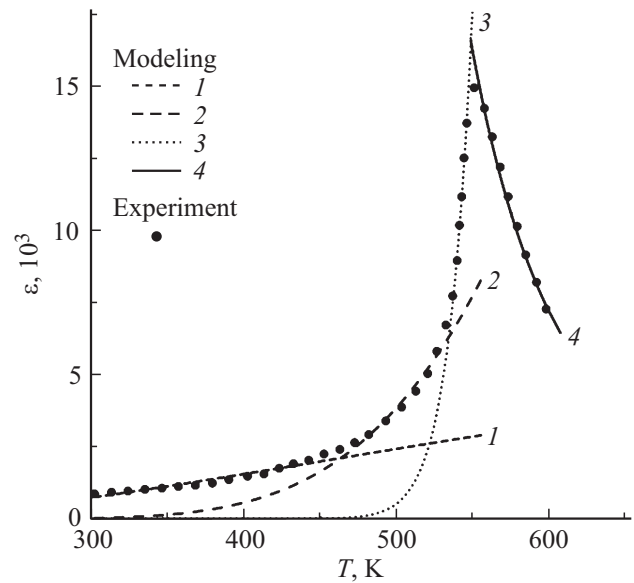


Рис. 2. Сравнение экспериментальных значений температурной зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика $(\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05})(\text{Zr}_{0.53}\text{Ti}_{0.47})\text{O}_3$ с модельными зависимостями, полученными из уравнения (8) с энергиями активации U : 1 — 0.08 eV; 2 — 0.33 eV; 3 — 1.68 eV; 4 — 0.46 eV.

данной работе рассмотрения с законом Кюри–Вейса для диэлектрической восприимчивости выше точки Кюри

$$\chi(T) = \frac{C}{(T - T_0)}, \quad (8)$$

который с учетом связи диэлектрической проницаемости ε и диэлектрической восприимчивости χ ($\varepsilon = \chi + 1$), можно записать в виде

$$\varepsilon(T) = 1 + \frac{C}{(T - T_0)}, \quad (9)$$

где C — постоянная Кюри–Вейса, К; T — температура образца, К; T_0 — температура Кюри–Вейса (близка к температуре Кюри T_C), К.

Для приведения уравнения (3) (для случая $T > T_C$) к закону Кюри–Вейса необходимо экспоненциальную функцию разложить в ряд Тейлора, ограничившись первыми двумя членами

$$\varepsilon(T) = 1 + \ln(a) + \frac{U}{kT}, \quad (10)$$

и сделать замену переменных приравняв уравнения (9) и (10). Это позволяет получить выражение для постоянной Кюри–Вейса C в параэлектрической области с одним активационным процессом при условии независимости постоянной C от температуры

$$C = \frac{U - kT_0 \ln(a)}{k}. \quad (11)$$

Для реализации этого условия должно выполняться равенство

$$\frac{T}{T_0} \ln(a) = \frac{U}{kT}, \quad (12)$$

которое возможно в параэлектрической фазе при температурах $T > T_0$ и $U > kT$.

Определение постоянной Кюри–Вейса C по формуле (11) отражает зависимость этого параметра сегнетоэлектрика от его внутреннего строения: спектра энергий активации дипольных структурных элементов (U), диэлектрических характеристик ($\ln(a)$), наличия сегнетоэлектрического фазового перехода (T_0). Это может объяснять то, что вычисленная по экспериментальным данным постоянная Кюри–Вейса C для одного и того же сегнетоэлектрика может иметь несколько различные значения. Таким образом, представление температурной зависимости диэлектрической проницаемости в виде (3) не противоречит закону Кюри–Вейса в параэлектрической области, а также дополняет его в сегнетоэлектрической области (ниже температуры Кюри).

Для каждого из четырех активационных процессов, рассмотренных в работе, можно указать физические процессы, обуславливающие изменение диэлектрической проницаемости с ростом температуры [15]. Эти процессы связаны с наличием и взаимодействием доменной и дефектной структур в сегнетоэлектрике. Так, первому процессу соответствуют начальные колебания доменных стенок; второму — срыв доменных стенок с дефектов структуры (кислородных вакансий); третьему — миграция дефектов (кислородных вакансий) и распад доменной структуры; четвертому — диэлектрический отклик бездоменного параэлектрика. Процесс распада доменной структуры, как было определено ранее в [17,18] для сегнетоэлектрика $(\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05})(\text{Zr}_x\text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$ ($x = 0.46, 0.48, 0.53, 0.58$), заключался в том, что нагревание образца при критической температуре T_d , которая ниже температуры Кюри T_C на 10–30 К, приводило к изменению формы дифракционных линий, соответствующих направлению поляризации в элементарной ячейке перовскита, которое сохранялось и при старении образца до комнатной температуры. Так, в образцах тетрагональной симметрии происходило перераспределение в интенсивностях дублетной линии (200), а в образцах ромбоэдрической симметрии — дублетной линии (220).

Диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектрика обусловлена наличием нескольких составляющих подсистем (электронной, ионной, дипольной, доменной) и ее температурная зависимость в простейшем случае является суммой реакций отдельных подсистем на изменение температуры. Это приводит к наличию спектра энергий активации диэлектрической проницаемости [15], который проявляется как отклик сегнетоэлектрика на изменение температуры. Состояние каждой из подсистем не является равновесным, а зависит от температуры, поэтому в качестве параметра для каждой из i -ой подсистем можно выбрать энергию температурной активации этой подсистемы U_i или соответствующую ей температуру T_i .

Согласно [19] решение уравнения (2) записывается в виде свертки с функцией Грина G :

$$\varepsilon(T) = \int G(T, T_i) B(T) dT, \quad (13)$$

где $G(T, T_i)$ — функция Грина уравнения (13), которая определяет диэлектрический отклик сегнетоэлектрика на изменение температуры при температуре T , произошедший при температуре T_i . Тогда, с учетом зависимости функции Грина от температур T , T_i и их разности $T - T_i$, функция Грина G должна удовлетворять уравнению

$$\frac{dG}{dT} + A \cdot G = \delta(T - T_i), \quad (14)$$

здесь $\delta(T - T_i)$ — дельта-функция Дирака. Поскольку, при $T < T_i$ функция Грина $G = 0$, в точке $T = T_i$ она испытывает единичный скачок $G = 1$, а при $T > T_i$ уравнение (14) сводится к однородному $\partial_T G = -AG$ с начальным условием $G = 1$ при $T = T_i$, то решение уравнения (3) может быть найдено в явном виде

$$G(T, T_i) = \Theta(T - T_i) \cdot \exp\left[-\int_{T_i}^T A(\tau) d\tau\right], \quad (15)$$

где $\Theta(T - T_i)$ — функция Хэвисайда, равная нулю при $T < T_i$ и равная единице при $T > T_i$.

Рассматривая случай одной подсистемы (электронной, ионной или доменной), которая претерпевает температурную активацию, и имеет постоянный температурный коэффициент A , приходим к выражению для температурной функции Грина:

$$G(T, T_i) = \Theta(T - T_i) \cdot \exp(-A \cdot T). \quad (16)$$

Для дальнейшего, необходимо учесть физическую сущность рассматриваемого температурного процесса. А именно то, что переход между сегнетоэлектрическим и параэлектрическим состояниями сегнетоэлектрика является фазовым переходом, при котором симметрия кристаллической решетки перовскита ABO_3 изменяется с тетрагональной (или ромбоэдрической) на кубическую, что сопровождается смещением ионов А, В, О в новые положения.

Как отметил Хон в [20], при фазовых превращениях в твердых телах динамика решетки имеет два механизма смещения атомов: атермический и термически активируемый. Для термически активируемого механизма, рассматриваемого в модели диэлектрического отклика сегнетоэлектрика, смещения атомов между соседними поверхностями потенциальной энергий будут обусловлены тепловыми флуктуациями. Это приводит к известной температурной зависимости вероятности P переходов ионов между поверхностями потенциальной энергий с энергией активации перехода ΔU :

$$P \propto \exp\left(-\frac{\Delta U}{kT}\right). \quad (17)$$

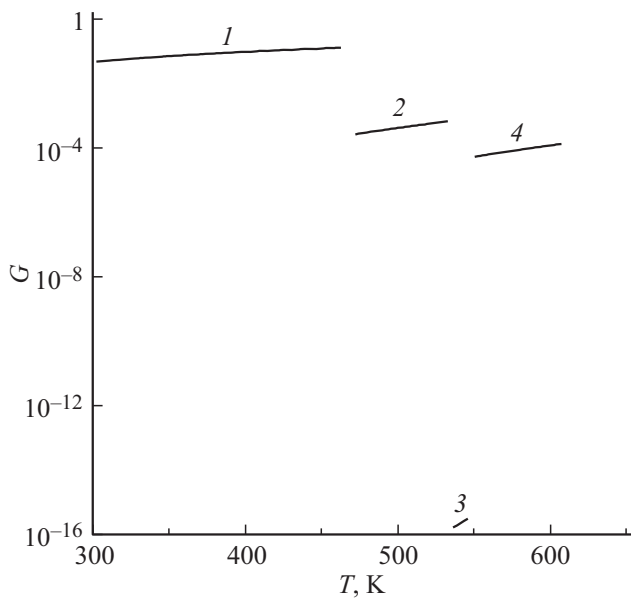


Рис. 3. Температурная зависимость функции Грина G диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика $(\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05})(\text{Zr}_{0.53}\text{Ti}_{0.47})\text{O}_3$, вычисленной по формуле (6) на температурных интервалах 1–4 с соответствующими энергиями активации $U = 0.08, 0.33, 1.68$ и 0.46 eV.

Далее применяя статистический подход, изложенный Лившицем и Питаевским в [21], справедливый для термоактивационных процессов, и заменив экспоненциальный множитель на множитель Больцмана, получим выражение

$$G(T, T_i) = \Theta(T - T_i) \cdot \exp\left(-\frac{U_i}{kT}\right), \quad (18)$$

где U_i — энергии активации процесса, протекающего при температуре $T > T_i$.

Необходимо отметить, что, как и в нашей работе, метод функций Грина ранее был уже применен для моделирования диэлектрического отклика сегнетоэлектрика [22], а в описании температурной и частотной зависимости диэлектрической восприимчивости использован вероятностный фактор Больцмана [23]. Однако явный вид температурной функции Грина для конкретного функционального материала, которым является сегнетоэлектрик, ранее не был определен.

Результаты вычисления значений температурной функции Грина для диэлектрической проницаемости, определенной из температурной зависимости диэлектрической проницаемости на примере керамического сегнетоэлектрика $(\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05})(\text{Zr}_{0.53}\text{Ti}_{0.47})\text{O}_3$ показаны на рис. 3.

Как видно на рис. 3, в точках, температуры которых соответствуют смене физического механизма процесса активации диэлектрической проницаемости ($1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 4$), функция Грина терпит разрыв. Это является следствием того, что в нашей работе температурное

распределение энергий активации является дискретным. При непрерывном температурном распределении энергий активации диэлектрического отклика температурная функция Грина предположительно будет иметь иной вид. Для процессов в сегнетоэлектрической фазе можно пытаться находить другие физические механизмы с другими энергиями активации, позволяющие устранить эти точки разрыва, т.к. здесь не происходит изменения симметрии кристаллической решетки (ромбоэдрическая или тетрагональная для наших образцов). В точке фазового перехода происходит изменение симметрии решетки на кубическую и за термоактивационные процессы отвечают другие физические механизмы (диэлектрический отклик бездоменной кристалла). В предложенной в статье модели не рассматривается термоактивационный механизм непосредственно точки фазового перехода, а только процессы в некоторой близости по обе стороны от этой точки.

4. Заключение

В результате проведения исследования установлено, что введение функции Грина в температурную зависимость диэлектрической проницаемости позволяет описать эту зависимость дифференциальным уравнением первого порядка при температурах как ниже, так и выше температуры сегнетоэлектрического фазового перехода. На основании этого определен явный вид температурной функции Грина для диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика.

Применение статистического подхода с использованием вероятностного фактора Больцмана к математическому описанию температурной зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрического твердого раствора $(\text{Pb}_{0.95}\text{Sr}_{0.05})(\text{Zr}_{0.53}\text{Ti}_{0.47})\text{O}_3$ в приближении дискретного температурного распределения энергий активации диэлектрической проницаемости позволило вычислить значение температурной функции Грина диэлектрической проницаемости и построить ее температурную зависимость. Необходимые для этого значения энергий активации температурной активации диэлектрической проницаемости, обусловлены процессами взаимодействия доменной и дефектной структур сегнетоэлектрика, вычислены методом активации-релаксации диэлектрической проницаемости.

Таким образом, применение метода температурных функций Грина для диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика с учетом экспериментально определенных значений энергии активации его доменной и дефектной структур позволило получить выражение для температурной зависимости диэлектрической проницаемости в виде интеграла свертки функции Грина с функцией температурного воздействия на образец. При этом метод функций Грина можно использовать для анализа и описания температурных зависимостей диэлектрической проницаемости сегнетоэлектриков, измеренных при раз-

личных частотах и амплитудах внешнего электрического поля, а также при наличии смещающего постоянного электрического поля. Однако, при этом необходимо учитывать как возможность смещения температуры фазового перехода, так и изменения спектра энергий активации доменной и дефектной структур сегнетозелектрика.

Благодарности

Автор благодарит Н.А. Спиридонова за помощь в получении образцов керамики $Pb(Zr,Ti)O_3$ и С.С. Омельяновича за помощь в проведении эксперимента.

Финансирование работы

Работа является частью выполнения Государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации „Активационные механизмы фазовых переходов в сегнетозелектрических материалах“ (№ 123121500051-7).

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

- [1] М. Лайнс, А. Гласс. Сегнетозелектрики и родственные им материалы / Пер. с англ. под ред. В.В. Леманова, Г.А. Смоленского. Мир, М. (1981). С. 38.
- [2] Б.А. Струков, А.П. Леванюк. Физические основы сегнетозелектрических явлений в кристаллах. Наука, М. (1983). С. 166.
- [3] Д.Н. Зубарев. УФН **71**, 71 (1960).
- [4] В.Л. Бонч-Бруевич, С.В. Тябликов. Метод функций Грина в статистической механике. ГИФМЛ, М. (1961). С. 112. С. 135.
- [5] V. Ramakrishnan, T. Tanaka. Phys. Rev. B **16**, 1, 422 (1977).
- [6] W. Chunlei, Q. Zikai, Z. Jingbo. Ferroelectrics **77**, 1, 21 (1988).
- [7] П.Н. Юдин, М.А. Никольский, С.П. Зубко. ЖТФ **83**, 8, 56 (2003).
- [8] Z.X. Lu, B.H. Teng, X. Yang. Adv. Mater. Res. **152–153**, 116 (2010).
- [9] В.С. Виноградов. Краткие сообщения по физике. ФИАН **4**, 32 (2000).
- [10] Э.Н. Мясников, З.П. Мастропас. ФТТ **52**, 3, 552 (2010).
- [11] C. Li, Z. Tian. Front. Phys. **7**, Article 3 (2019).
- [12] О.А. Демченко, Л.А. Резниченко, Л.А. Шилкина, А.В. Туррик, О.Н. Разумовская, С.И. Дудкина. Письма в ЖТФ **30**, 3, 62 (2004).
- [13] Y. Xu. Ferroelectric materials and their applications. North Holland. AMS London–N.Y.–Tokio (1991). 391 p.
- [14] J. Costa Marrero, A. Suárez-Gómez, J. Saniger Blesa, F. Calderón-Piñar. Bull. Mater. Sci. **32**, 4, 381 (2009).
- [15] D.V. Kuzenko. J. Adv. Dielect. **12**, 3, 2250010 (2022).
- [16] Д.В. Кузенко. В сб.: Тезисы III Междунар. конф. „Физика конденсированных состояний“ / Под ред. Б.Б. Страумала. Черногловка (2023). С. 338.
- [17] V.M. Ishchuk, D.V. Kuzenko. J. Adv. Dielect. **5**, 4, 1550036 (2015).
- [18] D.V. Kuzenko. J. Adv. Dielect. **11**, 1, 2150006 (2021).
- [19] В.С. Владимиров. Уравнения математической физики. Наука, М. (1967). 436 с.
- [20] Ю.А. Хон. ФТТ **66**, 3, 342 (2024).
- [21] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Статистическая физика. В. 2. Ч. 2. Теория конденсированного состояния. Физматлит, М. (2004). С. 195.
- [22] П.Н. Юдин, М.А. Никольский, С.П. Зубко. ЖТФ **83**, 8, 56 (2003).
- [23] H.J. Bakker. Phys. Rev. B. **52**, 6, 4093 (1995).

Редактор Т.Н. Василевская