01,10

Распространение однополярных импульсных возмущений в кристаллических твердых телах с дислокационным гистерезисом Гранато–Люкке

© В.Е. Назаров, С.Б. Кияшко

Институт прикладной физики РАН,
Нижний Новгород, Россия

E-mail: v.e.nazarov@appl.sci-nnov.ru

Поступила в Редакцию 18 марта 2024 г.
В окончательной редакции 19 марта 2024 г.
Принята к публикации 21 марта 2024 г.

Проведено теоретическое исследование нелинейного распространения однополярных импульсных возмущений в кристаллических твердых телах с дислокационным гистерезисом Гранато–Люкке. Получено точное аналитическое решение, описывающее распространение и эволюцию первоначального возмущения — полупериода синусоидального колебания. Определены зависимости формы, амплитуды и длительности возмущения в среде от его начальной амплитуды и пройденного расстояния. Проведен численный и графический анализ полученного решения.

Ключевые слова: амплитудно-зависимое внутреннее трение, упругие волны.

DOI: 10.61011/FTT.2024.04.57782.55

1. Введение

Теория волновых процессов в идеальных (без диссипации) однородных средах со степенной (квадратичной или кубичной) упругой нелинейностью развита в достаточно полной мере [1–4]. При распространении в таких средах однополярных импульсных возмущений имеет место их нелинейное искажение. Вначале происходит укручение фронта возмущения (переднего или заднего, — в зависимости от знака параметра нелинейности среды), а затем в его профиле образуется неоднозначность или „перехлест“. Вследствие физической нереализуемости „перехлеста“, в профиль возмущения искусственно вводится разрыв — ударный фронт. В результате форма возмущения в среде становится пилообразной, при этом его длительность растет, а амплитуда и энергия уменьшаются (из-за нелинейных потерь на разрыве), но количество движения возмущения сохраняется.

Исследования амплитудно-зависимого внутреннего трения (АЗВТ) в кристаллических твердых телах (металлах, сплавах и горных породах), содержащих дислокации, свидетельствуют о том, что такие материалы характеризуются гистерезисной нелинейностью, значительно превышающей слабую упругую нелинейность однородных сред (без дефектов). В гистерезисных средах закономерности волновых процессов отличаются от аналогичных закономерностей для сред со степенной упругой нелинейностью, в частности, укручения фронтов и „перехлеста“ в профиле волны может не возникать, но волна нелинейно искажается и затухает (из-за гистерезисных потерь) [5]. В связи с широкой распространенностью подобных материалов, теоретическое исследование нелинейных волновых процессов в гистерезисных средах является актуальной задачей физики твердого тела, что составляет основу для изучения динамики дислокаций под действием знакопеременных упругих напряжений и определения механизмов гистерезисной нелинейности кристаллических твердых тел [6–8].

К настоящему времени единственной микроскопической теорией, определяющей гистерезисное уравнение состояния кристаллических твердых тел, т. е. зависимость $\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$, где σ, ε и $\dot{\varepsilon}$ — напряжение, деформация и скорость деформации, является дислокационная теория поглощения Гранато–Люкке [9–11]. В этой теории гистерезис в уравнении состояния кристалла связывается с отрывом сегментов дислокаций от примесных атомов и их различным поведением на стадиях нагрузки и разгрузки. Площадь петли гистерезиса определяет нелинейные потери волны, а производные $\sigma_\varepsilon(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ — скорости распространения переднего и заднего фронтов волны. В теории Гранато–Люкке выражение для гистерезисных потерь получено в неволновом приближении, когда длина образца много меньше длины волны, а амплитуда напряжения в среде равна амплитуде гармонического напряжения на границе среды. Теоретических исследований нелинейного распространения упругих волн в гистерезисных твердых телах в рамках дислокационной теории Гранато–Люкке не проводилось. А между тем, закономерности волновых эффектов АЗВТ в средах с гистерезисной нелинейностью будут отличаться от закономерностей этих же эффектов при их неволновом описании, поскольку проявления гистерезисных свойств среды накапливаются в нелинейных искажениях волны при ее распространении. Выявление закономерностей волновых эффектов может быть направлено на определение механизмов гистерезисной нелинейности кристаллических твердых тел и изучения динамики дислокаций в различных кристаллах, а также для создания методов их нелинейной акустической диагностики и неразрушающего контроля.

Отметим, что для многих кристаллических твердых тел [5,6,8,12] амплитудные зависимости эффектов АЗВТ не соответствуют гистерезису Гранато–Люкке. Тем не менее, решение задачи о нелинейном распространении упругих волн и импульсных возмущений в твердых телах с дислокационным гистерезисом Гранато–Люкке представляет определенный интерес, так как дает правильное качественное представление о нелинейных волновых процессах в подобных средах. Такое решение также полезно в качестве эталонного при анализе и сравнении закономерностей нелинейных волновых процессов в твердых телах с другими видами гистерезисной нелинейности.

В настоящей работе проводится теоретическое исследование распространения однополярных импульсных возмущений в кристаллических твердых телах с дислокационной гистерезисной нелинейностью Гранато–Люкке. Специфика такой задачи заключается в том, что гистерезис Гранато–Люкке нельзя представить в виде степенного ряда — ряда Тэйлора, и, таким образом, получить решение волновой задачи из решений для сред со степенным гистерезисом [5]. Здесь, в рамках дислокационной теории Гранато–Люкке, все волновые эффекты АЗВТ также будут связаны с проявлением гистерезиса, однако их закономерности будут другими, отличными от закономерностей для сред со степенной гистерезисной нелинейностью.

2. Основные уравнения

Из дислокационной теории Гранато–Люкке [9,10] следует, что гистерезисное уравнение состояния кристаллического твердого тела (для сдвиговых напряжений $\sigma = \sigma_{xy}$ и деформаций $\varepsilon = \partial U_y/\partial x$) имеет вид

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = G_0[\varepsilon - f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})], \tag{1}$$

$$f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = D\begin{cases}[1+(\varepsilon/\beta)]\exp(-\beta/\varepsilon), & \varepsilon \ge 0, \dot{\varepsilon} > 0,\\ [1+(\varepsilon_m/\beta)](\varepsilon/\varepsilon_m)\exp(-\beta/\varepsilon_m), & \varepsilon \ge 0, \dot{\varepsilon} < 0,\\ -[1-(\varepsilon/\beta)]\exp(\beta/\varepsilon), & \varepsilon \le 0, \dot{\varepsilon} < 0,\\ [1+(\varepsilon_m/\beta)](\varepsilon/\varepsilon_m)\exp(-\beta/\varepsilon_m), & \varepsilon \le 0, \dot{\varepsilon} > 0,\end{cases} \tag{2}$$

где $U_y = U_y(x, t)$ — y-компонента смещения,

$$G_0 = G/(1 + QG), \quad D = \gamma^3\Gamma Q/6, \quad \gamma = L_N/L_c \gg 1,$$

$$\Gamma = \pi f_m/4aL_c, \quad f_m \approx U_0/a,$$

$$Q = 48a^2\Lambda L_c^2/\pi^4 C = 24(1-\nu)L_c^2\Lambda/\pi^3 G,$$

$$C = 2Ga^2/\pi(1-\nu), \quad \beta = \Gamma/G_0,$$

G — модуль сдвига кристалла без дислокаций, a — модуль вектора Бюргерса, U_0 — энергия связи дислокации с примесным атомом, Λ — плотность дислокаций, L_c — расстояние между примесными атомами вдоль оси дислокации, L_N — длина дислокации, ν — коэффициент Пуассона, $f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ — гистерезисная функция, $|f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})| \ll |\varepsilon| \ll 1$, $f(\varepsilon = 0, \dot{\varepsilon}) = 0$, $\varepsilon_m/\beta < 1$, ε_m — амплитуда деформации.

Приведем характерные оценки для параметров G_0, β и D гистерезисного уравнения состояния (1), (2). Полагая, что $G = 4\cdot 10^{10}$ кг/м $\cdot$ с^2, $\nu = 0.25$, $a = 4\cdot 10^{-10}$ м, $L_c = 5\cdot 10^{-8}$ м, $\Lambda = 10^{12}$ м$^{-2}$, $\gamma = 50$, $U_0 = 2\cdot 10^{-20}$ Дж, получим:

$$QG = 24(1-\nu)L_c^2\Lambda/\pi^3 \approx 1.5\cdot 10^{-3} \ll 1,$$

$$G_0 \approx G, \quad f_m \approx 5\cdot 10^{-11}\ \text{кг}\cdot\text{м/с}^2, \quad D \approx 10^{-3},$$

$$\beta = \Gamma/G_0 \approx 2.5\cdot 10^{-5}.$$

Необходимо отметить, что в выражении (2) амплитуда ε_m не является начальной амплитудой деформации ε_0, заданной на границе поликристалла (как в [9,10]), т.е. $\varepsilon_m \ne \varepsilon_0$. Амплитуда ε_m определяется максимальной деформацией волны в среде; по мере распространения волны (вдоль оси x) и ее нелинейного затухания амплитуда ε_m уменьшается, поэтому $\varepsilon_m = \varepsilon_m(\varepsilon_0, x) \ne \varepsilon_0$.

Вообще говоря, в уравнении состояния (1) нужно учитывать и линейное диссипативное слагаемое $\eta\dot{\varepsilon}$, где η — коэффициент линейной диссипации среды, однако им можно пренебречь, если рассматривать достаточно сильные и медленные возмущения, для которых выполняется неравенство: $G_0|f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})| \gg \eta|\dot{\varepsilon}|$ [9]. В этом случае удается получить точные решения для простых волн [1,3]. (Учет линейного диссипативного слагаемого предотвращает образование „перехлеста“ и сглаживает „острые углы“ в профиле нелинейной волны, но при этом не удается получить аналитического выражения для самой волны.)

Отметим, что аналогичный гистерезис имеет место и для продольных напряжений и деформаций. В теории Гранато–Люкке [9,10], для перехода от сдвиговых напряжений и деформаций к продольным, применяются, так называемые, ориентационные множители, учитывающие направление распространения продольной волны по отношению к плоскостям и направлениям скольжения в кристалле и распределение дислокаций по всем системам скольжения, при этом в уравнении (1) модуль сдвига G следует заменить на $K + 4G/3$ (K — модуль всестороннего сжатия) — для безграничной среды или на модуль Юнга — для стержня. Таким образом, в дислокационной теории Гранато–Люкке, с точностью до постоянных коэффициентов, гистерезисное уравнение состояния для продольных напряжений и деформаций будет таким же, как и для сдвиговых.

Подставляя уравнение состояния (1) в уравнение движения $\rho U_{tt} = \sigma_x(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ [13], и переходя к сопровождающей системе координат $\tau = t - x/C_0$, $x' = x \ge 0$ [1], получим одноволновое уравнение для простых волн сдвиговой деформации $\varepsilon(x,\tau)=\partial U_y(x,\tau)/\partial x$, распространяющихся вдоль оси x:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}=-\frac{1}{2C_0}\frac{\partial f(\varepsilon,\varepsilon_\tau)}{\partial\tau}, \tag{3}$$

где $U_y=U_y(x,\tau)$ — y-компонента смещения, ρ — плотность, $C_0=(G_0/\rho)^{1/2}$ — скорость линейной волны.

Граничное условие зададим в виде однополярного возмущения — полупериода синусоидального колебания с частотой ω:

$$\varepsilon(x=0,t)=\varepsilon_0\sin\omega t,\quad 0\le\omega t\le\pi, \tag{4}$$

где ε_0 и $T=\pi/\omega$ — начальные амплитуда и длительность возмущения. Для определенности будем считать, что $\varepsilon_0>0$.

В безразмерных переменных волновое уравнение (3) и граничное условие (4) для нормированной деформации $e(z,\theta)=\varepsilon(z,\theta)/\varepsilon_0\ge 0$ имеют вид:

$$\frac{\partial e}{\partial z}=-\begin{cases}\left(1+\frac{\beta}{\varepsilon_0 e}+\frac{\beta^2}{\varepsilon_0^2 e^2}\right)\exp\left(-\frac{\beta}{\varepsilon_0 e}\right)\frac{\partial e}{\partial\theta}, & e_\theta(z,\theta)>0,\\ \left(1+\frac{\beta}{\varepsilon_0 e_m(z)}\right)\exp\left(-\frac{\beta}{\varepsilon_0 e_m(z)}\right)\frac{\partial e}{\partial\theta}, & e_\theta(z,\theta)<0,\end{cases} \tag{5}$$

$$e(z=0,\theta)=\sin\theta,\quad 0\le\theta\le\pi, \tag{6}$$

где

$$\theta=\omega(t-x/C_0)=\omega\tau,\ z=\frac{D\omega x}{2\beta C_0}=\frac{\gamma^3 QG_0kx}{12},$$

$$e_\theta(z,\theta)=\frac{\partial e(z,\theta)}{\partial\theta},\ e_m(z)=\frac{\varepsilon_m(z)}{\varepsilon_0}\le 1,$$

$k=\omega/C_0$, $\varepsilon_0/\beta<1$. Примечательно, что в безразмерных переменных, уравнение (5) и его решение зависят только от отношения начальной амплитуды возмущения ε_0 к параметру β.

3. Эволюция однополярных импульсов деформации

При решении уравнения (5) мы будем пользоваться методом „сшивания“ простых волн, отвечающих каждой ветви гистерезиса (2) [5]. Такое „сшивание“ происходит при деформации $e(z,\theta)$, равной амплитуде $e_m(z)$ возмущения при $\theta=\theta_m(z)$. Точное решение уравнения (5) с граничным условием (6) записывается в неявной форме и имеет следующий вид:

$$e(z,\theta)=\begin{cases}\sin\left(\theta-\left(1+\frac{\beta}{\varepsilon_0 e}+\frac{\beta^2}{\varepsilon_0^2 e^2}\right)\exp\left(-\frac{\beta}{\varepsilon_0 e}\right)z\right), & e_\theta(z,\theta)>0,\\ \sin\left(\theta-\int\limits_0^z\left(1+\frac{\beta}{\varepsilon_0 e_m(z_1)}\right)\exp\left(-\frac{\beta}{\varepsilon_0 e_m(z_1)}\right)dz_1\right), & e_\theta(z,\theta)<0.\end{cases} \tag{7}$$

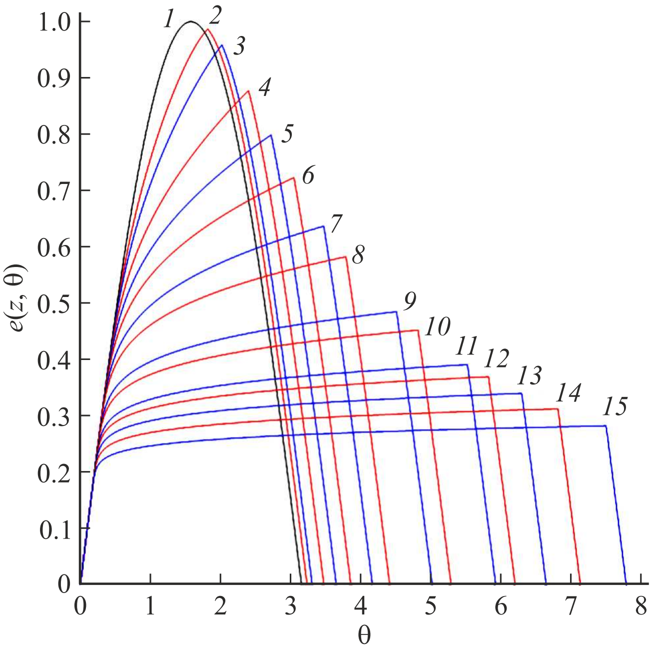

Рис. 1. Эволюция формы возмущения $e(z,\theta)$ при $\varepsilon_0/\beta=1/5$ и различных значениях z: линия *1* — $z=0$, *2* — $z=2$, *3* — $z=4$, *4* — $z=10$, *5* — $z=2\cdot 10$, *6* — $z=4\cdot 10$, *7* — $z=10^2$, *8* — $z=2\cdot 10^2$, *9* — $z=10^3$, *10* — $z=2\cdot 10^3$, *11* — $z=10^4$, *12* — $z=2\cdot 10^4$, *13* — $z=6\cdot 10^4$, *14* — $z=2\cdot 10^5$, *15* — $z=10^6$.

На рис. 1 показана эволюция формы импульсного возмущения (6) при $\varepsilon_0/\beta=1/5$ и различных значениях z. Из рис. 1 видно, что с ростом z форма возмущения (7), его амплитуда $e_m(z)$ и длительность $\theta^*(z)$ сильно изменяются: в начале вершина возмущения обостряется, затем его форма стремится к трапецеидальной, при этом амплитуда $e_m(z)$ уменьшается, а длительность $\theta^*(z)$ растет. (Длительность возмущения $\theta^*(z)$ определяется из уравнения $e(z,\theta^*(z))=0$ при $e_\theta(z,\theta)<0$). Все это связано с тем, что искажение переднего $(e_\theta(z,\theta)>0)$ и заднего $(e_\theta(z,\theta)<0)$ фронтов возмущения определяются разными ветвями гистерезиса (2), при этом скорость движения переднего фронта возмущения больше скорости его заднего фронта.

Амплитуда $e_m(z)$ определяется из уравнения (7) в точке $\theta=\theta_m(z)$ пересечения переднего $(e_\theta(z,\theta)>0,\ 0\le\theta\le\theta_m(z))$ и заднего $(e_\theta(z,\theta)<0,\ \theta_m(z)\le\theta\le\theta^*(z))$ фронтов возмущения, т.е. в его вершине, когда $e(z,\theta_m(z))=e_m(z)$:

$$e_m(z)=\begin{cases}\sin\left(\theta_m(z)-\left(1+\frac{\beta}{\varepsilon_0 e_m(z)}+\frac{\beta^2}{\varepsilon_0^2 e_m^2(z)}\right)\exp\left(-\frac{\beta}{\varepsilon_0 e_m(z)}\right)z\right),\\ \sin\left(\theta_m(z)-\int\limits_0^z\left(1+\frac{\beta}{\varepsilon_0 e_m(z_1)}\right)\exp\left(-\frac{\beta}{\varepsilon_0 e_m(z_1)}\right)dz_1\right).\end{cases} \tag{8}$$

Из этого выражения получаем уравнение для $z = z(e_m)$:

$$\frac{dz}{de_m} - \left(1 - \frac{\beta}{\varepsilon_0 e_m}\right)\frac{z}{e_m} + \frac{2\varepsilon_0^2 e_m^2}{\beta^2\sqrt{1-e_m^2}}\exp\left(\frac{\beta}{\varepsilon_0 e_m}\right) = 0. \quad (9)$$

Из уравнения (9) находим трансцендентное решение для $z = z(e_m)$, а из уравнения (8) — выражения для $\theta_m(z)$ и $\theta^*(z)$:

$$z = \frac{2\varepsilon_0^2 e_m(z)\sqrt{1-e_m^2(z)}}{\beta^2}\exp\left(\frac{\beta}{\varepsilon_0 e_m(z)}\right). \quad (10)$$

$$\theta_m(z) = \arcsin e_m(z) + \frac{2\sqrt{1-e_m^2(z)}}{e_m(z)} \times \left(1 + \frac{\varepsilon_0 e_m(z)}{\beta} + \frac{\varepsilon_0^2 e_m^2(z)}{\beta^2}\right), \quad (11)$$

$$\theta^*(z) = 2\arcsin e_m(z) + \frac{2\sqrt{1-e_m^2(z)}}{e_m(z)} \times \left(1 + \frac{\varepsilon_0 e_m(z)}{\beta} + \frac{\varepsilon_0^2 e_m^2(z)}{\beta^2}\right). \quad (12)$$

Асимптотические решения уравнения (10) имеют вид: $e_m(z) \approx 1-(z/z_0)^2$ — при $(z/z_0) \ll 1$, где $z_0 = 2^{3/2}\varepsilon_0^2 \times \exp(\beta/\varepsilon_0)/\beta^2$, и $e_m(z) \approx (\beta/\varepsilon_0)/\ln(\beta^2 z/2\varepsilon_0^2) \ll 1$ — при $z \gg 2\varepsilon_0^2\beta^2$, или $\varepsilon_m(z) \approx \varepsilon_0[1-(z/z_0)^2] \propto \varepsilon_0$ — при $(z/z_0) \ll 1$, и $\varepsilon_m(z) \approx \beta/\ln(\beta^2 z/2\varepsilon_0^2) \ll \varepsilon_0$ — при $z \gg 2\varepsilon_0^2/\beta^2$.

На рис. 2 приведены зависимости амплитуды $e_m(z)$ и длительности возмущения $\theta^*(z)$ от z при различных

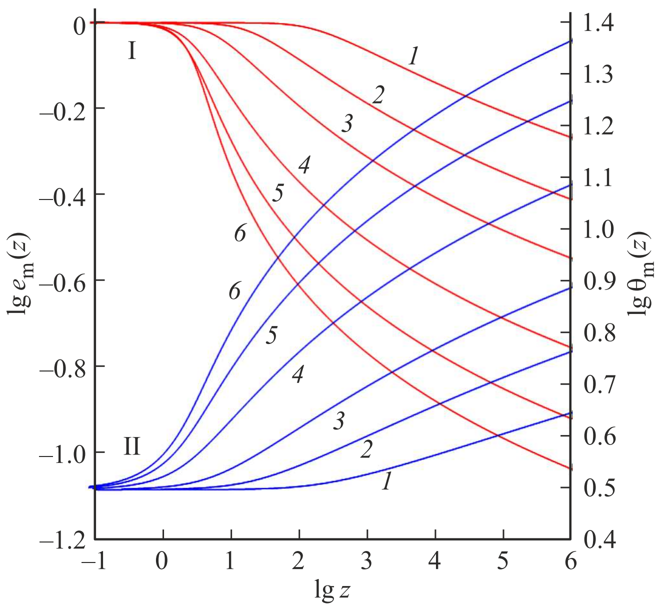

Рис. 2. Зависимости амплитуды $e_m(z)$ — (I) и длительности возмущения $\theta^*(z)$ — (II) от z при различных значениях ε_0/β: линия *1* — $\varepsilon_0/\beta = 1/10$, *2* — 1/7, *3* — 1/5, *4* — 1/3, *5* — 1/2, *6* — 2/3.

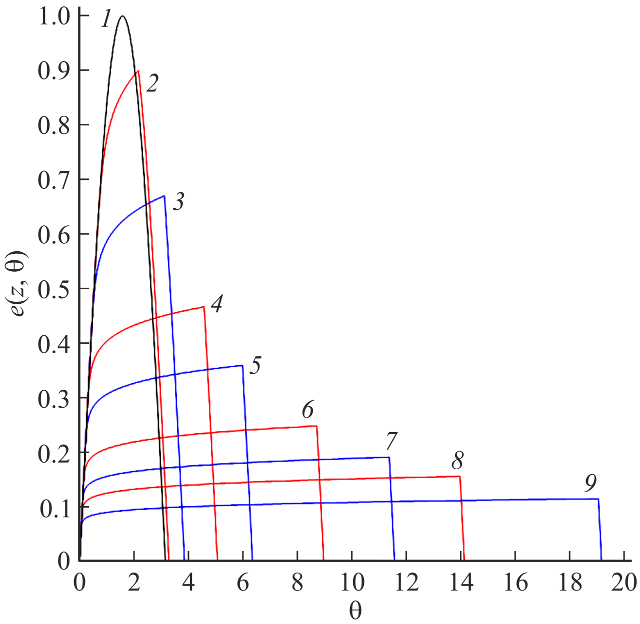

Рис. 3. Эволюция формы возмущения $e = e(z,\theta)$ в зависимости от ε_0/β при $z = 3\cdot 10^4$, линия *1* — $\varepsilon_0/\beta \le 3\cdot 10^{-2}$, *2* — $\varepsilon_0/\beta = 7\cdot 10^{-2}$, *3* — $\varepsilon_0/\beta = 10^{-1}$, *4* — $\varepsilon_0/\beta = 1.5\cdot 10^{-1}$, *5* — $\varepsilon_0/\beta = 2\cdot 10^{-1}$, *6* — $\varepsilon_0/\beta = 3\cdot 10^{-1}$, *7* — $\varepsilon_0/\beta = 4\cdot 10^{-1}$, *8* — $\varepsilon_0/\beta = 5\cdot 10^{-1}$, *9* — $\varepsilon_0/\beta = 7\cdot 10^{-1}$.

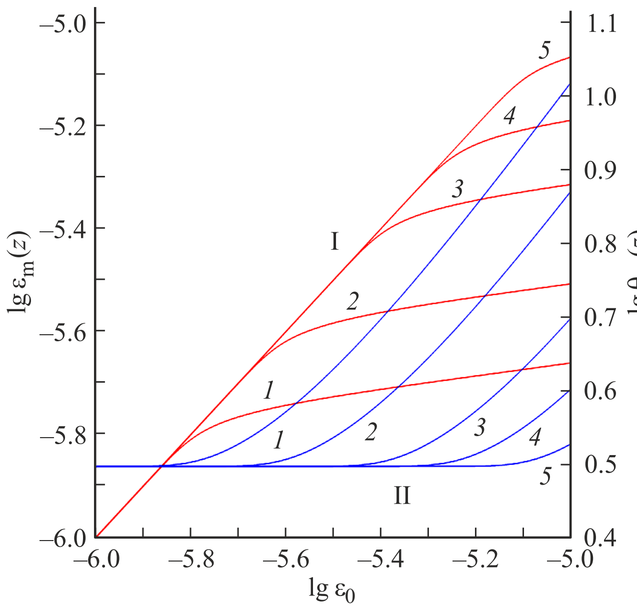

Рис. 4. Зависимости амплитуды $\varepsilon_m(z)$ — (I) и длительности возмущения θ^* — (II) от ε_0 при $z = 10^3$ и различных значениях β: линия *1* — $\beta = 2\cdot 10^{-5}$, *2* — $\beta = 3\cdot 10^{-5}$, *3* — $\beta = 5\cdot 10^{-5}$, *4* — $\beta = 7\cdot 10^{-5}$, *5* — $\beta = 10^{-4}$.

значениях $\varepsilon_0\beta$. Из выражений (10)–(12) следует, что площадь $S(z)$ под кривой $e = e(z,\theta)$ сохраняется:

$$S(z) = \int_0^{\theta^*} e(z,\theta)d\theta = 2 = \text{const}.$$

Более информативными проявлениями гистерезисной нелинейности среды являются зависимости формы возмущения $e = e(z, \theta)$, его амплитуды $e_m(z)$ и длительности $\theta^*(z)$ от начальной амплитуды ε_0 (при $z = \text{const}$), поскольку в твердом теле сложно менять положение приемника (координату z, т. е. x), но можно легко менять амплитуду ε_0. На рис. 3 приведена эволюция формы возмущения $e = e(z, \theta)$ в зависимости от ε_0/β при $z = 3 \cdot 10^4$. Здесь качественное поведение $e = e(z, \theta)$ такое же, как и на рис. 1.

На рис. 4 приведены зависимости амплитуды $\varepsilon_m(z)$ — (I) и длительности возмущения $\theta^*(z)$ — (II) от ε_0 при $z = 10^3$ и различных значениях параметра β. При увеличении ε_0 амплитуда возмущения $\varepsilon_m(z)$ вначале растет линейно ($\varepsilon_m(z) \propto \varepsilon_0$), затем — логарифмически медленно ($\varepsilon_m(z) \approx \beta/\ln(\beta^2 z/2\varepsilon_0^2) \ll \varepsilon_0$), т. е. имеет место тенденция к насыщению амплитуды $\varepsilon_m(z)$, а длительность $\theta^*(z)$ — вначале $\theta^*(z) = \text{const}$, а затем — $\theta^*(z) \propto \varepsilon_0$.

4. Заключение

В заключение отметим, что эксперименты по распространению однополярных возмущений проводились в работах [14,15], в которых исследовалась эволюция продольных импульсов сжатия в стержнях из неотожженного и отожженного поликристаллического алюминия. В этих работах при увеличении начальной амплитуды возмущения наблюдались отмеченные выше закономерности, а именно, изменение формы возмущения (от колоколообразного — близкого к (4) до трапецеидального) без укручения переднего и заднего фронтов, а также насыщение амплитуды возмущения и рост его длительности. Было также обнаружено, что с ростом температуры отжига, сопровождающегося увеличением размеров зерна (и, соответственно, уменьшением плотности дислокаций [16]), акустическая нелинейность поликристаллического алюминия увеличивается. Качественное объяснения наблюдаемых эффектов в работе [14] проводилось в рамках упругой квадратичной нелинейности, характерной для однородных твердых тел [1], а в работе [15] — в рамках феноменологического гистерезиса, для которого $\varepsilon \neq 0$ и $f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \neq 0$ при $\sigma = 0$. Последнее соответствует тому, что после прохождения первого (и каждого последующего) возмущения в твердом теле возникают необратимые пластические деформации. В результате, после воздействия каждого следующего возмущения гистерезисное уравнение состояния должно изменяться, что, по-видимому, может иметь место при больших напряжениях, превышающих предел упругости твердого тела, но не для акустических возмущений умеренной амплитуды. Развитая же теория нелинейного распространения однополярных импульсных возмущений в рамках дислокационного гистерезиса Гранато–Люкке объясняет все наблюдаемые закономерности без возникновения в кристаллическом твердом теле пластических деформаций, поскольку $\varepsilon = 0$ и $f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = 0$ при $\sigma = 0$.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках Госзадания ИПФ РАН по темам № FFUF-2024-0035 и № 0030-2022-0005.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] K.A. Naugol'nykh, L.A. Ostrovsky. Nonlinear Wave Processes in Acoustics. Cambridge University Press (1998). 298 с.
[2] J.P. Lee-Bapty, D.G. Crighton. Phylos. Trans. Roy. Soc. London A **323**, 173 (1987).
[3] Н.М. Рыскин, Д.И. Трубецков. Нелинейные волны. Наука, М. (2000). 272 с.
[4] E.A. Zabolotskaya, M.F. Hamilton, Y.A. Ilinskii, G.D. Meegan. J. Acoust. Soc. Am. **116**, *5*, 2807 (2004).
[5] V.E. Nazarov, A.V. Radostin. Nonlinear acoustic waves in micro-inhomogeneous solids. Chichester, John Wiley & Sons (2015). 251 p.
[6] С.П. Никаноров, Б.К. Кардашев. Упругость и дислокационная неупругость кристаллов. Наука, М. (1985). 250 с.
[7] Т. Судзуки, Х. Есинага, С. Такеути. Динамика дислокаций и пластичность. Мир, М. (1989). 296 с.
[8] В.П. Левин, В.Б. Проскурин. Дислокационная неупругость в металлах. Наука, М. (1993). 272 с.
[9] A. Granato, K. Lucke. J. Appl. Phys. **27**, *5*, 583 (1956).
[10] Ультразвуковые методы исследования дислокаций. Сб. статей / Пер. с англ. и нем. под ред. Л.Г. Меркулова. ИЛ, М. (1963). 376 с.
[11] Физическая акустика / Под ред. У. Мезона. Мир, М. (1969). Т. 4. Ч. А. 476 с.
[12] А.Б. Лебедев. ФТТ **41**, *7*, 1214 (1999).
[13] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория упругости. Наука, М. (1965). 204 с.
[14] Y. Yasumoto, A. Nakamura, R. Takeuchi. Acustica **30**, *5*, 260 (1974).
[15] Y. Yasumoto, A. Nakamura, R. Takeuchi. Acustica **39**, *5*, 307 (1978).
[16] Р. Хоникомб. Пластическая деформация металлов / Пер. с англ. под ред. Б.Я. Любова. Мир, М. (1972). 408 с.

Редактор Т.Н. Василевская