

09

Возбуждение и ионизация частицы в двойной квантовой яме предельно коротким световым импульсом

© Р.М. Архипов^{1,2}, А.В. Пахомов¹, М.В. Архипов¹, П.А. Белов¹, Н.Н. Розанов^{1,2}¹ Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия² ФТИ им. А.Ф. Иоффе,
194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: arhipovrostislav@gmail.com, antpakhom@gmail.com, mikhail.v.arhipov@gmail.com, pavelbelov@gmail.com, nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 13.02.2024 г.

В окончательной редакции 26.02.2024 г.

Принята к публикации 26.02.2024 г.

Теоретически рассмотрены возбуждение и ионизация частицы, находящейся в двойной одномерной квантовой яме, возбуждаемой предельно коротким световым импульсом. В приближении внезапных возмущений получены аналитические выражения для населенности связанных состояний и вероятности ионизации частицы, когда длительность импульса короче характерного времени, связанного с энергией основного состояния частицы. Показано, что населённость связанных состояний и вероятность ионизации определяются отношением электрической площади импульса к величине ее атомной меры, обратно пропорциональной характерному размеру системы в основном состоянии. Полученные результаты показывают возможность управления сверхбыстрой динамикой электронов в гетероструктурах на основе двойных квантовых ям.

Ключевые слова: униполярные импульсы, электрическая площадь импульса, двойные квантовые ямы.

DOI: 10.61011/OS.2024.02.57774.6024-23

Введение

Генерация электромагнитных импульсов фемто- и аттосекундной длительности позволила изучать и управлять движением волновых пакетов в различных веществах [1]. Результаты недавних экспериментов с применением аттосекундных импульсов показали возможность изучения отклика связанных электронов в газе [2], измерения задержки во временном отклике в диэлектрике [3]. С помощью аттосекундных импульсов оказалось возможным выявить влияния связи ядер и электронов на фотоионизацию молекулы водорода [4], визуализировать наведенную электронную когерентность в реальном времени [5], управлять формой линии поглощения в молекуле водорода с помощью XUV аттосекундных импульсов [6] и получить другие важные с фундаментальной точки зрения результаты. Значимость проводимых исследований была оценена недавней Нобелевской премией по физике за экспериментальные методы генерации световых аттосекундных импульсов для изучения динамики электронов в веществе [7].

Обычно получаемые на практике сверхкороткие импульсы от обычных источников, таких как лазеры с пассивной синхронизацией мод или аттосекундные импульсы в установках с генерацией гармоник высокого порядка, содержат несколько полувольт напряженности поля, т.е. являются биполярными [1–6]. И их электриче-

ская площадь

$$S_E \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) dt$$

($E(t)$ — напряженность электрического поля в заданной точке пространства, t — время) всегда близка к нулю. Предельной возможностью сокращения длительности лазерных импульсов в заданном спектральном диапазоне является получение униполярных импульсов, содержащих половину цикла колебаний напряженности поля одной полярности и обладающих ненулевой электрической площадью [8].

Изучению возможности получения таких монополярных импульсов и их взаимодействию с веществом посвящено в последнее время немало работ [8–13]. Эти работы привели к созданию нового направления современной оптики — „оптика униполярного и субциклового света“ [9]. Униполярные импульсы способны быстро передавать импульс заряженной частице в одном направлении и, следовательно, могут использоваться для сверхбыстрого и эффективного управления свойствами квантовых систем по сравнению с обычными биполярными импульсами, ускорения зарядов, голографии со сверхвысоким временным разрешением и других интересных приложений [8–26].

Наконец, если длительность импульса менее характерного времени, связанного с энергией основного состояния частицы (периода оборота электрона по боровской орбите), стандартная теория фотоионизации

Келдыша [27] становится неприменимой. В этом случае воздействие униполярных, полуволновых импульсов на микрообъекты определяется электрической площадью импульса, а не его энергией [8–26]. В таком случае для характеристики степени воздействия полуволновых импульсов на квантовые системы необходимо вводить новую величину — атомную меру площади, обратно пропорциональную характерному размеру системы в основном состоянии, умноженному на заряд электрона [16,19].

Результаты ранних теоретических исследований показывают возможность применения униполярных импульсов с ненулевой электрической площадью для эффективного и сверхбыстрого управления атомными и молекулярными системами [9–19]. В работах [20–24] изучалось воздействие предельно коротких импульсов на частицу в одномерной потенциальной яме. При этом рассматривалась одиночная прямоугольная квантовая яма, имевшая либо очень большую глубину (в пределе бесконечно большую), либо очень малую глубину [20,23], когда в яме имелся всего один уровень энергии [22,24]. Случай дельтаобразной ямы (потенциал нулевого радиуса) рассматривался в работе [21]. Модель одномерной прямоугольной потенциальной ямы широко используется в задачах взаимодействия ультракоротких световых импульсов с различными наноструктурами, наночастицами и т.д. [28–30].

Отдельный интерес представляют структуры из двойных квантовых ям, состоящие из пары прямоугольных ям, разделенных потенциальным барьером [31]. Такие структуры и их свойства являются предметом активных исследований [32–35] ввиду их многочисленных применений в различных областях науки и техники [28,31]. В пределе очень узкой и глубокой ямы такая система может быть приближенно аппроксимирована двумя дельтаобразными потенциальными ямами, т.е. двойным потенциалом нулевого радиуса (ПНР)¹.

В настоящей работе на основании решения уравнения Шредингера в приближении внезапных возмущений изу-

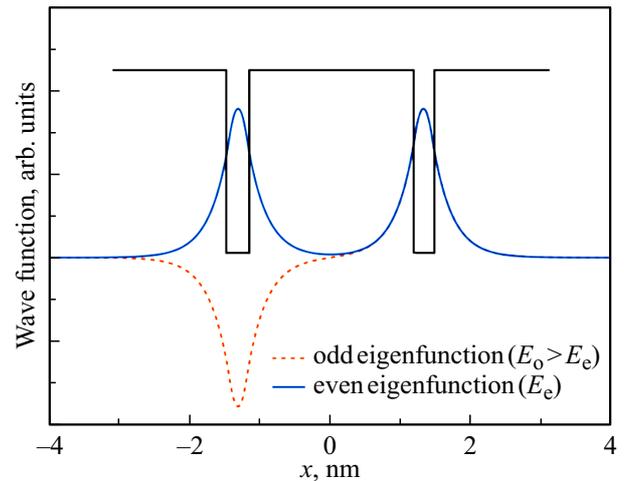


Рис. 1. Двойные прямоугольные квантовые ямы и четные и нечетные собственные волновые функции частицы в них.

чается взаимодействие предельно коротких импульсов (ПКИ) с частицей в двойной квантовой яме, состоящей из двух глубоких и узких прямоугольных квантовых ям, разделенных барьером (рис. 1). Длительность импульса считается короче характерного времени, связанного с энергией частицы в основном состоянии, поэтому для анализа применяется приближение внезапных возмущений [52–57]. Показано, что населенности связанных состояний и вероятности ионизации определяются отношением электрической площади импульса к ее мере, которая обратно пропорциональна характерному размеру такой наноструктуры.

Рассматриваемая система из двойных квантовых ям

Рассмотрим систему из двойной квантовой ямы, состоящей из двух одномерных прямоугольных квантовых ям, разделенных барьером (рис. 1).

Для простоты анализа будем считать ямы очень глубокими и одновременно узкими, что упрощает аналитические выкладки, однако не нарушает общности сделанных выводов. В таком случае для упрощения выкладок аппроксимируем данную потенциальную функцию двумя дельтаобразными потенциальными ямами (двухцентровым ПНР). Волновые функции и собственные значения энергии такой системы легко могут быть найдены [58].

Стационарное уравнение Шредингера с таким одномерным потенциалом имеет вид

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(x))\psi = 0, \quad (1)$$

где предполагается профиль потенциальной энергии электрона в виде

$$U(x) = -V_0\delta\left(x - \frac{L}{2}\right) - V_0\delta\left(x + \frac{L}{2}\right), \quad (2)$$

¹ Отметим, что одномерная и трехмерная модель ПНР активно используется для моделирования различных систем [36–39] и при изучении их взаимодействия с внешними полями [40–51]. К таким системам относятся, например, отрицательные атомарные и молекулярные ионы. В них внешний электрон обычно слабо связан с основным ионом, что позволяет довольно быстро его высвободить из атома. При этом атомарный ион с внешним слабо связанным электроном обычно моделируется частицей в поле ямы нулевого радиуса (дельтаобразной потенциальной ямы), а отрицательный молекулярный ион моделируется двумя потенциалами нулевого радиуса (ПНР), находящимися на некотором расстоянии друг от друга [36–39]. В работе [39] изучалась ионизация атомарного иона униполярным импульсом, при этом ион моделировался одноцентровым трехмерным ПНР. В последующих работах изучалась ионизация и угловое распределение вылетающих электронов из атомарных и молекулярных ионов, взаимодействующих со сверхкороткими лазерными импульсами [47–49]. В работе [50] изучалось рассеяние сверхкоротких импульсов на одно- и двухцентровых отрицательных молекулярных ионах, которые описывались ПНР. В [51] изучалась ионизация отрицательных молекулярных ионов ультракоротким импульсом в зависимости от ориентации межъядерной оси.

где V_0 — „мощность“ каждой ямы, L — расстояние между ямами.

Согласно [58], в такой двойной яме возможны либо четные собственные состояния, либо нечетные. Они схематически изображены на рис. 1. Выражение для волновой функции четного состояния имеет вид

$$\psi_{\text{even}}(x) = \begin{cases} C_{\text{even}} (1 + e^{\kappa_0 L}) e^{\kappa_0(x+L/2)}, & x \leq -L/2, \\ \begin{aligned} & C_{\text{even}} (e^{\kappa_0(x+L/2)} + e^{-\kappa_0(x-L/2)}) \\ & = C_{\text{even}} e^{\kappa_0 L/2} \cosh \kappa_0 x, \end{aligned} & -L/2 < x < L/2, \\ C_{\text{even}} (1 + e^{\kappa_0 L}) e^{-\kappa_0(x-L/2)}, & x \geq L/2, \end{cases}$$

где обозначен нормировочный коэффициент

$$C_{\text{even}} = \sqrt{\frac{\kappa_0}{2e^{\kappa_0 L} (e^{\kappa_0 L} + 1 + \kappa_0 L)}},$$

а показатель экспоненты κ_0 является решением уравнения

$$\kappa_0 L = \frac{mV_0 L}{\hbar^2} (1 + e^{-\kappa_0 L}). \quad (3)$$

Аналогично волновая функция нечётного состояния имеет вид

$$\psi_{\text{odd}}(x) = \begin{cases} C_{\text{odd}} (1 + e^{\kappa_1 L}) e^{\kappa_1(x+L/2)}, & x \leq -L/2, \\ \begin{aligned} & C_{\text{odd}} (e^{\kappa_1(x+L/2)} + e^{-\kappa_1(x-L/2)}) \\ & = C_{\text{odd}} \sinh \kappa_1 x, \end{aligned} & -L/2 < x < L/2, \\ C_{\text{odd}} (1 + e^{\kappa_1 L}) e^{-\kappa_1(x-L/2)}, & x \geq L/2, \end{cases}$$

с нормировочным коэффициентом

$$C_{\text{odd}} = \sqrt{\frac{\kappa_1}{2e^{\kappa_1 L} (e^{\kappa_1 L} - 1 - \kappa_1 L)}},$$

а показатель экспоненты κ_1 является решением трансцендентного уравнения

$$\kappa_1 L = \frac{mV_0 L}{\hbar^2} (1 - e^{-\kappa_1 L}). \quad (4)$$

В этих выражениях используется обозначение $\kappa = \frac{2m|E|}{\hbar^2}$, E — энергия частицы в связанном состоянии, которая находится численно. Если $V_0 < \frac{\hbar^2}{mL}$, то в такой яме всегда только один дискретный уровень энергии, соответствующий чётной волновой функции $\psi_{\text{even}}(x)$, который является единственным решением уравнения (3). Уравнение (4) в этом случае не имеет нетривиальных вещественных решений. Наоборот, если $V_0 > \frac{\hbar^2}{mL}$, то в яме два дискретных уровня энергии, причем основной уровень соответствует четной волновой функции $\psi_{\text{even}}(x)$, а возбужденный — нечетной $\psi_{\text{odd}}(x)$ [58]. Соответственно в этом случае и уравнение (3), и уравнение (4) обладают единственным решением для величин κ_0 и κ_1 . Решения с комплексными κ_1 , отвечающие сплошному спектру, мы не рассматриваем.

Теоретическое рассмотрение и обсуждение результатов

Динамика квантовой системы во внешнем поле ПКИ описывается одномерным временным уравнением Шредингера для волновой функции электрона $\Psi(x, t)$ [59]:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = [\hat{H}_0 + V(t)]\Psi.$$

Здесь \hat{H}_0 — собственный гамильтониан системы, \hbar — приведенная постоянная Планка. $V(t) = -qx E(t)$ — энергия взаимодействия системы с полем ПКИ в дипольном приближении, q — заряд электрона.

Длительность получаемых на сегодняшний день аттосекундных импульсов уже может быть короче характерных внутриатомных времен [60–67]. Поэтому для нахождения амплитуд связанных состояний после импульса будем считать, что длительность ПКИ τ короче характерного времени, связанного с энергией частицы в основном состоянии, $T_g = 2\pi\hbar/E$, $\tau \ll T_g$.

Когда $\tau \ll T_g$, теория фотоионизации Келдыша становится неприменимой [19,27], так что для нахождения амплитуд связанных состояний и вероятности ионизации воспользуемся приближением внезапных возмущений, введенным Мигдалом, Паули и Шиффом [52–54] и изученного другими авторами [15,55–57]².

В приближении внезапных возмущений волновая функция частицы после импульса записывается в виде [15,17–19,23,24]

$$\Psi_e(x) = \psi_0(x) e^{i\frac{q}{\hbar} S E x}. \quad (5)$$

После прохождения ПКИ волновая функция частицы $\Psi_e(x)$ может быть разложена по собственным функциям невозмущенного гамильтониана системы (в нашем случае это состояния $\psi_{\text{even}}(x)$ и $\psi_{\text{odd}}(x)$, введенные в предыдущем разделе): $\Psi_e(x) = \sum_n a_n \psi_n(x)$. Здесь a_n — амплитуда связанного состояния (индекс n соответствует либо четному состоянию, либо нечетному), выражения для которых записываются в виде

$$a_n = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^*(x) \psi_{\text{even}}(x) e^{i\frac{q}{\hbar} S E x} dx. \quad (6)$$

Если до прихода импульса система была в основном состоянии, т.е. $\psi_{\text{even}}(x)$, то из (6) легко получить выражение для амплитуд основного четного состояния после

² Данное приближение не стоит путать со стандартной теорией возмущений, применимой в слабых полях. Приближение внезапных возмущений справедливо, когда $\tau \ll T_g$, но амплитуда возбуждаемого поля может быть и сравнима с внутриатомными полями. Тем не менее результаты расчета населенностей связанных состояний системы, полученные в рамках обычной теории возмущений и приближения внезапных возмущений, как показано в [15], дают одинаковый результат при малой амплитуде поля импульса (см. также Приложение в конце статьи).

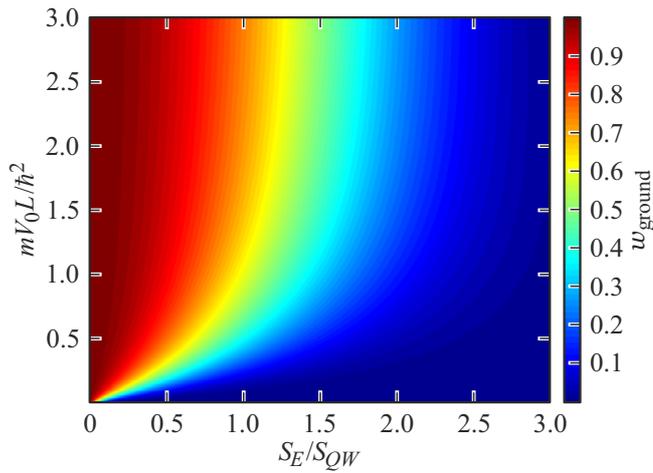


Рис. 2. Населённость основного (чётного) состояния после воздействия на среду предельно короткого возбуждающего импульса.

прохождения импульса:

$$a_{\text{even}} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{\text{even}}^2(x) e^{i \frac{q}{\hbar} S_E x} dx$$

и для нечетного состояния:

$$a_{\text{odd}} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{\text{odd}}(x) \psi_{\text{even}}(x) e^{i \frac{q}{\hbar} S_E x} dx.$$

Населённости этих состояний определяются квадратом модуля соответствующих амплитуд.

Введём следующую величину:

$$S_{QW} = \frac{\hbar}{qL},$$

которую мы будем называть характерной мерой электрической площади для двойной квантовой ямы. Данная величина имеет схожий вид для других простейших квантовых систем [16,18,19,21–24]. Тогда из формул (5),(6) получаем следующие выражения для населённости основного (чётного) состояния после воздействия на среду предельно короткого возбуждающего импульса:

$$w_{\text{ground}} = C_{\text{even}}^4 L^2 e^{2\kappa_0 L} \left(\frac{8\kappa_0 L}{4\kappa_0^2 L^2 + S_E^2/S_{QW}^2} \right)^2 \times \left| \left(1 + e^{\kappa_0 L} \right) \cos \frac{S_E}{2S_{QW}} + \kappa_0 L \frac{2S_{QW}}{S_E} \sin \frac{S_E}{2S_{QW}} \right|^2 \quad (7)$$

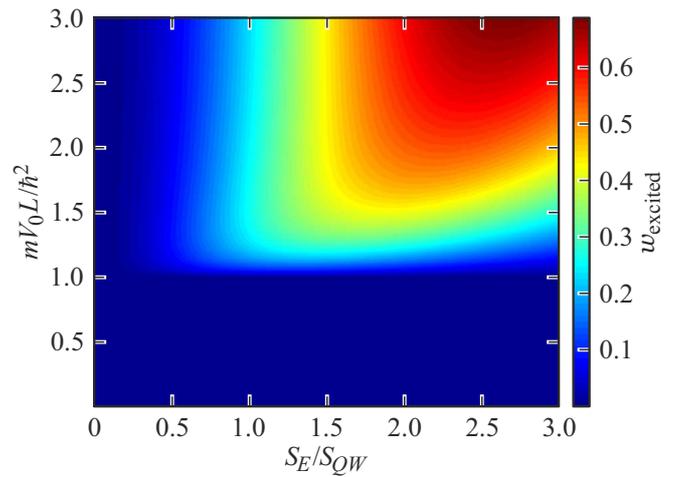


Рис. 3. Населённость возбуждённого (нечётного) состояния после воздействия на среду предельно короткого возбуждающего импульса.

и для населённости возбуждённого (нечётного) состояния:

$$w_{\text{excited}} = 4C_{\text{even}}^2 C_{\text{odd}}^2 L^2 \left| \left(\frac{(\kappa_0 + \kappa_1)L(2e^{(\kappa_0 + \kappa_1)L} + e^{\kappa_1 L} - e^{\kappa_0 L})}{(\kappa_0 + \kappa_1)^2 L^2 + S_E^2/S_{QW}^2} + \frac{(\kappa_1 - \kappa_0)L(e^{\kappa_1 L} + e^{\kappa_0 L})}{(\kappa_1 - \kappa_0)^2 L^2 + S_E^2/S_{QW}^2} \right) \times \sin \frac{S_E}{2S_{QW}} + \left(\frac{e^{\kappa_1 L} - e^{\kappa_0 L}}{(\kappa_0 + \kappa_1)^2 L^2 + S_E^2/S_{QW}^2} + \frac{e^{\kappa_0 L} - e^{\kappa_1 L}}{(\kappa_1 - \kappa_0)^2 L^2 + S_E^2/S_{QW}^2} \right) \cdot \frac{S_E}{S_{QW}} \cdot \cos \frac{S_E}{2S_{QW}} \right|^2. \quad (8)$$

Напомним, что нечётное состояние существует только, если $V_0 > \hbar^2/mL$.

Наконец, вероятность ионизации двойной квантовой ямы может быть получена как

$$w_{\text{ioniz}} = 1 - w_{\text{ground}} - w_{\text{excited}}. \quad (9)$$

Видно, что эти населённости и ионизация определяются отношением электрической площади импульса к ее атомной мере, которая пропорциональна ширине ямы, а не энергией импульсов, что согласуется с результатом ранних исследований для одиночных квантовых ям, атомов, молекул и других систем [16,18,19,21–24]. Отметим, что полученные выражения справедливы, когда $\tau \ll T_g$. Результаты расчетов населённостей в данном приближении согласуются с результатами прямого численного решения временного уравнения Шредингера [18,22–24] для различных систем, поэтому вопрос о выполнимости данного приближения в настоящей работе не рассматривается (некоторые комментарии о его применимости см. в Приложении).

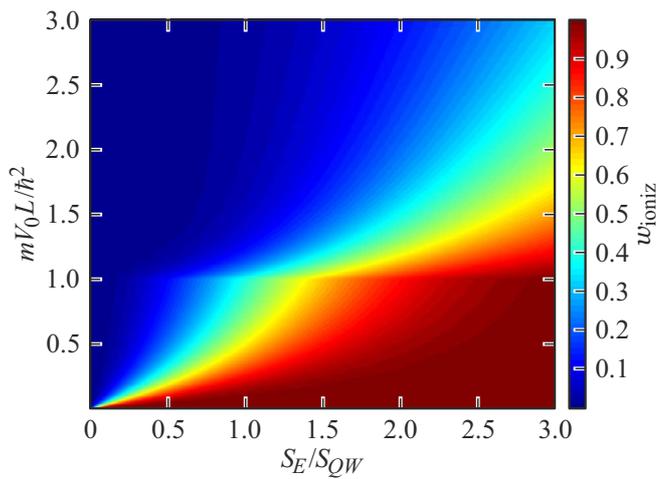


Рис. 4. Вероятность ионизации электрона в двойной квантовой яме при воздействии на среду предельно короткого возбуждающего импульса.

Зависимости вероятностей возбуждения обоих уровней и вероятности ионизации от параметров ямы и электрической площади воздействующего импульса продемонстрированы на рис. 2–4.

Из этих рисунков отчетливо видно, что в случае близкой к нулю электрической площади система остается в основном (четном) состоянии. Второе возбужденное состояние не заселяется, ионизации не происходит. Данное обстоятельство достаточно очевидно, так как электрическая площадь импульса имеет смысл переданного механического импульса системе, который в этом случае равен 0.

С ростом электрической площади, когда она становится сравнимой или больше меры S_{QW} , возрастает населенность второго состояния и вероятность ионизации. Это очевидно, так как в этом случае полуцикловой импульс поля быстро передает механический импульс системе, уже сравнимый с ее мерой S_{QW} , что приводит к ее быстрому возбуждению и ионизации. Полученные результаты показывают возможность сверхбыстрого управления динамикой электронов в двойных квантовых ямах, что открывает новые возможности исследований в данной области с помощью полуцикловых импульсов.

Заключение

В настоящей работе на основании приближенного решения уравнения Шредингера в приближении внезапных возмущений получены аналитические выражения для населенностей четного и нечетного состояний и вероятности ионизации частицы в двойной прямоугольной квантовой яме, возбуждаемой одиночным ПКИ с длительностью короче характерного времени, связанного с энергией частицы в основном состоянии,

$T_g = 2\pi\hbar/E$. Ямы предполагаются глубокими и узкими, что позволяет аппроксимировать их дельтаобразными ямами. Однако это не нарушает общности сделанных выводов.

Полученные выражения показывают, что в этом случае значение населенностей и вероятности ионизации определяется отношением электрической площади импульса к ее атомной мере. Данный вывод согласуется с ранними исследованиями авторов для атомных, молекулярных систем и одиночных квантовых ям как одномерных, так и трехмерных [16–26]. Данные результаты показывают, что полуцикловые импульсы с ненулевой электрической площадью позволяют оказывать заметное и быстрое возбуждение и ионизацию электронов в двойных квантовых ямах в отличие от биполярных импульсов с близкой к нулю площадью.

Полученные результаты могут быть использованы при анализе возбуждения электронов в гетероструктурах на основе двойных квантовых ям предельно короткими импульсами. Проведенные исследования показывают новые возможности в применении полуцикловых импульсов для сверхбыстрого возбуждения квантовых систем на основе двойных квантовых ям и тем самым открывает новые направления исследований в оптике униполярного света и физике гетероструктур.

Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 21-72-10028.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Приложение

О соответствии результатов, полученных в рамках стандартной теории возмущений и приближении внезапных возмущений

Хотелось бы отметить, что в пределе слабого поля результаты, полученные с помощью приближения внезапных возмущений, сходятся к результату, получаемому в рамках обычной теории возмущений. Это соответствует случаю, когда напряженность возбуждающего поля много меньше внутриатомного поля в системе и длительность возбуждающего импульса много меньше характерного времени внутренней динамики квантовой системы.

В этом случае легко показать, что приближенное решение уравнения Шредингера с использованием стандартной теории возмущений и приближенное решение уравнения Шредингера с использованием приближения внезапных возмущений точно совпадают. Данный вопрос

обсуждался ранее в [15]. Ниже данное обстоятельство рассматривается подробно.

Действительно, решение уравнения Шредингера в приближении внезапного возмущения имеет вид

$$\psi(\bar{r}, t) = \psi(\bar{r}, -\infty) e^{\frac{iq}{\hbar} \bar{r} \int_{-\infty}^t \bar{E}(t') dt'} \quad (\text{П1})$$

в котором предполагается, что возбуждающий импульс начинает действовать в момент времени $t = -\infty$.

В обычной теории возмущений, справедливой при малых амплитудах возбуждающего поля, населенность связанного n -го состояния квантовой системы дается выражением

$$w_n = \frac{d_{kn}^2}{\hbar^2} \left| \int_0^t E(t') e^{i\omega_{kn}t'} dt' \right|^2 \quad (\text{П2})$$

Сначала будем предполагать, что исходно система была в k -м состоянии, d_{kn} — дипольный момент перехода между k -м и n -м уровнем энергии, ω_{kn} — частота этого перехода.

Приближение внезапных возмущений используется, когда длительность воздействия короче характерных времен системы:

$$\omega_{kn} \tau_p \ll 1 \quad (\text{П3})$$

(см. уравнение Шредингера (2), в котором можно пренебречь собственным гамильтонианом H_0 за время воздействия, см. также [68]). Физически это означает, что за время воздействия импульса электрон не успевает заметно сместиться по орбите. Однако при этом поле не должно быть столь сильным, чтобы вырвать электрон с орбиты, что накладывает некоторые ограничения и на амплитуду импульсов возбуждения (подробнее о применимости приближений внезапных возмущений см. [69,70]).

В этом случае населенность состояния с номером n из выражения (П1) определяется следующим образом:

$$w_n = \left| \int_R \psi_k(\bar{r}) e^{\frac{iq}{\hbar} \bar{r} \int_0^t \bar{E}(t') dt'} \psi_n(\bar{r}) d\bar{r} \right|^2 \quad (\text{П4})$$

Когда амплитуда поля мала, экспоненту под знаком интеграла можно разложить в ряд:

$$e^{\frac{iq}{\hbar} \bar{r} \int_0^t \bar{E}(t') dt'} \approx 1 + \frac{iq}{\hbar} \bar{r} \int_0^t \bar{E}(t') dt' \quad (\text{П5})$$

Тогда, используя условие ортогональности волновых функций системы, получаем для населенностей в при-

ближении внезапных возмущений

$$\begin{aligned} w_n &= \left| \int_{\bar{R}} \psi_k(\bar{r}) \left(1 + \frac{iq}{\hbar} \bar{r} \int_0^t \bar{E}(t') dt' \right) \psi_n(\bar{r}) d\bar{r} \right|^2 \\ &= \left| \int_{\bar{R}} \psi_k(\bar{r}) \frac{iq}{\hbar} \bar{r} \int_0^t \bar{E}(t') dt' \psi_n(\bar{r}) d\bar{r} \right|^2 \\ &= \frac{q^2}{\hbar^2} \left| \int_{\bar{R}} \psi_k(\bar{r}) \bar{r} \psi_n(\bar{r}) d\bar{r} \right|^2 \left| \int_0^t \bar{E}(t') dt' \right|^2 \\ &= \frac{d_{kn}^2}{\hbar^2} \left| \int_0^t \bar{E}(t') dt' \right|^2, \quad k \neq n. \end{aligned} \quad (\text{П6})$$

Полученное таким образом выражение в приближении внезапных возмущений в приближении слабого поля совпадает с выражением (П2) для населенностей в рамках обычной теории возмущений, в котором можно пренебречь экспонентой под интегралом вследствие выполнения условия $\omega_{kn} \tau_p \ll 1$.

Таким образом, данный анализ наглядно показывает, что при малой амплитуде возбуждающего импульса результаты расчета населенностей в приближении внезапных возмущений сходятся к результатам, полученным в рамках обычной теории возмущений.

Список литературы

- [1] F. Krausz, M. Ivanov. Rev. Mod. Phys., **81**, 163 (2009).
- [2] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. Nature, **530**, 66 (2016).
- [3] D. Hui, H. Alqattan, S. Yamada, V. Pervak, K. Yabana, M.T. Hassan. Nature Photonics, **16**, 33 (2022).
- [4] A.L. Wang, V.V. Serov, A. Kamalov, P.H. Bucksbaum, A. Kheifets, J.P. Cryan. Phys. Rev. A, **104**, 063119 (2021).
- [5] M. Garg, A. Martin-Jimenez, M. Pizarra, Y. Luo, F. Martín, K. Kern. Nature Photonics, **16** (3), 196 (2022).
- [6] P. Peng, Y. Mi, M. Lytova, M. Britton, X. Ding, A.Yu. Naumov, P.B. Corkum, D.M. Villeneuve. Nat. Photon., **16** (1), 45 (2022).
- [7] NobelPrize.org, Nobel Prize Outreach AB 2023, Press release (accessed: 4 Oct 2023).
URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2023/press-release>
- [8] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. Квант. электрон., **50** (9), 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. Quant. Electron., **50** (9), 801 (2020)].
- [9] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, П.А. Образцов, Н.Н. Розанов. Письма в ЖЭТФ, **117** (1), 10 (2023). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, P.A. Obraztsov, N.N. Rosanov. JETP Lett., **117** (1), 8 (2023)].
- [10] С.В. Сазонов. Опт. и спектр., **130** (12), 1846 (2022). [S.V. Sazonov. Opt.Spectrosc., **130** (12), 1573(2022)].

- [11] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, О.О. Дьячкова, Н.Н. Розанов. Известия вузов. Радиофизика, **66** (4), 317 (2023). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, O.O. Diachkova, N.N. Rosanov. Radiophysics and Quantum Electronics, **66** (4), 286 (2023)].
- [12] Н.Н. Розанов. УФН, **193**, 1127 (2023). [N.N. Rosanov. Phys. Usp., **66**, 1059 (2023)].
- [13] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов, А.В. Пахомов. Коллективная монография „Терагерцовая фотоника“ под ред. В.Я. Панченко, А.П. Шкуринов (РАН, М., 2023), с. 360–393.
- [14] P.H. Bucksbaum. AIP Conf. Proc., **323** (1), 416 (1994).
- [15] D. Dimitrovski, E.A. Solov'ev, J.S. Briggs. Phys. Rev. A., **72**, 043411 (2005).
- [16] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. Письма в ЖЭТФ, **114** (3), 156 (2021). [R. M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. JETP Lett., **114** (3), 129 (2021)].
- [17] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. Opt. Lett., **44** (5), 1202 (2019).
- [18] N. Rosanov, D. Tumafov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. Phys. Rev. A, **104** (6), 063101 (2021).
- [19] A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, R. Arkhipov. Phys. Rev. A, **105** (4), 043103 (2022).
- [20] Р.М. Архипов, П.А. Белов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **130** (6), 969 (2022). [R.M. Arkhipov, P.A. Belov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. Opt. Spectrosc., **130** (6), 772 (2022)].
- [21] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **130** (3), 414 (2022). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. Opt. Spectrosc., **130** (3), 350 (2022)].
- [22] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, П.А. Белов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **131** (1), 72 (2023). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, P.A. Belov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. Opt. Spectrosc., **131** (1), 69 (2023)].
- [23] Р.М. Архипов, П.А. Белов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. Квант. электрон., **52** (7), 610 (2022).
- [24] R. Arkhipov, P. Belov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov. J. Optical Society of America B, **41** (1), 285 (2024).
- [25] A. Pakhomov, N. Rosanov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. Journal of the Optical Society of America B, **41** (1), 46 (2024).
- [26] Р.М. Архипов, О.О. Дьячкова, П.А. Белов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, ЖЭТФ, (2024). [R.M. Arkhipov, O.O. Diachkova, P.A. Belov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov, JETP, (2024)].
- [27] Л.В. Келдыш. УФН, **187**, 1280 (2017). [L.V. Keldysh. Phys. Usp., **60**, 1187 (2017)].
- [28] Ж.И. Алферов. ФТП, **32** (1), 3 (1998). [Zh. I. Alferov. Semiconductors, **32** (1), 1 (1998)].
- [29] E.L. Ivchenko. Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures (Alpha Science Int'l Ltd., 2005).
- [30] L. Shi, I. Babushkin, A. Husakou, O. Melchert, B. Frank, J. Yi, G. Wetzel, A. Demircan, C. Lienau, H. Giessen, M. Ivanov, U. Morgner, M. Kovacev. Laser & Photonics Reviews, **15** (8), 2000475 (2021).
- [31] Z.I. Alferov. Rev. Mod. Phys., **73** (3), 767 (2001).
- [32] G.M. Gusev, E.B. Olshanetsky, F.G.G. Hernandez, O.E. Raichev, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky. Phys. Rev. B, **101**, 241302(R) (2020).
- [33] S.S. Krishtopenko. Sci.Rep., **11**, 21060 (2021).
- [34] I. Nikolaev, A. Kazakov, K. Drozdov, M. Bannikov, K. Spirin, R. Menshchikov, S. Dvoretzky, N. Mikhailov, D. Khokhlov, A. Ikonnikov. J. Appl. Phys., **132**, 234301 (2022).
- [35] Л.С. Бовкун, С.С. Криштопенко, В.Я. Алешкин, Н.Н. Михайлов, С.А. Дворецкий, Ф. Тепп, М. Орлита, В.И. Гавриленко, А.В. Иконников. Письма в ЖЭТФ, **118** (11), 860–868 (2023). [L.S. Bovkun, S.S. Krishtopenko, V.Ya. Aleshkin, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky, F. Teppe, M. Orłita, V.I. Gavrilenko, A.V. Ikonnikov. JETP Lett., **118** (11), 867(2023)].
- [36] Ю.Н. Демков, В.Н. Островский. Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике (Изд-во ЛГУ, 1975). [Y.N. Demkov, V.N. Ostrovskii. Zero-Range Potentials and Their Applications in Atomic Physics (Plenum, NY., 1988)].
- [37] A.S. Baltenkov, V.K. Dolmatov, S.T. Manson, A.Z. Msezane. J. Phys. B, **37** (19), 3837 (2004).
- [38] N.L. Manakov, M.V. Frolov, B. Borca, A.F. Starace. J. Phys. B, **36**, R.49 (2003).
- [39] T.P. Grozdanov, J. Jaćimović. Phys. Rev. A., **79**, 013413 (2009).
- [40] A.A. Frost. J. Chem. Phys., **25**, 1150 (1956).
- [41] A.A. Frost. J. Chem. Phys., **22**, 1613 (1954).
- [42] A.A. Frost, F.E. Leland. J. Chem. Phys., **25**, 1154 (1956).
- [43] I. Lapidus. Am. J. Phys., **38**, 905 (1970).
- [44] S. Geltman. J. Phys. B, **27**, 1497 (1994).
- [45] Q. Su, B.P. Irving, C.W. Johnson, J.H. Eberly. J. Phys. B, **29** (23), 5755 (1996).
- [46] M. Belloni, R.W. Robinett. Phys. Rep., **540** (2), 25 (2014).
- [47] S.F.C. Shearer, M.C. Smyth, G.F. Gribakin. Phys. Rev. A, **84**, 033409 (2011).
- [48] S.F.C. Shearer, C.R.J. Addis. Phys. Rev. A, **85**, 063409 (2012).
- [49] П.А. Головинский, А.А. Дробышев. Письма в ЖТФ, **38** (6), 37 (2012). [P.A. Golovinski, A.A. Drobyshev. Technical Phys. Lett., **38** (3), 272 (2012)].
- [50] М.К. Есеев, В.И. Матвеев, В.М. Юлкова. Опт. и спектр., **111** (3), 360 (2011).
- [51] М.К. Есеев, В.И. Матвеев, В.М. Юлкова. Письма в ЖТФ, **40** (2), 16 (2014). [M.K. Eseev, V.I. Matveev, V.M. Yulkova. Technical Physics Letters, **40** (1), 55 (2014)].
- [52] W. Pauli. Handbuch der Physik (Springer, 1933).
- [53] А.Б. Мигдал. ЖЭТФ, **9**, 1163 (1939). [A.B. Migdal. Sov. Phys. JETP, **9**, 1163 (1939)].
- [54] L. Schiff. Quantum Mechanics (McGraw-Hill, 1968).
- [55] А.М. Дыхне, Г.Л. Юдин. УФН, **125**, 377–407 (1978). [A.M. Dykhne, G.L. Yudin. Sov. Phys. Usp., **21**, 549–565 (1978)].
- [56] W. Magnus. Commun. Pure Appl. Math., **7**, 649 (1954).
- [57] P. Pechukas, J.C. Light. J. Chem. Phys., **44** (10), 3897–3912 (1966).
- [58] N. Zettili. Quantum Mechanics Concepts and Applications (John Wiley & Sons, 2009).
- [59] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Нерелятивистская теория (Наука, М., 1989). [L.D. Landau, E.M. Lifshitz. Quantum mechanics (Pergamon, 1974)].
- [60] T. Gaumnitz, A. Jain, Y. Pertot, M. Huppert, I. Jordan, F. Ardana-Lamas, H.J. Wörner. Opt. Expr., **25**, 27506–27518 (2017).
- [61] H. Alqattan, D. Hui, V. Pervak, M.T. Hassan. APL Photonics, **7** (4), 041301 (2022).
- [62] H.-C. Wu, J. Meyer-ter Vehn. Nature Photon., **6**, 304 (2012).
- [63] J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, Z. Xu. Sci. Rep., **8**, 2669 (2018).

- [64] S. Wei, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. E.*, **106**, 025203 (2022).
- [65] Q. Xin, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. E*, **107**, 035201 (2023).
- [66] L. Feng, J. Mccain, Y. Qiao. *Laser Phys.*, **31**, 055301 (2021).
- [67] Y. Shou, R. Hu, Z. Gong, J. Yu, J. Chen, G. Mourou, X. Yan, W. Ma. *New J. Phys.* **23**, 053003 (2021).
- [68] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **124** (1), 75 (2018).
[N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **124** (1), 72 (2018)].
- [69] A. S. Moskalenko, Z. Zhu, J. Berakdar. *Phys. Rep.*, **672**, 1 (2017).
- [70] V. Karle, M. Lemeshko. *Phys. Rev. A*, **109**, 023101 (2024).