

# 09 Генерация униполярных фемтосекундных импульсов заданной формы в слое атомарного водорода

© А.В. Пахомов<sup>1</sup>, Н.Н. Розанов<sup>1,2</sup>, М.В. Архипов<sup>1</sup>, Р.М. Архипов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет, 198504 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> ФТИ имени А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: antpakhom@gmail.com, nnrosanov@mail.ru, mikhail.v.arkhipov@gmail.com, arkhipovrostislav@gmail.com

Поступила в редакцию 15.01.2024 г.

В окончательной редакции 15.01.2024 г.

Принята к публикации 29.01.2024 г.

Показана возможность управления временной формой напряжённости электрического поля униполярных импульсов в слое многоуровневой резонансной среды, возбуждаемой последовательностью предельно коротких импульсов. В качестве среды был выбран атомарный водород, для которого спектр энергетических уровней описывался с использованием 5 нижних уровней. При возбуждении оптически толстого слоя атомарного водорода парой субцикловых аттосекундных импульсов в излучении такого слоя были получены локализованные предельно короткие импульсы варьируемой формы. В частности, были получены униполярные импульсы заданного временного профиля длительностью в несколько фемтосекунд, включая, например, прямоугольные и треугольные униполярные импульсы, при определённом выборе пространственной зависимости плотности атомов в слое.

**Ключевые слова:** предельно короткие импульсы, электрическая площадь импульса, униполярные импульсы, взаимодействие излучения с веществом.

DOI: 10.61011/OS.2024.02.57773.19-24

## Введение

Генерация фемтосекундных и аттосекундных импульсов, а также их взаимодействие с различными веществами является бурно развивающейся областью исследований в современной физике, привлекающей к себе всё больше внимания [1–9]. Такие предельно короткие импульсы делают возможным наблюдать за протеканием сверхбыстрых процессов вплоть до внутриатомного временного масштаба, включая динамику отдельных электронов в атомах, а также позволяют рассчитывать на возможность управления такими процессами [9–11]. В этой связи интерес к нахождению новых методов генерации и управления предельно короткими импульсами (прежде всего в оптическом и более высокочастотных диапазонах) является достаточно очевидным.

В особенности привлекательным здесь является получение импульсов длительностью короче одного цикла оптических колебаний, а именно полуцикловых. Такие импульсы содержат лишь одну полуволну электрического поля, а значит, обладают свойством униполярности, т.е. напряжённость электрического поля не меняет свой знак на протяжении всего такого импульса. Для более строгого определения униполярных полуцикловых импульсов оказывается удобно ввести такую величину, как электрическая площадь импульса, которая задаётся

следующим выражением [12]:

$$\bar{S}_E(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\vec{r}, t') dt', \quad (1)$$

т.е. представляет собой временной интеграл от напряжённости электрического поля с бесконечными пределами интегрирования. Электрическая площадь импульса (1) обладает замечательным свойством сохранения в одномерной геометрии [12], а также полностью определяет воздействие предельно коротких импульсов на квантовые системы [13–16].

В последние годы активно разрабатываются методы получения униполярных субцикловых импульсов фемтосекундной и суб-фемтосекундной длительностей [17–22], см. также обзоры [23,24]. В то же время не менее важной представляется задача контроля временной формы таких униполярных импульсов [25,26]. Как показывают результаты теоретических исследований, воздействие униполярных импульсов на квантовые объекты зависит от формы импульса [27]. Также контроль формы субцикловых униполярных импульсов важен, например, для их применения в управлении состояниями отдельных кубитов и реализации квантовых алгоритмов [28,29]. Однако в большинстве работ в данной области получались лишь полуцикловые импульсы и вопрос управления их временной формой не рассматривался [13,30].

В работе [31] был экспериментально получен униполярный терагерцовый импульс в виде предвестника прямоугольной формы. В недавней работе [32] был предложен способ получения униполярных импульсов длительностью в несколько фемтосекунд с различным временным профилем в пятиуровневой среде атомов натрия. При этом конкретная форма получаемого импульса задавалась выбором пространственного профиля концентрации резонансных атомов вдоль толщины слоя атомарного натрия. Так, при степенной форме профиля концентрации было получено излучение униполярных субцикловых импульсов прямоугольной и треугольной форм.

В настоящей работе мы продемонстрируем получение униполярных импульсов в другой резонансной среде с иной схемой энергетических уровней, а именно в атомарном водороде. Будет показана возможность получения прямоугольных и треугольных униполярных импульсов. Более того, мы получили униполярные импульсы также и более сложной формы при задании других профилей концентрации резонансных атомов в слое газа. В частности, были рассмотрены нестепенные формы профилей концентрации, что привело к излучению униполярных субцикловых импульсов с более плавным немонотонным временным профилем напряжённости электрического поля. Также описан общий подход, позволяющий осуществить генерацию униполярных оптических импульсов произвольной заданной формы.

## Рассматриваемая модель

Мы рассматриваем оптически толстый слой среды толщины  $L$ , так что ось  $z$  предполагается направленной по нормали к слою. Толщина слоя считается много большей, чем длины волн всех резонансных переходов в среде. Помимо этого, будем считать слой бесконечным в поперечных направлениях и рассматривать нормальное падение линейно поляризованных возбуждающих импульсов, так что рассмотрение сводится к простейшему одномерному случаю.

В качестве резонансной среды будем рассматривать атомарный водород, для которого хорошо известны параметры всех энергетических уровней и переходов между ними. Для определённости мы будем учитывать 5 нижних энергетических уровней атомарного водорода. Точнее говоря, были взяты нижние 5 уровней атома водорода со значениями главного квантового числа от 1 до 5, т.е. для упрощения расчётов мы пренебрегали всеми механизмами расщепления каждого из уровней в силу их сравнительной малости по сравнению с расстояниями между самими уровнями. Заметим, что при таком подходе в дипольном приближении оказываются возможными переходы между любой парой уровней, так как фактически рассматриваются вырожденные уровни,

включающие все подуровни с разными значениями орбитального квантового числа.

Как показано в работах [33,34], при возбуждении многоуровневой резонансной среды парой линейно поляризованных полуцикловых импульсов:

$$E(t) = E_0 e^{-t^2/\tau^2} + E_0 e^{-(t-\pi/\omega_{12})^2/\tau^2}, \quad (2)$$

длительность которых меньше периода основного резонансного перехода  $1 \rightarrow 2$ , тогда как задержка между ними в точности равна половине этого периода, наведённая поляризация среды будет иметь вид полуволны на частоте перехода  $\omega_{12}$ . При этом амплитуда возбуждающих импульсов (2) должна быть такой, чтобы населённости вышележащих энергетических уровней оставались малыми по сравнению с населённостью первого возбуждённого уровня. Именно в такой ситуации в работе [32] были получены излучаемые униполярные импульсы нетривиальной формы. Ниже мы будем рассматривать именно такой случай, так что значения параметров возбуждающих полуцикловых импульсов (2) выбирались из условия малости остаточных осцилляций поляризации среды после второго из импульсов (2).

Для описания отклика многоуровневой резонансной среды на поле возбуждающих импульсов мы будем использовать стандартные уравнения для амплитуд связанных состояний, которые соответствуют коэффициентам разложения волновой функции атома во внешнем поле по собственным волновым функциям свободного атома:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^5 a_n(t) \psi_n(\mathbf{r}) e^{-iE_n t/\hbar}, \quad (3)$$

где  $a_n(t)$  — амплитуды разложения волновой функции атома по собственным волновым функциям  $\psi_n(\mathbf{r})$ ,  $E_n$  — энергия уровня с номером  $n$  в энергетическом спектре атома. Тогда временная динамика для амплитуд связанных состояний  $a_n(t)$  из разложения (3) определяется следующими уравнениями, которые напрямую следуют из временного уравнения Шрёдингера [35]:

$$\begin{aligned} \dot{a}_n(t) &= \frac{i}{\hbar} \sum_{m=1}^5 d_{nm} a_m(t) E(t) e^{i\omega_{nm} t}, \\ \omega_{nm} &= \frac{E_n - E_m}{\hbar}, \end{aligned} \quad (4)$$

где введены обозначения:  $\omega_{nm}$  — частоты переходов между уровнями  $n$  и  $m$  соответственно,  $d_{nm}$  — дипольные моменты соответствующих переходов. Значения параметров системы уравнений (4) для атомарного водорода были взяты из справочника [36] и приведены ниже в таблице.

Наведённая поляризация среды выражается через амплитуды связанных состояний (4) как

$$P(z, t) = N(z) \sum_{n=1}^5 d_{nm} a_n(z, t) a_m^*(z, t) + \text{с.с.}, \quad (5)$$

Частоты переходов и эффективные дипольные моменты для первых 5 уровней атомарного водорода, а также параметры возбуждающих импульсов и слоя среды

Длительность возбуждающих импульсов	$\tau = 30 \text{ as}$
Амплитуда возбуждающих импульсов	$E_0 = 10^5 \text{ CGS units}$
Максимальное значение объёмной концентрации атомов в слое	$N_0 = 2.7 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$
Толщина слоя среды	$L = 3 \mu\text{m}$
Частота перехода $1 \rightarrow 2$	$\omega_{12} = 1.55 \cdot 10^{16} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода $1 \rightarrow 2$	$d_{12} = 3.27 \text{ D}$
Частота перехода $1 \rightarrow 3$	$\omega_{13} = 1.84 \cdot 10^{16} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода $1 \rightarrow 3$	$d_{13} = 1.31 \text{ D}$
Частота перехода $1 \rightarrow 4$	$\omega_{14} = 1.94 \cdot 10^{16} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода $1 \rightarrow 4$	$d_{14} = 0.77 \text{ D}$
Частота перехода $1 \rightarrow 5$	$\omega_{15} = 1.98 \cdot 10^{16} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода $1 \rightarrow 5$	$d_{15} = 0.53 \text{ D}$
Частота перехода $2 \rightarrow 3$	$\omega_{23} = 2.87 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода $2 \rightarrow 3$	$d_{23} = 12.63 \text{ D}$
Частота перехода $2 \rightarrow 4$	$\omega_{24} = 3.88 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода $2 \rightarrow 4$	$d_{24} = 4.85 \text{ D}$
Частота перехода $2 \rightarrow 5$	$\omega_{25} = 4.34 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода $2 \rightarrow 5$	$d_{25} = 2.83 \text{ D}$
Частота перехода $3 \rightarrow 4$	$\omega_{34} = 1.01 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода $3 \rightarrow 4$	$d_{34} = 29.33 \text{ D}$
Частота перехода $3 \rightarrow 5$	$\omega_{35} = 1.47 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода $3 \rightarrow 5$	$d_{35} = 10.76 \text{ D}$
Частота перехода $4 \rightarrow 5$	$\omega_{45} = 4.63 \cdot 10^{14} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода $4 \rightarrow 5$	$d_{45} = 29.93 \text{ D}$

где  $N(z)$  — объёмная концентрация резонансных атомов. В то же время пространственно-временная динамика электрического поля в среде описывается волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (6)$$

где  $E(z, t)$  — напряжённость линейно поляризованного электрического поля,  $P(z, t)$  — наведённая поляризация многоуровневой резонансной среды (5) с пространственной зависимостью объёмной концентрации атомов  $N(z)$ ,  $c$  — скорость света в вакууме.

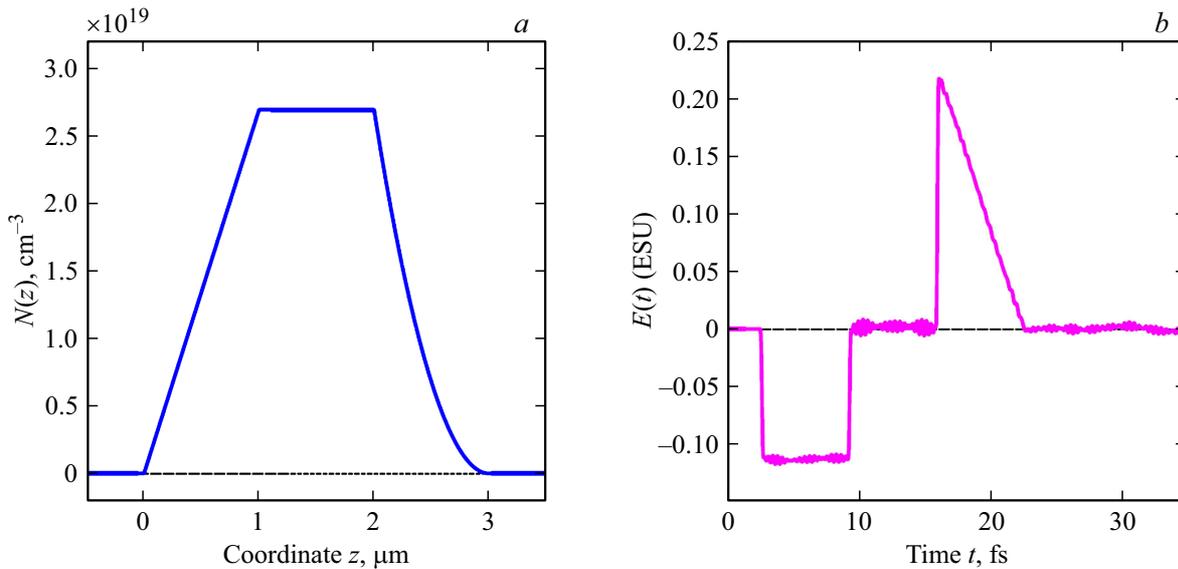
## Результаты численного моделирования

Рассмотрим излучение оптически толстого слоя атомарного водорода, параметры которого приведены в таблице вместе со значениями параметров возбуждающих импульсов (2). Для расчёта излученного поля

было проведено совместное численное решение волнового уравнения (6) методом конечных разностей во времени (FDTD — finite-difference time-domain), в то время как для отклика среды численно решались уравнения для амплитуд связанных состояний (4) методом Рунге–Кутты 4-го порядка. Для начала рассмотрим случай степенной функции профиля концентрации атомов  $N(z)$ . В частности, мы возьмём профиль концентрации следующего кусочно-степенного вида:

$$\begin{aligned} N(z) &= N_0 \frac{3z}{L}, & 0 \leq z \leq \frac{L}{3}, \\ N(z) &= N_0, & \frac{L}{3} \leq z \leq \frac{2L}{3}, \\ N(z) &= N_0 \frac{9(L-z)^2}{L^2} & \frac{2L}{3} \leq z \leq L. \end{aligned} \quad (7)$$

В данном случае профиль концентрации на краях является линейным и квадратичным соответственно, тогда как в центральной части концентрация постоянна.



**Рис. 1.** Излучение слоя атомарного водорода толщиной  $L = 3 \mu\text{m}$  при давлении в 1 ат и при возбуждении парой субциклопических униполярных импульсов (2) с длительностью  $\tau = 30 \text{ as}$  и амплитудой  $E_0 = 10^5 \text{ CGS units}$ : (a) профиль объёмной концентрации атомов  $N(z)$ , заданный выражением (7); (b) излучаемое поле в отражении.

Согласно результатам работы [32], при таком профиле концентрации (7) излучаемое поле должно включать пару униполярных импульсов разной полярности, причём первый из них должен иметь прямоугольную форму, а второй — треугольную.

Рассчитанная временная зависимость электрического поля в отражении от слоя показана на рис. 1. Как видно, в отражении действительно получаются прямоугольный и треугольный униполярные импульсы противоположной полярности. При этом электрическая площадь (1) всего излучаемого поля оказывается равной нулю. Оба униполярных импульса следуют с временной задержкой, которая определяется длиной центральной части профиля концентрации (7) с постоянной величиной. Быстрые осцилляции поля на заднем фоне, хорошо видимые на рис. 1, b, обусловлены вкладом вышележащих энергетических уровней в рассматриваемой многоуровневой среде.

Возьмём далее нестепенную форму профиля концентрации атомов  $N(z)$ . Пусть профиль концентрации имеет следующий близкий к ступенчатому вид:

$$N(z) = \frac{N_0}{4} \left( 1 + \tanh \left[ \frac{z - z_1}{h} \right] \right) \left( 1 + \tanh \left[ \frac{z_2 - z}{h} \right] \right) \quad (8)$$

$$z_1 = 0.5 \mu\text{m}, \quad z_2 = 2.5 \mu\text{m},$$

где параметр  $h$  определяет характерную толщину границ профиля. При этом в центральной части концентрация атомов вновь фактически постоянна и равна максимальной величине  $N_0$ . Результаты численного моделирования для профиля концентрации вида (8) и для нескольких значений величины  $h$  показаны на рис. 2.

Как видно из рис. 2, в данном случае генерируются два униполярных импульса колоколообразной формы.

При этом чем более сглаженную форму имеет профиль концентрации (8), тем меньшей оказывается амплитуда и большей длительность получаемых униполярных импульсов. Отметим, что генерируемые в этом случае униполярные импульсы имеют симметричную форму. Это обусловлено тем, что форма боковых границ профиля концентрации (8) является симметричной относительно точек  $z_1$  и  $z_2$ .

Рассмотрим для сравнения другую форму профиля концентрации  $N(z)$ , которая не обладает подобной симметрией. Для этого предположим зависимость объёмной концентрации от координаты следующего вида:

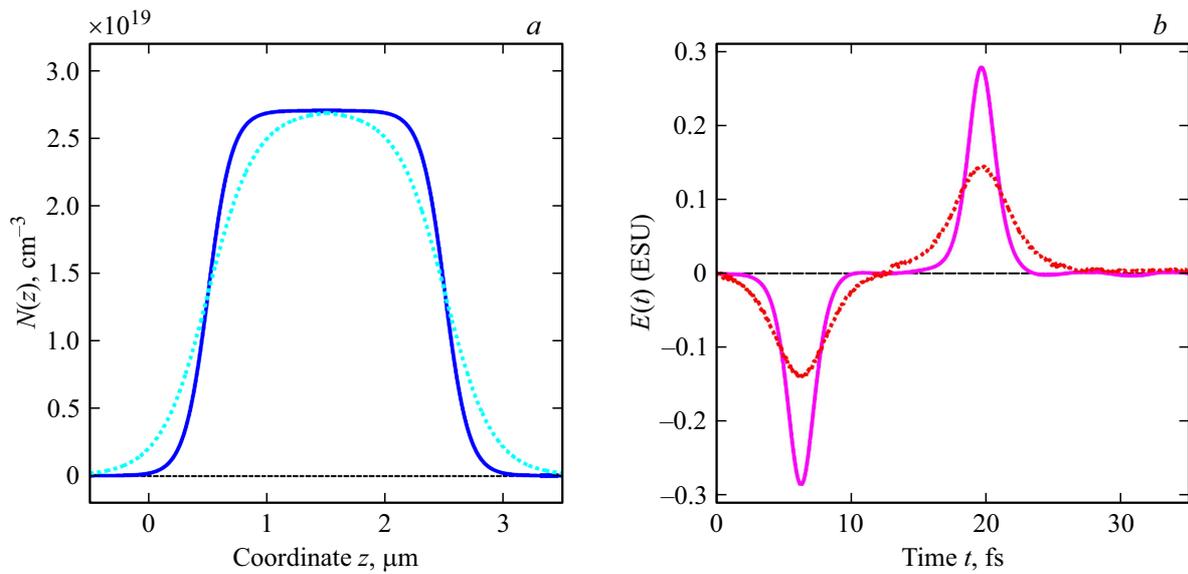
$$N(z) = N_0 e^{-(z - \frac{L}{3})^2 / w^2}, \quad z \leq \frac{L}{3},$$

$$N(z) = N_0, \quad \frac{L}{3} \leq z \leq \frac{2L}{3},$$

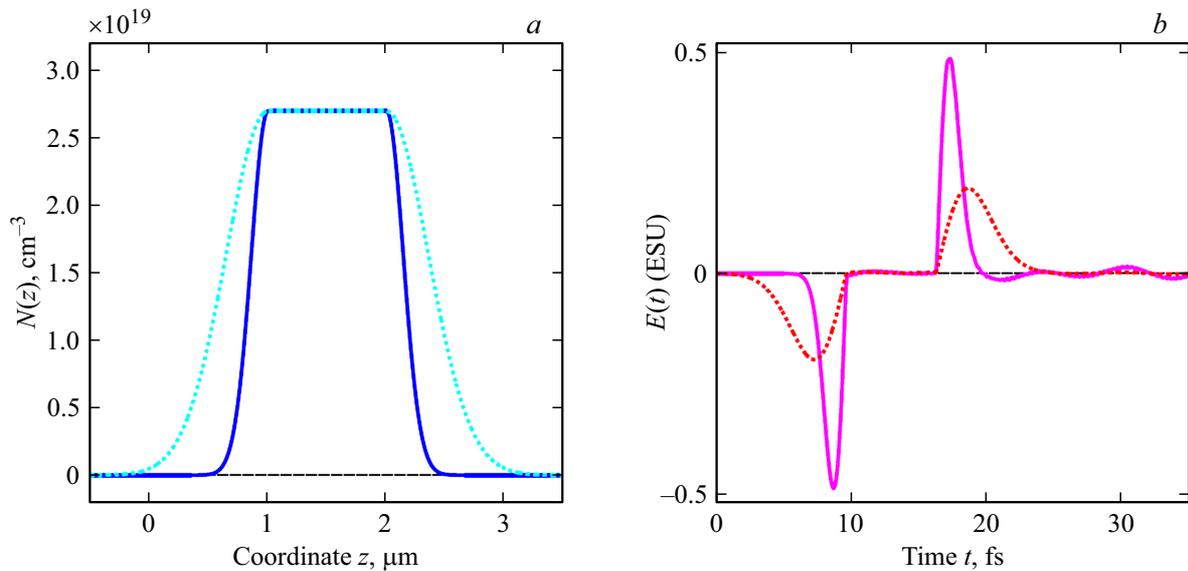
$$N(z) = N_0 e^{-(\frac{2L}{3} - z)^2 / w^2}, \quad \frac{2L}{3} \leq z, \quad (9)$$

где величина  $w$  является толщиной границ профиля концентрации  $N(z)$ . Униполярные импульсы, излучаемые слоем газа с профилем концентрации (9), построены на рис. 3 для разных значений параметра  $w$ .

Полученные униполярные импульсы на рис. 3 имеют явно выраженную асимметричную форму: с более резким передним фронтом и более плавным задним фронтом. Такой вид генерируемых импульсов непосредственно следует из асимметричного характера выбранного профиля концентрации (9). Отметим, что, как и в предыдущем случае, при переходе к более сглаженной форме профиля концентрации (9) длительность генерируемых униполярных импульсов возрастает, в то время как амплитуда соответственно уменьшается.



**Рис. 2.** Излучение слоя атомарного водорода толщиной  $L = 3 \mu\text{m}$  при давлении в 1 ат и при возбуждении парой субцикловых униполярных импульсов (2) с длительностью  $\tau = 30 \text{ as}$  и амплитудой  $E_0 = 10^5 \text{ CGS units}$ : (a) профиль объёмной концентрации атомов  $N(z)$ , заданный выражением (8) при  $h = 400 \text{ nm}$  (пунктирная линия) и  $h = 200 \text{ nm}$  (сплошная линия); (b) излучаемое поле в отражении при  $h = 400 \text{ nm}$  (пунктирная линия) и  $h = 200 \text{ nm}$  (сплошная линия).



**Рис. 3.** Излучение слоя атомарного водорода толщиной  $L = 3 \mu\text{m}$  при давлении в 1 ат и при возбуждении парой субцикловых униполярных импульсов (2) с длительностью  $\tau = 30 \text{ as}$  и амплитудой  $E_0 = 10^5 \text{ CGS units}$ : (a) профиль объёмной концентрации атомов  $N(z)$ , заданный выражением (9) при  $w = 200 \text{ nm}$  (сплошная линия) и  $w = 500 \text{ nm}$  (пунктирная линия); (b) излучаемое поле в отражении при  $w = 200 \text{ nm}$  (сплошная линия) и  $w = 500 \text{ nm}$  (пунктирная линия).

## Получение униполярных импульсов заданной формы

Обратимся теперь к вопросу о том, каким образом можно получить в излучении от слоя среды пару униполярных субцикловых импульсов некоторой заранее заданной формы. Следуя рассмотрению в работе [32], будем считать, что излучаемое поле от каждого бес-

конечно тонкого слоя атомов толщины  $dz$  представляет собой приблизительно один период синусоиды на частоте основного перехода  $\omega_{12}$ . Предположим далее, что поле регистрируется в отражении детектором, расположенным на расстоянии  $D$  от левой границы слоя газа. В таком случае при профиле концентрации в слое  $N(z)$  общее излучение от всего слоя будет представлять собой наложение излучений от каждой части слоя и

будет определяться следующим выражением [32]:

$$E_{\text{emit}}(-D, t) = \int_0^L N(z) A_0 \sin \omega_{12} \left( t - \frac{2z + D}{c} \right) \times \Theta \left( t - \frac{2z + D}{c} \right) \Theta \left( \frac{2z + D}{c} + T_{12} - t \right) dz, \quad (10)$$

где  $A_0$  — коэффициент пропорциональности,  $T_{12} = 2\pi/\omega_{12}$  — период резонансного перехода на основной резонансной частоте,  $\Theta$  — ступенчатая функция Хевисайда. В выражении (10) предполагается, что первый из возбуждающих полукциклового импульсов (2) входит в слой среды в момент времени  $t = 0$ . В интервале времени

$$T_{12} + \frac{D}{c} \leq t \leq \frac{2L + D}{c},$$

т. е. когда оба возбуждающих импульса находятся внутри слоя среды, интеграл (10) приводится к виду

$$E_{\text{emin}}(-D, t) = \int_{(ct - cT_{12} - D)/2}^{(ct - D)/2} A_0 N(z) \sin \omega_{12} \left( t - \frac{2z + D}{c} \right) dz. \quad (11)$$

Полученное уравнение (11) позволяет рассмотреть обратную задачу, т. е. определить нужный вид профиля объёмной концентрации  $N(z)$  для генерации некоторого субциклового импульса заданного вида.

Интеграл в правой части выражения (11) может быть вычислен в явном виде в случае степенной функции  $N(z)$ . Так, как показано в работах [37,38], для постоянной концентрации  $N(z) = \text{const}$  интеграл (11) равен нулю, в случае линейной зависимости  $N(z) \sim z$  интеграл (11) равен константе и не зависит от  $t$ , а в случае квадратичной зависимости  $N(z) \sim z^2$  регистрируемое поле линейно зависит от времени,  $E_{\text{emit}}(-D, t) \sim t$ . Можно легко получить из выражения (11), что в случае произвольной степенной зависимости  $N(z) \sim z^n$  для излучаемого поля  $E_{\text{emit}}(-D, t)$  также получается степенная зависимость от времени, но с ведущим слагаемым  $\sim t^{n-1}$ .

Рассмотрим теперь более общий случай обратной задачи, когда измеряемое детектором поле должно иметь заданный вид  $E_{\text{emit}}(-D, t)$ . Воспользуемся разложением данной функции в ряд Тейлора:

$$E_{\text{emit}}(-D, t) = e_0 + e_1 t + e_2 t^2 + e_3 t^3 + \dots \quad (12)$$

Аналогичным образом поступим и с неизвестной функцией объёмной концентрации атомов  $N(z)$ :

$$N(z) = n_0 + n_1 z + n_2 z^2 + n_3 z^3 + \dots \quad (13)$$

В таком случае задача определения профиля концентрации  $N(z)$  по заданной функции  $E_{\text{emit}}(-D, t)$  сводится

к нахождению коэффициентов разложения  $n_0, n_1, n_2, n_3, \dots$  по известным коэффициентам  $e_0, e_1, e_2, e_3, \dots$

Допустим, что в разложении (12) заданного поля  $E_{\text{emit}}(-D, t)$  удерживаются члены вплоть до номера  $K$ . В таком случае искомое решение для профиля концентрации  $N(z)$  необходимо искать в виде (13), где удерживаются слагаемые вплоть до  $n_{K+1} z^{K+1}$ . Вычисляя затем интеграл в правой части выражения (11) с использованием разложения (13), получаем систему линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных  $n_0, n_1, n_2, n_3, \dots, n_{K+1}$ . Используя описанный общий алгоритм, можно получить необходимое решение для  $N(z)$  с любой заданной точностью, увеличивая число удерживаемых слагаемых в разложении (12) и повышая таким образом точность аппроксимации.

## Заключение

Таким образом, в работе теоретически исследован вопрос о возбуждении слоя многоуровневой среды, а именно атомарного водорода, парой предельно коротких импульсов с определённым образом подобранным значением временной задержки между ними. При этом длительность возбуждающих импульсов полагалась меньше периодов резонансных переходов в среде, а объёмная концентрация атомов изменялась вдоль толщины слоя среды.

Проведённый анализ показал, что в таком случае слой резонансной среды излучает пару униполярных импульсов разной полярности, причём форма временного профиля таких импульсов может быть различной. В случае симметричного профиля объёмной концентрации атомов генерируются два униполярных импульса идентичной формы, но с разным знаком поля. В случае же асимметричного профиля объёмной концентрации атомов получаются два униполярных импульса разного вида, но во всех случаях с нулевым значением общей электрической площади (1) всего излучаемого поля.

Были изучены как простейшие степенные формы профилей концентрации, так и несколько более сложных нестепенных зависимостей. В результате были обнаружены как униполярные субциклового импульсы прямоугольного и треугольного временного профилей, так и униполярные импульсы с различными нетривиальными временными профилями напряжённости электрического поля как симметричного, так и явно выраженного асимметричного вида. Более того, на основе проведённых расчётов был сформулирован общий алгоритм нахождения профиля объёмной концентрации резонансных атомов, при котором происходит генерация униполярных импульсов заданной формы.

Полученные результаты носят теоретический характер и могут быть экспериментально реализованы, например, при протекании плоской газовой струи через сопло определённой геометрии. В таком случае за соплом может формироваться необходимое неоднородное распределение объёмной концентрации атомов газа в

направлении, ортогональном направлению течения газовой струи. Отметим также, что аттосекундные полудискретные импульсы (2), которые использовались в расчётах для возбуждения резонансной среды, в настоящее время могут быть получены экспериментально различными методами [17–22]. Полученные результаты, таким образом, могут способствовать развитию методов управления временным профилем субцикловых импульсов длительностью порядка единиц фемтосекунд.

### Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (РНФ) № 21-72-10028.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] F. Krausz, M. Ivanov. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
- [2] L. Gallmann, C. Cirelli, U. Keller. *Ann. Rev. Phys. Chem.*, **63**, 447 (2012).
- [3] M. Chini, K. Zhao, Z. Chang. *Nature Photonics*, **8**, 178 (2014).
- [4] G. Mourou. *Rev. Mod. Phys.*, **91**, 030501 (2019).
- [5] J. Biegert, F. Calegari, N. Dudovich, F. Quere, M. Vrakking. *J. Phys. B.*, **54**, 070201 (2021).
- [6] B. Xue, K. Midorikawa, E.J. Takahashi. *Optica*, **9**, 360 (2022).
- [7] K. Midorikawa. *Nature Photonics*, **16**, 267 (2022).
- [8] С.В. Сазонов. *Опт. и спектр.*, **130** (12), 1846 (2022). [*S.V. Sazonov. Opt. Spectrosc.*, **130** (12), 1573 (2022)].
- [9] М.Ю. Рябикин, М.Ю. Емелин, В.В. Стрелков. *УФН*, **193** (4), 382 (2023). [*M.Yu. Ryabikin, M.Yu. Emelin, V.V. Strelkov. Phys. Usp.*, **66**, 360 (2023)].
- [10] D. Hui, H. Alqattan, S. Yamada, V. Pervak, K. Yabana, M. Hassan. *Nature Photonics*, **16**, 33 (2022).
- [11] K. Ramasesha, S.R. Leone, D.M. Neumark. *Annu. Rev. Phys. Chem.*, **67**, 41 (2016).
- [12] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **107**, 761 (2009). [*N.N. Rosanov. Opt. Spectrosc.*, **107**, 721 (2009)].
- [13] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. *Nature*, **530**, 66 (2016).
- [14] R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **44**, 1202 (2019).
- [15] N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **104**, 063101 (2021).
- [16] A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **105**, 043103 (2022).
- [17] H.-C. Wu, J. Meyer-ter Vehn. *Nature Photonics*, **6**, 304 (2012).
- [18] J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Yin Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, Zh. Xu. *Sci. Rep.*, **8**, 2669 (2018).
- [19] Y. Shou, R. Hu, Z. Gong, J. Yu, J. Chen, G. Mourou, X. Yan, W. Ma. *New J. Phys.*, **23**, 053003 (2021).
- [20] R. Pang, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. Appl.*, **18**, 024024 (2022).
- [21] S. Wei, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. E*, **106**, 025203 (2022).
- [22] Q. Xin, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. E*, **107**, 035201 (2023).
- [23] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, П.А. Образцов, Н.Н. Розанов. *Письма в ЖЭТФ*, **117** (1), 10 (2023). [*R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, P.A. Obraztsov, N.N. Rosanov. JETP Lett.*, **117**, 8 (2023)].
- [24] Н.Н. Розанов. *УФН*, **193** (10), 1127 (2023). [*N.N. Rosanov. Phys. Uspekhi*, **66**, 1059 (2023)].
- [25] G. Cirmi, R.E. Mainz, M.A. Silva-Toledo, F. Scheiba, H. Çankaya, M. Kubullek, G.M. Rossi, F.X. Kärtner. *Laser & Photonics Rev.*, **17** (4), 2200588 (2023).
- [26] R.E. Mainz, G.M. Rossi, F. Scheiba, M.A. Silva-Toledo, Y. Yang, G. Cirmi, F.X. Kärtner. *Optics Express*, **31**, 11363–11394 (2023).
- [27] R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, N. Rosanov, I. Babushkin. *Optics Express*, **28** (11), 17020 (2022).
- [28] M.V. Bastrakova, N.V. Klenov, A.M. Satanin. *Phys. Solid State*, **61**, 1515 (2019).
- [29] М.В. Бастракова, Н.В. Кленов, А.М. Сатанин. *ЖЭТФ*, **158** (4), 579 (2020). [*M.V. Bastrakova, N.V. Klenov, A.M. Satanin. JETP*, **131**, 507 (2020)].
- [30] H. Alqattan, D. Hui, V. Pervak, M.T. Hassan. *APL Photonics*, **7**, 041301 (2022).
- [31] I.E. Ilyakov, B.V. Shishkin, E.S. Efimenko, S.B. Bodrov, M.I. Bakunov. *Optics Express*, **30**, 14978 (2022).
- [32] A. Pakhomov, N. Rosanov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *Opt. Lett.*, **48**, 6504 (2023).
- [33] A. Pakhomov, N. Rosanov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *J. Opt. Soc. Am. B*, **41**, 46 (2024).
- [34] Р.М. Архипов, А.В. Пахомов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **131**, 77 (2023). [*R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. Opt. Spectrosc.*, **131** (1), 73 (2023)].
- [35] А. Яриш. *Квантовая электроника* (Сов. радио, М., 1980). [*A. Yariv. Quantum electronics* (Wiley, NY, 1989)].
- [36] С.Э. Фриш. *Оптические спектры атомов* (Гос. издат. физ.-мат. лит., М.-Л., 1963).
- [37] A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **106**, 053506 (2022).
- [38] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, О.О. Дьячкова, Н.Н. Розанов. *Письма в ЖЭТФ*, **117** (8), 580 (2023). [*R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, O.O. Diachkova, N.N. Rosanov. JETP Lett.*, **117** (8), 574 (2023)].