

03

## Черенковское излучение релятивистских электронов в наклонном прозрачном радиаторе

© А.П. Потылицын

Томский политехнический университет,  
634050 Томск, Россия

e-mail: potylitsyn@tpu.ru

Поступила в редакцию 03.07.2023 г.

В окончательной редакции 01.02.2024 г.

Принята к публикации 11.02.2024 г.

На основе модели поляризационных токов проведен численный расчет выхода фотонов черенковского излучения в диапазоне длин волн  $400 < \lambda < 850$  nm из аэрогелевого радиатора с коэффициентом преломления  $n = 1.05$  и толщиной 1 mm, расположенного перпендикулярно скорости электронов с лоренц-фактором  $\gamma = 50$ . Показано, что число фотонов черенковского излучения, распространяющегося в вакууме вблизи конической поверхности с углом раствора  $\theta = 18.6^\circ$ , совпадает с теоретическим значением из формулы Тамма–Франка. Этот же метод использовался для расчета спектрально-угловых характеристик черенковского излучения из наклоненного корундового радиатора ( $n = 1.76$ ) той же толщины. Было показано, что для угла наклона радиатора  $\psi = 24.25^\circ$  часть черенковского конуса выводится в вакуум под углом  $\theta_{\text{vac}} \approx 90^\circ$  относительно импульса электронов. Число фотонов черенковского излучения в том же спектральном диапазоне достигает величины  $\Delta N \approx 5.4$  photon/electron, что на 3 порядка превышает выход обратного переходного излучения, которое используется для диагностики пучков современных ускорителей.

**Ключевые слова:** черенковское излучение, диагностика, обратное переходное излучение.

DOI: 10.61011/OS.2024.02.57770.5385-23

### Введение

Детекторы черенковского излучения на протяжении многих лет используются в физике высоких энергий [1], в термоядерных установках для регистрации „убегающих“ электронов [2], в лучевой терапии для дозовых измерений [3], в диагностике пучков ускорителей [4].

В последние годы по мере развития ускорительных и лазерных технологий излучение Вавилова–Черенкова (ИВЧ) используется для измерения длины пикосекундных/субпикосекундных электронных сгустков [5,6]. Если оптическая ось детектора ИВЧ (например, стрик-камеры) ориентирована перпендикулярна волновому фронту излучения, то длительность вспышки ИВЧ не зависит от толщины радиатора и определяется только длиной сгустка.

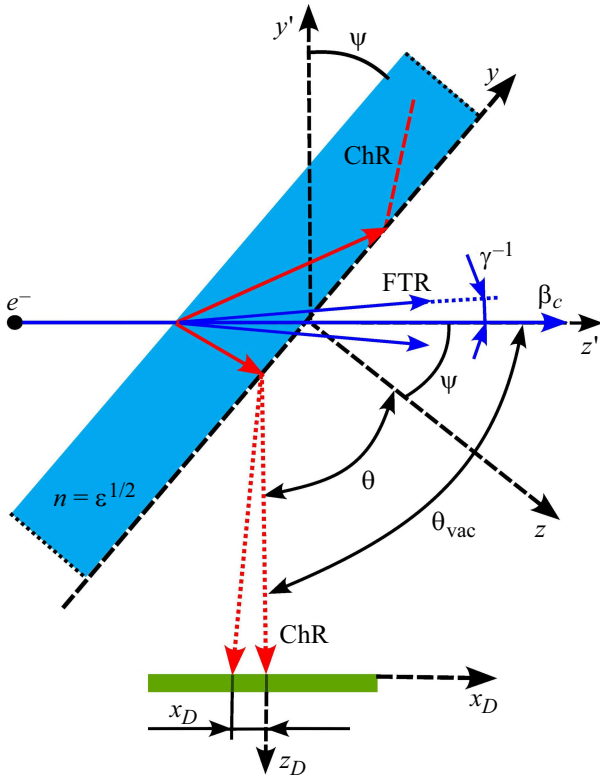
Часто для целей диагностики используется обратное переходное излучение (ОПИ), генерируемое электронным сгустком в тонких металлических мишенях. Число фотонов ОПИ в этом случае значительно ниже, чем интенсивность ИВЧ, однако оптическая система вывода и регистрации ОПИ существенно проще и надежнее по сравнению с детектированием ИВЧ (с учетом требования перпендикулярности фронта ИВЧ относительно оси детектора). Так, например, авторы работы [6] для получения параллельного пучка ИВЧ из специального радиатора с коэффициентом преломления  $n = 1.05$  использовали сложную оптическую схему с аксионовыми линзами, которая преобразует конус ИВЧ в „полый“ цилиндрический пучок, соосный с импульсом электро-

нов. Подобная оптическая схема фокусирует излучение на детекторе в кольцо, диаметр которого существенно выше, чем поперечный размер электронного сгустка. Механизм „обратного“ переходного излучения (ОПИ) позволяет выводить излучение под большими углами относительно электронного пучка и фокусировать излучение в „пятно“, совпадающее по размерам с диаметром электронного сгустка [7].

Ниже в работе будет показано, что ИВЧ электронов, пересекающих наклонную диэлектрическую пластину (радиатор), также можно выводить в вакуум под большими углами (например, под углом  $\theta = 90^\circ$ ) при соответствующем выборе угла наклона. Несмотря на то, что в такой геометрии в вакуум выводится только часть черенковского конуса, число фотонов ИВЧ превышает выход фотонов ОПИ на 2–3 порядка в зависимости от толщины радиатора. Использование такого метода диагностики (в том числе со стрик-камерой) позволит существенно упростить экспериментальную аппаратуру.

### Модель

Теория излучения заряда, пересекающего пластину с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и толщиной  $L$ , была разработана В.Е. Пафомовым в работе [8]. В этой модели получены выражения для двух компонент поляризации спектрально-углового распределения интенсивности излучения в системе координат, показанной на рис. 1, от пластины, бесконечной в поперечном направлении



**Рис. 1.** Угловые переменные, описывающие процесс ИВЧ, и системы координат, используемые для этого. В нижней части рисунка показана система координат  $\{x_D, y_D, z_D\}$ , так называемая „система детектора“, где ось  $z_D$  повернута на угол  $\theta_{vac}$  относительно скорости электрона. FTR — переходное излучение „вперед“, ChR — ИВЧ.

(см. формулы (18.25), (18.26) цитируемой работы). Исходя из этих выражений можно получить спектрально-угловое распределение числа фотонов, испускаемых зарядом,  $d^2N/d\Omega d\lambda$ :

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2N_{\parallel}}{d\Omega d\lambda} &= \frac{\alpha}{\pi^2 \lambda} \frac{\beta_y^2 \beta_z^4 n_x^2 n_z^2 |\varepsilon - 1|^2}{\sin^2 \theta |((1 - n_y \beta_y)^2 - n_z^2 \beta_z^2)|^2} \\
 &\times \frac{|(1 - n_y \beta_y)^2 - Z^2 \beta_z^2|^{-2}}{|e^{-\frac{i\omega LZ}{\varepsilon}} (Z + \varepsilon \cos \theta)^2 - e^{-\frac{i\omega LZ}{\varepsilon}} (Z - \varepsilon \cos \theta)^2|^2} \\
 &\times \left| e^{-\frac{i\omega LZ}{\varepsilon}} (1 - \beta_y n_y + \beta_z Z)(Z + \varepsilon \cos \theta) \right. \\
 &\times (\sin^2 \theta (1 - \beta_z^2 - \beta_y n_y - \beta_z Z) + \beta_y \beta_z n_y Z) \\
 &\left. + e^{-\frac{i\omega LZ}{\varepsilon}} (1 - \beta_y n_y - \beta_z Z)(Z - \varepsilon \cos \theta) \right. \\
 &\times (\sin^2 \theta (1 - \beta_z^2 - \beta_y n_y + \beta_z Z) - \beta_y \beta_z n_y Z) - 2Ze^{-\frac{i\omega LZ}{\beta_z c}} \\
 &\times [\beta_z (\beta_y n_y - \sin^2 \theta) (\beta_z \varepsilon - \beta_z \sin^2 \theta + \varepsilon n_z - \beta_y \varepsilon n_y n_z) \\
 &\left. + \sin^2 \theta (1 - \beta_z^2 - \beta_y n_y) (1 - \beta_y n_y + \beta_z \varepsilon n_z) \right|^2, \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2N_{\perp}}{d\Omega d\lambda} &= \frac{\alpha}{\pi^2 \lambda} \frac{\beta_z^2 n_z^2 |\varepsilon - 1|^2}{\sin^2 \theta |((1 - n_y \beta_y)^2 - n_z^2 \beta_z^2)|^2} \\
 &\times \frac{|(1 - n_y \beta_y)^2 - Z^2 \beta_z^2|^{-2}}{|e^{-\frac{i\omega LZ}{\varepsilon}} (Z + \cos \theta)^2 - e^{-\frac{i\omega LZ}{\varepsilon}} (Z - \cos \theta)^2|^2} \\
 &\times \left| e^{-\frac{i\omega LZ}{\varepsilon}} (1 - \beta_y n_y + \beta_z Z)(Z + \cos \theta) \right. \\
 &\left. + e^{-\frac{i\omega LZ}{\varepsilon}} (1 - \beta_y n_y - \beta_z Z)(Z - \cos \theta) \right. \\
 &\left. - 2Ze^{-\frac{i\omega L(1 - \beta_y n_y)}{\beta_z c}} (1 - \beta_y n_y + \beta_z n_z) \right|^2, \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\frac{d^2N}{d\Omega d\lambda} = \frac{d^2N_{\parallel}}{d\Omega d\lambda} + \frac{d^2N_{\perp}}{d\Omega d\lambda}. \quad (3)$$

Здесь используются обозначения  $\alpha = 1/137$  — постоянная тонкой структуры,  $\lambda$  — длина волны ИВЧ,  $\omega = 2\pi c/\lambda$ ,  $c$  — скорость света в вакууме,  $L$  — толщина радиатора,  $Z = \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}$ ,  $\beta = \sqrt{1 - \gamma^{-2}}$ ,  $\gamma$  — лоренц-фактор,  $\beta_y = \beta \sin \psi$ ,  $\beta_z = \beta \cos \psi$ ,  $n_x = \sin \theta \sin \varphi$ ,  $n_y = \sin \theta \cos \varphi$ ,  $n_z = \cos \theta$ , где  $\theta, \varphi$  — полярный и азимутальные углы, характеризующие волновой вектор фотона ИВЧ в вакууме.

Следует указать, что формулы (1)–(3) описывают излучение в „переднюю“ полусферу. Для плоской геометрии, показанной на рис. 1, под азимутальным углом  $\varphi = 0$  вблизи полярного угла  $\theta \approx \psi$  распространяется переходное излучение „вперед“.

Если угол наклона радиатора  $\psi$  удовлетворяет условию

$$\psi < \theta_{ch}^0 = \arccos(1/\beta n(\lambda)), \quad n(\lambda) = \sqrt{\varepsilon(\lambda)}, \quad (4)$$

то выражения (1)–(3) описывают ИВЧ в вакууме для азимутального угла  $\varphi = \pi$  вблизи полярного угла  $\theta_{ch}$  [9,10]:

$$\theta_{ch} = \arcsin\{n(\lambda) \sin[\arccos(1/\beta n(\lambda)) - \psi]\}. \quad (5)$$

Если же вместо (4) выполняется противоположное условие

$$\psi > \theta_{ch}^2, \quad (6)$$

то в вакуум выводится часть конуса ИВЧ вблизи азимутального угла  $\varphi = 0$  [10].

В работе [11] был развит альтернативный подход для расчета характеристик излучения, возникающего при пролете заряда через радиатор конечных размеров по всем трем направлениям — так называемая модель поляризованных токов (polarization current model, PC). На основе этого метода в работах [12,13] были получены аналитические формулы, аналогичные (1)–(3), позволяющие рассчитывать число фотонов ИВЧ для любой геометрии радиатора. Как и в модели В.Е. Пафомова [8], компоненты поля ИВЧ в вакууме рассчитывались с использованием коэффициентов преломления Френеля для

плоской бесконечной границы раздела [10,11]. В частности, для пластины с поперечными размерами  $a, b \gg \lambda$  получены выражения:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N_{\parallel}}{d\Omega d\lambda} &= 4\alpha \frac{n_z^2}{[(1 - \beta_y n_y)^2 - \beta_z^2 n_z^2]^2} \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right|^2 \frac{L^2}{\lambda^3} \\ &\times \left| \operatorname{sinc} \left( \pi \frac{L}{\lambda} \frac{1 - \beta_z L - \beta_y n_y}{\beta_z} \right) \right|^2 \left| \frac{\varepsilon}{Z + \varepsilon \cos \theta} \right|^2 \\ &\times \left| (\beta_z^2 + \beta_y n_y + \beta_z Z - 1) \sqrt{n_x^2 + n_y^2} - \beta_y \beta_z Z \frac{n_y}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}} \right|^2, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N_{\perp}}{d\Omega d\lambda} &= 4\alpha \frac{n_z^2}{[(1 - \beta_y n_y)^2 - \beta_z^2 n_z^2]^2} \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right|^2 \frac{L^2}{\lambda^3} \\ &\times \left| \operatorname{sinc} \left( \pi \frac{L}{\lambda} \frac{1 - \beta_z L - \beta_y n_y}{\beta_z} \right) \right|^2 \\ &\times \left| \beta_y^2 \beta_z^2 \frac{n_x^2}{n_x^2 + n_y^2} \varepsilon \frac{\sqrt{\varepsilon}}{Z + \cos \theta} \right|^2, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{d^2 N}{d\Omega d\lambda} = \frac{d^2 N_{\parallel}}{d\Omega d\lambda} + \frac{d^2 N_{\perp}}{d\Omega d\lambda}. \quad (9)$$

Здесь  $\operatorname{sinc}(x) = \sin x/x$ , остальные обозначения те же, что и в (1)–(3). Полученные формулы более простые и понятные. ИВЧ в вакуум выводится для геометрии, которая определяется нулевым значением аргумента функции  $\operatorname{sinc}$ :

$$1 - \beta_z Z - \beta_y n_y = 1 - \beta \cos \psi \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} - \beta \sin \psi \sin \theta \cos \varphi = 0. \quad (10)$$

Для геометрии, в которой волновой вектор фотона ИВЧ расположен в плоскости  $(y, z)$ , из (10) выводится соотношение для угла  $\theta_{\text{vac}}$  в вакууме (для азимутального угла  $\varphi = \pi$ ):

$$\theta_{\text{vac}} = \psi + \arcsin \{ n(\lambda) \sin [\arccos(1/\beta n(\lambda) - \psi)] \}. \quad (11)$$

Отметим, что формулы (7)–(9) наряду с ИВЧ описывают переходное излучение. На первый взгляд кажется, что квадратичная зависимость от толщины радиатора в этих выражениях не имеет никакого отношения к переходному излучению. Покажем, что это не так. Для простоты рассмотрим ориентацию  $\psi = 0$ , для которой  $d^2 N_{\perp}/d\Omega d\lambda = 0$ .

Для углов  $\theta$ , соответствующих ОПИ „вперед“ ( $\theta \sim \psi$ ) от металлической мишени, для которой справедливо условие  $|\varepsilon(\lambda)| \gg \sin^2 \theta$ , аргумент функции  $\operatorname{sinc}^2(x)$  можно устремить к бесконечности, что позволяет сделать следующую замену:

$$\operatorname{sinc}^2(x) = \frac{\sin^2(x)}{x^2} \rightarrow \frac{1/2}{x^2}, \quad (12)$$

при которой получаем

$$\begin{aligned} &\frac{L^2}{\lambda^3} \left| \operatorname{sinc} \left( \pi \frac{L}{\lambda} \frac{1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}}{\beta} \right) \right|^2 \\ &\rightarrow \frac{L^2}{\lambda^3} \frac{\beta^2 \lambda^2}{2\pi^2 L^2 (1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta})^2} \\ &= \frac{\beta^2}{2\pi^2 \lambda (1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta})^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

В результате имеем

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N_{\parallel}}{d\Omega d\lambda} &= \frac{2\alpha}{\pi^2} \frac{1}{\lambda} \frac{\beta^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right|^2 \\ &\times \left| \frac{\gamma^{-2} - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \right|^2 \left| \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} + \varepsilon \cos \theta} \right|^2. \end{aligned} \quad (14)$$

В пределе  $|\varepsilon| \rightarrow \infty$  полученное выражение сводится к формуле

$$\frac{d^2 N_{\parallel}}{d\Omega d\lambda} = \frac{2\alpha}{\pi^2} \frac{\beta^2 \sin^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \frac{1}{\lambda}, \quad (15)$$

которая дает удвоенное значение известной формулы Гинзбурга–Франка, поскольку формально рассматривается излучение от двух поверхностей раздела.

## Результаты расчетов

Рассмотрим характеристики ИВЧ для условий, соответствующих эксперименту [6]:

$$\gamma = 50; n(\lambda) = \text{const} = 1.05; L = 1 \text{ mm}; \lambda = 600 \text{ nm}; \psi = 0.$$

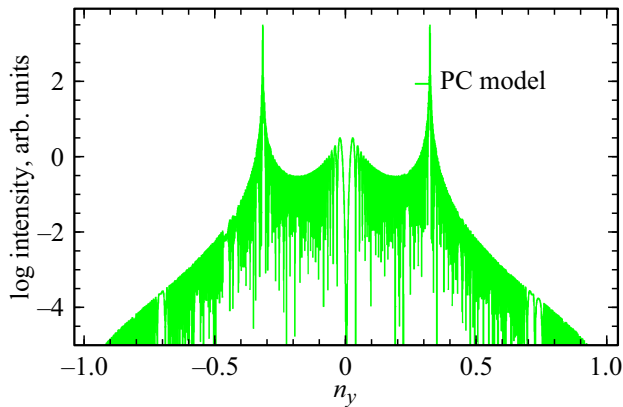
На рис. 2 показана зависимость выхода фотонов ИВЧ от переменной  $n_y = \sin \theta \cos \varphi$  (в правом квадранте  $\varphi = 0$ , в левом —  $\varphi = \pi$ ).

Максимум ИВЧ соответствует углу  $\theta_m = \arcsin [n(\lambda) \sin \theta_{\text{ch}}^0] = 18.6^\circ$ , причем выход излучения в области углов  $\theta \sim \gamma^{-1}$  ( $n_y \sim 0$ , соответствующих переходному излучению „вперед“) ниже выхода ИВЧ примерно на 3 порядка.

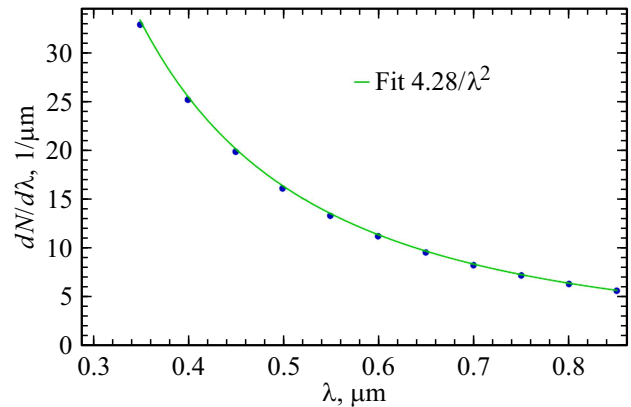
На рис. 3 показана „ширина“ конуса ИВЧ  $\Delta\theta \approx 0.0015$ , которую можно сравнить с оценкой Тамма [14]  $\Delta\theta = 2\lambda/\pi L \sin \theta_{\text{ch}} \approx 0.0012$ . На плоскости  $\{n_x, n_y\}$ , перпендикулярной электронному пучку (на плоскости детектора), „след“ от конуса ИВЧ будет „виден“ как окружность с радиусом  $R \sin 18.6^\circ$  ( $R$  — расстояние от радиатора до экрана).

Фотонный спектр  $dN/d\lambda$  рассчитывается интегрированием выражения (9) по телесному углу при переходе к переменным  $n_x, n_y$ ,

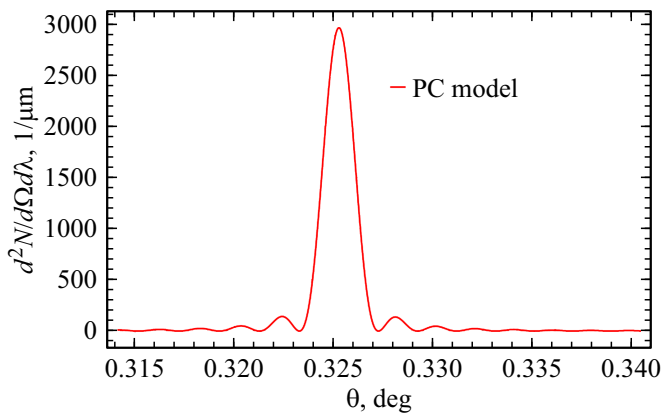
$$d\Omega = dn_x dn_y / \sqrt{1 - n_x^2 - n_y^2},$$



**Рис. 2.** Интенсивность излучения, рассчитанная по формуле (9), из аэрогелевого радиатора с показателем преломления  $n = 1.05$  в переднюю полусферу (в логарифмическом масштабе) в зависимости от угловой переменной  $n_y = \sin \theta \cos \varphi$  (в правом квадранте  $\varphi = 0$ , в левом —  $\varphi = \pi$ ). Угол наклона радиатора  $\psi = 0$  (нормальное падение). Остальные параметры:  $\gamma = 50$ , толщина радиатора  $L = 1$  mm, длина волны  $\lambda = 600$  nm.



**Рис. 4.** Фотонный спектр  $dN/d\lambda$  ИВЧ для тех же параметров, что на рис. 2, после численного интегрирования по полному телесному углу (точки).



**Рис. 3.** „Ширина“ конуса ИВЧ для тех же параметров, что на рис. 2.

Отметим, что подгоночный параметр  $a = 4.28$  (рис. 4) совпадает с теоретическим значением из формулы (17):

$$2\pi a L (1 - 1/\beta^2 n^2) = 4.26 \approx a.$$

В результате интегрирования фотонного спектра (16) по этому же спектральному диапазону получаем значение

$$\Delta N = 5.66 \text{ ph/e}^-,$$

что близко к теоретической оценке.

Выход фотонов ИВЧ возрастает по мере увеличения оптической плотности радиатора. Так, например, для радиатора из корунда ( $n = 1.76$ ) число фотонов ИВЧ в среде возрастает примерно на порядок по сравнению с рассмотренным случаем, однако для вывода излучения в вакуум необходимо наклонять радиатор [16,17]. В такой геометрии из радиатора выводится только часть конуса ИВЧ, но, как будет показано ниже, число фотонов остается достаточным для диагностики.

Будем рассматривать характеристики ИВЧ для радиатора из корунда толщиной, как и ранее, 1 mm в системе координат, в которой ось  $z'$  совпадает с направлением электронного пучка.

Общее решение уравнения (10) запишем в виде

$$\sin \theta = \frac{-\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sqrt{n^2 \beta^2 (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) - 1}}{\beta (1 - \sin^2 \psi \sin \varphi)}. \quad (18)$$

Углы  $\theta, \varphi$  в полученном решении определены в системе, где ось  $z$  направлена вдоль нормали к поверхности радиатора (рис. 1). Более удобной является система, где ось  $z'$  направлена вдоль импульса электрона, переход к которой осуществляется поворотом исходной на угол  $\psi$ . В новой системе угловые переменные будем обозначать через  $\theta_{\text{vac}}, \varphi_{\text{vac}}$ :

$$\cos \theta_{\text{vac}} = \cos \theta \cos \psi + \sin \theta \sin \psi \cos \varphi,$$

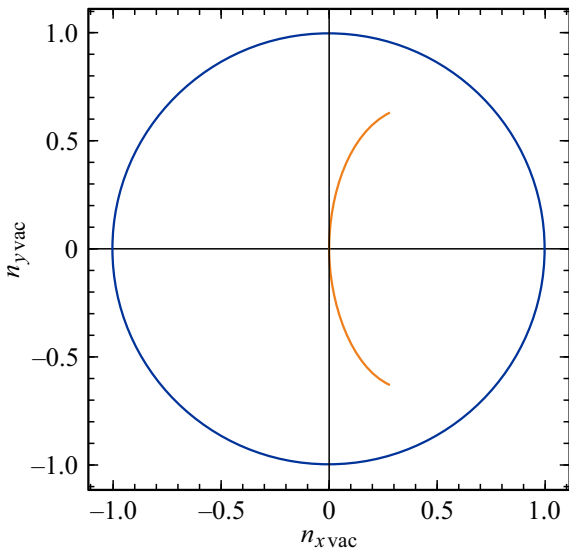
$$\frac{dN}{d\lambda} = \int_{-1}^1 dn_y \int_{-\sqrt{1-n_y^2}}^{\sqrt{1-n_y^2}} \frac{dn_x}{\sqrt{1-n_x^2-n_y^2}} \frac{d^2N}{d\Omega d\lambda}. \quad (16)$$

Результат интегрирования для различных длин волн представлен на рис. 4 (точки).

На этом же рисунке показана подгоночная зависимость спектра в виде  $dN/d\lambda = a/\lambda^2$ , где  $a = 4.28$  — подгоночный параметр. Спектр ИВЧ в вакууме сохраняет зависимость от длины волны такую же как в среде ( $a/\lambda^2$  в пренебрежении поглощением излучения).

Авторы работы [6] оценили выход фотонов ИВЧ для спектрального диапазона  $400 < \lambda < 850$  nm из радиатора толщиной 1 mm при  $n = 1.05$  по известной формуле [15]

$$\Delta N = 2\pi a L (1 - 1/\beta^2 n^2) (1/\lambda_{\text{min}} - 1/\lambda_{\text{max}}) = 5.64 \text{ ph/e}^-. \quad (17)$$



**Рис. 5.** Часть конуса ИВЧ, которая выводится в вакуум из корундового радиатора с  $n = 1.76$ , наклоненного под углом  $\psi = 24.25^\circ$  (кривая в центре круга). Остальные параметры те же, что и ранее.

$$\tan \varphi_{\text{vac}} = \sin \theta \sin \psi / (\cos \theta \sin \psi - \sin \theta \cos \varphi \cos \psi). \quad (19)$$

Как следует из (18), (19), полярный и азимутальный углы (19) определяются азимутальным углом  $\varphi$  в исходной системе координат и зависят от угла наклона  $\psi$ . Из (18) получаем соотношение для определения угла наклона  $\psi$  для заданного угла наблюдения  $\theta_{\text{vac}}$  при  $\varphi = \pi$

$$\tan \psi = (\tan \theta_{\text{ch}} - \beta \sin \theta_{\text{vac}}) / (1 - \beta \cos \theta_{\text{vac}}). \quad (20)$$

Так, например, для корунда  $\theta_{\text{ch}} = 55.41^\circ$ , и, следовательно,  $\psi = 24.25^\circ$  для  $\gamma = 50$ . Лишь для ограниченного интервала углов  $\varphi$  система (19) имеет решение, которое определяет диапазон углов  $\{\theta_{\text{vac}}, \varphi_{\text{vac}}\}$  и соответственно часть конуса ИВЧ, которая распространяется в вакууме.

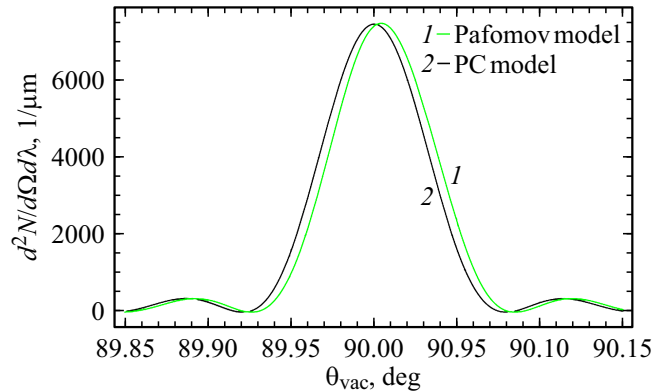
На рис. 5 показана часть этого конуса, испускаемая вблизи угла  $\theta_{\text{vac}} = 90^\circ$  из корунда ( $n = 1.76$ ) толщиной 1 mm, наклоненного под углом  $\psi = 24.25^\circ$ . „След“ конуса ИВЧ показан на плоскости, перпендикулярной волновому вектору (рис. 1), где угловые переменные имеют вид

$$n_{x,\text{vac}} = \sin \theta_{\text{vac}} \sin \varphi_{\text{vac}}, \quad n_{y,\text{vac}} = \sin \theta_{\text{vac}} \cos \varphi_{\text{vac}}.$$

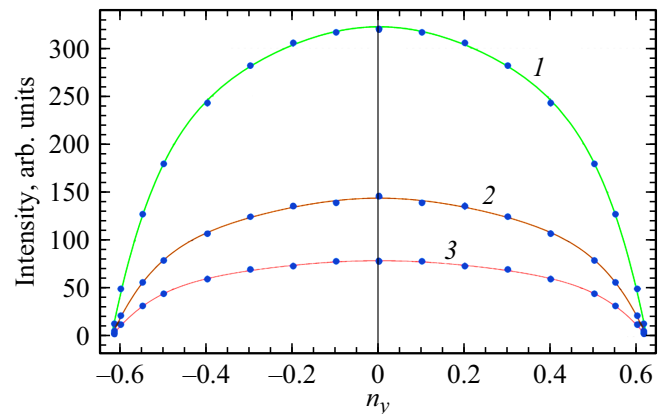
Максимальный азимутальный угол, под которым выходит ИВЧ в этом случае ( $\lambda = 600$  nm),

$$\varphi_{\text{vac}}^{\text{max}} \approx \pm 38^\circ.$$

Угловая ширина конуса ИВЧ в этой геометрии, рассчитанная по обеим моделям, показана на рис. 6. Следует отметить хорошее совпадение результатов (смещение максимума не превышает  $0.005^\circ$ ).



**Рис. 6.** Ширина черенковского конуса для геометрии с  $\psi = 24.25^\circ$ , рассчитанная по модели поляризационных токов (2) и по модели Пафомова (1).



**Рис. 7.** Зависимость интенсивности ИВЧ  $\frac{dN}{dn_y d\lambda}$  от переменной  $n_y$  после интегрирования по переменной  $n_x$  для различных длин волн ( $\lambda = 400$  (1), 600 (2), 800 nm (3)).

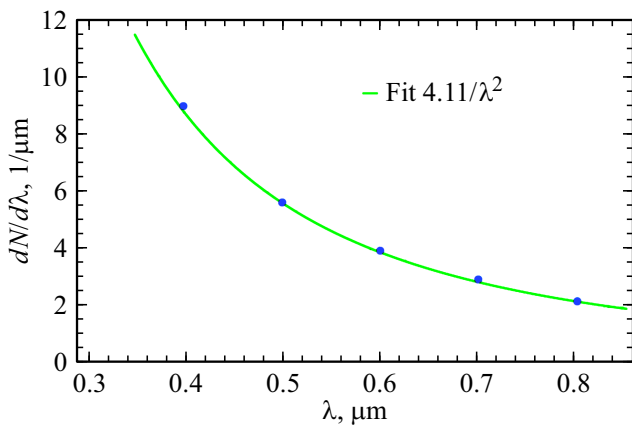
На рис. 7 приведена зависимость выхода ИВЧ от переменной  $n_y$  после интегрирования по  $n_x$ . В используемом приближении ( $n(\lambda) = 1.76 = \text{const}$ ) зависимость характеристик ИВЧ от длины волны сводится к стандартной зависимости  $a/\lambda^2$ , что иллюстрируется на рис. 8, где показаны результаты расчета  $dN/d\lambda$  для рассматриваемой геометрии.

В спектральном диапазоне  $400 < \lambda < 850$  nm выход фотонов ИВЧ из корундовой мишени вычисляется по той же процедуре:

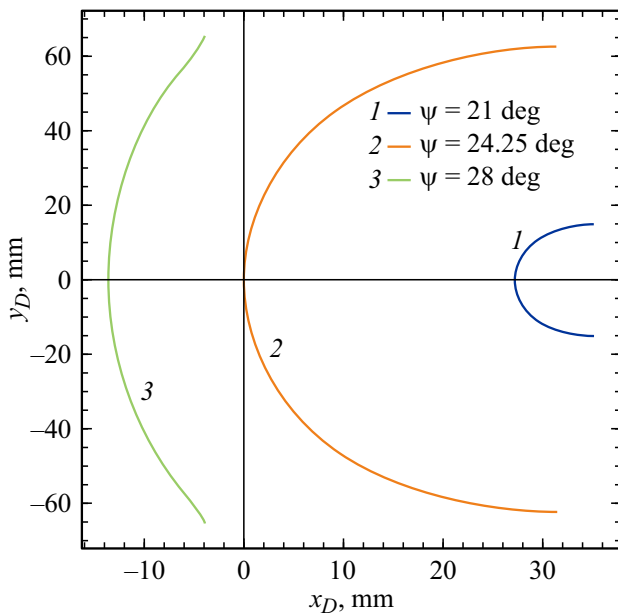
$$\Delta N = 5.42 \text{ ph/e}^-,$$

т.е. незначительно меньше, чем в полный конус из аэрогелевого радиатора с  $n = 1.05$ .

На рис. 9 показаны „следы“ конусов ИВЧ на экране, расположенном на расстоянии  $R = 100$  mm от радиатора. Начало координат соответствует углу излучения  $\theta = 90^\circ$ . Правый „след“ иллюстрирует распределение ИВЧ от радиатора, наклоненного под углом  $\psi = 21^\circ$ , центральный —  $\psi = 24.25^\circ$ , левый —  $\psi = 28^\circ$ . Следует



**Рис. 8.** Фотонный спектр  $dN/d\lambda$  для части конуса излучения, выводимого в вакуум, после численного интегрирования по телесному углу для тех же параметров, что на рис. 5.



**Рис. 9.** Распределение „следов“ конусов ИВЧ на поверхности детектора, размещенного под углом  $\theta_{vac} = 90^\circ$ . Угол наклона радиатора:  $\psi = 21^\circ$  (1),  $24.25^\circ$  (2),  $28^\circ$  (3).

отметить, что для углов наклона  $\psi < 21^\circ$  ИВЧ не выводится под углом  $\theta_{vac} = 90^\circ$ .

## Заключение

В заключение отметим, что модель поляризационных токов, в которой не учитываются процессы преотражения фотонов в радиаторе, дает идентичные результаты с моделью Пафомова для толщин  $L \gg \lambda$ . Для ультрарелятивистских электронов выход ИВЧ под заданным углом  $\theta_{vac}$  определяется характеристиками радиатора ( $L, n$ ) и его углом наклона. Чем больше угол наклона и соответственно больше угол вывода  $\theta_{vac}$ ,

тем больше интегральная интенсивность ИВЧ. Для регистрации максимальной интенсивности излучения необходимо использовать фокусирующую линзу, что в условиях расположения детектирующей аппаратуры под большими углами  $\theta_{vac}$  не представляет трудностей.

Использование радиаторов с частотной дисперсией будет приводить к уширению конуса ИВЧ (вплоть до нескольких градусов [17]) в регистрируемом диапазоне длин волн, однако выбором оптической схемы можно устранить возможные потери в выходе фотонов ИВЧ, попадающих на детектор.

## Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы „Наука“ (Проект № FSWW-2023-0003).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] P. Krizan. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A, **876**, 272 (2017). DOI: 10.1016/j.nima.2017.06.009
- [2] L. Jakubowski, M.J. Sadowski, J. Zebrowski, M. Rabinski, K. Malinowski, R. Mirowski, Ph. Lotte, J. Gunn, J.-Y. Pascal, G. Colledani, V. Basiuk, M. Goniche, M. Lipa. Rev. Sci. Instrum., **81**, 013504 (2010). DOI: 10.1063/1.3280221
- [3] A.K. Glaser, R. Zhang, D.J. Gladstone, B.W. Pogue. Physics in Medicine and Biology, **59**(14), 3789 (2014). DOI: 10.1088/0031-9155/59/14/3789
- [4] J. Wolfenden, A.S. Alexandrova, F. Jackson, S. Mathisen, G. Morris, Th.H. Pacey, N. Kumar, M. Yadav, A. Jones, C.P. Welsch. Sensors, **23**(4), 2248 (2023). DOI: 10.3390/S23042248
- [5] Н.С. Воробьев, П.Б. Горностаев, С.М. Гуров, В.Л. Дорохов, А.Е. Зубко, В.И. Лозовой, О.И. Мешков, Д.А. Никифоров, А.В. Смирнов, Е.В. Шашков, М.Я. Щелев. Квант. электрон., **46**(9), 860 (2016).
- [6] K. Nanbu, Y. Saito, H. Saito, S. Kashiagi, F. Hinode, T. Muto, H. Hama. Particles, **1**, 305 (2018). DOI: 10.3390/particles1010025
- [7] M. Castellano, V.A. Verzilov. Phys. Rev. ST-AB, **1**, 062801 (1998). DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.1.062801
- [8] В.Е. Пафомов. Труды ФИАН АН СССР, **44**, 28 (1969).
- [9] T. Watanabe, M. Babzien, K. Kutsche, V. Yakimenko. AIP Conference Proceedings, **737**, 929 (2004). DOI: 10.1063/1.1842644
- [10] A.P. Potylitsyn, S.Yu. Gogolev. Письма в ЭЧАЯ, **20**(2[247]), 162 (2023).
- [11] D.V. Karlovets, A.P. Potylitsyn. Universal description for different types of polarization radiation. 2010. arXiv: 0908.2336v2 [physics.acc-ph]
- [12] S.Yu. Gogolev, A.P. Potylitsyn. Phys. Lett. A, **383**(9), 888 (2019). DOI: 10.1016/j.physleta.2018.12.004
- [13] A.P. Potylitsyn, S.Yu. Gogolev. Phys. Part. Nucl. Lett., **16**(2) 127 (2019). DOI: 10.1134/S1547477119020110

- [14] I. Tamm. J. Phys. (USSR), **1**, 439 (1939).
- [15] J.V. Jelley. *Cherenkov Radiation and Its Applications* (Pergamon, New York, 1958).
- [16] Y. Takabayashi, E.I. Fiks, Yu.L. Pivovarov. Phys. Lett. A, **379**, 1032 (2015). DOI: 10.1016/j.physleta.2015.01.036
- [17] A. Potylitsyn, G. Kube, A. Novokshonov, A. Vukolov, S. Gogolev, B. Alexeev, P. Klag, W. Lauth. Phys. Lett. A., **417**, 127680 (2021). DOI: 10.1016/j.physleta.2021.127680