Квазиклассическое рассмотрение осцилляций электропроводности слоистых кристаллов в магнитном поле при рассеянии носителей тока на акустических фононах

© П.В. Горский

Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича,
58012 Черновцы, Украина

(Получена 22 марта 2004 г. Принята к печати 17 мая 2004 г.)

В квазиклассическом приближении рассмотрена осциллирующая часть продольной проводимости слоистых кристаллов в случае, когда электрическое поле и квантующее магнитное поле перпендикулярны слоям. Рассмотрение отличается от традиционного учетом непараболичности узкой минизоны проводимости и зависимости протяженности поверхности Ферми вдоль направления магнитного поля от плотности носителей заряда. Это позволяет рассмотреть не только традиционный случай открытых поверхностей Ферми, но и случай замкнутых поверхностей Ферми для таких кристаллов. Показано, что в случае замкнутых поверхностей Ферми наличие частот, не отождествляемых с экстремальными сечениями поверхностей Ферми плоскостями, перпендикулярными магнитному полю, может служить критерием узости минизоны проводимости, определяющей трансляционное движение носителей тока поперек слоев.

1. Введение

Теории Лифшица–Косевича для магнитной восприимчивости [1] и Косевича–Андреева для кинетических коэффициентов [2,3] справедливы в квазиклассическом приближении, предполагающем, что в разрешенной зоне кристалла укладывается достаточно много уровней Ландау. При этом межзонные переходы не запрещены и вероятности рассеяния носителей заряда являются такими же, как в отсутствие магнитного поля, либо осциллируют при изменении магнитного поля [4]. Теория Косевича–Андреева разработана для случая, когда электрическое и магнитное поля взаимно перпендикулярны. Однако достаточно часто экспериментальные исследования осцилляций кинетических коэффициентов, в частности коэффициента термоэлектродвижущей силы, ведутся в случае, когда электрическое поле (или градиент температуры) и магнитное поле параллельны друг другу. Наряду с этим ни теория Лифшица–Косевича, ни теория Косевича–Андреева не учитывают в явном виде ни непараболичности зоны проводимости, ни зависимости протяженности поверхности Ферми (ПФ) вдоль направления магнитного поля от концентрации носителей тока. Между тем существует целый ряд резко анизотропных кристаллов со слоистой структурой, в которых движение носителей заряда в плоскости слоев описывается законом эффективной массы, а в перпендикулярном направлении — законом сильной связи или каким-либо иным законом дисперсии, отличным от параболического [5]. К таковым относятся дихалькогениды переходных металлов [6], интеркаллированные соединения графита (синтетические металлы) [7], сложные полупроводниковые соединения со сверхрешеткой (в частности $\mathrm{A^{II}B^{VI}C^{VII}}$) [8], квазидвумерные органические проводники [9] и др. Цель данной статьи состоит в квазиклассическом рассмотрении осцилляций электропроводности и установлении границ его применимости именно для таких кристаллов в случае, когда электрическое и магнитное поля параллельны друг другу (продольная электропроводность) и перпендикулярны слоям.

Следует отметить, что обычно слоистые проводники рассматриваются как квазидвумерные, т. е. такие, для которых энергия Ферми значительно превышает ширину узкой минизоны проводимости, определяющей движение носителей тока в направлении, перпендикулярном слоям, и теория эффекта Шубникова–де-Гааза (в магнитном поле, перпендикулярном току) в квазиклассическом приближении для таких кристаллов построена в достаточно полном виде [9]. Однако существуют и такие слоистые кристаллы, которые хотя и описываются моделью зонного спектра, характерной для квазидвумерных кристаллов, но не являются квазидвумерными в указанном выше смысле. В них энергия Ферми меньше ширины узкой минизоны, определяющей движение электронов поперек слоев, хотя и сравнима с ней, так что обычное приближение эффективной массы несправедливо [7,8]. Однако эти кристаллы при легировании могут превращаться в квазидвумерные. Поэтому в данной статье получены формулы, определяющие осциллирующую часть продольной электропроводности тех и других кристаллов.

2. Результаты расчета электропроводности и их обсуждение

В наиболее общем виде уровни энергии носителей заряда в слоистом кристалле при наложении квантующего магнитного поля, перпендикулярного слоям, определяются формулой

$$\varepsilon(n, k_z) = \mu^* H(2n+1) + W(x), \tag{1}$$

где $\mu^* = \mu_{\mathrm{B}}(m_0/m^*)$, μ_{B} — магнетон Бора, n — номер уровня Ландау, m^* — эффективная масса электрона в плоскости слоев, предполагаемая для простоты изотропной, k_z — составляющая квазиимпульса в направлении, перпендикулярном слоям, H — напряженность квантующего магнитного поля, $W(x)$ — закон дисперсии носителей заряда, отличный от параболического и описывающий их движение в направлении перпендикулярно слоям, $x = ak_z$, a — расстояние между трансляционно-эквивалентными слоями.

При рассмотрении эффекта Шубникова–де-Гааза в квазикристаллическом приближении при рассеянии носителей тока на акустических фононах для простоты будем считать, что время релаксации продольного квазиимпульса не зависит от энергии носителей, а его температурная зависимость подчиняется закону Блоха–Грюнайзена [10]. Тогда это время определяется формулой

$$\tau = \tau_0(\Theta_{\mathrm{D}}/T)^5, \tag{2}$$

где τ_0 — некоторая постоянная кристалла, имеющая размерность времени и характеризующая интенсивность рассеяния, Θ_{D} — температура Дебая кристалла.

Из формулы Кубо [11] при таком времени релаксации продольного квазиимпульса после суммирования по уровням Ландау, которое для спектра (1) при времени релаксации (2) можно выполнить точно при любом виде функции $W(x)$. В приближении $\xi/kT \gg 1$, $\Delta/kT \gg 1$ получается следующее выражение для не зависящей от магнитного поля части электропроводности:

$$\sigma_0 = \frac{32\pi\tau_0 e^2 m^* a\Theta_{\mathrm{D}}^5}{h^4T^5} \int\limits_{W(x)\le\xi} (W'(x))^2 dx, \tag{3}$$

а осциллирующая часть электропроводности приобретает вид

$$\sigma_{\mathrm{osc}} = \frac{32\pi\tau_0 e^2 m^* a\Theta_{\mathrm{D}}^5}{h^4T^5} \times \sum_{l=1}^{\infty}(-1)^{l-1} f_l^{\sigma} \int\limits_{W(x)\le\xi} (W'(x))^2 \cos\left[\pi l\frac{(\xi - W(x))}{\mu^* H}\right]. \tag{4}$$

В формуле (4) через f_l^{σ} обозначен температурный фактор затухания осцилляций, который равен

$$f_l^{\sigma} = \frac{\pi^2 lkT/\mu^* H}{\mathrm{sh}(\pi^2 lkT/\mu^* H)}. \tag{5}$$

В формулах (3)–(5) ξ — энергия Ферми, отсчитанная от дна узкой минизоны проводимости, $W'(x)$ — производная. Интегрирование в формулах (3) и (4) осуществляется только по положительным значениям x.

Основываясь на формулах (3) и (4), проведем вычисление электропроводности для некоторых законов дисперсии $W(x)$.

Простейший закон сильной связи, используемый для описания гофрированной поверхности Ферми слоистого кристалла, имеет вид [5]

$$W(x) = \Delta(1 - \cos x), \tag{6}$$

где Δ — полуширина узкой минизоны в направлении, перпендикулярном слоям. Для этого закона дисперсии не зависящая от магнитного поля часть электропроводности для неквазидвумерных кристаллов, т.е. при $\xi \le 2\Delta$, приобретает вид

$$\sigma_0 = \frac{16\pi\tau_0 e^2 m^* a\Theta_{\mathrm{D}}^5\Delta^2}{h^4T^5}(C_0 - C_2), \tag{7}$$

а осциллирующая часть —

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{osc}} = {} & \frac{16\pi\tau_0 e^2 m^* a\Theta_{\mathrm{D}}^5\Delta^2}{h^4T^5} \\ & \times \sum_{l=1}^{\infty}(-1)^{l-1} f_l^{\sigma}\left\{\cos\left[\frac{\pi l(\xi-\Delta)}{\mu^* H}\right]\left[(C_0 - C_2)\mathrm{J}_0\left(\frac{\pi l\Delta}{\mu^* H}\right)\right.\right. \\ & \left. + \sum_{r=1}^{\infty}(-1)^r(2C_{2r} - C_{2r+2} - C_{2r-2})\mathrm{J}_{2r}\left(\frac{\pi l\Delta}{\mu^* H}\right)\right] \\ & - \sin\left[\frac{\pi l(\xi-\Delta)}{\mu^* H}\right]\sum_{r=0}^{\infty}(-1)^r(2C_{2r+1} - C_{2r+3} \\ & \left. - C_{|2r-1|})\mathrm{J}_{2r+1}\left(\frac{\pi l\Delta}{\mu^* H}\right)\right\},\end{aligned} \tag{8}$$

где $\mathrm{J}_m(y)$ — функции Бесселя действительного аргумента y, C_m — модулирующие коэффициенты, определяемые соотношениями

$$C_0 = \kappa_\xi = \arccos\left(1 - \frac{\xi}{\Delta}\right), \tag{9}$$

$$C_m = \frac{\sin m\kappa_\xi}{m}. \tag{10}$$

При выводе формулы (8) использовано разложение осциллирующей части подынтегрального выражения в формуле (4) при законе дисперсии (6) по функциям Бесселя целого индекса [12]. Присутствие многих функций Бесселя в формуле (8) объясняется тем, что при $\xi \le 2\Delta$ ПФ слоистого кристалла является замкнутой и внутри одномерной зоны Бриллюэна занимает участок $[-\kappa_\xi; \kappa_\xi]$. При $\xi > 2\Delta$ ПФ является открытой, и интегрировать в формуле (4) следует по всей зоне Бриллюэна, в результате чего она приобретает более компактный вид:

$$\sigma_{\mathrm{osc}} = \frac{16\pi^2\tau_0 e^2 m^* a\Theta_{\mathrm{D}}^5\Delta^2}{h^4T^5}\sum_{l=1}^{\infty}(-1)^{l-1} f_l^{\sigma} \times \left[\mathrm{J}_0\left(\frac{\pi l\Delta}{\mu^* H}\right) + \mathrm{J}_2\left(\frac{\pi l\Delta}{\mu^* H}\right)\right]\cos\left[\pi l\left(\frac{\xi-\Delta}{\mu^* H}\right)\right]. \tag{11}$$

Проанализируем полученные результаты более подробно. Прежде всего отметим, что не зависящая от магнитного поля часть продольной электропроводности, монотонно возрастая с ростом κ_ξ, т.е. концентрации носителей тока, при пересечении уровнем Ферми потолка узкой минизоны перестает зависеть от концентрации носителей тока и достигает максимального значения. Это происходит потому, что всякое ограничение свободного движения носителей тока уменьшает проводимость кристалла.

Рассмотрим теперь осциллирующую часть электропроводности. Общая формула (4) для нее отличается от традиционной явным учетом зависимости протяженности ПФ вдоль направления магнитного поля от концентрации носителей тока через ограничение области интегрирования по x [13,14]. Такое ограничение вполне оправдано, ибо „исчезновение“ ПФ означает тем самым обращение в нуль осциллирующей части электропроводности. Поэтому из формулы (8) вытекает, что от концентрации носителей тока через зависимость от нее энергии Ферми зависят не только частоты, но и соответствующие им амплитуды осцилляций электропроводности. Эта зависимость для рассмотренного конкретного случая слоистого кристалла со сверхрешеткой определяется модулирующими коэффициентами при функциях Бесселя, задаваемыми формулами (9) и (10). Ряды по r и l в формуле (8) достаточно быстро сходятся. Однако в частном случае, когда $\xi = \Delta$, из формулы (8) также получается более компактная формула, не содержащая тригонометрических множителей:

$$\sigma_{\text{osc}} = \frac{8\pi^2\tau_0 e^2 m^* a \Theta_{\text{D}}^5 \Delta^2}{h^4 T^5} \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l-1} f_l^{\sigma} \times \left[\mathrm{J}_0\left(\frac{\pi l \Delta}{\mu^* H}\right) + \mathrm{J}_2\left(\frac{\pi l \Delta}{\mu^* H}\right) \right]. \quad (12)$$

Это обстоятельство является прямым следствием закона дисперсии (6), отражающего узость минизоны проводимости, характерную для кристаллов со сверхрешеткой. Однако в случае, когда магнитное поле столь слабо, что в узкой минизоне проводимости укладывается достаточно много уровней Ландау, в формуле (4) возможен переход к квазиклассическому приближению в традиционном смысле слова, которое не опирается на какие-либо модельные допущения относительно вида функции $W(x)$, т. е. относительно характера гофрировки цилиндра, которым, по сути, и является ПФ слоистого кристалла. Для перехода к такому приближению в формуле (4) необходимо удержать первые неисчезающие члены разложений $W(x)$ и $W'(x)$ по x в окрестности экстремальных сечений ПФ плоскостями, перпендикулярными направлению магнитного поля, и взять получающиеся интегралы методом перевала с последующим дифференцированием по параметру. Это дает следующий результат для осциллирующей части продольной электропроводности:

$$\sigma_{\text{osc}}^{cc} = \mp \frac{4\tau_0 e^2 m^* a \Theta_{\text{D}}^5 (\mu^* H)^{3/2} |W_{\text{ex}}''|^{1/2}}{h^4 T^5} \times \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l-1} f_l^{\sigma} l^{-3/2} \sin\left(\pi l \frac{\xi - W_{\text{ex}}}{\mu^* H} \pm \frac{\pi}{4}\right). \quad (13)$$

В этой формуле W_{ex} и $|W_{\text{ex}}''|$ — значения функции $W(x)$ и модуля ее второй производной в экстремальных точках (если экстремумов несколько, то суммировать в формуле (13) надлежит по всем тем, которые принадлежат ПФ). Плюс перед начальной фазой и минус перед амплитудой соответствуют минимальному, а противоположные знаки — максимальному сечению ПФ. Эта формула отличается от традиционных [2,3,9] иным характером зависимости амплитуды осцилляций от магнитного поля и кривизны ПФ в окрестности ее экстремальных сечений и тем, что вместо косинусов в ней стоят синусы. Эти отличия обусловлены исключительно тем, что в данной работе рассматривается продольная электропроводность, в то время как в рамках традиционного подхода — поперечная.

Если в формулах (8) и (11) перейти к асимптотическому пределу при $\Delta/\mu^* H \gg 1$, то при ограничении в ней только главными членами асимптотических разложений функции Бесселя [12] осциллирующая часть электропроводности тождественно обращается в нуль. При учете последующих членов этих разложений получаются две квазиклассические формулы типа (13): для ПФ с одним экстремальным сечением (плоскостью $k_z = 0$) при $0 < \xi < 2\Delta$ и для ПФ с тремя экстремальными сечениями (плоскостью $k_z = 0$ и плоскостями $k_z = \pm\pi/a$) при $\xi > 2\Delta$. Эти формулы мы запишем в виде одной, а именно:

$$\sigma_{\text{osc}}^{cc} = \frac{16\sqrt{2}\tau_0 e^2 m^* a \Theta_{\text{D}}^5 \Delta^{1/2} (\mu^* H)^{3/2}}{h^4 T^5} \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l-1} l^{-3/2} f_l^{\sigma} \times \left\{ \sin\left(\frac{\pi l \xi}{\mu^* H} - \frac{\pi}{4}\right) - \theta(\xi - 2\Delta) \sin\left[\frac{\pi l(\xi - 2\Delta)}{\mu^* H} + \frac{\pi}{4}\right] \right\}. \quad (14)$$

В этой формуле $\theta(y)$ — импульсная θ-функция Хевисайда. В этой связи следует отметить, что при традиционном подходе всегда получается формула для ПФ с тремя экстремальными сечениями. В то же время из анализа геометрии ПФ следует, что при $0 < \xi \leq 2\Delta$ она обладает только одним экстремальным сечением, но этот случай в работе [9] не рассматривается. Из (14) также видно, что в рамках традиционного квазиклассического подхода, который не учитывает зависимость протяженности ПФ вдоль направления магнитного поля от концентрации носителей тока, при изменении ξ осциллирующая часть электропроводности изменяется скачком. В то же время из формул (8) и (11) следует непрерывная зависимость ее от ξ. Такое противоречие может быть объяснено тем, что в рамках рассматриваемой модели ПФ при $0 < \xi < 2\Delta$ являются замкнутыми, а при $\xi > 2\Delta$ — открытыми. Оно может быть объяснено и чисто математически: формулы суммирования рядов по r, возникающих после перехода в (8) к асимптотическим представлениям функции Бесселя [11], при $\kappa_\xi = 0$ и $\kappa_\xi = \pi$ неверны. Кроме того, из самого вида формулы (14) ясно, что она справедлива только тогда, когда уровень Ферми не слишком близок к дну или потолку узкой минизоны проводимости, в то время как общие формулы (8) и (11) справедливы при любом соотношении между ξ и Δ. При этом не должно нарушаться условие квазиклассичности, для которого справедлива формула (2), т. е. под уровнем Ферми и в узкой минизоне проводимости должно укладываться достаточно много уровней Ландау.

Разрешение этого противоречия состоит в том, что даже при $\xi < 2\Delta$ осциллирующая часть электропроводности слоистого кристалла содержит не один, а два набора частот осцилляций. Эти частоты могут быть определены по формулам

$$h_l^H = \frac{l\xi}{2\mu^*}, \tag{15}$$

$$h_l'^H = \frac{l|\xi - 2\Delta|}{2\mu^*}. \tag{16}$$

Первый из этих наборов всегда отождествляется с максимальным сечением ПФ плоскостью $k_z = 0$. Второй не отождествляется ни с каким сечением ПФ плоскостью, перпендикулярной направлению магнитного поля, если $0 < \xi < \Delta$. Но он отождествляется с двумя неэкстремальными сечениями ПФ плоскостями

$$k_z = \pm\frac{\arccos(3 - 2\xi/\Delta)}{a},$$

если $\Delta < \xi < 2\Delta$, и с двумя минимальными сечениями ПФ плоскостями $k_z = \pm\pi/a$, если $\xi > 2\Delta$. Вклад гармоник с частотами (16) тем больше, чем больше отношение ξ/Δ и меньше отношение Δ/μ^*H, т. е. чем ближе уровень Ферми к потолку минизоны, чем более узка минизона и, следовательно, чем более резко анизотропным является слоистый кристалл. Это происходит потому, что уменьшение отношения Δ/μ^*H уменьшает расфазировку колебаний, связанных с неэкстремальными сечениями ПФ. К аналогичному уменьшению расфазировки приводит и увеличение отношения ξ/Δ, что объясняется более медленным изменением площадей сечений ПФ как функций продольного квазиимпульса по мере приближения уровня Ферми к потолку минизоны. В квазиклассическом приближении при $\xi < 2\Delta$ вклад частот (16) имеет характер малой поправки порядка μ^*H/Δ к формуле (14), т. е. носит характер тонкой структуры при $\xi < \Delta$ или биений при $\xi > \Delta$. Однако если $\xi = \Delta$, то частоты (15) и (16) не отличимы друг от друга.

Появление неквазиклассических частот осцилляций электропроводности можно проиллюстрировать, разлагая подынтегральное выражение в формуле (4) при учете (6) по функциям Бесселя полуцелого индекса [12], являющимися элементарными функциями, выражающимися через произведения синусов и косинусов на полиномы, подобно тому как это сделано в работе [14] для магнитной восприимчивости. Тогда амплитуды осцилляций с различными частотами окажутся непрерывно зависящими от концентрации носителей заряда, т. е. от ξ, что обеспечивает непрерывность изменения осциллирующей части электропроводности в зависимости от ξ. Однако утверждение о наличии неквазиклассических частот осцилляций верно не для всех законов дисперсии. Если, например, вычислить электропроводность по формулам (3) и (4), используя чисто квадратичную функцию $W(x)$, то для монотонной и осциллирующей ее частей получатся следующие формулы:

$$\sigma_0^{sq} = \frac{16\tau_0 e^2 m^* \Theta_{\mathrm{D}}^5 \sqrt{8\xi^3}}{3h^3 T^5 \sqrt{m_l^*}}, \tag{17}$$

$$\sigma_{\mathrm{osc}}^{sq} = \frac{16\tau_0 e^2 m^* \Theta_{\mathrm{D}}^5 \sqrt{(\mu^* H)^3}}{\pi h^3 T^5 \sqrt{m_l^*}} \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l-1} f_1^{\sigma} l^{-3/2}$$
$$\times \left[\sin\left(\frac{\pi l\xi}{\mu^* H}\right) \mathrm{Ci}\left(\sqrt{\frac{2l\xi}{\mu^* H}}\right) - \cos\left(\frac{\pi l\xi}{\mu^* H}\right) \mathrm{Si}\left(\sqrt{\frac{2l\xi}{\mu^* H}}\right)\right]. \tag{18}$$

В них m_l^* — продольная эффективная масса электрона, $\mathrm{Ci}(y)$ и $\mathrm{Si}(y)$ — косинус-интеграл и синус-интеграл Френеля соответственно, остальные обозначения объяснены ранее. Формула (18), как и приведенные выше формулы (8) и (11) для кристалла со сверхрешеткой, учитывает влияние зависимости протяженности ПФ вдоль направления магнитного поля от концентрации носителей тока на осцилляции продольной проводимости. При переходе в (18) к асимптотическому пределу при $\xi/\mu^*H \gg 1$ и учете при этом только главных членов разложений интегралов Френеля получается формула типа (14) для ПФ с единственным стационарным сечением плоскостью $k_z = 0$. Следовательно, получается, что при $\xi < 2\Delta$ в традиционном квазиклассическом приближении закон дисперсии (6) неотличим от параболического. Таким же путем, а не только методом перевала, можно получить и формулу (13) для общего случая. Используя разложения интегралов Френеля по функциям Бесселя полуцелого индекса [12], можно показать, что при параболическом законе дисперсии учет конечной протяженности ПФ вдоль направления магнитного поля не приводит к появлению неквазиклассических частот осцилляций. Однако такой вывод справедлив не только для квадратичного закона дисперсии, но и для линейного закона вида

$$W(x) = \Delta_0|x|, \tag{19}$$

который применяется для описания, например, зонной структуры графита и синтетических металлов на основе соединений внедрения в графит [6] (Δ_0 — некоторый параметр модели, имеющий размерность энергии). В случае этого закона получаются следующие формулы для составляющих продольной проводимости кристалла:

$$\sigma_0^{\mathrm{lin}} = \frac{32\pi\tau_0 e^2 m^* a \Theta_{\mathrm{D}}^5 \Delta_0 \xi}{h^4 T^5}, \tag{20}$$

$$\sigma_{\mathrm{osc}}^{\mathrm{lin}} = \frac{32\tau_0 e^2 m^* a \Theta_{\mathrm{D}}^5 \Delta_0 \mu^* H}{h^4 T^5} \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l-1} f_l^{\sigma} l^{-1} \sin\left(\frac{\pi l\xi}{\mu^* H}\right). \tag{21}$$

Формула (21) описывает осцилляции продольной электропроводности, связанные с единственным стационарным (максимальным) сечением ПФ плоскостью $k_z = 0$, что вполне объяснимо, если учесть, что в рамках модели (19) ПФ кристалла состоит из двух конусов, соприкасающихся своими основаниями. Если попытаться применить к модели (19) формулу (13), то, в силу того что для этой модели $W''(x) \equiv 0$, получится заведомо неверный результат: $\sigma_{\mathrm{osc}}^{\mathrm{lin}} = 0$. Таким образом, мы приходим к выводу, что наличие в осциллирующей части продольной проводимости гармоник с неквазиклассическими частотами и отклонение полевых зависимостей амплитуд осцилляций от „закона $H^{3/2}$“ в условиях справедливости квазиклассического приближения может служить мерой непараболичности зоны проводимости. Кроме того, из формул (13), (14) и (21) видно, что в силу условия квазиклассичности в каждом из рассмотренных случаев осциллирующая часть электропроводности мала по сравнению с постоянной относительно магнитного поля. Из сопоставления полученных результатов с приведенными в [1,2] следует, что в условиях квазиклассичности продольные магнитоосцилляционные эффекты существенно слабее поперечных. Однако в слоистых кристаллах они могут быть выражены сильнее из-за резкой анизотропии электронного спектра в них.

Проанализируем теперь на примере простейшей модели зонного спектра слоистого кристалла пределы применимости полученных результатов. С этой целью учтем, что при низких температурах энергия фонона составляет порядка kT, а изменение энергии продольного движения электрона в результате акта рассеяния не может быть большим ширины узкой минизоны 2Δ, если не учитывать процессов переброса. Поэтому для изменения номера подзоны Ландау в акте рассеяния получаем оценку

$$|\delta n| = \frac{kT}{2\mu^* H} + \frac{\Delta}{\mu^* H}. \qquad (22)$$

Второй член этой суммы при $m^* = m_0$, $\Delta = 0.01$ эВ в полях с индукциями ~ 1 Тл составляет около 100, так что условие квазиклассичности выполняется, межподзонные переходы не подавлены, представление (2) для времени релаксации справедливо и полученные нами результаты корректны. Однако в условиях яркой выраженности эффекта Шубникова–де-Гааза (ШдГ) не всегда можно пренебречь подавлением межподзонных переходов. В самом деле при низких температурах, когда $q_z a \ll 1$ (q_z — продольная составляющая волнового вектора фонона), изменение энергии продольного движения электрона в результате рассеяния по абсолютной величине не превышает $q_z a\Delta$, поэтому, учитывая, что $q_z = 2\pi kT/hs$, где s — скорость звука в кристалле, из условия $\delta n \leq 1$ получаем оценку для температуры вымораживания межподзонных переходов

$$T_f = \frac{2\mu^* Hhs}{k(2\pi a\Delta + hs)}. \qquad (23)$$

Она, разумеется, ниже, чем $2\mu^* H/k$. При $m^* = m_0$, $\Delta = 0.01$ эВ, $s = 5 \cdot 10^3$ м/с, $a = 10$ нм в полях с индукциями ~ 1 Тл получаем $T_f = 0.074$ K. На первый взгляд такое условие вымерзания межподзонных переходов кажется весьма жестким, особенно если принять во внимание, что, как правило, магнитоизоляционные эксперименты проводятся при гораздо более высоких температурах [13]. Но если мы, учитывая величину фактора температурного размывания осцилляций, определяемого формулой (5), запишем условие яркой выраженности эффекта ШДГ в форме

$$\frac{\mu^* H}{kT} \geq \pi^2, \qquad (24)$$

то при тех же параметрах задачи получим $T \leq 0.068$ K, т. е. величину, меньшую, чем T_f.

Формула (23) имеет достаточно очевидный физический смысл. Если мы положим в ней $\Delta = 0$, то это будет соответствовать превращению системы подзон Ландау в систему дискретных уровней, для которой $T_f = 2\mu^* H/k$. Эта формула позволяет дать ответ на вопрос о том, почему в типичных металлах, например щелочных, даже в условиях яркой выраженности эффекта ШдГ межподзонные переходы не вымерзают и квазиклассическое приближение в рассмотренном выше смысле для них справедливо. Для оценок мы можем положить в ней $\Delta = 5$ эВ, $a = 0.5$ нм, $s = 5 \cdot 10^3$ м/с, откуда получим, что $2\pi a\Delta/hs \approx 850$, а это и есть порядок отношения $2\mu^* H/kT_f$, откуда видно, что даже в условиях ничтожно малого температурного размытия осцилляции в типичных металлах межподзонные переходы будут существенными и, следовательно, квазиклассическое приближение справедливым. Иная ситуация реализуется в полуметаллах, например в висмуте. Если магнитное поле с индукцией порядка 1.25 Тл приложить к кристаллу Bi вдоль длинной биссекторной оси эллипсоида изоэнергетической поверхности в зоне проводимости с эффективной массой $m^*/m_0 = 8.2 \cdot 10^{-3}$, то расстояние между уровнями Ландау составит $2\mu^* H/k \approx 204$ K [13]. Если при этом учесть также данные [13], касающиеся величины энергии Ферми электронов, и в чисто оценочных целях принять $2\Delta = 0.03$ эВ $= 348$ K, то отношение $\Delta/\mu^* H = 1.71$ и в соответствии с соотношением (22) межподзонные переходы при наблюдении эффекта ШдГ можно считать вымерзшими. Температуру вымерзания в этом случае можно определить из соотношения (24), и она получается равной 10.3 K, что неплохо согласуется с экспериментом [15]. Аналогичная ситуация имеет место в резко анизотропных слоистых кристаллах. Но в этой ситуации уже необходимо учитывать влияние магнитного поля на рассеяние носителей заряда и, поскольку квазиклассическое приближение утрачивает силу, пользоваться формулами работы [16], а не формулами, приведенными в настоящей статье. Следует также отметить, что в монографии [4] в качестве ключевой причины эффекта ШдГ рассматриваются осцилляции вероятности рассеяния носителей заряда. Такое рассмотрение равнозначно допущению, что время релаксации является обратно пропорциональным плотности состояний в магнитном поле с учетом влияния на эту плотность всех нижележащих подзон Ландау. Но поправка к осциллирующей части электропроводности, возникающая в связи с этим обстоятельством, на частоты осцилляций не влияет.

3. Заключение

Таким образом, в статье показано, что в условиях применимости квазиклассического приближения наличие в спектре осцилляций продольной проводимости частот, не отождествляемых со стационарными сечениями ПФ плоскостями, перпендикулярными полю, и отклонение полевой зависимости соответствующих амплитуд от линейного закона или „закона 3/2“ могут служить мерой отклонения закона дисперсии, описывающего движение носителей заряда, соответственно от линейного или параболического. Также показано, что в кристаллах с узкими минизонами проводимости или малыми значениями энергий Ферми и малыми поперечными эффективными массами носителей заряда в условиях эффекта Шубникова–де-Гааза межподзонные переходы могут вымерзать, что по крайней мере качественно согласуется с экспериментом и с теоретическими результатами, полученными предыдущими авторами в рамках подходов, не использующих предположений о непараболичности зоны проводимости. Основываясь на результатах, полученных в ходе подготовки данной статьи, следует отметить, что для выяснения тонких деталей топологии ПФ проводящих материалов, особенно нетрадиционных, необходимо проводить эксперименты в сильных квантующих магнитных полях, т. е. в области сильных отклонений от традиционного квазиклассического приближения. Но для этого топология ПФ должна быть предварительно параметризована на основании, например, ориентировочных расчетов зонной структуры и определен оптимальный набор ориентаций магнитного поля, для которых эти отклонения выражены наиболее ярко.

Список литературы

[1] И.М. Лифшиц, А.М. Косевич. Изв. АН СССР. Физика, **19**, 395 (1955).
[2] В.В. Андреев, А.М. Косевич. ЖЭТФ, **39**, 741 (1960).
[3] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *Физическая кинетика* (М., Наука, 1979).
[4] А.А. Абрикосов. *Основы теории нормальных металлов* (М., Наука, 1987).
[5] R.F. Fivaz. J. Phys. Chem.Sol., **28**, 839 (1967).
[6] J.M. Harper, T.H. Geballe. Phys. Lett. A, **54**, 27 (1975).
[7] A.S. Bender, D.A. Young. J. Phys. C, **5**, 2163 (1972).
[8] М.П. Заячковский, Д.М. Берча, Н.Ф. Заячковская. УФЖ, **23**, 1119 (1978).
[9] В.Г. Песчанский. ЖЭТФ, **121**, 1204 (2002).
[10] В.Ф. Гантмахер, И.Б. Левинсон. *Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках* (М., Наука, 1984).
[11] А. Исихара. *Статистическая физика* (М., Мир, 1973).
[12] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (М., Наука, 1971).
[13] П.В. Горский. УФЖ, **26**, 1528 (1981).
[14] Д. Шенберг. *Магнитные осцилляции в металлах* (М., Мир, 1986).
[15] S. Tanuma, R. Inada. Phys. Condens Matter., **19**, 95 (1975).
[16] П.В. Горский. ФНТ, **12**, 584 (1986).

Редактор Т.А. Полянская

A quasi-classic consideration of layered crystals conductivity oscillations under current carriers scattering conditions by acoustic phonons

P.V. Gorskyi

Chernivtsi National University,
58012 Chernivtsi, Ukraine

Abstract An oscillatory part of the layered crystals longitudinal conductivity has been considered in a quasi-classical approximation when both electric field and quantizing magnetic field are perpendicular to layers. Our consideration is different from the traditional one since it is taking into account the non-parabolicity of a narrow conducting miniband and dependence of Fermi surface (FS) extension along the magnetic field direction on the current carriers density. This approach makes it possible to consider not only the open FS case, which is considered usually, but also the closed FS ones. It has been shown that in the case of the closed FS the availability of frequences non-identified with FS planes (that are normal to the magnetic field) can be a criterion of the conductivity miniband narrowness, which determines the current carrier translation across the layers.