

06

Разделение каналов генерации гармоник атомом в интенсивном инфракрасном поле и аттосекундном импульсе

© Т.С. Саранцева^{1,2}, А.А. Романов^{1,3}, А.А. Силаев^{1,3}, Н.В. Введенский^{1,3}, М.В. Фролов^{1,2}

¹ Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород, Россия

² Воронежский государственный университет, 394018 Воронеж, Россия

³ Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия

e-mail: sartan86@gmail.com

Поступила в редакцию 11.12.2023 г.

В окончательной редакции 09.01.2024 г.

Принята к публикации 16.01.2024 г.

Исследована генерация высоких гармоник (ГВГ) в двухцветовом поле, низкочастотная и высокочастотная компоненты которого линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Предложен способ разделения каналов ГВГ, индуцированных высокочастотным и низкочастотным полями, основанный на измерении выхода гармоник с фиксированной поляризацией. Анализируется влияние симметрии начального состояния на эффективность разделения каналов.

Ключевые слова: генерация высоких гармоник, двухкомпонентное лазерное поле, сверхкороткие лазерные импульсы, аттосекундные импульсы, индуцированные вакуумным ультрафиолетовым излучением процессы, поляризационная фильтрация.

DOI: 10.61011/OS.2024.01.57551.17-24

Генерация высоких гармоник (ГВГ) атомными системами в интенсивных низкочастотных лазерных полях инфракрасного (ИК) диапазона является одним из ключевых явлений аттосекундной физики. Особенность этого процесса заключается в возникновении в спектре высоких гармоник платообразной структуры, энергия отсечки которой простирается на ультрафиолетовый диапазон [1–3], что позволяет использовать процесс ГВГ для получения сверхкоротких импульсов аттосекундной длительности [4–6]. Механизм возникновения высокоэнергетических ГВГ-фотонов можно объяснить в рамках трехшаговой модели перерасеяния, согласно которой три этапа ГВГ включают в себя туннельную ионизацию, движение ионизованного электрона вдоль замкнутой траектории и его рекомбинацию в исходное состояние с испусканием высокоэнергетического фотона гармоники [7]. В последнее десятилетие наблюдается значительный интерес к исследованию влияния сверхкоротких импульсов с центральной частотой в вакуумной ультрафиолетовой (ВУФ) области на процесс ГВГ и другие фотопроецессы в сильном лазерном поле [8–11]. Энергия ВУФ-фотона оказывается достаточной для прямой ионизации атомной мишени, что приводит к возникновению нового канала ГВГ, для которого туннельный механизм высвобождения электрона из родительского иона на первом шаге заменяется ВУФ-индуцированной ионизацией. Этот канал ГВГ имеет ряд преимуществ по сравнению с ИК-индуцированным каналом. В частности, изменение временной задержки между ИК и ВУФ

импульсами определяет момент ионизации электрона и дальнейшую траекторию его движения, что позволяет контролировать свойства испускаемых гармоник [12,13].

Важной задачей при исследовании ГВГ в двухкомпонентном поле, включающем ИК и ВУФ импульсы, является разделение сигнала от ИК-индуцированного и ВУФ-индуцированного каналов ГВГ. В случае коллинеарной геометрии эта задача может быть решена путем уменьшения интенсивности ИК поля. Действительно, вероятность туннельной ионизации экспоненциально спадает при уменьшении интенсивности, что приводит к подавлению процесса ГВГ в ИК-индуцированном канале. В то же время уменьшение интенсивности ИК поля приводит к уменьшению протяженности платообразных структур в ИК-индуцированном и ВУФ-индуцированном каналах. Частично уменьшение энергии отсечки плато может быть скомпенсировано увеличением длины волны ИК поля, что также приводит к уменьшению выхода гармоник в обоих каналах [14,15]. По этой причине актуальным становится поиск альтернативных путей разделения вкладов ИК-индуцированного и ВУФ-индуцированного каналов в полном выходе ГВГ. В недавней работе [16] был предложен способ разделения каналов, основанный на использовании двухкомпонентного поля с взаимно ортогональной поляризацией компонент. Было показано, что в случае ортогональной геометрии гармоники в ИК-индуцированном и ВУФ-индуцированном каналах будут поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях, что позволяет выделить вклад ВУФ-

индуцированной ГВГ путем измерения выхода гармоник с фиксированной поляризацией. Настоящая работа посвящена исследованию влияния симметрии начального состояния атомной мишени на эффективность предложенного в работе [16] способа разделения каналов. В работе использованы атомные единицы.

Рассмотрим взаимодействие неполяризованного атома с потенциалом ионизации $I_p = \kappa^2/2$ с двухкомпонентным полем, содержащем низкочастотную ИК и высокочастотную ВУФ компоненты, линейно поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях,

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{e}_x F_{\text{IR}} f_{\text{IR}}(t) \cos(\omega_{\text{IR}} t) + \mathbf{e}_y F_{\text{XUV}} f_{\text{XUV}}(t - \tau) \cos(\omega_{\text{XUV}}(t - \tau)), \quad (1)$$

где $F_{\text{IR/XUV}}$, $\omega_{\text{IR/XUV}}$ и $f_{\text{IR/XUV}}(t)$ — напряженность, центральная частота и огибающая ИК (IR) или ВУФ (XUV) импульсов соответственно. Параметр τ определяет временную задержку между ИК и ВУФ импульсами. Параметры выбраны таким образом, что параметр Келдыша для ИК импульса меньше единицы, $\gamma_{\text{IR}} = \omega_{\text{IR}} \kappa / F_{\text{IR}} < 1$, и взаимодействие с ИК компонентой описывается квазиклассически; для ВУФ импульса $\gamma_{\text{XUV}} = \omega_{\text{XUV}} \kappa / F_{\text{XUV}} > 1$, и его воздействие может быть описано в рамках теории возмущений.

В отсутствие поля неполяризованная атомная система не обладает дипольным моментом. Однако под воздействием поля (1) в системе наводится дипольный момент, фурье-образ которого $\mathbf{d}(\Omega)$ полностью определяет амплитуду для гармоники с частотой Ω и вектором поляризации \mathbf{e}_h :

$$\mathcal{A}(\Omega) = \mathbf{e}_h^* \cdot \mathbf{d}(\Omega). \quad (2)$$

В широком интервале частот Ω , соответствующих области основного высокоэнергетического плато, основной вклад в полный выход ГВГ дают ИК-индуцированный и ВУФ-индуцированный каналы. Соответственно полный наведенный дипольный момент определяется суммой двух слагаемых:

$$\mathbf{d}(\Omega) = \mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_1, \quad (3)$$

где \mathbf{D}_0 описывает ИК-индуцированный процесс, соответствующий нулевому порядку теории возмущений по напряженности электрического поля ВУФ импульса, а \mathbf{D}_1 описывает ВУФ-индуцированный процесс с поглощением единственного ВУФ фотона на этапе ионизации. Из соображений симметрии векторы \mathbf{D}_0 и \mathbf{D}_1 могут быть составлены из основных векторов, присутствующих в задаче, а именно из векторов поляризации ИК и ВУФ импульсов $\mathbf{e}_{\text{IR}} = \mathbf{e}_x$ и $\mathbf{e}_{\text{XUV}} = \mathbf{e}_y$. В нулевом порядке теории возмущений по напряженности ВУФ импульса выражение для наведенного дипольного момента может содержать неограниченное число векторов \mathbf{e}_{IR} :

$$\mathbf{D}_0 = a_0 \mathbf{e}_{\text{IR}}, \quad (4)$$

где a_0 некоторый t -четный скаляр. Поляризация гармоник в ИК-индуцированном канале совпадает с поляризацией ИК поля. В первом порядке теории возмущений по напряженности ВУФ импульса наведенный полем дипольный момент должен дополнительно содержать один вектор поляризации ВУФ поля, и общее выражение для вектора \mathbf{D}_1 может быть записано в виде

$$\mathbf{D}_1 = a_1 \mathbf{e}_{\text{XUV}} + b_1 (\mathbf{e}_{\text{IR}} \cdot \mathbf{e}_{\text{XUV}}) \mathbf{e}_{\text{IR}}, \quad (5)$$

где a_1 и b_1 — также t -четные скаляры. Однако для поля вида (1) скалярное произведение $(\mathbf{e}_{\text{IR}} \cdot \mathbf{e}_{\text{XUV}})$ обращается в ноль, и вектор \mathbf{D}_1 оказывается пропорциональным вектору поляризации ВУФ поля. Таким образом, гармоники в ВУФ-индуцированном канале оказываются поляризованы в направлении, перпендикулярном вектору поляризации гармоник в ИК-индуцированном канале, что может быть использовано для разделения вкладов ИК-индуцированного и ВУФ-индуцированного каналов. Следует отметить, что общие соображения симметрии справедливы для любого неполяризованного атома независимо от значения орбитального момента валентного электрона.

Метод разделения каналов на основе измерения выхода гармоник с фиксированной поляризацией был впервые предложен в работе [16] для атомной системы с внешним p -электроном. В настоящей работе нами рассчитаны спектры ГВГ для двух модельных атомных систем, имеющих внешние оболочки s и p . В качестве атомной системы с валентным p -электроном был выбран атом неона с потенциалом ионизации $I_p = 22.3$ eV. Форма атомного потенциала была получена путем решения системы стационарных уравнений Кона-Шэма [17]. Для моделирования атомной системы с валентным электроном s использовался кулоновский потенциал $U(r) = -Z/r$ с эффективным зарядовым числом $Z = 1.28$, что обеспечило совпадение потенциала ионизации модельной атомной системы с потенциалом ионизации неона. В ходе решения нестационарного уравнения Шредингера было исследовано взаимодействие указанных атомных систем с двухкомпонентным импульсом. ИК компонента имеет интенсивность $I_{\text{IR}} = c F_{\text{IR}}^2 / (8\pi) = 4 \cdot 10^{14}$ W/cm², центральную частоту $\omega_{\text{IR}} = 1$ eV и огибающую

$$f_{\text{IR}}(t) = \begin{cases} \sin^2(\pi t / \mathcal{T}_{\text{IR}}), & t \in [0, \mathcal{T}_{\text{IR}}], \\ 0, & t \notin [0, \mathcal{T}_{\text{IR}}], \end{cases} \quad (6)$$

где $\mathcal{T}_{\text{IR}} = 20$ fs. Вакуумная ультрафиолетовая компонента аттосекундного импульса имеет интенсивность $I_{\text{XUV}} = c F_{\text{XUV}}^2 / (8\pi) = 4 \cdot 10^{13}$ W/cm², центральную частоту $\omega_{\text{XUV}} = 30$ eV и огибающую вида

$$f_{\text{XUV}}(t) = \exp(-2 \ln(2) t^2 / \mathcal{T}_{\text{XUV}}^2), \quad (7)$$

где $\mathcal{T}_{\text{XUV}} = 0.55$ fs. Временная задержка между ИК и ВУФ импульсами составляет $\tau = 8.3$ fs. Зависимость

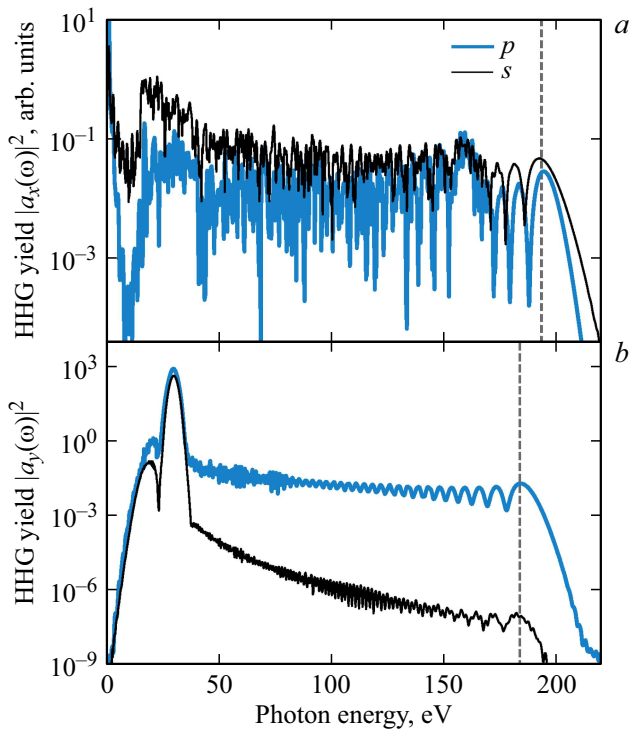


Рис. 1. Зависимость выхода высоких гармоник, поляризованных вдоль векторов поляризации ИК поля (а) и ВУФ импульса (б), от энергии фотона. Жирная голубая линия: результат для атома Ne с валентным p -электроном; тонкая черная линия: результат для модельной системы с валентным s -электроном. Вертикальные штриховые линии указывают положение отсечки плато. Параметры двухкомпонентного импульса указаны в тексте.

выхода высоких гармоник с фиксированной поляризацией от энергии фотона представлена на рис. 1: на панелях (а)/(б) представлены результаты для гармоник, поляризованных вдоль вектора поляризации ИК/ВУФ импульсов. Видно, что положение отсечки плато и форма осцилляций отличаются для гармоник, поляризованных вдоль осей Ox и Oy соответственно. Численные расчеты также показывают, что выход гармоник, поляризованных вдоль направления поляризации ИК поля, слабо зависит от параметров ВУФ импульса, в то время как выход гармоник, поляризованных в перпендикулярном направлении, прямо пропорционален интенсивности I_{XUV} . Это позволяет сделать вывод о том, что гармоники с вектором поляризации $\mathbf{e}_h = \mathbf{e}_x$ соответствуют ИК-индуцированному каналу, а гармоники с вектором поляризации $\mathbf{e}_h = \mathbf{e}_y$ — ВУФ-индуцированному каналу ГВГ. Как видно из рис. 1 симметрия начального состояния слабо влияет на выход гармоник в ИК-индуцированном канале, но оказывается критичной для процесса ГВГ в ВУФ-индуцированном канале. Для системы с валентным s -электроном ГВГ в ВУФ-индуцированном канале подавлена на несколько порядков по сравнению со случаем начального p -состояния.

Наблюдаемое в численных расчетах влияние симметрии начального состояния на процесс ГВГ в ВУФ-индуцированном канале можно объяснить в рамках адиабатического подхода к описанию процессов в интенсивном низкочастотном лазерном поле [18]. Указанный подход позволяет получить выражение для амплитуд основных фотопроцессов в интенсивных ИК полях в замкнутом аналитическом виде, а также развить аппарат теории возмущений для учета влияния высокочастотного ВУФ импульса. В рамках адиабатического подхода амплитуда генерации гармоник полностью определяется временами t'_j и t_j , которые могут быть интерпретированы как времена начала и окончания движения электрона в интенсивном ИК поле на этапе распространения. Для нахождения этих времен следует записать закон сохранения энергии в момент ионизации и рекомбинации

$$\mathbf{K}^2(t'_j; t_j, t'_j) = 2(\omega_{XUV} - I_p), \quad (8a)$$

$$\mathbf{K}^2(t_j t_j, t'_j) = 2(\Omega - I_p), \quad (8b)$$

где $\mathbf{K}(t; t_j, t'_j)$ представляет собой мгновенное (в момент времени t) значение импульса электрона при движении вдоль замкнутой траектории:

$$\mathbf{K}(\tau'; t, t') = \mathbf{e}_x K(\tau'; t, t'), \quad (9a)$$

$$K(\tau'; t, t') = A_{IR}(\tau') - \frac{1}{t - t'} \int_{t'}^t A_{IR}(\tau'') d\tau'', \quad (9b)$$

$$A_{IR}(t) = - \int^t F_{IR}(\tau') d\tau'. \quad (9c)$$

Наведенный двухкомпонентным полем дипольный момент, определяющий амплитуду ГВГ в ВУФ-индуцированном канале, может быть записан в следующем виде [16,17]:

$$\mathbf{D}_1 = F_{XUV} \sum_j (\mathbf{d}_{l,q}(\mathbf{K}'_j) \cdot \mathbf{e}_{XUV}) \mathbf{g}(t_j, t'_j), \quad (10)$$

где $\mathbf{K}'_j \equiv \mathbf{K}(t'_j; t_j, t'_j)$ — импульс электрона в момент ионизации, $\mathbf{d}_{l,q}$ — дипольный матричный элемент, описывающий переход из связанного состояния $\psi_{l,q}(\mathbf{r}) = \varphi_l(r) f_{l,q}(\hat{\mathbf{r}})$ в состояние непрерывного спектра $\psi_{\mathbf{K}'_j}^{(+)}(\mathbf{r})$, имеющее асимптотику расходящейся сферической волны на больших расстояниях,

$$\mathbf{d}_{l,q}(\mathbf{k}) = \langle \psi_{\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r}) | \mathbf{r} | \varphi_{l,q}(\mathbf{r}) \rangle. \quad (11)$$

Вектор $\mathbf{g}(t_j, t'_j)$ описывает этапы распространения и рекомбинации электрона и определяет поляризацию испускаемых гармоник. Явный вид указанного множителя может быть найден в работах [16,18].

Если атомная система имеет оптически активный s -электрон, то $\psi_{l,q}(\mathbf{r}) = \varphi_0(r) Y_{0,0}(\hat{\mathbf{r}})$, и интегрирование по угловым переменным в матричном элементе (11) приводит к следующему результату:

$$\mathbf{d}_{0,0}(\mathbf{k}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{k}}{k} \mathcal{D}_{0,1}(k), \quad (12)$$

где $\mathcal{D}_{0,1}(k)$ представляет собой радиальный матричный элемент:

$$\mathcal{D}_{l,l'}(k) = \langle R_{k,l'} | r | \varphi_l \rangle, \quad (13)$$

$$\psi_{\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r}) = \sum_{l,m} R_{k,l}(r) Y_{l,m}^*(\hat{\mathbf{k}}) Y_{l,m}(\hat{\mathbf{r}}). \quad (14)$$

В рамках трехшаговой модели ГВГ электрон должен вернуться к родительскому остоу. Для случая двухкомпонентного поля с ортогональной поляризацией компонент (1) движение электрона в континууме определяется только низкочастотной компонентой, и импульс электрона должен быть направлен параллельно вектору поляризации ИК поля. Таким образом, $\mathbf{d}_{0,0}(\mathbf{K}'_j) = d_{0,0}(\mathbf{K}'_j) \mathbf{e}_{\text{IR}}$, и скалярное произведение в выражении (10) обращается в ноль. Это приводит к тому, что в рамках адиабатического приближения ВУФ-индуцированный процесс ГВГ запрещен правилами дипольного отбора, и ГВГ в указанном канале определяется малыми поправками к результатам, получаемым в рамках адиабатического приближения.

Если атомная система имеет валентный p -электрон, то связанное состояние является трехкратно вырожденным по магнитному квантовому числу. При взаимодействии с лазерным импульсом вида (1) вырождение снимается полностью, и образуются три изолированных подуровня, для которых угловая часть волновой функции имеет вид

$$f_{1,0}(\hat{\mathbf{r}}) = Y_{10}(\hat{\mathbf{r}}), \quad (15a)$$

$$f_{1,\pm 1}(\hat{\mathbf{r}}) = i^{\frac{3\mp 1}{2}} \frac{Y_{1,1}(\hat{\mathbf{r}}) \pm Y_{1,-1}(\hat{\mathbf{r}})}{\sqrt{2}}. \quad (15b)$$

При этом основной вклад в ГВГ в двухкомпонентном поле с ортогональной поляризацией компонент вносят подуровни с $q = \pm 1$. Выполняя интегрирование по угловым переменным для указанных состояний, получаем следующий результат:

$$\mathbf{d}_{1,+1}(\mathbf{K}'_j) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \left[\frac{D_{1,0}(K'_j) - D_{1,2}(K'_j)}{3} \mathbf{e}_y + D_{1,2}(K'_j) \frac{(\mathbf{K}'_j \cdot \mathbf{e}_y)}{K_j'^2} \mathbf{K}'_j \right], \quad (16a)$$

$$\mathbf{d}_{1,-1}(\mathbf{K}'_j) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \left[\frac{D_{1,0}(K'_j) - D_{1,2}(K'_j)}{3} \mathbf{e}_x + D_{1,2}(K'_j) \frac{(\mathbf{K}'_j \cdot \mathbf{e}_x)}{K_j'^2} \mathbf{K}'_j \right]. \quad (16b)$$

Учитывая, что $\mathbf{K}'_j = K'_j \mathbf{e}_x$, дипольный матричный элемент $\mathbf{d}_{1,+1}/\mathbf{d}_{1,-1}$ направлен вдоль вектора поляризации ВУФ/ИК импульса. Для начального состояния с $q = -1$, которое вносит основной вклад в ГВГ в однокомпонентном ИК поле, генерация гармоник в ВУФ-индуцированном канале подавлена как и в случае начального s -состояния. Однако состояние с $q = +1$ дает

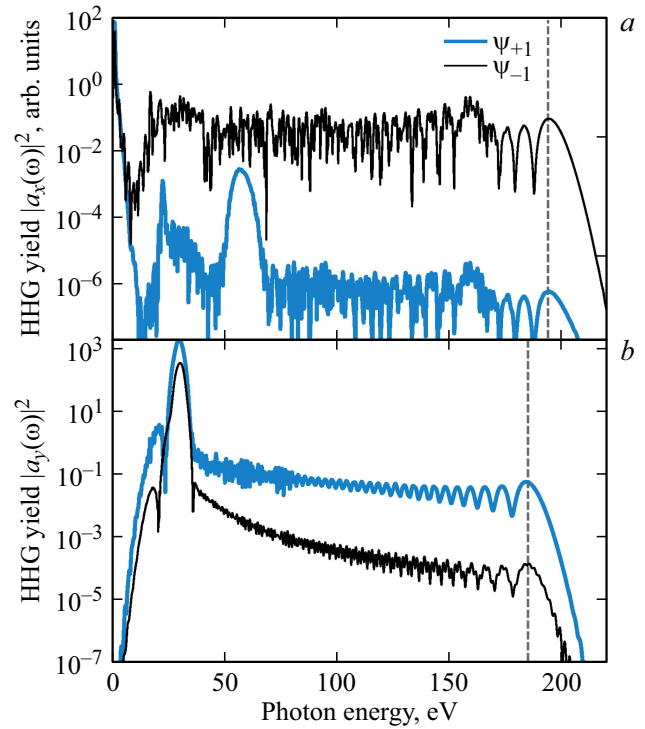


Рис. 2. Зависимость выхода высоких гармоник, поляризованных вдоль векторов поляризации ИК поля (а) и ВУФ импульса (b), от энергии фотона. Жирная голубая линия: результат для состояния с $q = +1$; тонкая черная линия: результат для для состояния с $q = -1$. Вертикальные штриховые линии указывают положение отсечки плато. Параметры поля те же, что и для рис. 1.

основной вклад в генерацию гармоник, поляризованных вдоль направления \mathbf{e}_y . Вероятность ГВГ в данном канале сопоставима с вероятностью ГВГ в ИК-индуцированном канале для состояния с $q = -1$. На рис. 2 представлены парциальные выходы высоких гармоник, поляризованных вдоль направления поляризации ИК (а) и ВУФ (b) импульсов, для состояний с $q = \pm 1$. Видно, что основной вклад в формирование гармоник с вектором поляризации $\mathbf{e}_h = \mathbf{e}_{\text{IR}}$, возникающих в результате ИК-индуцированного процесса ГВГ, вносит состояние с $q = -1$. В то же время выход гармоник с поляризацией $\mathbf{e}_h = \mathbf{e}_{\text{XUV}}$, возникающих в результате ВУФ-индуцированного процесса, главным образом определяется вкладом состояния с $q = +1$. Следует отметить, что гармоники в ВУФ-индуцированном и ИК-индуцированном каналах имеют близкие интенсивности, что может быть использовано для управления поляризацией вторичного излучения для атомных систем с валентным p -электроном в двухкомпонентном лазерном поле с ортогональной геометрией [16].

В заключении отметим, что в настоящей работе было исследовано влияние симметрии начального состояния на процесс ГВГ атомной системой в двухкомпонентном импульсе, ИК и ВУФ компоненты которого линейно

поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Основываясь на адиабатическом приближении для описания ГВГ, показано, что процесс генерации гармоник с поглощением ВУФ фотона на этапе ионизации оказывается подавленным для случая начального s -состояния оптически активного электрона. В то же время для случая трехкратно вырожденного начального p -состояния ВУФ-индуцированный процесс оказывается возможным для одного из трех магнитных подуровней, что позволяет существенно увеличить интенсивность ГВГ в ВУФ-индуцированном канале. Отметим, что для описания макроскопических спектров ГВГ реальными атомными системами необходимо учитывать эффекты распространения гармоник в среде [19,20]. Описание макроскопических эффектов выходит за рамки настоящей работы, так как они не приводят к изменению роли симметрии начального состояния в процессе ГВГ.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского научно-го фонда (грант № 22-12-00223).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] T. Popmintchev, M.-C. Chen, P. Arpin, M.M. Murnane, H.C. Kapteyn. *Nat. Photon.*, **4** (3), 822 (2010). DOI: 10.1038/nphoton.2010.25
- [2] T. Popmintchev, M.-C. Chen, D. Popmintchev, P. Arpin, S. Brown, S. Ališauskas, G. Andriukaitis, T. Balčiunas, O.D. Mücke, A. Pugzlys, A. Baltuška, B. Shim, S.E. Schrauth, A. Gaeta, C. Hernández-García, L. Plaja, A. Becker, A. Jaron-Becker, M.M. Murnane, H.C. Kapteyn. *Science*, **336** (6086), 1287 (2012). DOI: 10.1126/science.1218497
- [3] D. Popmintchev, B.R. Galloway, M.-C. Chen, F. Dollar, C.A. Mancuso, A. Hankla, L. Miaja-Avila, G. O'Neil, J.M. Shaw, G. Fan, S. Ališauskas, G. Andriukaitis, T. Balčiunas, O.D. Mücke, A. Pugzlys, A. Baltuška, H.C. Kapteyn, T. Popmintchev, M.M. Murnane. *Phys. Rev. Lett.*, **120** (9), 093002 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevLett.120.093002
- [4] P. Agostini, L.F. DiMauro. *Rep. Prog. Phys.*, **67** (6), 813 (2004). DOI: 10.1088/0034-4885/67/6/R01
- [5] P.B. Corkum, F. Krausz. *Nat. Phys.*, **3** (6), 381 (2007). DOI: 10.1038/nphys620
- [6] F. Krausz, M. Ivanov. *Rev. Mod. Phys.*, **81** (1), 163 (2009). DOI: 10.1103/RevModPhys.81.163
- [7] P.B. Corkum. *Phys. Rev. Lett.*, **71** (13), 1994 (1993). DOI: 10.1103/PhysRevLett.71.1994
- [8] G. Gademann, F. Kelkensberg, W.K. Siu, P. Johnsson, M.B. Gaarde, K.J. Schafer, M.J.J. Vrakking. *New J. Phys.*, **13** (3), 033002 (2011). DOI: 10.1088/1367-2630/13/3/033002
- [9] D. Azoury, M. Krüger, G. Orenstein, H.R. Larsson, S. Bauch, B.D. Bruner, N. Dudovich. *Nat. Comm.*, **8** (1), 1453 (2017). DOI: 10.1038/s41467-017-01723-w
- [10] D. Kiesewetter, R.R. Jones, A. Camper, S.B. Schoun, P. Agostini, L.F. DiMauro. *Nature Physics*, **14** (1), 68 (2018). DOI: 10.1038/nphys4279
- [11] M. Krüger, D. Azoury, B.D. Bruner, N. Dudovich. *Appl. Sci.*, **9** (3), 378 (2019). DOI: 10.3390/app9030378
- [12] K.J. Schafer, M.B. Gaarde, A. Heinrich, J. Biegert, U. Keller. *Phys. Rev. Lett.*, **92** (2), 023003 (2004). DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.023003
- [13] J. Biegert, A. Heinrich, C.P. Hauri, W. Kornelis, P. Schlup, M.P. Anscombe, M.B. Gaarde, K.J. Schafer, U. Keller. *J. Mod. Opt.*, **53** (1–2), 87 (2006). DOI: 10.1080/09500340500167669
- [14] J. Tate, T. Auguste, H.G. Muller, P. Salières, P. Agostini, L.F. DiMauro. *Phys. Rev. Lett.*, **92** (1), 013901 (2007). DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.013901
- [15] M.V. Frolov, N.L. Manakov, W.-H. Xiong, L.-Y. Peng, J. Burgdörfer, A.F. Starace. *Phys. Rev. A*, **92** (2), 023409 (2015). DOI: 10.1103/PhysRevA.92.023409
- [16] T.S. Sarantseva, A.A. Romanov, A.A. Silaev, N.V. Vvedenskii, M.V. Frolov. *Phys. Rev. A*, **107** (2), 023113 (2023). DOI: 10.1103/PhysRevA.107.023113
- [17] A.A. Romanov, A.A. Silaev, M.V. Frolov, N.V. Vvedenskii. *Phys. Rev. A*, **101** (1), 013435 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevA.101.013435
- [18] A.V. Flegel, N.L. Manakov, I.V. Breev, M.V. Frolov. *Phys. Rev. A*, **104** (3), 033109 (2021). DOI: 10.1103/PhysRevA.104.033109
- [19] P. Salières, A. L'Huillier, M. Lewenstein. *Phys. Rev. Lett.*, **74** (19), 3776 (1995). DOI: 10.1103/PhysRevLett.74.3776
- [20] M.B. Gaarde, J.L. Tate, K.J. Schafer. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **41** (13), 132001 (2008). DOI: 10.1088/0953-4075/41/13/132001