

06

О генерации высших гармоник дипольным электромагнитным импульсом в вакууме

© Р.М. Фещенко

Физический институт им. П.Н. Лебедева,
199991 Москва, Россия
e-mail: rusl@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 11.12.2023 г.

В окончательной редакции 09.01.2024 г.

Принята к публикации 16.01.2024 г.

Обсуждена генерация нелинейных гармоник самодействующим дипольным импульсом электромагнитного поля, эволюционирующем в вакууме. С использованием нелинейных уравнений Максвелла, полученных из лагранжиана Гейзенберга-Эйлера, показано, что в первом порядке теории возмущений генерация третьей гармоники не происходит, как и следует из закона сохранения энергии-импульса. Показано, что учёт нелинейных эффектов приводит к генерации октупольного электромагнитного импульса на частоте исходного дипольного импульса. С помощью численного моделирования для дипольного импульса гауссовой формы получен спектр генерируемого излучения и показано, что его максимум смещён в область больших частот по сравнению с исходной частотой.

Ключевые слова: нелинейная электродинамика, сохранение энергии-импульса, лагранжиан Гейзенберга-Эйлера, излучение.

DOI: 10.61011/OS.2024.01.57550.5-24

Введение

Известно, что в присутствии сильного электромагнитного поля уравнения Максвелла в свободном пространстве должны быть изменены для учёта эффектов, связанных с поляризацией вакуума. Модифицированные таким образом уравнения поля будут нелинейными [1], что приводит к появлению многих новых физических эффектов. Например, в сильном магнитном поле вакуум ведёт себя как двулучепреломляющая среда [2], а свет в сильном электромагнитном поле (например, поле магнитного диполя) распространяется вдоль кривых линий, являющихся геодезическими в некотором псевдоримановом пространстве [3].

Предметом активных исследований также была генерация высших гармоник полем сильного электромагнитного импульса. В частности, было показано, что плоская монохроматическая электромагнитная волна, распространяющаяся в вакууме, не генерирует гармоник даже в присутствии постоянного однородного магнитного поля. С другой стороны, пространственно неоднородная волна в постоянном магнитном поле либо плоская монохроматическая волна, распространяющиеся в пространственно неоднородном магнитном поле, порождает вторую гармонику даже в однопетлевом приближении теории возмущений [4]. Обзор современного состояния теории в этой области может быть найден в [5].

В работе рассматривается (в однопетлевом приближении) иная проблема — генерация высших гармоник сильным дипольным электромагнитным импульсом [6], эволюционирующим в свободном пространстве и взаимодействующим с самим собой.

Уравнения для сильного электромагнитного поля в вакууме

В случае сильного электромагнитного поля (напряженность поля $E \lesssim m_e^2 c^3 / e \hbar$, где m_e — масса электрона, e — заряд электрона и c — скорость света) лагранжиан $\mathcal{L}$ свободного электромагнитного поля модифицируется, и в нём появляются члены четвёртого и более высоких порядков по полю [1,2]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{(0)} + \mathcal{L}_{(1)} + \dots, \quad (1)$$

где $\mathcal{L}_{(0)}$ — линейный лагранжиан

$$\mathcal{L}_{(0)} = -\frac{1}{16\pi c} F^{ik} F_{ik}, \quad (2)$$

F^{ik} — тензор электромагнитного поля, выражающийся через потенциалы поля A^i обычным образом, $\mathcal{L}_{(1)}$ — нелинейная поправка 4-го порядка по полю, которая при характерной энергии квантов поля $\hbar\omega \ll m_e c^2$ может быть выражена через инварианты поля как

$$\mathcal{L}_{(1)} = \frac{a}{4} \left[(F^{ik} F_{ik})^2 + \frac{7}{4} (e_{ik\mu\nu} F^{ik} F^{\mu\nu})^2 \right], \quad (3)$$

где $a = \hbar e^4 / (90 \pi^2 m_e^4 c^8)$. Лагранжиан (3) называется лагранжианом Гейзенберга-Эйлера.

Вторая пара уравнений Максвелла теперь может быть получена из лагранжиана (1) с помощью вариационного принципа, тогда как первая пара уравнений Максвелла не изменяется по сравнению с линейным случаем. В результате получаем для второй пары уравнений

$$\frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^i, \quad (4)$$

где четырёхмерный ток в правой части

$$j^i = -2c^2 \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\frac{\partial L_{(1)}}{\partial F^{ik}} \right) \quad (5)$$

выражается нелинейным образом через полное поле

$$F^{ik} = F_{(0)}^{ik} + F_{(1)}^{ik} + \dots \quad (6)$$

Предположим теперь, что нелинейные поправки малы по сравнению с исходным полем $F_{(0)}^{ik}$, которое удовлетворяет линейным уравнениям Максвелла. Тогда первый по малому параметру a поправочный член к полю $F_{(1)}^{ik}$ будет удовлетворять уравнениям (4), где ток в правой части зависит только от исходного сильного поля $F_{(0)}^{ik}$. Если это поле к тому же является полем излучения с конечной полной энергией, для которого второй инвариант всегда равен нулю [7], то в лагранжиане (3) останется только первый член. В результате выражение для тока (5) примет следующий вид:

$$j^i(x) = -2ac^2 \frac{\partial (F_{(0)}^{\mu\nu} F_{(0)\mu\nu})}{\partial x^k} F_{(0)}^{ik}, \quad (7)$$

где было принято во внимание, что $\partial F_{(0)}^{ik} / \partial x^k = 0$.

Таким образом, сильное исходное поле $F_{(0)}^{ik}$ поляризует вакуум, создавая некоторый вакуумный четырёхмерный ток, который генерирует новое поле $F_{(1)}^{ik}$, которое будет включать как излучение, так и неизлучательную часть. Это поле может быть найдено из уравнения (4) с использованием подходящего электромагнитного пропагатора. Если необходимо найти только излучение, то в качестве пропагатора необходимо выбрать функцию Паули-Йордана $\Delta(x)$ [4].

Уравнения (4) можно переписать в несколько иной форме, если ввести тензор индукции H^{ik} , для которого имеем

$$\frac{\partial H^{ik}}{\partial x^k} = 0, \quad (8)$$

где

$$H^{ik} = (1 + 8\pi a F^{st} F_{st}) F^{ik}, \quad (9)$$

причём выражение в скобках соответствует нелинейной диэлектрической и магнитной проницаемостям вакуума.

Используемый здесь подход к построению теории возмущений на основе лагранжиана Гейзенберга-Эйлера использовался ранее, например, в работах [9,10].

Дипольный импульс в вакууме

Пусть теперь поле $F_{(0)}^{ik}$ есть поле конечного дипольного электромагнитного импульса [6]. Поля этого типа обеспечивают максимальную концентрацию энергии в центре для импульса с заданным спектром и энергий [11]. Поле дипольного импульса в общем случае может быть представлено как

$$F_{(0)}^{ik} = \left(\frac{\partial}{\partial x^i} M^{k\mu} - \frac{\partial}{\partial x^k} M^{i\mu} \right) \frac{\partial g(x)}{\partial x^\mu}, \quad (10)$$

где $M^{\mu\nu}$ — антисимметричный тензор дипольных моментов вида

$$M^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & d_1 & d_2 & d_3 \\ -d_1 & 0 & m_3 & -m_2 \\ -d_2 & -m_3 & 0 & m_1 \\ -d_3 & m_2 & -m_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$\mathbf{d} = (d_1, d_2, d_3)$ и $\mathbf{m} = (m_1, m_2, m_3)$ — векторы электрического и магнитного дипольных моментов соответственно, функция $g(x)$ — разность сходящейся и расходящейся сферических волн ($x = (ct, \mathbf{r})$ — четырёхмерные координаты), имеющая следующий вид:

$$g(x) = c \int_{-\infty}^{\infty} f(s) \Delta(x - sn) ds = \frac{f(ct - |\mathbf{r}|) - f(ct + |\mathbf{r}|)}{|\mathbf{r}|}. \quad (12)$$

Здесь $f(s)$ — произвольная вещественная функция одной переменной с интегрируемым квадратом и $n^2 = 1$ — произвольный единичный четырёхмерный вектор, задающий систему отсчёта, в которой диполь покоится. Можно показать, что функция $g(x)$ удовлетворяет волновому уравнению $\square g(x) = 0$. Выражения для электрического и магнитного полей дипольного импульса, следующие из (10), могут быть найдены в [6].

Четырёхмерное фурье-преобразование от $g(x)$ имеет вид, прямо следующий из (12),

$$g(k) = c \Delta(k) f(nk), \quad (13)$$

где $k = (k^0, \boldsymbol{\kappa})$, $f(\xi)$ — фурье-преобразование от $f(s)$, а $\Delta(k)$ — 4D фурье-образ от функции Паули-Йордана [8]:

$$\Delta(k) = \frac{8\pi^2 i}{c} \text{sign}(k^0) \delta(k^2). \quad (14)$$

Из (10) и (13) можно также получить выражение для фурье-гармоник тензора электромагнитного поля дипольного импульса.

Ниже будет использоваться так называемый гауссов дипольный импульс, для которого

$$f(s) = \frac{1}{2\pi} \cos(\Omega s/c) \exp\left(-\frac{s^2}{2l^2}\right), \quad (15)$$

где l — полуширина импульса и Ω — центральная частота. Преобразование Фурье от (15) будет равно

$$f(\xi) = \frac{l}{2\sqrt{2\pi}} \left[\exp\left(-\frac{l^2}{2}(\xi - \Omega/c)^2\right) + \exp\left(-\frac{l^2}{2}(\xi + \Omega/c)^2\right) \right] \quad (16)$$

и при $l \rightarrow \infty$ переходит в выражение для спектра монохроматического дипольного импульса:

$$f(\xi) = \frac{1}{2} (\delta(\xi - \Omega/c) + \delta(\xi + \Omega/c)). \quad (17)$$

В (16) и (17) два слагаемых соответствуют положительно- и отрицательночастотным частям спектра.

Генерация высших гармоник дипольным импульсом

Получим теперь поле излучения, которое сильный дипольный импульс вида (12) генерирует согласно уравнениям (4) и (7). Вычисления удобнее вести для фурье-гармоник поля $F_{(1)}^{ik}$ и тока j^i . Эти фурье-гармоники представляют собой двойную четырехмерную свёртку выражений для фурье-гармоник тензора $F_{(0)}^{ik}$ с учётом дополнительной производной и могут быть представлены как

$$j^i(k) = \frac{2ac^2}{(2\pi)^4} \int F^{ik}(k-k') k'_k I(k') d^4k', \quad (18)$$

где I — свёртка вида

$$I(k) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int F^{ik}(k'') F_{ik}^*(k-k'') d^4k''. \quad (19)$$

Принимая теперь во внимание выражение (13), а также тождества $k^2 = 0$, $(k-k')^2 = 0$, $(k'-k'')^2 = 0$ и $k''^2 = 0$, выражение для тока может быть записано как

$$j^i(k) = \frac{aci}{\pi^2} \int [M^{k\mu}(k^i - k'^i) k'_k k'_\mu + M^{i\mu}(kk')(k_\mu - k'_\mu)] \times I(k') \text{sign}(k^0 - k'^0) f(k^0 - k'^0) \delta((k-k')^2) d^4k', \quad (20)$$

где считается, что $k^0 = |\mathbf{k}| > 0$. Отрицательночастотная часть спектра даёт точно такой же вклад.

Для функции I из (20) получается следующее выражение:

$$I(k) = 4 \int [k'^2 (M^{t\mu} M_t^v k_t'' k_\mu'' - M^{t\mu} M_t^v k_t'' k_\mu') - 2(M^{t\mu} k_t'' k_\mu')^2] \text{sign}(k'^0 - k''^0) f(k'^0 - k''^0) \times \delta((k' - k'')^2) \text{sign}(k''^0) f^*(k''^0) \delta(k''^2) d^4k'', \quad (21)$$

которое может быть проинтегрировано трижды и сведено к одномерному интегралу.

Теперь предположим, что магнитный момент $\mathbf{m}_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} M^{\beta\gamma}/2$ равен нулю, а электромагнитный импульс является полностью электродипольным с дипольным моментом $\mathbf{d} = M^{0\alpha}$. В итоге получается следующее выражение для $I(k'^0, \kappa')$:

$$I(k) = -4 \int_{-\infty}^{+\infty} [P_1 |\mathbf{d}|^2 + P_2 (\mathbf{n}' \mathbf{d})^2] \times (\theta((k'^0)^2 - \kappa'^2 - 2\kappa''(k'^0 - \kappa')) - \theta((k'^0)^2 - \kappa'^2 - 2\kappa''(k'^0 + \kappa'))) f^*(\kappa'') f(k'^0 - \kappa'') \times \text{sign}(k'^0 - \kappa'') d\kappa'', \quad (22)$$

где $\kappa'' = |\mathbf{k}''|$, $\mathbf{k}''$ — пространственная часть 4D-вектора k'' , $\kappa' = |\mathbf{k}'|$, $\mathbf{k}'$ — пространственная часть 4D-вектора k' ,

$$P_1 = \frac{1}{2} [((k'^0)^2 - 3\kappa'^2) S_{00} + ((k'^0)^2 + \kappa'^2) S_{11} - 2((k'^0)^2 - \kappa'^2) k'^0 v^0], \quad (23)$$

$$P_2 = \frac{1}{2} [-((k'^0)^2 - 3\kappa'^2) S_{00} + 3((k'^0)^2 + \kappa'^2) S_{11} + 8\kappa' k'^0 S_{01} 2v_1 \kappa' ((k'^0)^2 - \kappa'^2)] \quad (24)$$

и

$$S_{00} = \frac{\pi}{2\kappa'} \kappa''^2, \quad (25)$$

$$S_{01} = \frac{\pi((k'^0)^2 - \kappa'^2)}{4k'^2} |\mathbf{k}''| - \frac{\pi\kappa'^0}{2\kappa'^2} |\mathbf{k}''| \kappa'', \quad (26)$$

$$S_{11} = \frac{\pi((k'^0)^2 - \kappa'^2)^2}{8\kappa'^3} - \frac{\pi((k'^0)^2 - \kappa'^2) k'^0 \kappa''}{2\kappa'^3} + \frac{\pi(k'^0)^2 \kappa''^2}{2\kappa'^3}, \quad (27)$$

$$v_0 = \frac{\pi}{2\kappa'} |\mathbf{k}''|, \quad (28)$$

$$v_1 = -\frac{\pi((k'^0)^2 - \kappa'^2)}{4\kappa'^2} + \frac{\pi k'^0}{2\kappa'^2} \kappa''. \quad (29)$$

После подстановки (22) в выражение для тока (20) можно выполнить интегрирование и получить выражение для компонент тока в виде тройного интеграла.

Заметим, что в излучение будут вносить вклад только поперечные компоненты тока (20), ортогональные радиальному вектору $\mathbf{n} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$. Выделяя теперь в (20) явным образом эти поперечные компоненты тока и разбивая выражение на дипольную и октупольную части, можно с учётом выражения (14) для функции Паули-Йордана записать для трёхмерного преобразования Фурье от (положительночастотной) поперечной части электрического поля излучения:

$$E^\alpha(\kappa) = \frac{8aci|\mathbf{d}|^3}{\pi} \left[(G'_1 + \frac{G'_2}{5})(\delta^{\alpha\beta} - n^\alpha - n^\beta) \frac{d^\beta}{|\mathbf{d}|} + G'_2(\delta^{\alpha\beta} n^\gamma - n^\sigma - n^\alpha n^\beta n^\gamma - n^\sigma) O^{\beta\gamma\sigma} \right], \quad (30)$$

где тензор октупольных моментов равен

$$O^{\beta\gamma\sigma} = \frac{d^\beta d^\gamma d^\sigma}{|\mathbf{d}|^3} - \frac{(\delta^{\beta\gamma} d^\sigma + \delta^{\beta\sigma} d^\gamma + \delta^{\gamma\sigma} d^\beta)}{5|\mathbf{d}|}, \quad (31)$$

а коэффициенты G'_1 и G'_2 равны:

$$G'_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa'^2 f(\kappa - k'^0) f^*(\kappa'') f(k'^0 - \kappa'') \times (\theta((k'^0 - \kappa')(k'^0 + \kappa' - 2\kappa)) - \theta((\kappa' + k'^0) \times (k'^0 - \kappa' - 2\kappa))) (\theta((k'^0 - \kappa')(k'^0 + \kappa' - 2\kappa'')) - \theta((k'^0 + \kappa')(k'^0 - \kappa' - 2\kappa''))) \text{sign}(\kappa - k'^0) \times \text{sign}(k'^0 - \kappa'') G_1(k'^0, k', k'') d\kappa'_0 d\kappa' dk'', \quad (32)$$

$$G'_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa'^2 f(\kappa - k'^0) f^*(\kappa'') f(k'^0 - \kappa'') \times (\theta((k'^0 - \kappa')(k'^0 + \kappa' - 2\kappa)) - \theta((\kappa' + k'^0) \times (k'^0 - \kappa' - 2\kappa))) (\theta((k'^0 - \kappa')(k'^0 + \kappa' - 2\kappa'')) - \theta((k'^0 + \kappa')(k'^0 - \kappa' - 2\kappa''))) \text{sign}(\kappa - k'^0) \times \text{sign}(k'^0 - \kappa'') G_2(k'^0, k', k'') d\kappa'_0 d\kappa' dk''. \quad (33)$$

В выражениях (32), (33) коэффициенты определены следующим образом:

$$G_1 = \kappa k'^0 (k'^0 - \kappa) P_2 m_2^1 + \kappa \kappa' (k'^0 - \kappa) (P_1 m_0 - P_1 m_1^1 - P_2 m_3^1) - \kappa \kappa'^2 (P_1 m_2^1 + 2P_2 m_4^1), \quad (34)$$

$$G_2 = P_2 [\kappa k'^0 (k'^0 - \kappa) m_2^2 - \kappa \kappa' k'^0 m_3^2 + 2\kappa^2 \kappa' (m_3^1 + m_3^2) - \kappa \kappa'^2 m_4^2], \quad (35)$$

где

$$m_0 = \frac{\pi}{\kappa \kappa'}, \quad (36)$$

$$m_1^1 = -\pi \frac{(\kappa - k'^0)^2 - \kappa'^2 - \kappa^2}{2\kappa^2 \kappa'^2}, \quad (37)$$

$$m_2^1 = \frac{\pi}{2\kappa \kappa'} \left[1 - \frac{((\kappa - k'^0)^2 - \kappa'^2 - \kappa^2)^2}{4\kappa^2 \kappa'^2} \right], \quad (38)$$

$$m_2^2 = \frac{\pi}{2\kappa \kappa'} \left[\frac{3((\kappa - k'^0)^2 - \kappa'^2 - \kappa^2)^2}{4\kappa^2 \kappa'^2} - 1 \right], \quad (39)$$

$$m_3^1 = \pi \frac{(\kappa - k'^0)^2 - \kappa'^2 - \kappa^2}{4\kappa^2 \kappa'^2} \times \left[\frac{((\kappa - k'^0)^2 - \kappa'^2 - \kappa^2)^2}{4\kappa^2 \kappa'^2} - 1 \right], \quad (40)$$

$$m_3^2 = \pi \frac{(\kappa - k'^0)^2 - \kappa'^2 - \kappa^2}{4\kappa^2 \kappa'^2} \times \left[3 - \frac{5((\kappa - k'^0)^2 - \kappa'^2 - \kappa^2)^2}{4\kappa^2 \kappa'^2} \right], \quad (41)$$

$$m_4^1 = \frac{\pi}{8\kappa \kappa'} \left[1 - \frac{((\kappa - k'^0)^2 - \kappa'^2 - \kappa^2)^2}{4\kappa^2 \kappa'^2} \right], \quad (42)$$

$$m_4^2 = -\frac{\pi}{8\kappa \kappa'} \left[1 - \frac{5((\kappa - k'^0)^2 - \kappa'^2 - \kappa^2)^2}{4\kappa^2 \kappa'^2} + \frac{((\kappa - k'^0)^2 - \kappa'^2 - \kappa^2)^4}{4\kappa^4 \kappa'^4} \right]. \quad (43)$$

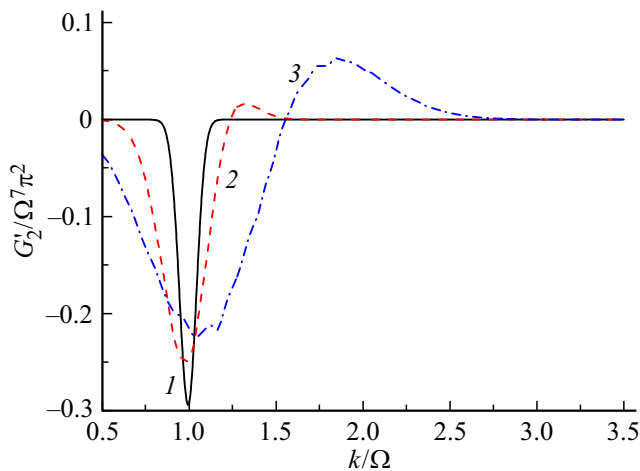
Как видно из выражения (30), угловой спектр излучения изменяется по сравнению с исходным дипольным импульсом и будет включать октупольную компоненту, соответствующую фотону с угловыми моментами $j = 3$, получающимся в результате сложения трёх дипольных фотонов с угловым моментом $j = 1$ либо упругого рассеяния двух дипольных фотонов друг на друге. Отсутствие квадрупольного члена можно объяснить сохранением чётности: три дипольных фотона исходного импульса с отрицательной чётностью $P = -1$ складываются в один фотон, который тоже должен иметь отрицательную чётность; либо два дипольных фотона с отрицательной чётностью рассеиваются друг на друге, давая два фотона, один из которых должен быть дипольным, а второй иметь соответственно отрицательную чётность. Но отрицательной чётностью обладают электрические фотоны только нечётной мультипольности, поскольку $P = (-1)^j$ для фотонов электрического типа [1].

В случае если исходный дипольный импульс описывается функцией f , определённой формулой (17), интегрирование по k'^0 и κ'' в выражениях (32), (33) выполняется путем подстановок $\kappa'' = \pm \Omega$ и $k'^0 = \kappa \mp \Omega$. Для третьей гармоники это даёт (принимая во внимание, что $\kappa > 0$ и $\kappa' > 0$) $\kappa = 3\Omega$ и $k'^0 = 2\Omega$. Эти выражения при подстановке в формулы (32) и (33) обращают интегралы по κ' от 0 до $+\infty$ в нуль, поскольку в этом интервале равно нулю произведение тэта-функций. То есть в поле монохроматического электродипольного импульса в вакууме третья гармоника не генерируется. Это также является прямым следствием законов сохранения энергии-импульса в применении к системе взаимодействующих фотонов.

Для первой гармоники имеем для монохроматического импульса $\kappa = \Omega$ и $k'^0 = 0$ или $k'^0 = 2\Omega$, что приводит после интегрирования по κ' от 0 до $+\infty$ в выражениях (32), (33) к следующему выражению для трёхмерного преобразования Фурье поперечных компонент электрического поля:

$$E^\alpha(\kappa) = -\frac{\sqrt{3}i}{15\pi} \frac{\alpha P}{\lambda I_s} \sqrt{\frac{P}{c}} \left[(G_1'' + \frac{G_2''}{5})(\delta^{\alpha\beta} - n^\alpha n^\beta) \frac{d^\beta}{|d|} + G_2''(\delta^{\alpha\beta} n^\gamma n^\sigma - n^\alpha n^\beta n^\gamma n^\sigma) O^{\beta\gamma\sigma} \right] \delta(\kappa - \Omega/c), \quad (44)$$

где $P = |d|^2 \Omega^4 / (3c^3)$ — средняя мощность исходного дипольного импульса, $I_s = m_e^4 c^7 / (8\pi e^2 \hbar^2) \approx 1.82 \cdot 10^{29} \text{ W/cm}^2$ — швингеровская интенсивность, $\alpha = e^2 / (\hbar c)$ — постоянная тонкой структуры, $\lambda = 2\pi c / \Omega$ — длина волны, $G_1'' = -73/630$ и $G_2'' = -1271/3465$.



Нормированный коэффициент $G'_2/(\pi^2\Omega^7)$, вычисленный путем численного интегрирования поля гауссова дипольного импульса (16) по методу Монте-Карло для трёх различных значений параметра $(\Omega l)^{-1}$: 1 — $(\Omega l)^{-1} \sim 0.03$, 2 — $(\Omega l)^{-1} \sim 0.1$ и 3 — $(\Omega l)^{-1} \sim 0.3$.

Выражение (44) означает, что в дополнение к начальному диполю появляется октуполь с той же частотой как результат рассеяния двух фотонов друг на друге. Средняя интенсивность октупольной компоненты будет пропорциональна $\sim (\alpha P/\lambda I_s)^2$, т.е. очень мала.

Необходимо отметить, что для гауссова импульса с конечной шириной спектра (16) всё же появляется некоторое поле излучения на частоте третьей гармоники. Это видно из графиков на рисунке для коэффициента G'_2 , полученных путём численного вычисления тройного интеграла в (33) методом Монте-Карло в программируемой среде `Matlab`. Коэффициент G'_2 был выбран, поскольку он определяет интенсивность генерируемого октупольного импульса в (44). Из рисунка также видно, что с увеличением ширины спектра исходного импульса (параметр $(l\omega)^{-1}$) наблюдается общий сдвиг спектра октупольной компоненты в область высоких частот, что может использоваться, например, для её выделения на фоне сильного начального дипольного импульса.

Заметим, что выводы, сделанные для электродипольных импульсов, будут применимы и к магнитно-дипольным импульсам в силу симметрии между электрическим и магнитным полями в вакууме.

Заключение

Рассмотрен вопрос генерации нелинейных гармоник из-за самодействия поля дипольного электромагнитного импульса, эволюционирующего в свободном пространстве. Для этого используются известные нелинейные уравнения электромагнитного поля, учитывающие квантово-электродинамические эффекты в первом не исчезающем порядке по постоянной тонкой структуры в так называемом однопетлевом приближении. Показано,

что периодический дипольный импульс не генерирует третью гармонику в вакууме. Невозможность сложения нескольких фотонов также следует из закона сохранения энергии-импульса для системы взаимодействующих фотонов. Тем не менее самодействие дипольного импульса приводит к появлению октупольной компоненты поля на исходной частоте, которая соответствует упругому рассеянию двух дипольных фотонов друг на друге, в результате чего появляется фотон с моментом импульса, равным трём, и исходной частотой.

Дальнейшее численное моделирование показало, что для реальных дипольных импульсов с конечной шириной спектра — например, гауссовых — всё же появляется отличная от нуля интенсивность на частоте третьей гармоники. Однако это явление не связано с генерацией импульса на частоте третьей гармоники и объясняется конечной шириной спектра исходного дипольного импульса. Стоит отметить, что для интенсивных дипольных импульсов, например, в присутствии сильного постоянного магнитного поля третья гармоника будет генерироваться, но силу этого эффекта ещё предстоит оценить. Третья гармоника также будет генерироваться при учёте в лагранжиане Гейзенберга-Эйлера членов шестого и более высоких порядков по полю [9].

Благодарности

Автор выражает признательность сотрудникам ФИАН А.В. Виноградову и И.А. Артюкову за содержательные дискуссии о свойствах дипольных импульсов.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] V.B. Berestetskii, E.M. Lifshitz, L.P. Pitaevskii. *Quantum Electrodynamics: Vol. 4*, 2nd Ed. (Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, 1982).
- [2] D.P. Sorokin. *Fortschritte der Physik*, **70** (7–8), 2200092 (2022). DOI: 10.1002/prop.202200092
- [3] M.I. Vasiliev, V.I. Denisov, A.V. Kozar, P.A. Tomashevskaya. *Moscow University Physics Bulletin*, **72**, 513 (2017). DOI: 10.3103/S0027134917060169
- [4] A.E. Kaplan and Yu.J. Ding. *Phys. Rev. A*, **62** (4), 043805 (2000). DOI: 10.1103/PhysRevA.62.043805
- [5] A. Fedotov, A. Ilderton, F. Karbstein, B. King, D. Seipt, H. Taya, G. Torgimsson. *Physics Reports*, **1010**, 1 (2023). DOI: 10.1016/j.physrep.2023.01.003
- [6] I.A. Artyukov, N.V. Dyachkov, R.M. Feshchenko, A.V. Vinogradov. *Physica Scripta*, **95** (6), 064006 (2020). DOI: 10.1088/1402-4896/ab848e
- [7] R.M. Feshchenko, A.V. Vinogradov. *J. Rus. Laser Research*, **44** (3), 256 (2023). DOI: 10.1007/s10946-023-10130-0

- [8] A.L. Rebenko, P.V. Malyshev. *Theory of Interacting Quantum Fields*, De Gruyter Studies in Mathematics, Vol. 39 (De Gruyter, Berlin, Germany, 2012). DOI: 10.1515/9783110250633
- [9] A.M. Fedotov, N.B. Narozhny. Phys. Lett. A, **362** (1), 1 (2007). DOI: 10.1016/j.physleta.2006.09.085
- [10] P.V. Sasorov, F. Pegoraro, T.Zh. Esirkepov, S.V. Bulanov. New J. Phys., **23** (10), 105003 (2021). DOI: 10.1088/1367-2630/ac28cb
- [11] I. Gonoskov, A. Aiello, S. Heugel, G. Leuchs. Phys. Rev. A, **86** (5), 053836 (2012). DOI: 10.1103/PhysRevA.86.053836