

# Селективный перенос электрона между квантовыми точками под действием резонансного импульса

© Л.А. Опенов<sup>†</sup>, А.В. Цуканов<sup>\*†</sup>

Московский инженерно-физический институт (государственный университет),  
115409 Москва, Россия

\* Физико-технологический институт Российской академии наук,  
117218 Москва, Россия

(Получена 22 апреля 2004 г. Принята к печати 24 мая 2004 г.)

Теоретически изучено влияние резонансного электромагнитного импульса на когерентную динамику электрона в системе туннельно-связанных квантовых точек, имеющей конфигурацию замкнутого кольца. Показана возможность селективного переноса электрона между двумя произвольными квантовыми точками. Найдено выражение для вероятности переноса как функции параметров квантовых точек и электромагнитного импульса. Показано, что эта вероятность может быть близка к единице. Обсуждаются факторы, влияющие на ее уменьшение в реальной системе. Полученные результаты могут быть использованы при разработке нанoeлектронных устройств нового типа, предназначенных для операций с квантовыми битами.

## 1. Введение

Быстрое развитие нанотехнологий и неизбежная тенденция к миниатюризации базовых элементов современной микроэлектроники привели к появлению новой области исследований — физики низкоразмерных структур и нанoeлектроники как ее составной части. За последние годы был достигнут значительный прогресс в изготовлении различных наноструктур и изучении их свойств [1,2]. Большое внимание привлекают к себе квантовые точки (КТ) — „искусственные атомы“ [3], которые сочетают свойства реальных атомов со свойствами, задаваемыми в процессе их изготовления. В настоящее время, в частности, активно обсуждается возможность использования КТ для осуществления операций с квантовыми битами (кубитами), — см., например, [4–7]. При этом квантовая информация кодируется в основные и(или) возбужденные состояния электронов, занимающих дискретные уровни размерного квантования в КТ, или же в спиновые степени свободы электронов. В перспективе представляется возможным создание квантового компьютера на основе твердотельных наноструктур. На текущем этапе исследований стоит задача научиться управлять состояниями электронов в наноструктурах с помощью контролируемых внешних воздействий.

Отличительной чертой многих низкоразмерных объектов является определяющее влияние квантовых эффектов, в том числе интерференционных, на их характеристики. Один из ярких примеров — когерентная эволюция одноэлектронных состояний двух туннельно-связанных КТ под действием резонансного лазерного импульса. Как показано в [8,9], можно так подобрать параметры импульса (частоту, длительность, интенсивность), чтобы электрон, находившийся изначально в основном состоянии одной КТ (локализованный в этой КТ), перешел в возбужденное (делокализованное,

т. е. общее для обеих КТ) состояние, а затем в основное состояние другой КТ и остался там после прекращения действия импульса. Таким образом, возбужденный уровень выполняет функцию „транспортного уровня“. Если электронным состояниям, локализованным в разных КТ, поставить в соответствие логические переменные 0 и 1, то операция передислокации электрона между КТ отвечает квантовой логической операции NOT [8–10].

Недавно была предпринята попытка [11,12] обобщить результаты, полученные в [8] для двух КТ, на системы из большого числа КТ. Было показано, что в линейной цепочке КТ в общем случае весьма затруднительно осуществить селективный (адресный) перенос электрона между двумя произвольными КТ. Это связано с особенностями возбужденных состояний электрона в одномерной системе со свободными граничными условиями, а именно с тем, что амплитуда вероятности обнаружить электрон в той или иной КТ сильно зависит от положения КТ в цепочке.

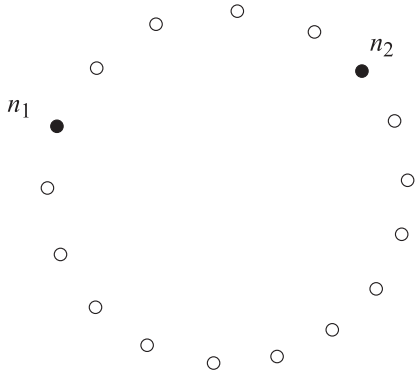
В настоящей работе показано, что селективного переноса электрона между любыми двумя КТ при воздействии на систему резонансного импульса можно добиться, расположив КТ в форме кольца и приложив локальные электростатические потенциалы на те две КТ, между которыми требуется осуществить перенос электрона. Получено аналитическое выражение для вероятности переноса, которое учитывает возможное различие параметров КТ и(или) потенциалов на них, а также влияние отстройки лазерного импульса от резонанса.

## 2. Описание модели. Постановка задачи

Рассмотрим систему, состоящую из  $N$  одинаковых КТ, образующих замкнутое кольцо (см. рис. 1). Мы предполагаем наличие в каждой КТ по крайней мере двух размерно-квантованных уровней. Один из этих уровней, имеющий энергию  $\epsilon_1$ , соответствует основному

<sup>†</sup> E-mail: opn@supercon.mephi.ru

<sup>\*†</sup> E-mail: tsukanov@ftian.oivta.ru



**Рис. 1.** Схематическое изображение квазиодномерной системы квантовых точек, образующих замкнутое кольцо. На две квантовые точки с номерами  $n_1$  и  $n_2$ , между которыми осуществляется селективный перенос электрона, подается одинаковый электростатический потенциал.

состоянию  $|1\rangle_n$  электрона, локализованному в данной КТ ( $n = 1, \dots, N$  — номер КТ). Если величина  $\varepsilon_1$  близка к минимуму потенциальной энергии электрона в области КТ, а высота и ширина потенциального барьера, разделяющего КТ, достаточно велики, то из-за сильной локализации волновых функций  $\langle \mathbf{r} | 1 \rangle_n$  в пределах соответствующих КТ волновые функции основных состояний соседних КТ практически не перекрываются, и поэтому нижний уровень энергии всей системы как целого можно в хорошем приближении считать  $N$ -кратно вырожденным по положению электрона в системе. Мы полагаем, что возбужденные уровни  $|2\rangle_n$  с энергией  $\varepsilon_2$  (не обязательно вторые по счету) в каждой КТ лежат вблизи края потенциального барьера, и поэтому волновые функции  $\langle \mathbf{r} | 2 \rangle_n$  соседних КТ перекрываются достаточно сильно, так что вследствие туннельного взаимодействия между КТ этот уровень расщепляется в подзону из  $N$  уровней, каждый из которых является делокализованным по всей системе КТ. Так как в дальнейшем будет использовано резонансное (по внешнему переменному полю) приближение, мы пренебрегаем возможным наличием в КТ других размерно-квантованных уровней, энергии которых существенно отличаются от  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , „пропуская“ эти уровни при нумерации и оставляя только те, которые находятся в резонансе или близко к нему.

Гамильтониан электрона, добавленного в зону проводимости (сверх заполненной валентной зоны) в такую систему КТ, имеет вид

$$\hat{H}_0 = \varepsilon_1 \sum_{n=1}^N \hat{a}_{1,n}^+ \hat{a}_{1,n} + \varepsilon_2 \sum_{n=1}^N \hat{a}_{2,n}^+ \hat{a}_{2,n} - V \sum_{n=1}^N (\hat{a}_{2,n+1}^+ \hat{a}_{2,n} + \text{h.c.}), \quad (1)$$

где  $\hat{a}_{1,n}^+$  ( $\hat{a}_{1,n}$ ) и  $\hat{a}_{2,n}^+$  ( $\hat{a}_{2,n}$ ) — операторы рождения (уничтожения) электрона в основном и возбужденном состоянии КТ с номером  $n$  соответственно;  $V$  — матричный

элемент туннелирования электрона между возбужденными уровнями соседних КТ (его величина может быть вычислена в каждом конкретном случае). Заметим, что  $\hat{a}_{2,N+1} = \hat{a}_{2,1}$  в силу того, что КТ образуют замкнутое кольцо, т.е., иными словами, граничные условия являются периодическими, а не свободными, как в случае одномерной цепочки КТ [11,12]. В гамильтониане (1) мы не указываем явно спиновый индекс, поскольку задача является одноэлектронной.

Пусть в начальный момент времени  $t = 0$  электрон локализован в состоянии  $|1\rangle_{n_1}$ , являющемся основным для КТ с номером  $n_1$ . Из-за слабого перекрытия волновых функций основных состояний соседних КТ время жизни электрона в состоянии  $|1\rangle_{n_1}$  в отсутствие внешнего воздействия очень велико (экспоненциально по высоте и ширине барьера между КТ). Будем считать, что это время много больше всех других характерных времен задачи, т.е. практически бесконечно. Мы хотим осуществить селективный перенос электрона в состояние  $|1\rangle_{n_2}$ , являющееся основным для КТ с номером  $n_2$ , т.е. изменить область локализации электрона в системе КТ.

Приложим к каждой из двух выделенных нами КТ одинаковые локальные электростатические потенциалы, в результате чего изменятся энергии основных и возбужденных состояний электрона в этих КТ ( $\varepsilon_1 \rightarrow \varepsilon_1 + \tilde{U}$ ,  $\varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_2 + U$ ) и гамильтониан примет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \tilde{U}(\hat{a}_{1,n_1}^+ \hat{a}_{1,n_1} + \hat{a}_{1,n_2}^+ \hat{a}_{1,n_2}) + U(\hat{a}_{2,n_1}^+ \hat{a}_{2,n_1} + \hat{a}_{2,n_2}^+ \hat{a}_{2,n_2}), \quad (2)$$

где мы для простоты пренебрегаем изменением матричных элементов  $V$  туннелирования электрона из КТ с номерами  $n_1$  и  $n_2$  в соседние с ними КТ. Это оправдано, если локальные потенциалы малы, т.е.  $|U| \ll V$ . В дальнейшем будем для определенности считать  $\tilde{U} < 0$  и  $U < 0$  (в общем случае  $\tilde{U} \neq U$ , хотя порядок этих величин одинаков). Переходя для диагонализации этого гамильтониана к операторам  $\hat{a}_k^+ = \sum_{n=1}^N C_{k,n} \hat{a}_{2,n}^+$  ( $k = 1, \dots, N$ ), получим

$$\hat{H} = \varepsilon_1 \sum_{n=1}^N \hat{a}_{1,n}^+ \hat{a}_{1,n} + \tilde{U}(\hat{a}_{1,n_1}^+ \hat{a}_{1,n_1} + \hat{a}_{1,n_2}^+ \hat{a}_{1,n_2}) + \sum_{k=1}^N E_k \hat{a}_k^+ \hat{a}_k, \quad (3)$$

где энергии  $E_k$  возбужденных делокализованных уровней и коэффициенты  $C_{k,n}$  определяются системой уравнений

$$E_k C_{k,n} = \varepsilon_1 C_{k,n} - V(C_{k,n-1} + C_{k,n+1}) + U C_{k,n}(\delta_{n_1} + \delta_{n_2}), \quad k = 1, \dots, N, \quad (4)$$

причем  $C_{k,N+1} = C_{k,1}$ . Коэффициенты  $C_{k,n}$  представляют собой амплитуды вероятности обнаружить электрон,

занимающий  $k$ -й стационарный делокализованный уровень, в возбужденном состоянии  $|2\rangle_n$ , центрированном в КТ с номером  $n$ . Они удовлетворяют условию нормировки  $\sum_{n=1}^N |C_{k,n}|^2 = 1$  при любом  $k = 1, \dots, N$ .

Разлагая  $C_{k,n}$  в ряд Фурье,

$$C_{k,n} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N C_{k,m} \exp\left(i \frac{2\pi mn}{N}\right),$$

получим из (4) следующие соотношения между  $C_{k,n_1}$  и  $C_{k,n_2}$ :

$$C_{k,n_1} = A_k C_{k,n_1} + B_k C_{k,n_2}, \quad C_{k,n_2} = B_k^* C_{k,n_1} + A_k C_{k,n_2}, \quad (5)$$

где

$$A_k = -\frac{U}{N} \sum_{m=1}^N \frac{1}{E_k - \varepsilon_2 + 2V \cos(2\pi m/N)},$$

$$B_k = -\frac{U}{N} \sum_{m=1}^N \frac{\exp[i2\pi(n_1 - n_2)m/N]}{E_k - \varepsilon_2 + 2V \cos(2\pi m/N)}. \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует, что  $|C_{k,n_1}| = |C_{k,n_2}|$  для любого уровня  $k$  из подзоны возбужденных делокализованных состояний. Это соотношение между  $C_{k,n_1}$  и  $C_{k,n_2}$  важно для дальнейшего рассмотрения. Заметим, что, поскольку коэффициенты  $C_{k,n_1}$  и  $C_{k,n_2}$  можно выбрать действительными,  $C_{k,n_1} = \pm C_{k,n_2}$ .

Поддействуем теперь на систему КТ переменным электрическим полем с напряженностью  $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \cos(\Omega t)$ , где частота  $\Omega$  близка к разности между энергией  $E_{\text{tr}}$  одного из уровней  $|\text{tr}\rangle$  подзоны возбужденных состояний (который мы будем далее называть транспортным уровнем) и энергиями  $\varepsilon_1 + \tilde{U}$  основных состояний электрона в КТ с номерами  $n_1$  и  $n_2$  (здесь и далее постоянная Планка  $\hbar = 1$ ). В резонансном приближении [8,9] гамильтониан имеет вид

$$\hat{H}(t) = \sum_{n=1}^N [\varepsilon_1 + \tilde{U}(\delta_{n_1} + \delta_{n_2})] \hat{a}_{1,n}^+ \hat{a}_{1,n} + E_{\text{tr}} \hat{a}_{\text{tr}}^+ \hat{a}_{\text{tr}}$$

$$- (e/m^*c) \mathbf{A}(t) \sum_{n=1}^N (\mathbf{p}_n \hat{a}_{\text{tr}}^+ \hat{a}_{1,n} + \text{h.c.})$$

$$= \sum_{n=1}^N [\varepsilon_1 + \tilde{U}(\delta_{n_1} + \delta_{n_2})] \hat{a}_{1,n}^+ \hat{a}_{1,n} + E_{\text{tr}} \hat{a}_{\text{tr}}^+ \hat{a}_{\text{tr}}$$

$$- \left\{ \frac{1}{2} \exp(-i\Omega t) \sum_{n=1}^N \lambda_n \hat{a}_{\text{tr}}^+ \hat{a}_{1,n} + \text{h.c.} \right\}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{p}_n = \langle \text{tr} | \hat{\mathbf{p}} | 1 \rangle_n$  — матричные элементы оператора импульса;  $\mathbf{A}(t)$  — вектор-потенциал (мы используем лоренцевскую калибровку с нулевым скалярным потенциалом и пренебрегаем слагаемым, квадратичным по вектор-потенциалу),  $m^*$  — эффективная масса электрона. В (7) мы ввели обозначение  $\lambda_n = -(ie/m^*\Omega) \mathbf{E}_0 \mathbf{p}_n$ ,

используя известную связь между вектор-потенциалом и напряженностью электрического поля с частотой  $\Omega$  и амплитудой  $\mathbf{E}_0$ .

Укажем соотношение между величинами  $\lambda_n$  и коэффициентами  $C_{\text{tr},n}$  в разложении делокализованного транспортного состояния  $|\text{tr}\rangle = \sum_{n=1}^N C_{\text{tr},n} |2\rangle_n$  по состояниям  $|2\rangle_n$ . Из определений  $\lambda_n$  и  $\mathbf{p}_n$  имеем

$$\lambda_n = -(ie/m^*\Omega) \mathbf{E}_0 \sum_{n'}^N C_{\text{tr},n'}^* \langle 2 | \hat{\mathbf{p}} | 1 \rangle_n. \quad (8)$$

В силу того, что волновые функции  $\langle \mathbf{r} | 2 \rangle_n$  возбужденных состояний КТ центрированы в окрестности соответствующих КТ, а волновые функции  $\langle \mathbf{r} | 1 \rangle_n$  основных состояний сильно локализованы в КТ, можно считать  $n' \langle 2 | \hat{\mathbf{p}} | 1 \rangle_n = n \langle 2 | \hat{\mathbf{p}} | 1 \rangle_n \delta_{nn'}$ , поэтому из (8) получим  $\lambda_n = \lambda C_{\text{tr},n}$ , где  $\lambda = -(ie/m^*\Omega) \mathbf{E}_0 \mathbf{p}$  и  $\mathbf{p} = n \langle 2 | \hat{\mathbf{p}} | 1 \rangle_n$ .

Следует отметить, что  $\mathbf{p} \neq 0$  (т.е.  $\lambda \neq 0$ ) лишь при определенном соотношении между симметриями волновых функций  $\langle \mathbf{r} | 1 \rangle_n$  и  $\langle \mathbf{r} | 2 \rangle_n$ . Например,  $\mathbf{p} = 0$ , если обе эти функции имеют  $s$ -симметрию, тогда как  $\mathbf{p} \neq 0$ , если одна из них имеет  $s$ -симметрию, а другая  $p$ -симметрию. Кроме того, для того чтобы величина  $\lambda$  не зависела от  $n$  (это нужно для выполнения условия  $|\lambda_{n_1}| = |\lambda_{n_2}|$ , которое вытекает из полученного выше равенства  $|C_{\text{tr},n_1}| = |C_{\text{tr},n_2}|$  и, как впоследствии покажем, требуется для увеличения вероятности селективного переноса электрона между КТ), необходимо, чтобы вектор  $\mathbf{p}$  (а не только его модуль) не зависел от  $n$ . Так будет, если, например, функции  $\langle \mathbf{r} | 1 \rangle_n$  имеют  $s$ -симметрию, а функции  $\langle \mathbf{r} | 2 \rangle_n$   $p_z$ -симметрию, где ось  $z$  направлена перпендикулярно плоскости, в которой находится кольцо из КТ — см. рис. 1 (естественно, что при такой симметрии функций  $\langle \mathbf{r} | 2 \rangle_n$  для выполнения условия  $\lambda \neq 0$  необходимо, чтобы вектор  $\mathbf{E}_0$  имел ненулевую компоненту вдоль оси  $z$ ).

В резонансном приближении эволюция вектора состояния электрона

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=1}^N B_n(t) \exp\left\{-i[\varepsilon_1 + \tilde{U}(\delta_{n_1} + \delta_{n_2})]t\right\} |1\rangle_n$$

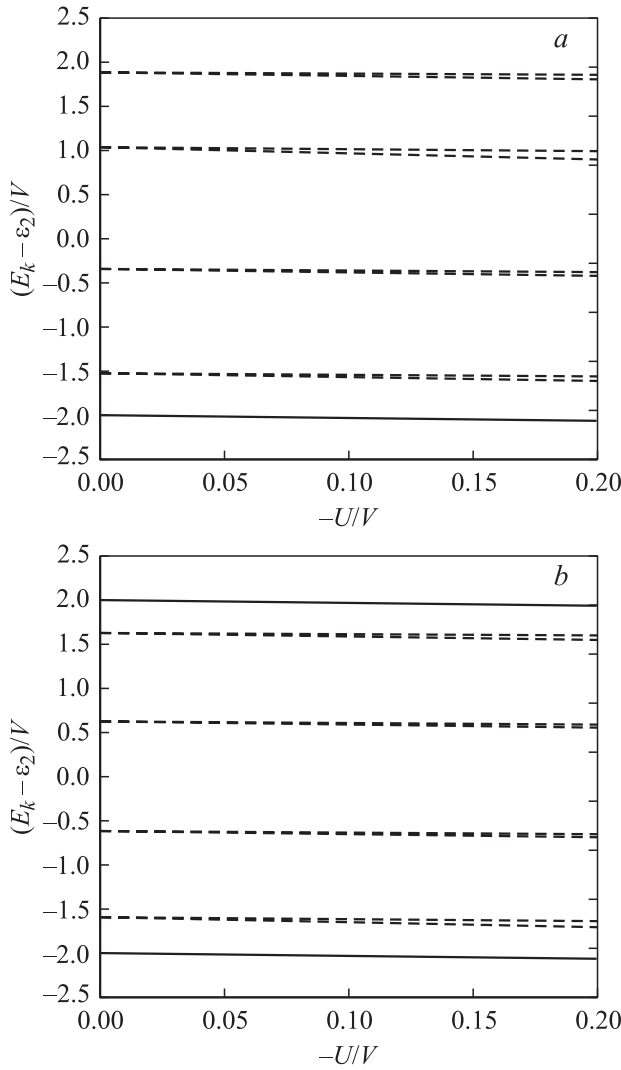
$$+ B_{\text{tr}}(t) \exp(-iE_{\text{tr}}t) |\text{tr}\rangle \quad (9)$$

во времени  $t$  описывается нестационарным уравнением Шредингера

$$i \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}(t) |\Psi(t)\rangle \quad (10)$$

с гамильтонианом (7). Согласно сказанному выше, начальные условия имеют вид  $B_n(0) = \delta_{n_1}$ ,  $B_{\text{tr}}(0) = 0$ . Наша задача заключается в том, чтобы вычислить  $B_n(t)$ ,  $B_{\text{tr}}(t)$  как функции  $t$  и тем самым найти  $|\Psi(t)\rangle$ . При этом величины  $p_n(t) = |B_n(t)|^2$  представляют собой вероятности обнаружить электрон в основном состоянии КТ с номером  $n$  в момент времени  $t$ .

В качестве транспортного уровня  $|\text{tr}\rangle$  мы выбираем нижний уровень подзоны возбужденных состояний.



**Рис. 2.** Типичные зависимости энергий  $E_k$  уровней подзоны делокализованных состояний в системе из  $N$  квантовых точек от добавки  $U$  к энергиям  $\varepsilon_2$  возбужденных уровней двух квантовых точек с номерами  $n_1$  и  $n_2$ . Все энергии даны в единицах матричного элемента  $V$  туннелирования электрона между возбужденными уровнями двух соседних квантовых точек. *a:*  $N = 9$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 4$ ; *b:*  $N = 10$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 5$ . Сплошные и штриховые линии отвечают соответственно невырожденным и вырожденным при  $U = 0$  состояниям.

Такой выбор обусловлен следующими соображениями. Во-первых, поскольку энергии  $\varepsilon_2$  возбужденных состояний КТ близки к краю потенциального барьера, часть верхних уровней подзоны может принадлежать непрерывному спектру, тогда как энергия нижнего уровня подзоны становится меньше  $\varepsilon_2$ , т.е. соответствующая волновая функция остается локализованной в системе КТ (хотя и делокализованной между разными КТ — в отличие от волновых функций основных состояний КТ). Во-вторых, нижний уровень подзоны при  $U = 0$  не вырожден для любых  $N$  и остается таковым при  $U \neq 0$ , тогда как возбужденные уровни подзоны при  $U = 0$  раз-

биваются на пары вырожденных уровней (исключение составляет верхний уровень, но лишь для четных  $N$ ). При  $U \neq 0$  вырождение снимается (см. рис. 2), но расстояние между уровнями в образовавшихся дублетах мало, поэтому выбор любого, кроме нижнего, уровня в качестве транспортного затрудняет настройку лазерного импульса в резонанс с этим уровнем.

### 3. Результаты и их обсуждение

Определим резонансную частоту и отстройку от резонанса как  $\Omega_r = E_{\text{tr}} - (\varepsilon_1 + \tilde{U})$  и  $\delta = \Omega - \Omega_r$  соответственно. Из (7), (9), (10) получим систему дифференциальных уравнений для определения коэффициентов  $B_n(t)$  и  $B_{\text{tr}}(t)$ :

$$\begin{aligned} \dot{B}_n(t) &= i \frac{1}{2} \lambda_n^* B_{\text{tr}}(t) \exp\{i[\delta - \tilde{U}(1 - \delta_{m_1} - \delta_{m_2})]t\}, \\ n &= 1, \dots, N, \\ \dot{B}_{\text{tr}}(t) &= i \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \lambda_n B_n(t) \exp\{-i[\delta - \tilde{U}(1 - \delta_{m_1} - \delta_{m_2})]t\}, \end{aligned} \quad (11)$$

где точки над  $B_n(t)$  и  $B_{\text{tr}}(t)$  означают частные производные по времени, и мы учли, что состояния  $|1\rangle_n$  и  $|\text{tr}\rangle$  являются собственными состояниями стационарного уравнения Шредингера с собственными значениями  $\varepsilon_1 + \tilde{U}(\delta_{m_1} + \delta_{m_2})$  и  $E_{\text{tr}}$  соответственно.

Так как сдвиг  $\tilde{U}$  энергетических уровней КТ при наличии на них локальных потенциалов имеет конечную величину, а отстройка  $\delta$  от резонанса мала (в идеальном случае  $\delta = 0$ ), можно считать  $|\delta| \ll |\tilde{U}|$ . Кроме того, мы будем полагать  $|\delta| \ll |\lambda|$  и  $|\lambda| \ll |\tilde{U}|$ , так что  $|\delta| \ll |\lambda| \ll |\tilde{U}|$ . Тогда, как следует из (11), характерное время  $\sim 1/|\lambda|$  изменения коэффициентов  $B_{n_1}(t)$ ,  $B_{n_2}(t)$  и  $B_{\text{tr}}(t)$  много больше времени  $\sim 1/|\tilde{U}|$  изменения коэффициентов  $B_n(t)$  с  $n \neq n_1, n_2$ . При этом  $|B_{n \neq n_1, n_2}| \sim (|\lambda|/|\tilde{U}|)|B_{n=n_1, n_2}| \ll |B_{n=n_1, n_2}|$ . Поэтому в (11) при суммировании по  $n$  достаточно ограничиться слагаемыми с  $n = n_1$  и  $n = n_2$  (более строгое условие применимости этого приближения будет получено далее):

$$\begin{cases} \dot{B}_{n_1}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}^*}{2} B_{\text{tr}}(t) \exp(i\delta t), \\ \dot{B}_{n_2}(t) = i \frac{\lambda_{n_2}^*}{2} B_{\text{tr}}(t) \exp(i\delta t), \\ \dot{B}_{\text{tr}}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}}{2} B_{n_1}(t) \exp(-i\delta t) + i \frac{\lambda_{n_2}}{2} B_{n_2}(t) \exp(-i\delta t), \end{cases} \quad (12)$$

$$\dot{B}_{n \neq n_1, n_2}(t) = i \frac{\lambda_n^*}{2} B_{\text{tr}}(t) \exp[i(\delta - \tilde{U})t]. \quad (13)$$

Таким образом, задача о динамике  $(N + 1)$ -уровневой квантовой системы сводится к задаче о динамике 3-уровневой системы, поскольку в резонансных (или близких к ним) условиях задействованными оказываются лишь состояния  $|1\rangle_{n_1}$ ,  $|1\rangle_{n_2}$  и  $|\text{tr}\rangle$ . Эта задача решена нами в [8] для случая  $\delta \neq 0$ ,  $|\lambda_{n_1}| = |\lambda_{n_2}|$  и в [9] для случая

$\delta \neq 0$ ,  $|\lambda_{n_1}| \neq |\lambda_{n_2}|$ . Приведенные в [8,9] формулы для вероятностей  $p_n(t)$  нахождения электрона на каждом из трех указанных уровней могут быть непосредственно использованы и для рассматриваемой здесь задачи. При этом оказывается [9], что при  $\delta = 0$  вероятность переноса электрона между КТ есть

$$p_{n_2}(t) = \left( \frac{2|\lambda_{n_1}| \cdot |\lambda_{n_2}|}{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2} \right)^2 \sin^4(\omega_R t), \quad (14)$$

где  $\omega_R = \sqrt{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2}/4$ , т.е. селективный перенос электрона между КТ имеет место за время  $T = \pi/2\omega_R$ , если  $|\lambda_{n_1}| = |\lambda_{n_2}|$ . Отличия  $\delta$  от нуля и  $|\lambda_{n_1}|$  от  $|\lambda_{n_2}|$  приводят к уменьшению  $p_{n_2}(t)$  на величину  $[(|\lambda_{n_1}| - |\lambda_{n_2}|)^2 + (\pi^2/8)\delta^2]/|\lambda_{n_1}|^2$ .

В настоящей работе мы учитываем также возможность (обусловленного технологическими причинами) различия локальных потенциалов на двух выделенных КТ (или, что то же самое, — небольшого различия формы и размеров КТ, которое приводит к различию их энергетических уровней и волновых функций [9]). Мы полагаем, что  $U_{n_1} \neq U_{n_2}$  и  $\tilde{U}_{n_1} \neq \tilde{U}_{n_2}$ , вследствие чего уравнения (12) и (13) принимают вид:

$$\begin{cases} \dot{B}_{n_1}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}^*}{2} B_{\text{tr}}(t) \exp(i\delta t), \\ \dot{B}_{n_2}(t) = i \frac{\lambda_{n_2}^*}{2} B_{\text{tr}}(t) \exp[i(\delta - \Delta\varepsilon)t], \\ \dot{B}_{\text{tr}}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}}{2} B_{n_1}(t) \exp(-i\delta t) \\ \quad + i \frac{\lambda_{n_2}}{2} B_{n_2}(t) \exp[-i(\delta - \Delta\varepsilon)t], \end{cases} \quad (15)$$

$$\dot{B}_{n \neq n_1, n_2}(t) = i \frac{\lambda_n^*}{2} B_{\text{tr}}(t) \exp[i(\delta - \tilde{U}_{n_1})t], \quad (16)$$

где теперь  $\Omega_r = E_{\text{tr}} - (\varepsilon_1 + \tilde{U}_{n_1})$  и мы ввели обозначение  $\Delta\varepsilon = \tilde{U}_{n_1} - \tilde{U}_{n_2}$  для разности энергий нижних уровней КТ с номерами  $n_1$  и  $n_2$ .

Переходя от  $B_{n_1}(t)$ ,  $B_{n_2}(t)$  и  $B_{\text{tr}}(t)$  к величинам  $\tilde{B}_{n_1}(t)$ ,  $\tilde{B}_{n_2}(t)$  и  $\tilde{B}_{\text{tr}}(t)$ , определяемым посредством соотношений

$$\begin{cases} B_{n_1}(t) = \tilde{B}_{n_1}(t) \exp\left(i \frac{\Delta\varepsilon}{2} t\right), \\ B_{n_2}(t) = \tilde{B}_{n_2}(t) \exp\left(-i \frac{\Delta\varepsilon}{2} t\right), \\ B_{\text{tr}}(t) = \tilde{B}_{\text{tr}}(t) \exp\left(-i\left(\delta - \frac{\Delta\varepsilon}{2}\right)t\right), \end{cases} \quad (17)$$

получим из (15):

$$\begin{cases} \dot{\tilde{B}}_{n_1}(t) + i \frac{\Delta\varepsilon}{2} \tilde{B}_{n_1}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}^*}{2} \tilde{B}_{\text{tr}}(t), \\ \dot{\tilde{B}}_{n_2}(t) - i \frac{\Delta\varepsilon}{2} \tilde{B}_{n_2}(t) = i \frac{\lambda_{n_2}^*}{2} \tilde{B}_{\text{tr}}(t), \\ \dot{\tilde{B}}_{\text{tr}}(t) - i\left(\delta - \frac{\Delta\varepsilon}{2}\right) \tilde{B}_{\text{tr}}(t) = i \frac{\lambda_{n_1}}{2} \tilde{B}_{n_1}(t) + i \frac{\lambda_{n_2}}{2} \tilde{B}_{n_2}(t). \end{cases} \quad (18)$$

Выражая  $\tilde{B}_{n_1}(t)$  через  $\tilde{B}_{n_2}(t)$ ,  $\tilde{B}_{\text{tr}}(t)$  и  $\dot{\tilde{B}}_{\text{tr}}(t)$ , а  $\tilde{B}_{\text{tr}}(t)$  через  $\tilde{B}_{n_2}(t)$  и  $\dot{\tilde{B}}_{n_2}(t)$  из третьего и второго уравнения системы (18) соответственно и подставляя получающиеся

выражения в первое уравнение этой системы, получим уравнение для  $\tilde{B}_{n_2}(t)$ :

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{B}}_{n_2}(t) - i(\delta - \Delta\varepsilon/2)\dot{\tilde{B}}_{n_2}(t) \\ + \left[ \frac{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2}{4} + \left(\frac{\Delta\varepsilon}{2}\right)^2 \right] \dot{\tilde{B}}_{n_2}(t) \\ - \frac{\Delta\varepsilon}{2} \left[ \frac{|\lambda_{n_1}|^2 - |\lambda_{n_2}|^2}{4} + \frac{(\delta - \Delta\varepsilon/2)\Delta\varepsilon}{2} \right] \tilde{B}_{n_2}(t) = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Учитывая, что  $B_{n_1}(0) = 1$ ,  $B_{n_2}(0) = B_{\text{tr}}(0) = 0$ , из (17) и (18) найдем начальные условия:  $\tilde{B}_{n_2}(0) = \dot{\tilde{B}}_{n_2}(0) = 0$ ,  $\tilde{B}_{n_2}^*(0) = -\lambda_{n_1}\lambda_{n_2}^*/4$ .

Уравнение (19) допускает точное решение. Оно, однако, очень громоздко, поскольку включает в себя корни алгебраического уравнения третьей степени. Поэтому мы приводим решение для наиболее интересного случая  $|\delta|/|\lambda|$ ,  $|\Delta\varepsilon|/|\lambda|$ ,  $|\Delta\lambda|/|\lambda| \ll 1$  с точностью до квадратичных по этим малым параметрам слагаемых включительно (здесь  $\Delta\lambda = |\lambda_{n_1}| - |\lambda_{n_2}|$ ):

$$\begin{aligned} B_{n_2}(t) = - \frac{\lambda_{n_1}\lambda_{n_2}^*}{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2 + (\Delta\varepsilon)^2} \exp\left(-i \frac{\Delta\varepsilon|\lambda_{n_2}|^2}{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2} t\right) \\ \times \left\{ 1 - \left[ \cos(2\omega_R t) - i \frac{\tilde{\delta}}{4\omega_R} \sin(2\omega_R t) \right] \exp\left(i \frac{\tilde{\delta}t}{2}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{\delta} = \delta - \frac{\Delta\varepsilon}{2} + \frac{3}{2} \Delta\varepsilon \frac{|\lambda_{n_2}|^2 - |\lambda_{n_1}|^2}{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2}, \\ \omega_R = \frac{1}{4} \sqrt{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2 + \tilde{\delta}^2 + (\Delta\varepsilon)^2}. \end{aligned}$$

Для вероятности перехода электрона между КТ получим:

$$\begin{aligned} p_{n_2}(t) = |B_{n_2}(t)|^2 \\ = \left( \frac{2|\lambda_{n_1}| \cdot |\lambda_{n_2}|}{|\lambda_{n_1}|^2 + |\lambda_{n_2}|^2} \right)^2 \left[ \sin^4(\omega_R t) + \sin^2\left(\frac{\tilde{\delta}t}{4}\right) \cos(2\omega_R t) \right. \\ \left. + \frac{\tilde{\delta}^2}{64\omega_R^2} \sin^2(2\omega_R t) - \frac{\tilde{\delta}}{8\omega_R} \sin\left(\frac{\tilde{\delta}t}{2}\right) \sin(2\omega_R t) \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

При  $\Delta\varepsilon = 0$  это выражение совпадает с полученным нами ранее [9] для наноструктуры из двух КТ. Его анализ показывает, что при  $|\delta|/|\lambda|$ ,  $|\Delta\varepsilon|/|\lambda|$ ,  $|\Delta\lambda|/|\lambda| \ll 1$  максимальное значение

$$p_{n_2}^{\text{max}} \approx 1 - [(\Delta\lambda)^2 + (\Delta\varepsilon)^2 + (\pi^2/8)(\delta - \Delta\varepsilon/2)^2]/|\lambda|^2 \quad (22)$$

достигается при  $T = \pi/2\omega_R$ , как в случае  $\Delta\varepsilon = 0$  [9].

Если в начальный момент времени амплитуды вероятности нахождения электрона в КТ с номерами  $n_1$  и  $n_2$  имеют произвольные значения  $B_{n_1}(0) = \alpha$  и  $B_{n_2}(0) = \beta$  (но такие, что  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ ,

т.е.  $B_{n \neq n_1, n_2}(0) = B_{\text{tr}}(0) = 0$ ), то для „идеальной структуры“ ( $\Delta\varepsilon = \Delta\lambda = 0$ ) и при строгом резонансе ( $\delta = 0$ ) получим  $B_{n_1}(T) = -\beta$  и  $B_{n_2}(T) = -\alpha$ . Таким образом, если локализованные в разных КТ состояния электрона  $|1\rangle_{n_1}$  и  $|1\rangle_{n_2}$  рассматривать как булевы состояния  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  соответственно, так что их линейная комбинация представляет собой квантовый бит (кубит), воздействие резонансного импульса длительностью  $T$  эквивалентно осуществлению унитарной квантовой операции NOT с одновременным изменением общей фазы кубита на  $\pi$ :

$$\hat{U}_{\text{ideal}}(T) |\Psi(0)\rangle = \hat{U}_{\text{ideal}}(T) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = |\Psi(T)\rangle = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix} \exp(i\pi). \quad (23)$$

При ненулевых значениях параметров  $\delta$ ,  $\Delta\varepsilon$ ,  $\Delta\lambda$  точность выполнения (fidelity) этой операции  $F = |\langle \hat{U}_{\text{ideal}}(T) \Psi(0) | \hat{U}(T) \Psi(0) \rangle|^2 = |-\beta^* B_{n_1}(T) - \alpha^* B_{n_2}(T)|^2$  отличается от единицы в меру малости  $|\delta|/|\lambda|$ ,  $|\Delta\varepsilon|/|\lambda|$ ,  $|\Delta\lambda|/|\lambda|$ .

Обсудим теперь более детально условие применимости сделанного выше приближения, согласно которому в уравнении (11) для  $B_{\text{tr}}(t)$  мы пренебрегли слагаемыми с  $B_{n \neq n_1, n_2}(t)$ . Подставляя выражение  $B_{\text{tr}}(t) = i(\lambda_{n_1}/4\omega_R) \sin(2\omega_R t)$ , получающееся из (18) при  $\delta = \Delta\varepsilon = \Delta\lambda = 0$ , в уравнение (16) и полагая  $\tilde{U}_{n_1} = \tilde{U}_{n_2} = \tilde{U}$ , найдем при  $|\tilde{U}| \gg |\lambda|$  с учетом начальных условий  $B_{n \neq n_1, n_2}(0) = 0$ :

$$B_{n \neq n_1, n_2}(t) \approx -i \frac{\lambda_{n_1} \lambda_n^*}{8\omega_R \tilde{U}} \sin(2\omega_R t) \exp(-i\tilde{U}t). \quad (24)$$

Вспоминая, что  $\lambda_n = \lambda C_{\text{tr},n}$ , где  $C_{\text{tr},n}$  — коэффициенты в разложении делокализованного транспортного состояния  $|\text{tr}\rangle$  по возбужденным состояниям  $|2\rangle_n$  электрона в разных КТ, и учитывая, что  $|C_{\text{tr},n_1}| \approx |C_{\text{tr},n_2}|$  при  $U_{n_1} \approx U_{n_2}$ , получим

$$|C_{\text{tr},n_1}| \frac{|\tilde{U}|}{|\lambda|} \gg \sum_{n \neq n_1, n_2}^N |C_{\text{tr},n}|^2. \quad (25)$$

При достаточно большом числе  $N \gg 1$  квантовых точек в структуре и  $|\tilde{U}| \ll V$  имеем  $|C_{\text{tr},n_1}| \approx N^{-1/2}$  и  $\sum_{n \neq n_1, n_2}^N |C_{\text{tr},n}|^2 \approx 1$ . Поэтому условие (25) принимает вид

$$|\tilde{U}|/|\lambda| \gg N^{1/2}, \quad (26)$$

что накладывает жесткое ограничение на различие  $\tilde{U}_{n_1}$  и  $\tilde{U}_{n_2}$ , обусловленное возможным различием размеров квантовых точек [9] и(или) приложенных к ним потенциалов. Действительно, для того чтобы вероятность селективного переноса электрона была близка к единице, необходимо, чтобы  $|\Delta\varepsilon| = |\tilde{U}_{n_1} - \tilde{U}_{n_2}| \ll |\lambda|$  (см. (22)). Однако тогда из (26) следует, что даже при  $N \sim 10$  величины  $\tilde{U}_{n_1}$  и  $\tilde{U}_{n_2}$  должны совпадать с точностью  $\sim 1\%$ . Это, а также необходимость выполнения условия  $|\Delta\lambda|/|\lambda| \ll 1$  (см. (22)) говорит о том, что КТ должны быть практически идентичны.

На современном технологическом уровне представляется весьма проблематичным изготовить структуру из большого количества почти одинаковых КТ, расположенных друг относительно друга регулярным образом. В этой связи стоит упомянуть другую физическую структуру, в которой возможна реализация изученного в настоящей работе эффекта, а именно — систему донорных атомов фосфора в кремнии [13,14]. Методика контролируемой имплантации атомов фосфора в кремний [14] позволяет изготовить достаточно сложные конфигурации, в которых доноры фосфора, аналогично КТ, играют роль центров локализации электрона. Все „естественные“ атомы, в отличие от „искусственных“ (КТ), одинаковы, а влияние различий, обусловленных искажением матрицы при имплантации, можно свести к минимуму путем, например, соответствующего отжига. Если в системе из  $N$  донорных атомов  $N-1$  ионизованы, то состояние оставшегося электрона описывается в рамках одночастичной модели, рассмотренной в настоящей работе.

Так как изменение электронных состояний под воздействием внешнего импульса происходит не в пустом пространстве, а в твердом теле, неизбежные взаимодействия электрона с его окружением могут приводить к нарушению унитарной эволюции этих состояний. В частности, существенную роль играют процессы релаксации и дефазировки, обусловленные взаимодействием электрона с акустическими фононами [15]. Это накладывает существенные ограничения на параметры структуры и материалов, используемых для ее изготовления. Детальное обсуждение эффектов потери когерентности в рассмотренной нами структуре выходит за рамки данной статьи.

## 4. Заключение

В настоящей работе рассмотрена одноэлектронная модель наноструктуры на основе туннельно-связанных квантовых точек и изучен эффект селективного резонансного переноса электрона между двумя произвольными квантовыми точками под действием лазерного импульса. Найдены зависимости амплитуд вероятностей нахождения электрона в основных состояниях этих квантовых точек от времени, а также от параметров структуры и импульса. Показано, что вероятность обнаружить систему в основном состоянии второй квантовой точки может быть близка к единице. Если рассматривать локализованные в различных квантовых точках состояния электрона как логические 0 и 1, то воздействие резонансного импульса на произвольную линейную суперпозицию таких состояний (кубит) эквивалентно осуществлению квантовой операции NOT с одновременным изменением общей фазы на  $\pi$ .

Нам представляется, что предложенная в настоящей работе схема селективного переноса электрона с использованием делокализованного между квантовыми

точками „транспортного“ уровня имеет преимущества перед обсуждавшейся в литературе [16] схемой последовательного перемещения электрона между соседними КТ, поскольку позволяет выполнить операцию „за один шаг“. Все полученные в данной работе результаты в равной мере могут быть использованы для описания поведения электронов в системе донорных атомов фосфора в кремнии, а также в других системах подобного рода, в которых имеется большое количество регулярным образом расположенных центров локализации электрона (например, атомов на поверхности).

Авторы признательны К.А. Валиеву за внимание к работе и С.А. Дубовису за помощь на начальном этапе.

## Список литературы

- [1] D.M. Eigler, E.K. Schweizer. *Nature*, **344**, 524 (1990).
- [2] J.P. Dowling, G.J. Milburn. LANL E-print, quant-ph/0206091 (2002).
- [3] L. Jacak, P. Hawrylak, A. Wójs. *Quantum dots* (Berlin, Springer, 1998).
- [4] A. Barenco, D. Deutsch, A. Ekert. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 4083 (1995).
- [5] D. Loss, D. DiVincenzo. *Phys. Rev. A*, **57**, 120 (1998).
- [6] M.S. Sherwin, A. Imamoglu, T. Montroy. *Phys. Rev. A*, **60**, 3508 (1999).
- [7] X.-Q. Li, Y. Arakawa. *Phys. Rev. A*, **63**, 012 302 (2000).
- [8] L.A. Openov. *Phys. Rev. B*, **60**, 8798 (1999).
- [9] A.B. Цуканов, Л.А. Опенев. *ФТП*, **38**, 94 (2004).
- [10] J.H. Oh, D. Ahn, S.W. Hwang. *Phys. Rev. A*, **62**, 052 306 (2000).
- [11] A.A. Larionov. *Quant. computers and computing*, **3**, 46 (2002).
- [12] A.V. Tsukanov. *Quant. computers and computing*, **3**, 92 (2002).
- [13] L.C.L. Hollenberg, A.S. Dzurak, C. Wellard, A.R. Hamilton, D.J. Reilly, G.J. Milburn, R.G. Clark. *Phys. Rev. B*, **69**, 113 301 (2004).
- [14] A.S. Dzurak, L.C.L. Hollenberg, D.N. Jamieson, F.E. Stanley, C. Yang, T.M. Buhler, V. Chan, D.J. Reilly, C. Wellard, A.R. Hamilton, C.I. Pakes, A.G. Ferguson, E. Gauja, S. Praver, G.J. Milburn, R.G. Clark. LANL E-print, cond-mat/0306265 (2003).
- [15] L. Fedichkin, A. Fedorov. *Phys. Rev. A*, **69**, 032 311 (2004).
- [16] J.M. Villas-Boas, Sergio E. Ulloa, Nelson Studart. LANL E-print, quant-ph/0403447 (2004).

Редактор Л.В. Шаронова

## The selective electron transfer between the quantum dots under a resonant pulse

L.A. Openov, A.V. Tsukanov\*

Moscow Engineering Physics Institute  
(State University),  
115409 Moscow, Russia  
\* Institute of Physics and Technology,  
Russian Academy of Sciences,  
117218 Moscow, Russia

**Abstract** The coherent quantum dynamics of an electron in the quantum-dot ring structure under a resonant electromagnetic pulse is studied theoretically. A possibility has been shown of the selective electron transfer between any two quantum dots. The transfer probability as a function of the dot and pulse parameters is found. It is shown that it can be close to unity. The factors lowering the transfer probability in the real system are discussed. The results obtained may be employed in developing novel nanoelectronic devices for processing the quantum bits.