

05.5

## Узкоперестраиваемый кубит-трансмон с оптимизированной формой шунтирующей емкости

© Е.Ю. Егорова<sup>1–3</sup>, А.С. Казьмина<sup>1–3</sup>, И.Н. Москаленко<sup>2</sup><sup>1</sup> Российский квантовый центр, Москва, Россия<sup>2</sup> Национальный исследовательский технологический университет „МИСиС“, Москва, Россия<sup>3</sup> Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Московская обл., Россия

E-mail: yelena.egorova@phystech.edu

Поступило в Редакцию 18 сентября 2023 г.

В окончательной редакции 10 ноября 2023 г.

Принято к публикации 10 ноября 2023 г.

Предложена оптимизированная топология трансмона для использования в качестве базового элемента в сверхпроводниковом квантовом процессоре. Получена аналитическая формула для уровней энергии трансмона с тремя джозефсоновскими контактами. Показано, что трехконтактный трансмон позволяет получить более узкий диапазон перестройки частоты по сравнению с двухконтактным трансмоном при сопоставимых размерах джозефсоновских контактов в составе структуры, что снижает чувствительность к потоковому шуму. Проведено электромагнитное моделирование распределения электрического поля на технологических поверхностях. Показано, что круглая форма шунтирующей емкости трансмона уменьшает диэлектрические потери на интерфейсах по сравнению с наиболее распространенной крестообразной формой.

**Ключевые слова:** кубит-трансмон, джозефсоновские переходы, технологические интерфейсы.

DOI: 10.61011/PJTF.2024.04.57093.19732

Трансмоны [1] — наиболее распространенный тип кубитов в современных сверхпроводниковых схемах. На текущий момент квантовые вычисления, выполнение квантовых алгоритмов и коррекция квантовых ошибок выполняются на многокубитных схемах, состоящих из связанных друг с другом трансмонов [2,3]. За счет шунтирующей емкости в таких кубитах подавлена чувствительность к низкочастотному зарядовому шуму. Также трансмоны обладают более низкой восприимчивостью к потоковому шуму по сравнению с потоковыми кубитами [4]. Помимо этого в трансмонах нет массивов джозефсоновских контактов, требуемых при создании кубитов-флакониумов [5], что делает их относительно более простыми в изготовлении. Трансмоны обладают временами когерентности, достаточными для реализации наборов квантовых вентилей [6], используемых в алгоритмах квантовой обработки информации. Наиболее распространенный вид трансмонов — это перестраиваемый X-мон [7], имеющий крестообразную шунтирующую емкость и два джозефсоновских контакта, образующих сверхпроводящий квантовый интерферометр (СКВИД), что дает возможность перестраивать кубит по частоте.

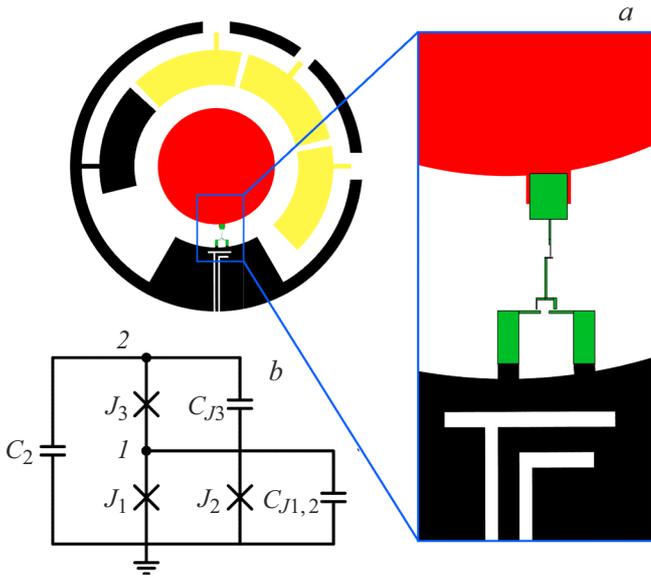
В настоящее время наиболее существенной причиной ограничения времен когерентности кубитов-трансмонов являются диэлектрические потери, связанные с двухуровневыми дефектами вблизи интерфейсов вакуум–подложка и металл–подложка, а также внутри барьера джозефсоновского контакта [8–11]. При этом в областях с высокой плотностью энергии электрического поля такие дефекты могут быть сильно связаны с

кубитом и достаточно немногочисленны, из-за чего возможно разрешить индивидуальные резонансы кубита с отдельными дефектами [12]. Важным показателем является доля участия интерфейсов, т.е. отношение энергии электрического поля в объеме, который содержит такие дефекты, к полной энергии электрического поля кубита.

Несмотря на широкий диапазон перестройки частоты трансмонов, получение высоких времен когерентности ограничено потоковым шумом. Из-за низкочастотного потокового шума высокие времена когерентности возможны лишь в экстремумах частоты как функции потока в СКВИД, где производная частоты кубита по магнитному полю равна нулю. Таким образом, кубит в первом приближении нечувствителен к потоковому шуму [13].

Таким образом, проектирование топологии кубитов-трансмонов с высокими временами когерентности требует уменьшения долей участия интерфейсов с дефектами. С другой стороны, минимальный размер джозефсоновских контактов ограничен воспроизводимостью технологии их изготовления.

В настоящей работе предложен оптимизированный кубит-трансмон с последовательно соединенными одиночным джозефсоновским контактом и СКВИД [14], а также с круглой формой шунтирующей емкости [15–17]. Топология такого кубита и его эквивалентная электрическая схема приведены на рис. 1. Круглая шунтирующая емкость  $C_2$  (красный цвет) связана с землей (черный цвет) посредством контура из трех джозефсоновских контактов  $J_1, J_2, J_3$  с собственными емкостями  $C_{J1,2}$  и



**Рис. 1.** *a* — топология трансмона с круглой шунтирующей емкостью (красный цвет). На вставке — увеличенное изображение одиночного джозефсоновского перехода, соединенного последовательно со СКВИД (зеленый цвет). На СКВИД подается внешний магнитный поток через индуктивно связанную управляющую линию (черный цвет). Желтым обозначены электроды-арки емкостной связи с другими потенциальными элементами системы. Цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи. *b* — эквивалентная электрическая схема трехконтактного трансмона. Цифрами обозначены электрические узлы цепи: 1 — узел между одиночным джозефсоновским контактом  $J_3$  с собственной емкостью  $C_{J3}$  и СКВИД с джозефсоновскими контактами  $J_1$  и  $J_2$  с суммарной емкостью  $C_{J1,2}$ , 2 — узел шунтирующей емкости  $C_2$  на землю.

$C_{J3}$  (зеленый цвет). К СКВИД трансмона подходит контролирующая линия для управления кубитом. Желтым цветом обозначены электроды емкостной связи кубита с другими возможными элементами в схеме.

Гамильтониан трехконтактного трансмона выводится из описания классической динамики электромагнитных цепей [18]:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{tr} = & 4E_C \hat{n}^2 + E_{J3}(1 - \cos \hat{\varphi}_2) + E_{J12} \cos(\pi\Phi/\Phi_0) \\ & \times \sqrt{1 + d^2 \tan^2(\pi\Phi/\Phi_0)}(1 - \cos \hat{\varphi}_1), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\hat{\varphi}_2$  — фазовый оператор на джозефсоновском переходе  $J_3$ ,  $\hat{\varphi}_1$  — фазовый оператор на джозефсоновском переходе  $J_1$ ,  $\hat{n}$  — оператор числа куперовских пар, канонически сопряженный сумме операторов  $\hat{\varphi} = \hat{\varphi}_1 + \hat{\varphi}_2$ . Здесь  $E_C$  — зарядовая энергия трансмона,  $E_{J12} = E_{J1} + E_{J2}$  — суммарная джозефсоновская энергия двух переходов в СКВИД,  $d = (E_{J2} - E_{J1})/(E_{J1} + E_{J2})$  — асимметрия СКВИД,  $\Phi$  — внешний магнитный поток в СКВИД,  $\Phi_0 = h/2e$  — квант магнитного потока.

Аналитическая формула для уровней энергии данного трансмона и его ангармонизм могут быть получены

аналогично [1] при помощи разложения косинуса в ряд Тейлора до четвертого порядка ввиду малости  $\varphi$  в режиме  $E_C/E_{J3} \ll 1$  [19]:

$$\hat{H}_{tr} = 4E_C \hat{n}^2 + \frac{1}{2} E_{J3} \hat{\varphi}^2 - \frac{1}{24} E_{J3} \hat{\varphi}^4, \quad (2)$$

где  $E_{J3} = E_{J3} \tilde{E}_{J12}/(E_{J3} + \tilde{E}_{J12})$  — линейная часть индуктивной энергии,  $E_{Jq} = (E_{J3}^4 \tilde{E}_{J12} + E_{J3} \tilde{E}_{J12}^4)/(E_{J3} + \tilde{E}_{J12})^4$  — квадратичная часть. Здесь было введено обозначение  $\tilde{E}_{J12} = E_{J12} \cos(\pi\Phi/\Phi_0) \sqrt{1 + d^2 \tan^2(\pi\Phi/\Phi_0)}$  для зависящей от внешнего магнитного потока джозефсоновской энергии СКВИД. При выводе формулы использовалось приближение для последовательного соединения одиночного джозефсоновского перехода и СКВИД, в котором токи джозефсоновских контактов раскладываются в ряд Тейлора до первой степени ввиду малости фаз контактов:  $\varphi_1 \tilde{E}_{J12} = \varphi_2 E_{J3}$ .

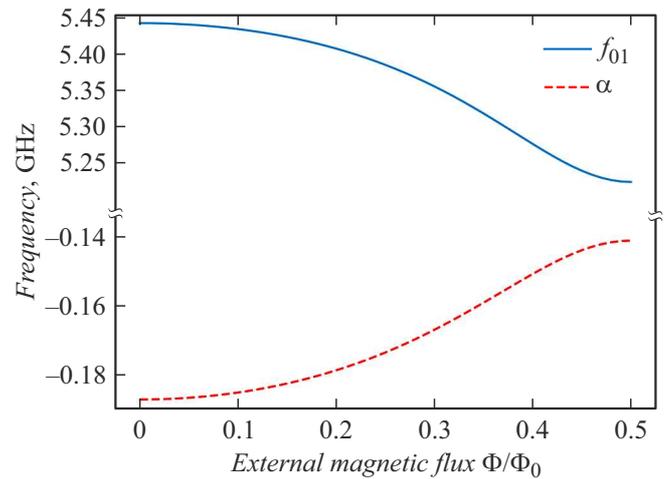
Используя первый порядок теории возмущений для данного гамильтониана, уровни энергий для трехконтактного трансмона можно записать как

$$E_m = \sqrt{8E_C E_{J3}} \left( m + \frac{1}{2} \right) - E_C \frac{E_{Jq}}{12E_{J3}} (6m^2 + 6m + 3), \quad (3)$$

что дает частоту кубита  $f_{01}$  и ангармонизм  $\alpha$  соответственно

$$f_{01} = \left( \sqrt{8E_C E_{J3}} - E_C \frac{E_{Jq}}{E_{J3}} \right) / h, \quad (4)$$

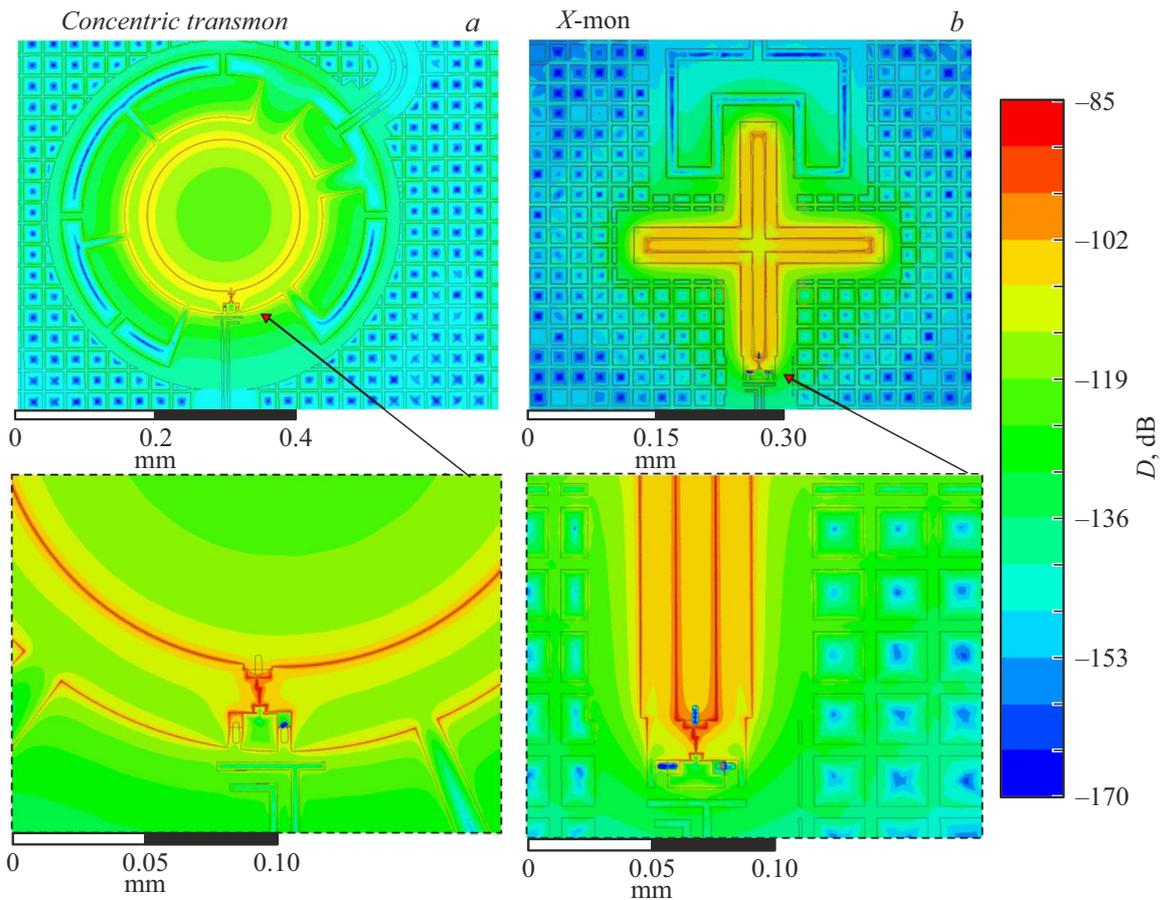
$$\alpha = E_{12} - E_{01} = -E_C \frac{E_{Jq}}{E_{J3}}. \quad (5)$$



**Рис. 2.** Частота кубита и ангармонизм в зависимости от магнитного потока в СКВИД, полученные согласно аналитическим формулам (4) и (5) для трехконтактного трансмона.

**Таблица 1.** Параметры трансмона: джозефсоновские энергии контактов и зарядовая энергия

$E_{J1}$ , GHz	$E_{J2}$ , GHz	$E_{J3}$ , GHz	$E_C$ , MHz
124.2	43.5	17.4	251



**Рис. 3.** Моделирование распределения электрического поля при помощи пакета Ansys HFSS в трансмонах с разной формой шунтирующей емкости. *a* — трансмон с круглой емкостью (концентрический трансмон), *b* — трансмон с крестообразной емкостью (X-мон). Внизу показаны увеличенные области с джозефсоновскими переходами. Цветом обозначено значение электрического смещения на поверхности ( $D$ ) в децибелах. Цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи.

На рис. 2 представлены диапазон перестройки частоты кубита и его ангармонизм согласно аналитическим формулам (4) и (5) в зависимости от внешнего магнитного потока в СКВИД. При расчете использовались данные из табл. 1. При достаточном ангармонизме диапазон перестройки частоты трехконтактного трансмона более узкий, чем у двухконтактных [20], что делает его более удобным в многокубитных схемах.

Поскольку диэлектрические потери вносят вклад в обратную добротность кубита [21], которая в свою очередь влияет на скорость релаксации кубита в силу соотношения  $\gamma_1 = \omega Q^{-1}$ , при помощи пакета Ansys HFSS были выполнены моделирование и расчет доли участия электрического поля в технологических интерфейсах для двух форм шунтирующих емкостей одинаковой величины в трансмоне.

Вклад диэлектрических потерь в добротность кубита описывается соотношением  $Q^{-1} = \sum_i p_i \tan \delta_i$ , где  $p_i$  — доля участия поверхностной энергии электрического поля на  $i$ -м технологическом интерфейсе,  $\tan \delta_i$  — тангенс угла диэлектрических потерь. Поверхностная энергия электрического поля представляется в виде интеграла

**Таблица 2.** Интегралы энергии электрического поля по поверхностям в относительных единицах, полученные в пакете Ansys HFSS (моделирование проводилось на трех типах поверхностей: ms-o — металл–подложка в основном слое фотолитографии, ms-e — металл–подложка для слоя электронной литографии, sa — поверхность кремниевой подложки)

Тип кубита	Интерфейс		
	ms-e	ms-o	sa
Концентрический трансмон	3.92	17.2	30.4
X-мон	3.61	46.9	78.9

ла энергии электрического поля по  $i$ -й поверхности  $\int |E^2| dS_i$ .

Первый тип трансмона имеет круглую емкость, второй — крестообразную. Оба кубита включают в себя три джозефсоновских контакта. В моделировании участвуют три типа интерфейсов: металл–подложка в основном слое фотолитографии (ms-o), металл–подложка для

слоя электронной литографии (ms-e) и поверхность кремниевой подложки (sa). Электронная литография предназначена для изготовления джозефсоновских переходов, имеющих размеры меньше  $1 \mu\text{m}$ . В моделировании не учитывается интерфейс металл–воздух, так как доля участия поля в нем пренебрежимо мала по отношению к интерфейсу металл–подложка [9]. Сверхпроводник моделируется как идеальный проводник, что упрощает расчет, так как вклад кинетической индуктивности не учитывается. Область симуляции ограничена до  $1 \text{mm}$  перпендикулярно поверхности подложки. Полученное распределение электрического поля показано на рис. 3, *a* и *b* для концентрического трансмона и *X*-мона соответственно. Итоговые доли участия интерфейсов приведены в табл. 2. По сравнению с *X*-моном концентрический трансмон имеет более низкую энергию в подложке (sa) и в фотолитографическом интерфейсе металл–подложка (ms-o).

Помимо минимизации диэлектрических потерь в Ansys HFSS была проведена оценка релаксации концентрического трансмона в контролирующую линию. Для этого было введено граничное условие на потоковой линии в виде согласованной нагрузки ( $50 \Omega$ ), а джозефсоновские контакты моделировались как линейризованные эквивалентные сосредоточенные индуктивности. Как и при вычислении доли участия, в данном расчете толщина кремниевой подложки и слоя воздуха над металлом составляют  $0.5 \text{mm}$ . Результаты моделирования показали, что верхний предел для времени релаксации кубита в точке с наибольшей частотой в данный канал составляет  $1.6 \text{ms}$ .

Таким образом, предложенная топология трансмона с круглой емкостью имеет ряд преимуществ по сравнению с *X*-моном, а именно узкий диапазон перестройки частоты с достаточным ангармонизмом и более низкие диэлектрические потери на технологических поверхностях.

## Благодарности

Авторы выражают благодарность И.С. Беседину и А.В. Устинову за предложенные идеи и полезные обсуждения.

## Финансирование работы

Исследование выполнено в рамках Дорожной карты развития высокотехнологичной области „Квантовые вычисления“ (договор на выполнение НИОКР № 151/21-503 от 21.12.2021 г.).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] J. Koch, T.M. Yu, J. Gambetta, A.A. Houck, D.I. Schuster, J. Majer, A. Blais, M.H. Devoret, S.M. Girvin, R.J. Schoelkopf, *Phys. Rev. A*, **76** (4), 042319 (2007). DOI: 10.1103/PhysRevA.76.042319
- [2] F. Arute, K. Arya, R. Babbush, D. Bacon, J.C. Bardin, R. Barends, R. Biswas, S. Boixo, F.G.S.L. Brandao, D.A. Buell, B. Burkett, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, R. Collins, W. Courtney, A. Dunsworth, E. Farhi, B. Foxen, A. Fowler, C. Gidney, M. Giustina, R. Graff, K. Guerin, S. Habegger, M.P. Harrigan, M.J. Hartmann, A. Ho, M. Hoffmann, T. Huang, T.S. Humble, S.V. Isakov, E. Jeffrey, Z. Jiang, D. Kafri, K. Kechedzhi, J. Kelly, P.V. Klimov, S. Knysh, A. Korotkov, F. Kostritsa, D. Landhuis, M. Lindmark, E. Lucero, D. Lyakh, S. Mandrá, J.R. McClean, M. McEwen, A. Megrant, X. Mi, K. Michielsen, M. Mohseni, J. Mutus, O. Naaman, M. Neeley, C. Neill, M.Y. Niu, E. Ostby, A. Petukhov, J.C. Platt, C. Quintana, E.G. Rieffel, P. Roushan, N.C. Rubin, D. Sank, K.J. Satzinger, V. Smelyanskiy, K.J. Sung, M.D. Trevithick, A. Vainsencher, B. Villalonga, T. White, Z.J. Yao, P. Yeh, A. Zalcman, H. Neven, J.M. Martinis, *Nature*, **574** (7779), 505 (2019). DOI: 10.1038/s41586-019-1666-5
- [3] C.K. Andersen, A. Remm, S. Lazar, S. Krinner, N. Lacroix, G.J. Norris, M. Gabureac, C. Eichler, A. Wallraff, *Nat. Phys.*, **16** (8), 875 (2020). DOI: 10.1038/s41567-020-0920-y
- [4] F. Yan, S. Gustavsson, A. Kamal, J. Birenbaum, A.P. Sears, D. Hover, T.J. Gudmundsen, D. Rosenberg, G. Samach, S. Weber, J.L. Yoder, T.P. Orlando, J. Clarke, A.J. Kerman, W.D. Oliver, *Nat. Commun.*, **7** (1), 12964 (2016). DOI: 10.1038/ncomms12964 (2016)
- [5] L.B. Nguyen, Y.-H. Lin, A. Somoroff, R. Mencia, N. Grabon, V.E. Manucharyan, *Phys. Rev. X*, **9** (4), 041041 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevX.9.041041
- [6] Z. Li, P. Liu, P. Zhao, Z. Mi, H. Xu, X. Liang, T. Su, W. Sun, G. Xue, J.-N. Zhang, W. Liu, Y. Jin, H. Yu, *Error per single-qubit gate below  $10^{-4}$  in a superconducting qubit*, arXiv:2302.08690 (2023). DOI: 10.48550/arXiv.2302.08690
- [7] R. Barends, J. Kelly, A. Megrant, D. Sank, E. Jeffrey, Y. Chen, Y. Yin, B. Chiaro, J. Mutus, C. Neill, P. O'Malley, P. Roushan, J. Wenner, T.C. White, A.N. Cleland, J.M. Martinis, *Phys. Rev. Lett.*, **111** (8), 080502 (2013). DOI: 10.1103/PhysRevLett.111.080502
- [8] C. Wang, C. Axline, Y.Y. Gao, T. Brecht, Y. Chu, L. Frunzio, M.H. Devoret, R.J. Schoelkopf, *Appl. Phys. Lett.*, **107** (16), 162601 (2015). DOI: 10.1063/1.4934486
- [9] J. Wenner, R. Barends, R.C. Bialczak, Y. Chen, J. Kelly, E. Lucero, M. Mariantoni, A. Megrant, P.J.J. O'Malley, D. Sank, A. Vainsencher, H. Wang, T.C. White, Y. Yin, J. Zhao, A.N. Cleland, J.M. Martinis, *Appl. Phys. Lett.*, **99** (11), 113513 (2011). DOI: 10.1063/1.3637047
- [10] J.M. Gambetta, C.E. Murray, Y.-K.-K. Fung, D.T. McClure, O. Dial, W. Shanks, J.W. Sleight, M. Steffen, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **27** (1), 1700205 (2017). DOI: 10.1109/TASC.2016.2629670
- [11] J.M. Martinis, K.B. Cooper, R. McDermott, M. Steffen, M. Ansmann, K.D. Osborn, K. Cicak, S. Oh, D.P. Pappas, R.W. Simmonds, C.C. Yu, *Phys. Rev. Lett.*, **95** (21), 210503 (2005). DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.210503

- [12] J. Lisenfeld, G.J. Grabovskij, C. Müller, J.H. Cole, G. Weiss, A.V. Ustinov, Nat. Commun., **6**, 6182 (2015). DOI: 10.1038/ncomms7182
- [13] J. Braumüller, L. Ding, A.P. Vepsäläinen, Y. Sung, M. Kjaergaard, T. Menke, R. Winik, D. Kim, B.M. Niedzielski, A. Melville, J.L. Yoder, C.F. Hirjibehedin, T.P. Orlando, S. Gustavsson, W.D. Oliver, Phys. Rev. Appl., **13** (5), 054079 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.13.054079
- [14] J.M. Chávez-García, F. Solgun, J.B. Hertzberg, O. Jinka, M. Brink, B. Abdo, Phys. Rev. Appl., **18** (3), 034057 (2022). DOI: 10.48550/arXiv.2203.04164
- [15] J. Braumüller, M. Sandberg, M.R. Vissers, A. Schneider, S. Schlör, L. Grünhaupt, H. Rotzinger, M. Marthaler, A. Lukashenko, A. Dieter, A.V. Ustinov, M. Weides, D.P. Pappas, Appl. Phys. Lett., **108** (3), 032601 (2016). DOI: 10.1063/1.4940230
- [16] J. Rahamim, T. Behrle, M.J. Peterer, A. Patterson, P.A. Spring, T. Tsunoda, R. Manenti, G. Tancredi, P.J. Leek, Appl. Phys. Lett., **110** (22), 222602 (2017). DOI: 10.1063/1.4984299
- [17] S.A. Caldwell, N. Didier, C.A. Ryan, E.A. Sete, A. Hudson, P. Karalekas, R. Manenti, M.P. da Silva, R. Sinclair, E. Acala, N. Alidoust, J. Angeles, A. Bestwick, M. Block, B. Bloom, A. Bradley, C. Bui, L. Capelluto, R. Chilcott, J. Cordova, G. Crossman, M. Curtis, S. Deshpande, T. El Bouayadi, D. Girshovich, S. Hong, K. Kuang, M. Lenihan, T. Manning, A. Marchenkov, J. Marshall, R. Maydra, Y. Mohan, W. O'Brien, C. Osborn, J. Otterbach, A. Papageorge, J.-P. Paquette, M. Pelstring, A. Polloreno, G. Prawiroatmodjo, V. Rawat, M. Reagor, R. Renzas, N. Rubin, D. Russell, M. Rust, D. Scarabelli, M. Scheer, M. Selvanayagam, R. Smith, A. Staley, M. Suska, N. Tezak, D.C. Thompson, T.-W. To, M. Vahidpour, N. Vodrahalli, T. Whyland, K. Yadav, W. Zeng, C. Rigetti, Phys. Rev. Appl., **10** (3), 034050 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.10.034050
- [18] U. Vool, M. Devoret, Int. J. Circuit Theory Appl., **45** (7), 897 (2017). DOI: 10.1002/cta.2359
- [19] S.M. Girvin, in *Quantum machines: measurement and control of engineered quantum systems* (Oxford University Press, 2014), p. 113–256. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780199681181.003.0003
- [20] M.D. Hutchings, J.B. Hertzberg, Y. Liu, N.T. Bronn, G.A. Keefe, M. Brink, J.M. Chow, B.L.T. Plourde, Phys. Rev. Appl., **8** (4), 044003 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.8.044003
- [21] A. Dunsworth, A. Megrant, C. Quintana, Z. Chen, R. Barends, B. Burkett, B. Foxen, Y. Chen, B. Chiaro, A. Fowler, R. Graff, E. Jeffrey, J. Kelly, E. Lucero, J.Y. Mutus, M. Neeley, C. Neill, P. Roushan, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T.C. White, J.M. Martinis, Appl. Phys. Lett., **111** (2), 022601 (2017). DOI: 10.1063/1.4993577