

01

Черенковское излучение быстрого вихря с поверхности волновода, связанного с джозефсоновским переходом

© А.С. Малишевский, С.А. Урюпин

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: malish@lebedev.ru

Поступило в Редакцию 27 июня 2023 г.

В окончательной редакции 21 октября 2023 г.

Принято к публикации 21 декабря 2023 г.

Получена система уравнений для разностей фаз сверхпроводящего параметра порядка, описывающая связанные джозефсоновский переход, волновод и полубесконечную диэлектрическую среду. Для такой слоистой структуры описано черенковское излучение быстрого вихря, испускаемое с поверхности сверхпроводящего сэндвича в диэлектрик. В такой структуре быстрый вихрь движется со скоростью, близкой к скорости Свихарта волновода, которая может значительно превышать скорость обычного джозефсоновского вихря. Определены характерные частоты излучения и радиационные потери быстрого вихря.

Ключевые слова: джозефсоновский переход, волновод, быстрый вихрь, черенковское излучение.

DOI: 10.61011/JTF.2024.02.57071.161-23

Введение

На протяжении нескольких последних десятилетий ведется поиск терагерцовых источников излучения в связи с перспективами их использования для решения целого ряда задач в фундаментальных и прикладных областях исследований. Одна из возможностей создания компактных источников терагерцового излучения связана с использованием эффекта Джозефсона. Важным достоинством таких источников является непрерывность и перестраиваемость терагерцового излучения, что ранее продемонстрировано с использованием высокотемпературных сверхпроводников BSCCO [1–3]. Излучение, генерируемое системами с джозефсоновским взаимодействием, обычно детектируется вблизи торца протяженного джозефсоновского перехода или стопки внутренних переходов, либо выводится в полосковую линию [2,4–7].

Одним из источников терагерцового излучения являются бегущие джозефсоновские вихри, испускающие электромагнитные волны вследствие эффекта Вавилова-Черенкова [8–11]. Показано, что черенковское излучение возможно со всей площади боковой поверхности слоистой структуры [12,13]. Черенковское излучение вихря во внешний диэлектрик возможно, если его скорость превышает c_m — скорость света в диэлектрике. Вместе с тем скорость вихря ограничена величиной v_S скорости Свихарта джозефсоновского перехода.

Экспериментально реализовать условия, в которых $v_S > c_m$, не просто. Обойти такое ограничение можно, если джозефсоновский переход связан с волноводом. В такой слоистой структуре возможно распространение быстрого вихря [14], скорость которого ограничена скоростью большей, чем скорость Свихарта в волноводе V_{Sw} . При этом V_{Sw} может значительно превосхо-

дить v_S . В связи с этим представляет интерес рассмотреть излучение джозефсоновского вихря, бегущего по джозефсоновскому переходу, магнитосвязанному с плоским волноводом, во внешнюю диэлектрическую среду.

Текст организован следующим образом. В разд. 1 получены основные соотношения, описывающие поля в рассматриваемой слоистой структуре, и дан вывод интегро-дифференциальных уравнений для разностей фаз сверхпроводящего параметра порядка на джозефсоновском переходе и волноводе. В разд. 2 рассмотрена ситуация, когда поле вне сэндвича определяется уходящей в глубь внешнего диэлектрика волной. Это позволило записать более простую систему дифференциальных уравнений для разностей фаз на джозефсоновском переходе и волноводе, определить области скоростей джозефсоновского и быстрого вихрей. В разд. 3 найден вектор Пойнтинга, описывающий излучение быстрого вихря. Дан анализ зависимости потерь такого вихря от его скорости. В Заключение сформулированы основные результаты работы.

1. Основные электродинамические соотношения

Рассмотрим сверхпроводящий сэндвич, занимающий полубесконечную область $x < x_s \equiv d + L_1 + 2d_w + L_2$ (рис. 1). Внутри сэндвича есть джозефсоновский переход, занимающий область $-d < x < d$, и плоский волновод, занимающий область $d + L_1 < d + L_1 + 2d_w$. Справа от сэндвича находится замедляющая среда с диэлектрической проницаемостью ϵ_m .

Изучим движение быстрого вихря в таком сэндвиче. Магнитное поле вихря имеет одну компоненту $\mathbf{H} = (0, H, 0)$, а электрическое две $\mathbf{E} = (E_x, 0, E_z)$.

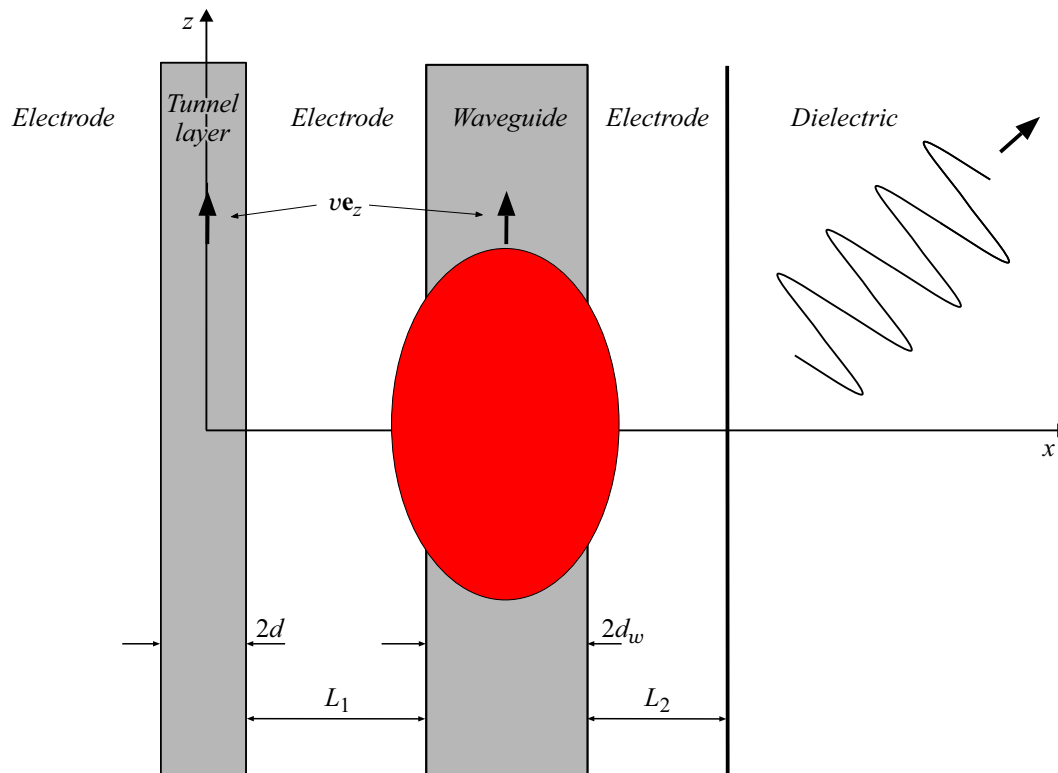


Рис. 1. Схематическое изображение сечения джозефсоновского сэндвича, магнитосвязанного с волноводом, в плоскости xOz . Эллипсом показана область, в которой в основном локализовано магнитное поле, рассматриваемого ниже быстрого вихря. Вихрь движется со скоростью ve_z . Справа от сэндвича показана электромагнитная волна, уходящая в глубь внешнего диэлектрика, занимающего область $x > x_s$

Для описания полей в такой слоистой системе необходимо изучить поля в каждом слое. При рассмотрении полей будем использовать преобразование Фурье по времени и координате z (для аргументов компонент Фурье будем использовать обозначения ω и k соответственно). Фурье-образ магнитного поля во внешнем диэлектрике находим из волнового уравнения $\Delta H - (\epsilon_m/c^2)\partial^2 H/\partial t^2 = 0$:

$$H(x, k, \omega) = H_s(k, \omega) \exp[-\kappa(x - x_s)], \quad x > x_s, \quad (1)$$

где $H_s(k, \omega) \equiv H(x_s, k, \omega)$, $\kappa \equiv \sqrt{[k^2 - \omega^2/c_m^2][\eta(c_m^2 k^2 - \omega^2) - i \operatorname{sgn} \omega \eta(\omega^2 - c_m^2 k^2)]}$, $c_m \equiv c/\sqrt{\epsilon_m}$, c — скорость света, $\eta(x)$ — функция Хэвисайда. Знак мнимой части κ отвечает волне, уходящей от сэндвича. Соотношение (1) и уравнение $\operatorname{rot} \mathbf{H} = (\epsilon_m/c)\partial \mathbf{E}/\partial t$ позволяют записать фурье-образ z -компоненты электрического поля при $x = x_s + 0$ в следующем виде:

$$E_z(x_s + 0, k, \omega) = -i \frac{c\kappa}{\epsilon_m \omega} H_s(k, \omega). \quad (2)$$

Из уравнения Лондонов $\Delta H = \lambda^{-2} H$ находим фурье-образы магнитного поля в сверхпроводящих электродах, занимающих области $d + L_1 + 2d_w < x < x_s$,

$d < x < d + L_1$ и $x < -d$ соответственно:

$$H(x, k, \omega) = \frac{1}{\sinh [L_2/\lambda(k)]} \left\{ -H_w(k, \omega) \sinh \left[\frac{x - x_s}{\lambda(k)} \right] + H_s(k, \omega) \sinh \left[\frac{x - d - L_1 - 2d_w}{\lambda(k)} \right] \right\}, \quad d + L_1 + 2d_w < x < x_s, \quad (3)$$

$$H(x, k, \omega) = \frac{1}{\sinh [L_1/\lambda(k)]} \left\{ -H_J(k, \omega) \sinh \left[\frac{x - d - L_1}{\lambda(k)} \right] + H_w(k, \omega) \sinh \left[\frac{x - d}{\lambda(k)} \right] \right\}, \quad d < x < d + L_1, \quad (4)$$

$$H(x, k, \omega) = H_J(k, \omega) \exp [(x + d)/\lambda(k)], \quad x < -d, \quad (5)$$

где $H_J(k, \omega)$ и $H_w(k, \omega)$ — фурье-образы магнитных полей внутри джозефсоновского перехода и волновода соответственно, $\lambda(k) \equiv \lambda/\sqrt{1 + \lambda^2 k^2}$, λ — лондоновская глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводящие электроды. Зависимостью магнитных полей внутри джозефсоновского перехода и волновода от координаты x пренебрегаем, считая $2d$ и $2d_w$ малыми по сравнению с характерными масштабами изменения этих полей вдоль оси Oz .

Используя уравнение $\Delta \mathbf{E} = (\lambda^2/c) \text{rot } \partial \mathbf{H} / \partial t$ и соотношения (3)–(5), находим фурье-образы z -компоненты электрического поля на границах сверхпроводников:

$$E_z(x_s - 0, k, \omega) = i \frac{\omega \lambda^2}{c \lambda(k)} \times \frac{H_w(k, \omega) - H_s(k, \omega) \cosh [L_2/\lambda(k)]}{\sinh [L_2/\lambda(k)]}, \quad (6)$$

$$E_z(d + L_1 + 2d_w + 0, k, \omega) = i \frac{\lambda^2 \omega}{c \lambda(k)} \times \frac{H_w(k, \omega) \cosh [L_2/\lambda(k)] - H_s(k, \omega)}{\sinh [L_2/\lambda(k)]}, \quad (7)$$

$$E_z(d + L_1 - 0, k, \omega) = i \frac{\lambda^2 \omega}{c \lambda(k)} \times \frac{H_J(k, \omega) - H_w(k, \omega) \cosh [L_1/\lambda(k)]}{\sinh [L_1/\lambda(k)]}, \quad (8)$$

$$E_z(d + 0, k, \omega) = i \frac{\lambda^2 \omega}{c \lambda(k)} \times \frac{H_J(k, \omega) \cosh [L_1/\lambda(k)] - H_w(k, \omega)}{\sinh [L_1/\lambda(k)]}, \quad (9)$$

$$E_z(-d - 0, k, \omega) = -i \frac{\lambda^2 \omega}{c \lambda(k)} H_J(k, \omega). \quad (10)$$

Из условия непрерывности $E_z(x, k, \omega)$ при $x = x_s$, а также из соотношений (2) и (6) находим связь $H_s(k, \omega)$ и $H_w(k, \omega)$:

$$H_s(k, \omega) = \frac{H_w(k, \omega)}{\cosh [L_2/\lambda(k)] - R \sinh [L_2/\lambda(k)]}, \quad (11)$$

которая позволяет выразить $E_z(d + L_1 + 2d_w + 0, k, \omega)$ (7) через $H_w(k, \omega)$:

$$E_z(d + L_1 + 2d_w + 0, k, \omega) = i \frac{\lambda^2 \omega}{c \lambda(k)} \times \frac{H_w(k, \omega)}{\tanh [L_2/\lambda(k)]} \frac{R - \tanh [L_2/\lambda(k)]}{R - \coth [L_2/\lambda(k)]}, \quad (12)$$

где $R \equiv R(k, \omega) \equiv c_m^2 \kappa \lambda(k) / \omega^2 \lambda^2$.

При рассмотрении полей в тонких диэлектрических слоях джозефсоновского перехода и волновода воспользуемся уравнением Максвелла $\text{rot } \mathbf{E} = -(1/c) \partial \mathbf{H} / \partial t$. Пренебрегая малым изменением E_x и H вдоль оси Ox , из этого уравнения находим разность фурье-образов z -компоненты электрического поля по разные стороны слоев:

$$E_z(d + 0, k, \omega) - E_z(-d - 0, k, \omega) \simeq 2idk E_{J,x}(k, \omega) = \frac{\phi_0}{2\pi c} k \omega \varphi(k, \omega), \quad (13)$$

$$E_z(d + L_1 + 2d_w + 0, k, \omega) - E_z(d + L_1 - 0, k, \omega) \simeq 2id_w k E_{w,x}(k, \omega) = \frac{\phi_0}{2\pi c} k \omega \varphi_w(k, \omega), \quad (14)$$

где ϕ_0 — квант магнитного потока. При написании правых частей этих формул использовано соотношение Джозефсона для туннельного слоя $E_{J,x}(z, t) = (\phi_0/4\pi c d) \partial \varphi(z, t) / \partial t$ и аналогичное соотношение для волновода. Эти соотношения связывают x -компоненту электрического поля с разностями фаз φ и φ_w сверхпроводящего параметра порядка на переходе и волноводе.

Подставляя выражения (8)–(10) и (12) в соотношения (13) и (14), получаем систему уравнений, которая дает связь $H_J(k, \omega)$ и $H_w(k, \omega)$ с $\varphi(k, \omega)$ и $\varphi_w(k, \omega)$:

$$\frac{\exp [L_1/\lambda(k)] H_J(k, \omega) - H_w(k, \omega)}{\sinh [L_1/\lambda(k)]} = -\frac{i \phi_0 \lambda(k) k \varphi(k, \omega)}{2\pi \lambda^2},$$

$$\frac{H_J(k, \omega)}{\sinh [L_1/\lambda(k)]} - \left\{ \coth \left[\frac{L_1}{\lambda(k)} \right] + \frac{\sinh [L_2/\lambda(k)] - R \cosh [L_2/\lambda(k)]}{\cosh [L_2/\lambda(k)] - R \sinh [L_2/\lambda(k)]} \right\} \times H_w(k, \omega) = \frac{i \phi_0 \lambda(k) k \varphi_w(k, \omega)}{2\pi \lambda^2}. \quad (15)$$

Определитель этой системы равен $\lambda(k) D(k, \omega) / \lambda$, где

$$D(k, \omega) \equiv \frac{\lambda}{\lambda(k)} \frac{\exp [L_1/\lambda(k)] \exp [L_2/\lambda(k)]}{\sinh [L_1/\lambda(k)]} \times \frac{1 - R}{\cosh [L_2/\lambda(k)] - R \sinh [L_2/\lambda(k)]}, \quad (16)$$

а ее решение имеет вид

$$H_J(k, \omega) = -i \frac{\phi_0 k}{2\pi \lambda} [A(k, \omega) \varphi(k, \omega) + B(k, \omega) \varphi_w(k, \omega)], \quad (17)$$

$$H_w(k, \omega) = -i \frac{\phi_0 k}{2\pi \lambda} [B(k, \omega) \varphi(k, \omega) + C(k, \omega) \varphi_w(k, \omega)], \quad (18)$$

где

$$A(k, \omega) \equiv \frac{1}{D(k, \omega)} \left\{ \coth [L_1/\lambda(k)] + \frac{\sinh [L_2/\lambda(k)] - R \cosh [L_2/\lambda(k)]}{\cosh [L_2/\lambda(k)] - R \sinh [L_2/\lambda(k)]} \right\}, \quad (19)$$

$$B(k, \omega) \equiv \frac{1}{D(k, \omega)} \frac{1}{\sinh [L_1/\lambda(k)]}, \quad (20)$$

$$C(k, \omega) \equiv \frac{1}{D(k, \omega)} \frac{\exp [L_1/\lambda(k)]}{\sinh [L_1/\lambda(k)]}. \quad (21)$$

Соотношения (17) и (18) позволяют записать x -компоненту обобщенного тока $-(c/4\pi) \partial H / \partial z$ в джозефсоновском переходе и волноводе через $\varphi(z, t)$ и $\varphi_w(z, t)$, что, в свою очередь, позволяет записать

следующую систему связанных уравнений для разностей фаз:

$$\begin{aligned} \omega_J^2 \sin \varphi(z, t) + \frac{\partial^2 \varphi(z, t)}{\partial t^2} = 2v_S^2 \\ \times \frac{\partial}{\partial z} \iint dz' dt' \left[A(z - z', t - t') \frac{\partial \varphi(z', t')}{\partial z'} \right. \\ \left. + B(z - z', t - t') \frac{\partial \varphi_w(z', t')}{\partial z'} \right], \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_w(z, t)}{\partial t^2} = 2v_{Sw}^2 \frac{\partial}{\partial z} \iint dz' dt' \left[B(z - z', t - t') \frac{\partial \varphi(z', t')}{\partial z'} \right. \\ \left. + C(z - z', t - t') \frac{\partial \varphi_w(z', t')}{\partial z'} \right], \end{aligned} \quad (23)$$

где $\omega_J \equiv 4\pi\sqrt{c j_c d / \phi_0 \epsilon}$ — джозефсоновская плазменная частота, ϵ — диэлектрическая проницаемость джозефсоновского перехода, j_c — критическая плотность тока Джозефсона, $v_S \equiv c\sqrt{d/\epsilon\lambda}$ и $v_{Sw} \equiv c\sqrt{d_w/\epsilon_w\lambda}$ — скорости Свихарта джозефсоновского перехода и волновода в пределе массивных сверхпроводящих электродов соответственно.

2. Быстрый джозефсоновский вихрь

Характерный пространственный размер изменения электромагнитных полей вдоль оси Oz составляет величину $\sim 1/k$. В дальнейшем будем считать, что этот размер больше лондоновской глубины проникновения, т.е. $\lambda k \ll 1$. Ограничимся рассмотрением условий, когда во внешнем диэлектрике есть только уходящая от сэндвича волна. В этих условиях величины κ и R чисто мнимые. Также примем, что уходящая волна создана джозефсоновским вихрем, бегущим с постоянной скоростью $v > c_m$. Последнее предположение позволяет ограничиться анализом только тех компонент Фурье, у которых $\omega = vk$.

Для дальнейшего изложения удобно записать величины (19)–(21), явно выделив в них действительные и мнимые части. Так как в обсуждаемых условиях $R(k, vk) = -ic_m\sqrt{v^2 - c_m^2}/v^2\lambda k$, то из (19)–(21) находим

$$\begin{aligned} A(k, vk) = \frac{\exp[-(L_1 + L_2)/\lambda]}{1 + |R|^2} \left[\cosh\left(\frac{L_1 + L_2}{\lambda}\right) \right. \\ \left. + |R|^2 \sinh\left(\frac{L_1 + L_2}{\lambda}\right) + \exp\left(-\frac{L_1 + L_2}{\lambda}\right) R \right], \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} B(k, vk) = \exp\left(-\frac{L_1 + L_2}{\lambda}\right) \\ \times \frac{\cosh(L_2/\lambda) + |R|^2 \sinh(L_2/\lambda) + \exp(-L_2/\lambda)R}{1 + |R|^2}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} C(k, vk) = \exp\left(-\frac{L_2}{\lambda}\right) \\ \times \frac{\cosh(L_2/\lambda) + |R|^2 \sinh(L_2/\lambda) + \exp(-L_2/\lambda)R}{1 + |R|^2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Также примем, что скорость вихря существенно превосходит скорость света во внешнем диэлектрике:

$$|R| \gg \coth^{1/2}(L_2/\lambda) > 1. \quad (27)$$

Здесь и в последующих неравенствах величина R зависит от $1/k$ — характерного размера изменения полей внутри сэндвича вдоль оси Oz . В условиях малых радиационных потерь (см. ниже) это неравенство позволяет рассматривать вихрь в условиях, когда влияние проникновения поля во внешний диэлектрик не приводит к значительному изменению поля вихря в слоистой структуре. В этих условиях можно значительно упростить выражения для $A(k, vk)$, $B(k, vk)$ и $C(k, vk)$:

$$\begin{aligned} A(k, vk) \simeq \exp\left(-\frac{L_1 + L_2}{\lambda}\right) \left[\sinh\left(\frac{L_1 + L_2}{\lambda}\right) \right. \\ \left. - i \frac{\text{sgn}k}{|R|} \exp\left(-\frac{L_1 + L_2}{\lambda}\right) \right], \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} B(k, vk) \simeq \exp\left(-\frac{L_1 + L_2}{\lambda}\right) \left[\sinh\left(\frac{L_2}{\lambda}\right) \right. \\ \left. - i \frac{\text{sgn}k}{|R|} \exp\left(-\frac{L_2}{\lambda}\right) \right], \end{aligned} \quad (29)$$

$$C(k, vk) \simeq \exp\left(-\frac{L_2}{\lambda}\right) \left[\sinh\left(\frac{L_2}{\lambda}\right) - i \frac{\text{sgn}k}{|R|} \exp\left(-\frac{L_2}{\lambda}\right) \right]. \quad (30)$$

Используя эти более простые выражения, запишем уравнения (22) и (23) для разностей фаз на джозефсоновском переходе и на волноводе в следующем виде:

$$\begin{aligned} \omega_J^2 \sin \psi + v^2 \psi'' = V_S^2 \psi'' + S V_S^2 \psi_w'' - \frac{\lambda v^2 V_S^2}{c_m \sqrt{v^2 - c_m^2}} \\ \times \frac{\exp(-L_2/\lambda)}{\sinh[(L_1 + L_2)/\lambda]} \left(\exp\left(-\frac{L_1}{\lambda}\right) \psi''' + \psi_w''' \right), \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} v^2 \psi_w'' = V_{Sw}^2 \psi_w'' + S_w V_{Sw}^2 \psi'' - \frac{\lambda v^2 V_{Sw}^2}{c_m \sqrt{v^2 - c_m^2}} \\ \times \frac{\exp(-L_2/\lambda)}{\sinh(L_2/\lambda)} \left(\exp\left(-\frac{L_1}{\lambda}\right) \psi''' + \psi_w''' \right), \end{aligned} \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} \psi(z - vt) \equiv \varphi(z, t), \quad \psi_w(z - vt) \equiv \varphi_w(z, t), \\ V_S^2 \equiv 2v_S^2 \exp[-(L_1 + L_2)/\lambda] \sinh[(L_1 + L_2)/\lambda], \\ V_{Sw}^2 \equiv 2v_{Sw}^2 \exp(-L_2/\lambda) \sinh(L_2/\lambda), \\ S \equiv \sinh(L_2/\lambda) / \sinh[(L_1 + L_2)/\lambda] < 1, \\ S_w \equiv \exp(-L_1/\lambda) < 1. \end{aligned}$$

В уравнениях (31) и (32) слагаемые, содержащие третьи производные разностей фаз, явно зависят от c_m — скорости света во внешнем диэлектрике. Можно говорить, что эти слагаемые описывают обратное влияние поля излучения на форму джозефсоновского вихря. Далее такое влияние считается слабым и этими слагаемыми пренебрегается. Опуская слагаемые с третьими производными, из (32) находим, что

$$\psi''_w = \frac{S_w V_{S_w}^2}{v^2 - V_{S_w}^2} \psi'' \quad (33)$$

При этом условие применимости такого приближения имеет вид

$$\frac{\exp(-L_2/\lambda)}{\sinh(L_2/\lambda)} \frac{v^2}{|v^2 - V_{S_w}^2|} \quad (34)$$

Далее, используя соотношение (33) и считая слагаемые с третьими производными малыми, из (31) имеем

$$\sin \psi = k_J^{-2} \psi'' \quad (35)$$

где

$$k_J \equiv \omega_J \sqrt{\frac{v^2 - V_{S_w}^2}{(v^2 - v_1^2)(v_2^2 - v^2)}}, \quad (36)$$

$$v_m \equiv \sqrt{\frac{V_{S_w}^2 + V_S^2}{2} + (-1)^m \sqrt{\frac{(V_{S_w}^2 - V_S^2)^2}{4} + SS_w V_S^2 V_{S_w}^2}}, \quad (37)$$

$$m = 1, 2.$$

Пренебречь третьими производными в уравнении (31) можно, если выполнено неравенство

$$|R| \gg \frac{\exp[-(L_1 + L_2)/\lambda]}{\sinh[(L_1 + L_2)/\lambda]} \frac{v^2 V_S^2}{|v^2 - v_1^2| \cdot |v_2^2 - v^2|} \quad (38)$$

Неравенства (27), (34) и (38) обеспечивают малость влияния радиационных потерь на движущийся вихрь.

Решением уравнения (35) является 2π -кинк

$$\psi(\xi) = 4 \arctan[\exp(-k_J \xi)], \quad (39)$$

который отвечает вихрю, бегущему с постоянной скоростью v по джозефсоновскому переходу. Скорость вихря (39) может лежать в двух областях: $0 < v < v_1$ и $V_{S_w} < v < v_2$. Размеры этих областей и ширина запрещенной щели между ними зависят от соотношения перенормированных скоростей Свихарта V_S и V_{S_w} , а также от параметра SS_w , определяющего величину связи джозефсоновского перехода и волновода. В наиболее интересном случае, когда V_{S_w} существенно превышает V_S , а величина SS_w не слишком близка к единице, имеем

$$v_1 \simeq \left(1 - \frac{SS_w}{2}\right) V_S, \quad v_2 \simeq \left(1 + \frac{SS_w}{2} \frac{V_S^2}{V_{S_w}^2}\right) V_{S_w}. \quad (40)$$

Видно, что интервал скоростей $0 < v < v_1$ отвечает скоростям существования обычного джозефсоновского

вихря. При этом не очень широкий интервал скоростей $V_{S_w} < v < v_2$ отвечает области, в которой можно рассматривать быстрый вихрь, скорость которого значительно превосходит V_S . Такой вихрь в несколько иной слоистой структуре описан ранее [14], но его потери на черенковское излучение не изучались.

3. Радиационные потери быстрого вихря

Полученные выше формулы для полей позволяют получить выражение, описывающее радиационные потери рассматриваемой слоистой сверхпроводящей структуры. Действительно, при $v > c_m$ и выполнении условия $|R| \gg \coth(L_2/\lambda)$ несколько более жесткого чем (27), из (11) следует, что

$$H_s(k, vk) \simeq -i \frac{H_w(k, vk)}{\sinh(L_2/\lambda)} \frac{\lambda k v^2}{c_m \sqrt{v^2 - c_m^2}}. \quad (41)$$

В этих же условиях из (18), (29) и (30) находим

$$H_w(k, vk) \simeq -i \frac{\phi_0 k}{2\pi\lambda} \exp\left(-\frac{L_2}{\lambda}\right) \sinh\left(\frac{L_2}{\lambda}\right) \times [S_w \psi(k) + \psi_w(k)]. \quad (42)$$

Далее, учтя соотношение (33), из (41) и (42) для образа Фурье магнитного поля на границе сэндвича имеем

$$H_s(k, vk) = -\frac{\phi_0 \exp(-L_2/\lambda)}{2\pi} \frac{v^2 k^2}{c_m \sqrt{v^2 - c_m^2}} \frac{S_w v^2}{v^2 - V_{S_w}^2} \psi(k). \quad (43)$$

Отсюда, принимая во внимание выражение (1), после обратного преобразования Фурье получаем распределение магнитного поля во внешнем диэлектрике:

$$H(x, \xi) \simeq \frac{\phi_0 \exp(-L_2/\lambda)}{2\pi} \frac{v^2}{c_m \sqrt{v^2 - c_m^2}} \times \frac{S_w v^2}{v^2 - V_{S_w}^2} \psi'' \left[\xi + \sqrt{\frac{v^2}{c_m^2} - 1} (x - x_s) \right], \quad x > x_s, \quad (44)$$

где $\xi = z - vt$. При этом из уравнения Максвелла $\text{rot} \mathbf{H} = (\epsilon_m/c) \partial \mathbf{E} / \partial t$ для компонент электрического поля имеем

$$E_x(x, \xi) = \frac{c}{\epsilon_m v} H(x, \xi), \quad E_z(x, \xi) = -\frac{\sqrt{v^2 - c_m^2}}{\sqrt{\epsilon_m} v} H(x, \xi), \quad (45)$$

$$x > x_s.$$

Эти соотношения позволяют найти вектор Пойнтинга $\mathbf{S} \equiv (c/4\pi) [\mathbf{E} \mathbf{H}]$ во внешнем диэлектрике

$$\mathbf{S} = \frac{\phi_0^2 \exp(-2L_2/\lambda)}{16\pi^3} \frac{v^3}{v^2 - c_m^2} \left(\frac{S_w v^2}{v^2 - V_{S_w}^2} \right)^2 \times \left\{ \psi'' \left[\xi + \sqrt{\frac{v^2}{c_m^2} - 1} (x - x_s) \right] \right\}^2 \left(\sqrt{\frac{v^2}{c_m^2} - 1} \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z \right), \quad (46)$$

$$x > x_s.$$

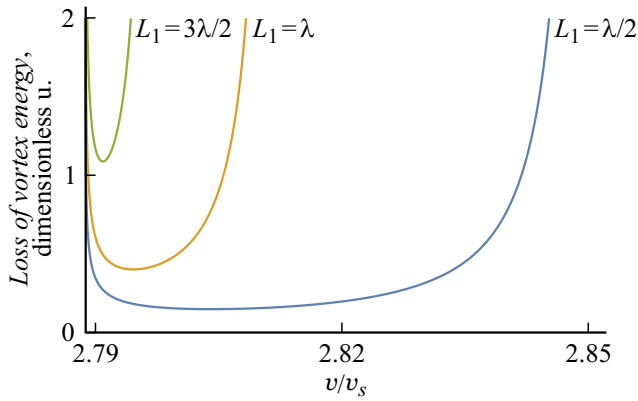


Рис. 2. Безразмерные потери энергии быстрого вихря на излучение электромагнитных волн. Кривые построены для $L_2 = \lambda$, $\lambda/\lambda_J = 0.01$, $c_m = 2v_s$, $v_{sw} = 3v_s$ и для трех разных значений L_1 — $\lambda/2$, λ и $3\lambda/2$

Интегрируя x -компоненту (46) по ξ на любой плоскости $x = \text{const} > x_s$, найдем потери энергии вихря на излучение в единицу времени с единицы длины вдоль оси Oy .

Для вихря (39), бегущего по джозефсоновскому переходу, мощность радиационных потерь дается выражением

$$\frac{\phi_0^2 \exp(-2L_2/\lambda)}{6\pi^3} \frac{v^3 k_J^3}{c_m \sqrt{v^2 - c_m^2}} \left(\frac{S_w v^2}{v^2 - V_{sw}^2} \right)^2. \quad (47)$$

Зависимости мощности потерь на излучение (47) от скорости вихря показаны на рис. 2. При этом мощность потерь безразмерена на величину $\phi_0^2 v_s / 4\pi^3 \lambda \lambda_J^2$. Этот рисунок отвечает быстрым вихрям, движущимся со скоростями, большими V_{sw} . Для выбранных параметров системы $V_{sw} \simeq 2.79v_s$.

Из рис. 2 видно, что при фиксированных остальных параметрах системы (см. подпись к рис. 2) с увеличением толщины L_1 „среднего“ электрода потери быстрого вихря на излучение растут. Для того чтобы понять причины такого поведения этих U -образных кривых, найдем их минимум. Для этого приближенно запишем (47) в узкой области скоростей быстрого вихря

$$\frac{\phi_0^2 \omega_J^3 V_{sw}^3}{6\pi^3 c_m} \frac{\exp[-2(L_1 + L_2)/\lambda]}{\sqrt{v^2 - V_{sw}^2} (v^2 - v^2)^{3/2}}. \quad (48)$$

Заметим, что эта величина имеет минимум при $v_{\min} = \sqrt{3V_{sw}^2 + v^2}/2$, равный

$$\frac{2}{3^{5/2} \pi^3} \frac{\phi_0^2 \omega_J^3 V_{sw}^3}{c_m v_s^4 \sinh^2(L_2/\lambda)} \exp\left(\frac{2L_1}{\lambda}\right) \propto \exp\left(\frac{2L_1}{\lambda}\right). \quad (49)$$

Такая экспоненциальная зависимость минимума потерь от L_1 явно видна на рис. 2. При удалении от v_{\min} влево и вправо „иерархия“ кривых потери-скорость сохранится.

Причина контринтуитивного поведения величин (48) и (49) при увеличении толщины L_1 следующая. Пусть

величина разности фаз на джозефсоновском переходе зафиксирована. Тогда в области скоростей быстрого вихря, но не приближаясь слишком близко к скоростям V_{sw} и v_2 , в соответствии с (33) имеем: $\psi_w \propto \exp(L_1/\lambda)\psi$. Поэтому магнитное поле внутри волновода $\propto \psi'_w$, а поле на поверхности сэндвича $\propto \psi''_w$. Соответственно радиационные потери вихря $\propto (\psi'_w)^2 \propto \exp(2L_1/\lambda)$. Отметим, что такое поведение потерь обусловлено тем, что в нашей постановке задачи поля в джозефсоновском переходе и в волноводе учитывались непертурбативно.

Заметим, что появление множителя k_J^3 в правой части (47) связано с тем, что в случае вихря (39) вклад в интеграл от S_x дает сравнительно протяженный интервал оси Oz порядка нескольких k_J^{-1} . Это, в свою очередь, приводит к тому, что величина радиационных потерь (49) зависит от ширины туннельного слоя как $\propto 1/\sqrt{2d}$. Это выгодно отличает нашу ситуацию от рассмотрения излучения с торца перехода, когда мощность излучения ведет себя как $\propto \sqrt{2d}$, что связано с рассогласованием волнового сопротивления джозефсоновского перехода и волнового сопротивления стандартных внешних волноводов [15,16], что, в свою очередь, приводит к отражению электромагнитной волны от торца перехода.

Напомним, что при выводе соотношения (47) помимо условия $|R| \gg \coth(L_2/\lambda)$ были использованы неравенства $\lambda k \ll 1$, (34) и (38). При фиксированных параметрах системы эти условия показывают, насколько близко скорость вихря может приближаться к скоростям c_m , v_1 , V_{sw} и v_2 . Степень этого приближения определяется малым параметром λ/λ_J , величинами L_1/λ и L_2/λ , а также соотношениями скоростей c_m , v_s и v_{sw} .

Заметим, что быстрый вихрь излучает электромагнитные волны терагерцового диапазона. Действительно, спектр черенковского излучения рассматриваемого сэндвича есть $\omega = kv$. Так как для вихря (39) $k \sim k_J$, то характерные частоты излучения $\sim vk_J$. В случае быстрого вихря в силу (36) и (40) характерные частоты $\gtrsim \omega_J$, т.е. для типичных сверхпроводников попадают в терагерцовую область.

Черенковское излучение электромагнитных волн с поверхности внешнего сверхпроводящего электрода в диэлектрическую среду возможно, если скорость движения вихря превышает c_m . С другой стороны, характерные скорости быстрого вихря $\sim V_{sw}$. Условие $V_{sw} > c_m$ приводит к следующему неравенству для диэлектрической проницаемости внешней среды: $\epsilon_m > [\exp(L_2/\lambda)/2 \sinh(L_2/\lambda)](\lambda/d_w)\epsilon_w$. Отметим, что в силу того, что ширина волновода $2d_w$ значительно превышает ширину туннельной прослойки $2d$, то такое неравенство можно выполнить для более широкого круга сред, чем аналогичное неравенство для сверхпроводящего сэндвича: $\epsilon_m > (\lambda/d)\epsilon$. В этом смысле можно говорить, что быстрый вихрь высвечивать проще, чем обычный джозефсоновский вихрь.

Заключение

Сформулированы основные положения электродинамики многослойной системы, состоящей из связанных джозефсоновского перехода, плоского волновода и полубесконечной диэлектрической среды. Для такой системы получены интегро-дифференциальные уравнения для разностей фаз сверхпроводящего параметра порядка на джозефсоновском переходе и на волноводе. В том случае, когда поле из сверхпроводящего сэндвича проникает в глубь внешнего диэлектрика в виде электромагнитной волны, система уравнений для разностей фаз сводится к дифференциальным уравнениям. Это позволило определить допустимые области скоростей существования бегущего джозефсоновского вихря, а также указать в них область скоростей быстрого вихря, который движется быстрее обычного джозефсоновского вихря.

Показано, что бегущие по сверхпроводящему сэндвичу вихри могут создавать электромагнитное излучение во внешней диэлектрической среде, испускаемое со всей боковой поверхности сэндвича. Это излучение связано с эффектом Вавилова-Черенкова и возникает при скоростях вихря больших скорости света в среде. Для быстрого вихря проанализированы характеристики черенковского излучения, испускаемого с поверхности сверхпроводящего сэндвича в среду. А именно определены характерные частоты излучения, вектор Пойнтинга и зависимость радиационных потерь от скорости вихря.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] U. Welp, K. Kadowaki, R. Kleiner. *Nature Photonics*, **7** (9), 702 (2013). DOI: 10.1038/nphoton.2013.216
- [2] I. Kakeya, H. Wang. *Supercond. Sci. Technol.*, **29** (7), 073001 (2016). DOI: 10.1088/0953-2048/29/7/073001
- [3] H. Sun, S. Chen, Y.L. Wang, G. Sun, J. Chen, T. Hatano, V.P. Koshelets, D. Koelle, R. Kleiner, H. Wang, P. Wu. *Appl. Sci.*, **13** (6), 3469 (2023). DOI: 10.3390/app13063469
- [4] V.P. Koshelets, S.V. Shitov. *Supercond. Sci. Technol.*, **13** (5), (2000). DOI: 10.1088/0953-2048/13/5/201
- [5] I.K. Yanson. *Low Temperature Phys.*, **30** (7), 515 (2004). DOI: 10.1063/1.1789911
- [6] Y. Laplace, A. Cavalleri. *Adv. Phys.: X*, **1** (3), 387 (2016). DOI: 10.1080/23746149.2016.1212671
- [7] Н.В. Кинев, К.И. Рудаков, Л.В. Филиппенко, В.П. Коселец, А.М. Барышев. *ФТТ*, **62** (9), 1379 (2020). DOI: 10.21883/FTT.2020.09.49757.02H [N.V. Kinev, K.I. Rudakov, L.V. Filippenko, V.P. Koshelets, A.M. Baryshev. *Phys. Solid State*, **62** (9), 1543 (2020). DOI: 10.1134/S1063783420090140]
- [8] Y.S. Kivshar, B.A. Malomed. *Phys. Rev. B*, **37** (16), 9325 (1988). DOI: 10.1103/PhysRevB.37.9325
- [9] R.G. Mints, I.B. Snapiro. *Phys. Rev. B*, **52** (13), 9691 (1995). DOI: 10.1103/PhysRevB.52.9691
- [10] E. Goldobin, A. Wallraff, N. Thyssen, A.V. Ustinov. *Phys. Rev. B*, **57** (1), 130 (1998). DOI: 10.1103/PhysRevB.57.130
- [11] A. Sheikhzada, A. Gurevich. *Phys. Rev. B*, **95** (21), 214507 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevB.95.214507
- [12] A.S. Malishevskii, V.P. Silin, S.A. Uryupin, S.G. Uspenskii. *Phys. Lett. A*, **372** (5), 712 (2008). DOI: 10.1016/j.physleta.2007.07.084
- [13] А.С. Малишевский, С.А. Урюпин. *ЖТФ*, **81** (8), 59 (2011). [A.S. Malishevskii, S.A. Uryupin. *Tech. Phys.*, **56** (8), 1118 (2011). DOI: 10.1134/S1063784211080160]
- [14] A.S. Malishevskii, V.P. Silin, S.A. Uryupin. *Phys. Lett. A*, **306** (2-3), 153 (2002). DOI: 10.1016/S0375-9601(02)01551-7
- [15] D.N. Langenberg, D.J. Scalapino, B.N. Taylor, R.E. Eck. *Phys. Rev. Lett.*, **15** (7), 294 (1965). DOI: 10.1103/PhysRevLett.15.294
- [16] И.О. Кулик, И.К. Янсон. *Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах* (Наука, М., 1970)