

09

## Вероятность поглощения и излучения при взаимодействии атома с предельно короткими лазерными импульсами

© И.А. Александров<sup>1,2</sup>, Д.В. Чубуков<sup>3,4</sup>, Н.Н. Розанов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
199034 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> ФТИ им. А.Ф. Иоффе,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup> Университет ИТМО,  
197101 Санкт-Петербург, Россия

<sup>4</sup> Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова НИЦ „Курчатовский институт“,  
188300 Гатчина, Ленинградская обл., Россия

e-mail: i.alexandrov@spbu.ru

Поступила в редакцию 29.10.2023 г.

В окончательной редакции 29.10.2023 г.

Принята к публикации 14.11.2023 г.

Рассмотрено явление перехода двухуровневой системы в возбужденное состояние с последующим излучением фотона в присутствии импульсного лазерного поля, имеющего высокую степень униполярности. В рамках квантовой электродинамики получены аналитические выражения для дифференциальной вероятности процесса, включающие зависимость от временных масштабов задачи: длительности лазерного импульса, времени жизни возбужденного состояния, обратной частоты перехода и обратной частоты излучаемого фотона. Также вычислена полная вероятность поглощения посредством интегрирования по трехмерному импульсу фотона и суммированию по поляризациям. Произведено сравнение результатов, полученных для униполярных и биполярных (многоцикловых) импульсов.

**Ключевые слова:** лазерное поле, предельно короткие импульсы, двухуровневая система, поглощение, излучение.

DOI: 10.61011/OS.2023.11.57029.129-23

### 1. Введение

Теоретическое описание процессов поглощения и излучения света атомом являлось одной из важнейших задач в рамках квантовой теории еще на этапе ее становления в начале прошлого века. Сначала был предложен квантово-механический подход к данной проблеме [1,2], а затем получил развитие более строгий формализм в рамках квантовой электродинамики (КЭД), что позволило, например, перейти к рассмотрению профиля спектральной линии [3]. В рамках современной теории принято, что спонтанное излучение фотонов происходит при переходе атома из возбужденного состояния за счет взаимодействия с квантованным электромагнитным полем. Нестабильность возбужденного состояния связана с мнимой добавкой к энергии соответствующего уровня, возникающей из-за радиационных поправок в КЭД и определяющей ширину уровня  $\Gamma$ . Таким образом, процесс спонтанного излучения хорошо исследован в рамках КЭД и описан во многих учебниках и монографиях [4].

Как хорошо известно, для перехода атома в возбужденное состояние он должен поглотить энергию за счет взаимодействия с какой-то другой системой. Во многих случаях в качестве такой системы выступает классическое внешнее поле с заданной амплитудой и частотой,

которое моделирует поле лазерного излучения. Поскольку для нестационарных задач в рамках КЭД энергетические состояния вводятся лишь асимптотически на больших и малых временах, когда отсутствует взаимодействие, процесс поглощения требуется рассматривать вместе с излучением в силу наличия конечного времени жизни  $\sim 1/\Gamma$  возбужденного состояния [5]. В настоящей работе рассматривается именно такая нестационарная постановка задачи и подробно исследуется зависимость вероятности процесса от параметров поля и атомной системы в режиме очень малых времен взаимодействия, т.е. малых длительностей лазерного импульса. В этом случае понятие частоты лазера отсутствует и как следствие отсутствует понятие резонанса. В таком режиме вероятность нетривиальным образом зависит от временных масштабов в задаче: длительности лазерного импульса  $\tau$ , времени жизни возбужденного состояния  $1/\Gamma$ , обратной частоты перехода  $1/\omega_0$  и обратной частоты излучаемого фотона  $1/\omega$ . В настоящей работе будут получены замкнутые выражения для вероятности, описывающие данную зависимость.

Наше исследование мотивировано текущим развитием экспериментальных возможностей в области генерации ультракоротких лазерных импульсов. В частности, уже является возможным получать импульсы аттосекундной длительности [6]. В настоящее время они включают

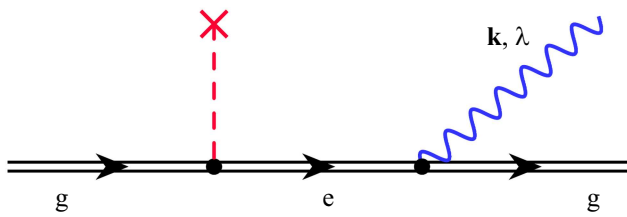


Диаграмма Фейнмана, описывающая исследуемый процесс. Атом (двухуровневая система) переходит из основного состояния „g“ в возбужденное состояние „e“ за счет поглощения энергии из внешнего лазерного поля, а затем излучает фотон с импульсом  $\mathbf{k}$  и поляризацией  $\lambda$ , возвращаясь в основное состояние. Частота фотона  $\omega = |\mathbf{k}|$ . Двойная линия обозначает волновую функцию или функцию Грина, точно учитывающую кулоновское взаимодействие в атоме.

огигающую ширины  $\sim \tau$ , внутри которой содержатся несколько осцилляций поля. При уменьшении числа этих осцилляций можно перейти к рассмотрению униполярных лазерных импульсов линейной поляризации, для которых соответствующая проекция напряженности электрического поля  $E(t)$  преимущественно имеет один знак [7–11]. В этом случае важнейшей характеристикой лазерного импульса является его электрическая площадь

$$S_E = \int_{-\infty}^{\infty} E(t)dt. \quad (1)$$

Ниже будет показано, что в режиме малых длительностей  $\tau$  вероятность поглощения энергии с последующим излучением фотона в значительной степени определяется величиной  $S_E$ .

В настоящей работе интересующая нас вероятность будет вычислена как квадрат модуля амплитуды процесса, представленного на рисунке. Взаимодействие с внешним классическим полем (вершина с крестиком) учитывается в первом порядке теории возмущений (если вероятность достигает значений, близких к единице, то необходимо учитывать старшие порядки, что накладывает ограничение на интенсивность лазерного поля). Атом рассматривается, как двухуровневая система, что является разумным приближением при условии, что заселенности остальных уровней в исследуемом процессе малы. Внешнее поле в основном будет содержать фурье-гармоники относительно низких частот, и мы считаем, что эти частоты не отвечают никаким резонансам в низкоэнергетической части спектра системы. С учетом того, что атом изначально находится в основном состоянии, мы можем учитывать лишь одно возбужденное состояние „e“. Для вычисления требуемых матричных элементов будем использовать дипольное приближение, подразумевая, что размер атома существенно меньше, чем характерный пространственный масштаб лазерного поля (для многоциклового импульса это длина волны, а для униполярного — параметр  $c\tau$ , где  $c$  — скорость света).

В статье используются единицы  $\hbar = c = 1$  ( $\hbar$  — постоянная Планка). Единицы заряда отвечают  $\alpha = e^2/(4\pi)$  ( $e < 0$  — заряд электрона,  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры).

## 2. Вычисление вероятности процесса

Получим сначала общее выражение для амплитуды процесса, представленного на рисунке, не уточняя явный вид 4-потенциала внешнего поля  $\mathcal{A}(x)$ . Будем следовать выводу из работы [5]. В соответствии с правилами Фейнмана амплитуда дается следующим выражением:

$$S_{\mathbf{k},\lambda} = e^2 \int d^4x_1 \int d^4x_2 \bar{\psi}_g(x_2) \hat{\epsilon}_{\mathbf{k},\lambda}^* \Phi_{\mathbf{k},\lambda}^*(x_2) \times S(x_2, x_1) \hat{\mathcal{A}}(x_1) \psi_g(x_1), \quad (2)$$

где  $\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger \gamma^0$ ,  $\hat{V} \equiv \gamma^\mu V_\mu$ ,  $\gamma^\mu$  — матрицы Дирака,  $\epsilon_{\mathbf{k},\lambda}^\mu$  — 4-вектор поляризации фотона (импульс и поляризация фотона обозначены через  $\mathbf{k}$  и  $\lambda$  соответственно),  $\Phi_{\mathbf{k},\lambda}$  — пространственно-временная часть волновой функции фотона и, наконец,  $S(x_2, x_1)$  — пропагатор связанного электрона. Для 4-векторов координат используется обозначение  $x = \{t, \mathbf{r}\}$ . Волновую функцию основного состояния атома можно записать в виде

$$\psi_g(x) = \psi_g(\mathbf{r})e^{-iE_0t}, \quad (3)$$

где  $E_0$  — соответствующая энергия. Волновая функция возбужденного состояния двухуровневой системы имеет вид

$$\psi_e(x) = \psi_e(\mathbf{r})e^{-iE_1t}. \quad (4)$$

Энергия перехода равна  $\omega_0 = E_1 - E_0$ . Волновая функция фотона имеет следующую форму:

$$\Phi_{\mathbf{k},\lambda}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\omega}} e^{-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})}, \quad (5)$$

где  $|\mathbf{k}| = \omega$ . Пропагатор связанного электрона дается выражением

$$S(x_2, x_1) = \int \frac{d\tilde{\omega}}{2\pi} e^{-i\tilde{\omega}(t_2-t_1)} \sum_n \frac{\psi_n(\mathbf{r}_2)\bar{\psi}_n(\mathbf{r}_1)}{\tilde{\omega} - E_n(1-i0)}, \quad (6)$$

в котором суммирование ведется по всему спектру атомной системы,  $E_n$  — энергии состояний  $\psi_n$ . Интеграл по  $\tilde{\omega}$  вычисляется по стандартному контуру для причинной функции Грина. Вклад с  $n = g$  существенен лишь при рассмотрении мягких фотонов, для которых  $\omega \rightarrow 0$ . Поскольку мы будем считать, что энергия излучаемых фотонов лежит в области, отделенной от нуля, в сумме по  $n$  остается только одно слагаемое с  $n = e$ .

Интегрируя по времени  $t_2$  и переменной  $\tilde{\omega}$  в выражении (2), получаем следующий результат ( $t_1 = t$ ):

$$S_{\mathbf{k},\lambda} = \frac{4\pi\alpha}{\sqrt{2\omega}} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int d\mathbf{r} e^{i\omega t} \langle g | \hat{\epsilon}_{\mathbf{k},\lambda}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} | e \rangle \times \bar{\psi}_e(\mathbf{x}) \hat{\mathcal{A}}(x) \psi_g(\mathbf{x}) \frac{1}{\omega - \omega_0 + i\Gamma/2}. \quad (7)$$

Для матричного элемента по пространственным координатам использованы обозначения

$$\langle n|f(\mathbf{r})|m\rangle \equiv \int d\mathbf{r} \bar{\psi}_n(\mathbf{r})f(\mathbf{r})\psi_m(\mathbf{r}). \quad (8)$$

Также в уравнении (7) была сделана стандартная подстановка  $E_1 \rightarrow E_1 - i\Gamma/2$  для того, чтобы регуляризовать знаменатель. Естественная ширина  $\Gamma$  возникает при учете радиационных поправок к волновой функции электрона и определяет время жизни возбужденного состояния [4].

Рассмотрим классическое поле лазерного импульса, имеющего электрическую компоненту  $\mathcal{E}(x) = \mathbf{e}_L \mathcal{E}(x)$ , где

$$\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}_L e^{-t^2/\tau^2} \sin(\omega_L t - \mathbf{k}_L \mathbf{r} + \varphi_0). \quad (9)$$

Здесь  $\mathbf{e}_L$  — единичный вектор, задающий поляризацию лазерного импульса,  $\mathcal{E}_L$  — амплитуда лазерного импульса,  $\tau$  — его длительность,  $\omega_L$  — „частота“ поля лазера и  $\varphi_0$  — относительная фаза между гауссовым профилем огибающей и „несущей“. В случае импульсов высокой степени униполярности величина  $\omega_L \tau$  мала и частота не имеет стандартного определения как в случае монохроматического излучения. В калибровке  $\mathcal{A}_0 = 0$  имеем  $\mathcal{E}(x) = -\partial_t \mathcal{A}(x)$ , так что векторный потенциал имеет вид  $\mathcal{A}(x) = \mathbf{e}_L \mathcal{A}(x)$ , где

$$\mathcal{A}(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \mathcal{E}_L \tau e^{-\omega_L^2 \tau^2 / 4} \text{Re} \times \left\{ e^{-i\mathbf{k}_L \mathbf{r} + i\varphi_0} \left[ \text{erfi} \left( \frac{it}{\tau} + \frac{\omega_L \tau}{2} \right) - \text{erfi} \left( \frac{\omega_L \tau}{2} \right) \right] \right\}. \quad (10)$$

Для того чтобы вычислить интеграл по  $t$  в выражении (7), заметим, что асимптотически  $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \mathcal{A}(x) = \mathcal{A}_{\pm}(\mathbf{r})$ , где  $\mathcal{A}_{\pm}(\mathbf{r})$  отличны от нуля. Таким образом, данный интеграл, по сути являющийся преобразованием Фурье, будет содержать вклад с обобщенными функциями, имеющими носитель в точке  $\omega = 0$ . Поскольку мы рассматриваем ситуацию, когда  $\omega$  находится вдали от нуля, данными вкладами можно пренебречь. С учетом этого, интегрируя по частям в выражении (7), получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \mathcal{A}(x) = -\frac{i}{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \mathcal{E}(x). \quad (11)$$

В итоге для амплитуды (7) имеем

$$S_{\mathbf{k},\lambda} = \frac{\sqrt{2}\pi^{3/2}\alpha}{\omega^{3/2}} \mathcal{E}_L \tau \langle \mathbf{g} | \hat{\varepsilon}_{\mathbf{k},\lambda}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} | \mathbf{e} \rangle \frac{1}{\omega - \omega_0 + i\Gamma/2} \times \left[ \langle \mathbf{e} | \hat{\mathbf{e}}_L e^{i\mathbf{k}_L \mathbf{r}} | \mathbf{g} \rangle e^{-i\varphi_0} e^{-(\omega - \omega_L)^2 \tau^2 / 4} - \langle \mathbf{e} | \hat{\mathbf{e}}_L e^{-i\mathbf{k}_L \mathbf{r}} | \mathbf{g} \rangle e^{i\varphi_0} e^{-(\omega + \omega_L)^2 \tau^2 / 4} \right]. \quad (12)$$

Заметим, что множитель, содержащий  $\Gamma$ , определяет контур Лоренца, имеющий максимум при  $\omega = \omega_0$ .

Строго говоря, в текущем порядке теории возмущений требуется также учесть диаграмму, в которой изменен порядок вершин — сначала излучается фотон, потом происходит взаимодействие с лазерным полем. Однако такая диаграмма будет содержать знаменатель  $(-\omega - \omega_0 + i\Gamma/2)$ , который существенно больше по модулю, чем знаменатель в выражении (12), в силу реалистичного условия  $\Gamma \ll \omega_0$  и того факта, что нас не интересует плотность числа фотонов с  $\omega \rightarrow 0$ , а излучение в основном будет происходить на частотах, близких к частоте перехода ( $\omega \approx \omega_0$ ). Амплитуда (12) содержит два слагаемых, происхождение которых связано с разложением синуса в формуле (9) по экспонентам. В режиме многоцикловых импульсов с хорошо определенной частотой ( $\omega_L \tau \gg 1$ ) второе слагаемое сильно подавлено, поскольку атом в основном состоянии не может излучить фотон и при этом отдать энергию полю лазера. Экспонента, отвечающая поглощению „кванта“ лазерного излучения, наоборот, дает большой вклад при  $\omega \approx \omega_L$ , что при условии резонанса  $\omega_L = \omega_0$  приводит к высокой вероятности процесса. Различные эффекты, связанные с конечным временем взаимодействия в случае  $\omega_L \tau \gg 1$  недавно обсуждались в работе [5]. Поскольку в настоящей работе нас интересует режим, в котором лазерный импульс близок к униполярному, условие  $\omega_L \tau \gg 1$  нарушено и вводить понятия частоты лазера и квантов лазерного поля нельзя. В этом случае требуется учитывать оба слагаемых в выражении (12).

Для того чтобы сосчитать матричные элементы в квадратных скобках в формуле (12), будем работать в дипольном (нерелятивистском) приближении. Заменим  $\exp(\pm i\mathbf{k}_L \mathbf{r})$  на единицу и используем тот факт, что матричный элемент матриц Дирака  $\gamma$  соответствует матричному элементу оператора скорости  $\hat{\mathbf{p}}/m$  в нерелятивистском приближении [4]. Нетрудно получить

$$\langle \mathbf{e} | \hat{\mathbf{e}}_L e^{i\mathbf{k}_L \mathbf{r}} | \mathbf{g} \rangle \approx \langle \mathbf{e} | \hat{\mathbf{e}}_L e^{-i\mathbf{k}_L \mathbf{r}} | \mathbf{g} \rangle \approx -i\omega_0 \mathbf{e}_L \mathbf{r}_{\text{eg}}, \quad (13)$$

где  $\mathbf{r}_{\text{eg}} = \langle \mathbf{e} | \mathbf{r} | \mathbf{g} \rangle$ .

Теперь, возводя амплитуду (12) в квадрат по модулю, приходим к следующему выражению:

$$|S_{\mathbf{k},\lambda}|^2 = 4\pi^3 \alpha^2 \frac{\omega_0^2 \mathcal{E}_L^2 \tau^2}{\omega^3} |\langle \mathbf{g} | \hat{\varepsilon}_{\mathbf{k},\lambda}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} | \mathbf{e} \rangle|^2 |\mathbf{e}_L \mathbf{r}_{\text{eg}}|^2 \times (\cosh \omega \omega_L \tau^2 - \cos 2\varphi_0) \frac{e^{-(\omega^2 + \omega_L^2)\tau^2/2}}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (14)$$

Данная величина задает плотность вероятности процесса в соответствии с правилом

$$\frac{dW_{\mathbf{k},\lambda}}{d^3\mathbf{k}} = \frac{|S_{\mathbf{k},\lambda}|^2}{(2\pi)^3}. \quad (15)$$

В выражении (14) тригонометрический косинус, содержащий фазу  $\varphi_0$ , возникает благодаря интерференции слагаемых в квадратных скобках в формуле (12). В первую очередь отметим, что в пределе больших

$\omega_L \tau$  этот косинус мал по сравнению с гиперболическим косинусом, который можно заменить на растущую экспоненту, что в результате даст квадрат модуля первого слагаемого в (12), и мы получим ответ, который подробно обсуждался в работе [5]. В этой же работе было показано, как в дипольном приближении просуммировать по поляризациям  $\lambda$ , проинтегрировать по углам вылета фотона и частоте  $\omega$  с целью получить полную вероятность процесса  $W$ . Мы сначала сосредоточимся на анализе дифференциальной вероятности (14), (15) в режиме коротких лазерных импульсов, а затем найдем полную вероятность.

### 3. Униполярные и многоцикловые импульсы

Выражение (14) задает плотность вероятности для процесса поглощения энергии атомом с последующим излучением фотона в зависимости от целого ряда параметров. Перепишем квадрат модуля амплитуды в следующей форме:

$$|S_{\mathbf{k},\lambda}|^2 = 8\pi^2 \alpha^2 \frac{\omega_0^2}{\omega^3} |\langle \mathbf{g} | \hat{\varepsilon}_{\mathbf{k},\lambda}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} | e \rangle|^2 \times |\mathbf{e}_L \mathbf{r}_{eg}|^2 \frac{e^{-\omega^2 \tau^2 / 2}}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2 / 4} \times \left[ \frac{1}{2} \Theta^2 (\cosh \omega \omega_L \tau^2 - 1) e^{-\omega_L^2 \tau^2 / 2} + S_E^2 \right], \quad (16)$$

где мы ввели электрическую площадь огибающей

$$\Theta = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_L e^{-t^2/\tau^2} dt = \sqrt{\pi} \mathcal{E}_L \tau. \quad (17)$$

Электрическая площадь импульса равна

$$S_E = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_L e^{-t^2/\tau^2} \sin(\omega_L t + \varphi_0) dt = \sqrt{\pi} \mathcal{E}_L \tau e^{-\omega_L^2 \tau^2 / 4} \sin \varphi_0. \quad (18)$$

Рассмотрим квадрат модуля амплитуды при  $\omega = \omega_0$ , когда контур Лоренца дает максимальное значение:

$$|S_{\mathbf{k},\lambda}^{(0)}|^2 \equiv |S_{\mathbf{k},\lambda}|^2|_{\omega=\omega_0} = \frac{32\pi^2 \alpha^2 \tau}{\Gamma^2} \times |\langle \mathbf{g} | \hat{\varepsilon}_{\mathbf{k},\lambda}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} | e \rangle|^2 |\mathbf{e}_L \mathbf{r}_{eg}|^2 \mathcal{S}_0, \quad (19)$$

где мы ввели

$$\mathcal{S}_0 = \frac{e^{-\omega_0^2 \tau^2 / 2}}{\omega_0 \tau} \left[ \frac{1}{2} \Theta^2 (\cosh \omega_0 \omega_L \tau^2 - 1) e^{-\omega_L^2 \tau^2 / 2} + S_E^2 \right]. \quad (20)$$

Рассмотрим более подробно несколько предельных случаев.

*Многоцикловый импульс. Случай  $\omega_L \tau \gg \omega_0 \tau \gg 1$ .*

Имеем

$$\mathcal{S}_0 \approx \frac{1}{4} \frac{1}{\omega_0 \tau} \Theta^2 e^{-\omega_L^2 \tau^2 / 2} = \frac{\pi \mathcal{E}_L^2 \tau^2}{4 \omega_0 \tau} e^{-\omega_L^2 \tau^2 / 2}. \quad (21)$$

*Многоцикловый импульс. Случай  $\omega_0 \tau \gg \omega_L \tau \gg 1$ .*

В этом случае малый экспоненциальный множитель будет содержать частоту  $\omega_0$ :

$$\mathcal{S}_0 \approx \frac{1}{4} \frac{1}{\omega_0 \tau} \Theta^2 e^{-\omega_0^2 \tau^2 / 2} = \frac{\pi \mathcal{E}_L^2 \tau^2}{4 \omega_0 \tau} e^{-\omega_0^2 \tau^2 / 2}. \quad (22)$$

*Многоцикловый импульс. Случай  $\omega_L \tau = \omega_0 \tau \gg 1$ .*

Поскольку частота лазерного поля находится в резонансе с энергией атомного перехода, экспоненциального фактора не будет:

$$\mathcal{S}_0 \approx \frac{1}{4} \frac{1}{\omega_0 \tau} \Theta^2 = \frac{\pi \mathcal{E}_L^2 \tau^2}{4 \omega_0 \tau}. \quad (23)$$

Заметим, что во всех этих случаях результат не зависит от фазы  $\varphi_0$ , как уже отмечалось выше.

Перейдем теперь к рассмотрению предельно коротких импульсов.

*Униполярный импульс. Случай  $\omega_L \tau \ll 1$ ,  $\omega_0 \lesssim \omega_L$ .*

Гиперболический косинус можно заменить на единицу, так что ответ оказывается пропорциональным квадрату электрической площади лазерного импульса:

$$\mathcal{S}_0 \approx \frac{1}{\omega_0 \tau} S_E^2 = \pi \frac{\mathcal{E}_L^2 \tau^2}{\omega_0 \tau} \sin^2 \varphi_0. \quad (24)$$

В зависимости от фазы  $\varphi_0$  данная величина принимает значения от нуля до  $\pi \mathcal{E}_L^2 \tau^2 / (\omega_0 \tau)$ , т.е. может быть существенно меньше вероятности (23), а может превышать ее в четыре раза.

Наконец заметим, что при  $\omega_L \tau \ll 1$  и  $\omega_0 \tau \gg 1$  аргумент гиперболического косинуса в формуле (20) может быть как малым, так и большим. В соответствующих предельных случаях результат дается одним из выражений, представленных выше.

Функция (20) уже обсуждалась в работе [12], где рассматривалась заселенность возбужденного состояния двухуровневой системы при взаимодействии с классическим полем лазерного импульса (см. также работы [13,14]). Формула (16) содержит данное выражение, поскольку возбуждение атома лазерным полем является частью диаграммы на рисунке (с учетом сделанных приближений). С другой стороны, дифференциальная вероятность (16) описывает также процесс излучения фотона с произвольной энергией  $\omega$  с учетом конечного времени жизни возбужденного уровня. Далее мы вычислим полную вероятность, проинтегрировав выражение (16) в случае предельно короткого лазерного импульса  $\omega_L \tau \ll 1$  с учетом  $\omega_0 \lesssim \omega_L$  и  $\Gamma \tau \ll 1$ .

Данное вычисление можно выполнить по аналогии с работой [5]. Выпишем окончательный результат:

$$W \approx \frac{8\pi\alpha^2}{3\Gamma} \omega_0^3 |\mathbf{r}_{ge}|^2 |\mathbf{e}_L \mathbf{r}_{eg}|^2 S_E^2. \quad (25)$$

Используя соотношение для матричного элемента [4]

$$|\mathbf{r}_{ge}|^2 = \frac{3\Gamma}{4\alpha\omega_0^3}, \quad (26)$$

получаем

$$W \approx 2\pi\alpha |\mathbf{e}_L \mathbf{r}_{eg}|^2 S_E^2 = \frac{1}{2} |\mathbf{e}_L \mathbf{d}_{eg}|^2 S_E^2. \quad (27)$$

Здесь  $\mathbf{d}_{eg}$  — матричный элемент оператора электрического дипольного момента  $\hat{\mathbf{d}} = e\mathbf{r}$ . Таким образом, как и в выражении (24), мы видим, что в случае предельно коротких импульсов полная вероятность излучения при возбуждении лазерным полем определяется электрической площадью импульса. Поскольку здесь мы провели интегрирование по импульсу фотона и просуммировали по поляризациям, полную вероятность  $W$  можно ассоциировать с заселенностью возбужденного уровня, так что формула (27) воспроизводит одно из выражений, полученных в работе [12] (аналогичный результат был также получен в работе [15], где рассматривалась вероятность возбуждения атома водорода из основного состояния в рамках нерелятивистской квантовой механики).

## 4. Заключение

В настоящей работе исследовался процесс излучения фотонов двухуровневой системой при возбуждении лазерным полем произвольной длительности. Основное внимание было сосредоточено на анализе предельно коротких импульсов, не имеющих хорошо определенной частоты и обладающих ненулевой электрической площадью. В рамках КЭД было получено замкнутое выражение для дифференциальной вероятности процесса в первом порядке теории возмущений, позволяющее получать спектр излучаемых фотонов. Также была вычислена полная вероятность посредством суммирования по параметрам излучаемого фотона. Было показано, что для предельно коротких лазерных импульсов вероятность в первом порядке пропорциональна квадрату электрической площади импульса.

### Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 23-12-00012.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] V. Weisskopf, E. Wigner. *Z. Physik*, **63**, 54 (1930).
- [2] M. Goepfert-Mayer. *Ann. Phys.*, **401**, 273 (1931).
- [3] F. Low. *Phys. Rev.*, **88**, 53 (1952).
- [4] В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *Квантовая электродинамика* (Наука, М., 1989).
- [5] D.V. Chubukov, I.A. Aleksandrov, L.V. Skripnikov, A.N. Petrov. *Phys. Rev. A*, **108**, 053103 (2023).
- [6] F. Krausz, M. Ivanov. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
- [7] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. *Nature*, **530**, 66 (2016).
- [8] H.C. Wu, J. Meyer-ter-Vehn. *Nature Photon.*, **6**, 304 (2012).
- [9] J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, Z. Xu. *Sci. Rep.*, **8**, 2669 (2018).
- [10] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **50**, 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov, *Quant. Electron.*, **50**, 801 (2020)].
- [11] С.В. Сазонов. *Письма в ЖЭТФ*, **114**, 160 (2021). [S.V. Sazonov. *JETP Lett.*, **114**, 132 (2021)].
- [12] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, И. Бабушкин, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *Письма в ЖЭТФ*, **114**, 298 (2021). [*JETP Letters.*, **114**, 250 (2021)].
- [13] R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N. Rosanov. *Sci. Rep.*, **11**, 1961 (2021).
- [14] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **130**, 1098 (2022). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **130**, 895 (2022)].
- [15] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **124**, 75 (2018). [N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **124**, 72 (2018)].