# Анализ устойчивости генерации в лазерах на квантовых ямах

© 3.Н. Соколова<sup>1</sup>, Л.В. Асрян<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия <sup>2</sup> Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA 24061, USA

E-mail: zina.sokolova@mail.ioffe.ru; asryan@vt.edu

Поступила в Редакцию 5 октября 2023 г. В окончательной редакции 11 ноября 2023 г. Принята к публикации 14 ноября 2023 г.

Проведен анализ устойчивости двух режимов генерации в полупроводниковых лазерах на квантовых ямах. Эти режимы генерации соответствуют двум решениям системы скоростных уравнений, получаемым при учете зависимости внутренних оптических потерь от концентрации носителей заряда, инжектированных в волноводную область лазера, и, следовательно, от тока инжекции. Показано, что, в отличие от всегда устойчивого и, следовательно, наблюдаемого первого ("обычного") режима генерации, второй ("дополнительный") режим, целиком обусловленный внутренними потерями, зависящими от концентрации носителей, является неустойчивым и, следовательно, не может наблюдаться в стационарных (steady-state) условиях в лазерной структуре, рассмотренной в настоящей работе.

Ключевые слова: полупроводниковые лазеры с низкоразмерной активной областью, внутренние оптические потери, линейный анализ устойчивости.

DOI: 10.61011/FTP.2023.08.56968.5630

### 1. Введение

Полупроводниковые инжекционные лазеры на гетероструктурах появились более 50 лет назад. Датой их рождения можно считать 1970 год, когда в Физикотехническом институте им. А.Ф. Иоффе был впервые создан лазер на основе гетероструктуры AlGaAs-GaAs, работающий в режиме непрерывной генерации при комнатной температуре [1].

Современную жизнь практически невозможно представить без использования лазеров на гетероструктурах. Такие лазеры нашли широкое применение, в частности, в информационных технологиях, промышленности, медицине и быту. В последнее время большое внимание уделяется также разработке лидаров ("световых радаров") на основе полупроводниковых лазеров для применения в беспилотных летательных и подводных аппаратах, а также в автомобилях.

За прошедшие годы лазеры на гетероструктурах, в особенности лазеры с низкоразмерной активной областью, были объектом тщательных исследований (см, например, [2–29]). Еще в двухтысячные годы в работах [30–33] было предсказано, что в таких лазерах должно происходить уменьшение оптической мощности с увеличением тока накачки (так называемый ролловер (rollover) ватт-амперной характеристики (BTAX) — зависимости выходной оптической мощности от тока накачки (light-current characteristic)) для "обычного" (первого) режима генерации стимулированного излучения, а также возможно существование "дополнительного" (второго) режима генерации. Как ролловер ВтАХ для первого режима генерации, так и само существование второго режима целиком обусловлены (i) немгновенностью захвата носителей заряда из объемной (bulk) волноводной области (области оптического ограничения, optical confinement layer (OCL)) лазера в низкоразмерную (low dimensional) активную область и (ii) внутренними оптическими потерями (internal optical loss), зависящими от концентрации носителей в волноводной области. (Имеют место также внутренние оптические потери в низкоразмерной активной области, однако они существенно меньше, чем потери в объемной волноводной области). Характеристики лазеров, в частности ВтАХ, кардинально различаются для двух режимов генерации и, таким образом, являются вырожденными (имеют две ветви) (рис. 1).

Критерий существования второго режима генерации (и, соответственно, второй ветви в лазерных характеристиках) может быть представлен в следующем виде:

$$\frac{\sigma_{\rm int} v_{\rm capt,0}}{2bB_{\rm 3D}g^{\rm max}} > 1, \tag{1}$$

где  $\sigma_{int}$  — сечение (cross section) внутренних оптических потерь в волноводной области лазерной структуры;  $v_{capt,0}$  — скорость захвата (capture velocity) носителей заряда из объемной (трехмерной) волноводной области в незаполненную низкоразмерную активную область, представляющую собой одну или несколько квантовых ям или слой (слои) с квантовыми точками, b — ширина волноводной области;  $B_{3D}$  — коэффициент спонтанной излучательной рекомбинации в волноводной области [11,19,34];  $g^{max}$  — максимальный модовый коэффициент усиления (maximum modal gain coefficient),



Рис. 1. Стационарная ватт-амперная характеристика лазера на одиночной КЯ с расширенным волноводом и длиной волны излучения 0.98 мкм. 1 — устойчивый первый ("обычный") режим генерации, 2 — неустойчивый второй ("дополнительный") режим генерации.

обусловленный стимулированными излучательными переходами в низкоразмерной активной области лазера [11,15,18,34].

Зависимость внутренних оптических потерь от концентрации носителей в волноводной области учитывается ненулевым значением сечения  $\sigma_{int}$  (в единицах см<sup>2</sup>) внутренних потерь в волноводной области (см. далее выражение (5) для коэффициента внутренних оптических потерь).

Немгновенность захвата носителей из волноводной области в низкоразмерную активную область учитывается конечным (не бесконечно высоким) значением скорости захвата  $v_{capt,0}$  (в единицах см/с) [34–38] (см. далее уравнения (2) и (3)).

Немгновенность захвата, в сочетании со спонтанной излучательной и (или) оже-рекомбинациями носителей в волноводной области, приводит к внутренней сублинейности (intrinsic sublinearity) ВтАХ в лазерах с низкоразмерной активной областью [34-38]. Однако эта немгновенность сама по себе не может привести к ролловеру ВтАХ. Ролловер ВтАХ не происходит даже в ситуации, когда носители заряда сначала захватываются из волноводной области на неизлучающий верхний (upper) уровень размерного квантования в активной области, а далее релаксируют на излучающий нижний (основной, ground) уровень. В этом случае немгновенность релаксации, в сочетании с немгновенностью захвата, еще более усиливает сублинейность ВтАХ выходная оптическая мощность насыщается (асимптотически приближается к своему максимально возможному значению) с увеличением тока накачки [39,40].

Таким образом, именно сочетание внутренних оптических потерь, зависящих от концентрации носителей в волноводной области, с немгновенностью захвата из волноводной области приводит к ролловеру BTAX для "обычного" (первого) режима генерации. И именно сочетание этих факторов приводит к появлению "дополнительного" (второго) режима генерации.

Как ролловер ВтАХ для обычного режима генерации, так и появление дополнительного режима генерации могут существенным образом сказаться на выходной оптической мощности и других важных характеристиках лазеров с низкоразмерной активной областью. В связи с этим представляется актуальным детальное исследование таких лазеров, должным образом учитывающее вышеуказанные факторы. В работах [30–33,41–45] в качестве первого шага оба режима генерации (в частности, обе ветви BтАХ) теоретически исследовались в стационарных (steady-state) условиях.

Следующим шагом, естественным образом вытекающим из первого, является теоретическое исследование устойчивости двух режимов генерации, чему в контексте лазеров на квантовых ямах (КЯ) и посвящена данная статья. Целью дальнейших работ могло бы быть непосредственно экспериментальное исследование данного вопроса, которое, насколько нам известно, на данный момент отсутствует.

# 2. Теоретическая модель: скоростные уравнения

В настоящей работе проводится линейный анализ устойчивости двух режимов генерации и, соответственно, двух ветвей лазерных характеристик. Мы используем модель, основанную на следующих трех скоростных уравнениях (для носителей заряда в волноводной области и в КЯ, а также для фотонов в резонаторе):

$$\frac{\partial n^{\text{OCL}}}{\partial t} = \frac{j}{eb} + N_{\text{QW}} \frac{1}{b} \frac{n^{\text{QW}}}{\tau_{\text{esc}}}$$
$$- N_{\text{QW}} \frac{v_{\text{capt,0}}}{b} (1 - f_n) n^{\text{OCL}} - B_{3\text{D}} (n^{\text{OCL}})^2, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n^{\text{QW}}}{\partial t} = v_{\text{capt},0}(1 - f_n)n^{\text{OCL}} - \frac{n^{\text{QW}}}{\tau_{\text{esc}}} - B_{2\text{D}}(n^{\text{QW}})^2$$
$$- c_n g^{\max}(2f_n - 1)n^{\text{ph}}.$$
(3)

$$\frac{\partial n^{\rm ph}}{\partial t} = N_{\rm QW} c_{\rm g} g^{\rm max} (2f_n - 1) n^{\rm ph} - c_{\rm g} (\beta + \alpha_{\rm int}) n^{\rm ph}.$$
 (4)

Модель трех скоростных уравнений предполагает электронно-дырочную симметрию (т. е. одинаковость всех параметров и величин, относящихся к электронам и дыркам). Учет электронно-дырочной асимметрии потребовал бы использования системы из пяти скоростных уравнений (для электронов и дырок в волноводной области и в КЯ, а также для фотонов в резонаторе) и привнес бы дополнительные усложнения, не сказываясь при этом существенным образом на физической картине в целом.

Физические величины, входящие в уравнения (2)-(4)и не введенные ранее, суть:  $n^{\text{OCL}}$  — концентрация свободных носителей заряда в волноводной области, j — плотность тока накачки (инжекции), e — заряд электрона,  $n^{\text{QW}}$  — двумерная концентрация носителей заряда в каждой из квантовых ям (КЯ),  $N_{\text{QW}}$  — число КЯ,  $B_{2\text{D}}$  — коэффициент спонтанной излучательной рекомбинации в двумерном материале КЯ [19,34],  $c_g$  групповая скорость света,  $n_{\text{ph}}$  — двумерная концентрация фотонов (число фотонов на единицу площади полоскового контакта) стимулированного излучения в резонаторе лазера,  $\beta = (1/L) \ln(1/R)$  — оптические потери, связанные с выходом излучения из резонатора (cavity loss), L — длина резонатора (cavity length), R коэффициент отражения зеркал (mirror reflectivity).

Коэффициент внутренних оптических потерь  $\alpha_{int}$ , зависящий от концентрации носителей заряда  $n^{OCL}$  в волноводной области и входящий в уравнение (4), дается в виде

$$\alpha_{\rm int} = \alpha_0 + \sigma_{\rm int} n^{\rm OCL}, \qquad (5)$$

где  $\alpha_0$  — постоянная компонента, включающая в себя "встроенные" (не зависящие от  $n^{\text{OCL}}$ ) потери. Немгновенность захвата носителей из волноводной области в низкоразмерную активную область приводит к зависимости концентрации  $n^{\text{OCL}}$  от тока инжекции [34–38,41–45] и, таким образом, к зависимости внутренних потерь  $\alpha_{\text{int}}$  от тока инжекции.

Степень заполнения  $f_n$  носителями заряда нижнего края подзоны размерного квантования в КЯ не является независимой величиной и выражается через двумерную концентрацию носителей заряда  $n^{QW}$  в КЯ следующим образом [23,34]:

$$f_n = 1 - \exp\left(-\frac{n^{\text{QW}}}{N_c^{\text{2D}}}\right). \tag{6}$$

Время термических выбросов  $\tau_{esc}$  носителей заряда из КЯ в волноводную область также не является независимой величиной и выражается через скорость захвата  $v_{capt,0}$  носителей заряда из волноводной области в незаполненную КЯ следующим образом:

$$\tau_{\rm esc} = \frac{1}{v_{\rm capt,0}(1-f_n)} \frac{N_c^{\rm 2D}}{n_1}.$$
 (7)

В выражениях (6) и (7) величина  $N_c^{2D} = m_c^{QW}T/(\pi\hbar^2)$  — двумерная эффективная плотность состояний в КЯ,  $m_c^{QW}$  — эффективная масса носителей заряда в КЯ, T — температура в энергетических единицах.

Величина *n*<sub>1</sub> в выражении (7) определяется следующим образом [34]:

$$n_1 = N_c^{\rm 3D} \exp\left(-\frac{\Delta E_c - \varepsilon_n^{\rm QW}}{T}\right),\tag{8}$$

где  $N_c^{\rm 3D} = 2[(m_c^{\rm OCL}T)/(2\pi\hbar^2)]^{3/2}$  — трехмерная эффективная плотность состояний в волноводной области,  $m_c^{\rm OCL}$  — эффективная масса носителей заряда в волноводной области,  $\Delta E_c$  — глубина КЯ для носителей заряда (разрыв края зоны (band offset) на гетерогранице между волноводной областью и КЯ),  $\varepsilon_n^{\rm QW}$  — энергия нижнего края подзоны размерного квантования носителей заряда в КЯ.

# Анализ устойчивости режимов лазерной генерации

В рамках линейного анализа устойчивости решения скоростных уравнений (2)-(4) (зависящие от времени концентрации носителей заряда в волноводной области  $(n^{OCL})$  и в КЯ  $(n^{QW})$ , а также концентрация фотонов  $(n^{ph})$  в резонаторе) представляются в следующем виде:

$$n^{\text{OCL}}(t) = n_0^{\text{OCL}} + (\delta n_m^{\text{OCL}}) \exp(\Lambda t), \qquad (9)$$

$$n^{\text{QW}}(t) = n_0^{\text{QW}} + (\delta n_m^{\text{QW}}) \exp(\Lambda t), \qquad (10)$$

$$n^{\rm ph}(t) = n_0^{\rm ph} + (\delta n_m^{\rm ph}) \exp(\Lambda t), \qquad (11)$$

где  $n_0^{\text{OCL}}$ ,  $n_0^{\text{QW}}$  и  $n_0^{\text{ph}}$  — решения стационарных скоростных уравнений, а  $\delta n_m^{\text{OCL}}$ ,  $\delta n_m^{\text{QW}}$  и  $\delta n_m^{\text{ph}}$  — малые амплитуды компонент, экспоненциально зависящих от времени.

### 3.1. Стационарная ватт-амперная характеристика

Решение скоростных уравнений (2)-(4) при  $\partial/\partial t = 0$  дает стационарные значения концентраций свободных носителей заряда в волноводной области  $n_0^{\text{OCL}}$ , носителей заряда, локализованных в КЯ,  $n_0^{\text{OW}}$ , а также фотонов стимулированного излучения  $n_0^{\text{ph}}$  в зависимости от плотности тока накачки j и параметров лазерной структуры. Далее рассчитывается стационарная выходная оптическая мощность лазера  $P_0 = \hbar \omega c_g \beta n_0^{\text{ph}} S$ , где  $\hbar \omega$  — энергия фотона, S = WL — площадь полоскового контакта.

Здесь, как и в работах [41-45], рассматривается полосковая (edge-emitting) лазерная структура с расширенным волноводом. Активной областью лазера является одна напряженная КЯ. Материалами КЯ, волноводной области и эмиттеров являются  $In_{0.31}Ga_{0.69}As$ , GaAs и  $Al_{0.1}Ga_{0.9}As$  соответственно. Ширины КЯ и волноводной области составляют 30 Å и 0.9 мкм соответственно. КЯ располагается не в центре волноводной области, а ближе к *p*-эмиттеру (на расстоянии 0.1 мкм от него). Концентрации основных носителей заряда в эмиттерах  $n_{\rm clad} = p_{\rm clad} = 5 \cdot 10^{18} \, {\rm cm}^{-3}$ . Сечение внутренних оптических потерь в волноводной области  $\sigma_{\rm int} = 3 \cdot 10^{-18} \, {\rm cm}^2$ ; скорость захвата носителей заряда из волноводной области в пустую КЯ  $v_{\rm capt,0} = 10^6 \, {\rm cm/c}$ ; длина резонатора Фабри-Перо  $L = 1.5 \, {\rm sm}$ , коэффициенты отражения обоих зеркал R = 0.32, ширина полоскового контакта  $W = 100 \, {\rm mkm}$ , температура  $T = 300 \, {\rm K}$ . Рассчитанный максимальный модовый коэффициент усиления в одиночной КЯ  $g^{\rm max} = 30.73 \, {\rm cm}^{-1}$ . Длина волны излучения равна 0.98 мкм.

Для рассматриваемой структуры величина, входящая в левую часть критерия (1), равна 2.65 и, таким образом, скоростные уравнения имеют два решения, которым соответствуют два режима лазерной генерации. Плотности пороговых токов для первого и второго режимов  $j_{\rm th,1} = 31.6 \,\mathrm{A/cm^2}$  и  $j_{\rm th,2} = 34 \,\mathrm{\kappa A/cm^2}$ . Максимальная плотность тока накачки, выше которой происходит срыв лазерной генерации,  $j^{\rm max} = 48.06 \,\mathrm{\kappa A/cm^2}$  (при этой плотности тока инжекции первая и вторая ветви ВтАХ смыкаются — см. рис. 1).

На рис. 1 приведена зависимость выходной оптической мощности от плотности тока инжекции (BтAX) для рассматриваемой структуры. Как видно из рисунка, ВтАХ состоит из двух ветвей. Выше первого порога включается первый ("обычный") режим лазерной генерации, которому соответствует первая ветвь BTAX (ветвь I на рис. 1), выше второго порога появляется второй ("дополнительный") режим генерации, которому соответствует вторая ветвь BTAX (ветвь 2 на рис. 1). Срыв генерации обоих ветвей происходит при плотности тока накачки  $j = j^{max}$ .

### 3.2. Характеристическое уравнение

Для существования ненулевых решений для малых амплитуд  $\delta n_m^{OCL}$ ,  $\delta n_m^{QW}$  и  $\delta n_m^{ph}$ , входящих в (9)–(11), должно выполняться следующее характеристическое уравнение (полученное посредством линеаризации уравнений (2)–(4) с использованием выражений (9)–(11)) для нахождения собственных значений (eigenvalues)  $\Lambda$ :

$$\Lambda^{3} + A_{2}\Lambda^{2} + A_{1}\Lambda + A_{0} = 0, \qquad (12)$$

где выражения для коэффициентов A<sub>0</sub>, A<sub>1</sub> и A<sub>2</sub> суть:

$$A_{0} = c_{g}g^{\max}(2f_{n0} - 1)$$

$$\times \left\{ 2g^{\max} \left[ N_{\text{QW}} \frac{v_{\text{capt},0}}{b} \left( 1 - f_{n0} \right) + 2B_{3\text{D}}n_{0}^{\text{OCL}} \right] - \frac{v_{\text{capt},0}}{b} \left( n_{1} + n_{0}^{\text{OCL}} \right) \sigma_{\text{int}} \right\} N_{\text{QW}} \frac{1 - f_{n0}}{N_{c}^{2\text{D}}} c_{g}n_{0}^{\text{ph}}, \quad (13)$$

Физика и техника полупроводников, 2023, том 57, вып. 8

$$A_{1} = N_{QW} \frac{v_{capt,0}}{b} (1 - f_{n0})$$

$$\times \left( 2B_{2D} n_{0}^{QW} + 2c_{g} g^{\max} \frac{1 - f_{n0}}{N_{c}^{2D}} n_{0}^{ph} \right)$$

$$+ 2B_{3D} n_{0}^{OCL} \left[ v_{capt,0} (1 - f_{n0}) \frac{n_{1} + n_{0}^{OCL}}{N_{c}^{2D}} \right]$$

$$+ 2B_{2D} n_{0}^{QN} + 2c_{g} g^{\max} \frac{1 - f_{n0}}{N_{c}^{2D}} n_{0}^{ph}$$

$$+ c_{g} g^{\max} (2f_{n0} - 1) \left[ 2N_{QW} c_{g} g^{\max} \frac{1 - f_{n0}}{N_{c}^{2D}} n_{0}^{ph} \right]$$

$$+ 2B_{3D} n_{0}^{OCL} + 2B_{2D} n_{0}^{QW} + 2c_{g} g^{\max} \frac{1 - f_{n0}}{N_{c}^{2D}} n_{0}^{ph}$$

$$+ 2B_{3D} n_{0}^{OCL} + 2B_{2D} n_{0}^{QW} + 2c_{g} g^{\max} \frac{1 - f_{n0}}{N_{c}^{2D}} n_{0}^{ph}.$$

$$(15)$$

Характеристическое уравнение (12) является кубическим, поскольку основу нашей модели составляют три скоростных уравнения (см. уравнения (2)-(4)).

В выражения (13)–(15) для коэффициентов  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$  входят стационарные значения концентраций носителей заряда и фотонов  $n_0^{\text{OCL}}$ ,  $n_0^{\text{QW}}$  и  $n_0^{\text{ph}}$ , которые являются решениями системы скоростных уравнений (2)–(4) при  $\partial/\partial t = 0$  и зависят от параметров лазерной структуры и плотности тока накачки *j*. Следовательно, коэффициенты  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$  также зависят от *j*.

Поскольку для рассматриваемой лазерной структуры скоростные уравнения имеют два решения, каждому из двух режимов лазерной генерации соответствуют свои значения коэффициентов  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$  и свои собственные значения  $\Lambda$ .

В рамках линейного анализа, для того чтобы рассматриваемый режим генерации был устойчивым, экспоненциальные компоненты в выражениях (9)–(11) должны быть затухающими (решения (9)–(11) системы скоростных уравнений (2)–(4) должны возвращаться со временем к своим стационарным значениям  $n_0^{\rm OCL}$ ,  $n_0^{\rm QW}$  и  $n_0^{\rm ph}$ ), т.е. действительные части всех трех собственных значений  $\Lambda$  должны быть отрицательными:

$$\operatorname{Re}(\Lambda) < 0. \tag{16}$$

Положительный знак действительной части хотя бы одного из трех собственных значений  $\Lambda$  означал бы экспоненциальное нарастание решений (9)-(11), т.е. их уход от стационарных значений и неустойчивость рассматриваемого режима генерации.

Таким образом, для определения устойчивости режимов генерации достаточно было бы определить знаки действительных частей корней кубического уравнения (12). Поскольку коэффициенты  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$  в уравнении (12) являются действительными величинами, имеются следующие две возможности для корней



**Рис. 2.** Коэффициенты *A*<sub>0</sub>, *A*<sub>1</sub> и *A*<sub>2</sub> характеристического уравнения (12) в зависимости от плотности тока накачки. *I* — первый режим генерации, *2* — второй режим генерации.

уравнения (12) (собственных значений  $\Lambda$ ): (i) один действительный и пара комплексно-сопряженных корней; (ii) три действительных корня.

Если бы все три коэффициента  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$  были всегда (при любом токе накачки) положительными, то,

З.Н. Соколова, Л.В. Асрян

как видно из (12), действительные части собственных значений Л были бы непременно отрицательными, а соответствующие им решения устойчивыми. Поскольку  $f_{n0} < 1$  и все величины, входящие в выражения (14) и (15) для A<sub>1</sub> и A<sub>2</sub>, положительны, коэффициенты A<sub>1</sub> и А2 действительно всегда положительны. Однако в отличие от A<sub>1</sub> и A<sub>2</sub>, как видно из выражения (13) для А<sub>0</sub>, невозможно априори сделать какой-либо вывод о знаке коэффициента А<sub>0</sub>. Таким образом, для определения устойчивости решений требуется анализ как минимум зависимости знака коэффициента  $A_0$  от тока инжекции *j*. Если при этом окажется, что коэффициент А<sub>0</sub> отрицателен, то из этого также автоматически не будет следовать какой-либо вывод о знаке действительных частей собственных значений  $\Lambda$  — поскольку коэффициент А2 всегда положителен, второй (квадратичный) член в левой части уравнения (12) всегда положителен и формально действительные части собственных значений Л могут быть как положительными, так и отрицательными. Таким образом, в случае отрицательного коэффициента А<sub>0</sub> для определения знака действительных частей собственных значений Л потребуется решение уравнения (12).

Следует отметить, что, поскольку  $2f_{n0} - 1 > 0$  (условие положительности стационарной инверсии населенности (population inversion) и коэффициента усиления в активной области — см. [11]), как это видно из (13), в отсутствие внутренних оптических потерь, зависящих от концентрации носителей заряда в волноводной области (т.е. при  $\sigma_{int} = 0$ ), коэффициент  $A_0$  также всегда положителен. Таким образом, в этом случае действительные части собственных значений  $\Lambda$  отрицательны. Этот результат отражает тот факт, что в отсутствие внутренних потерь, зависящих от концентрации носителей заряда в волноводной области, существует только одно решение системы скоростных уравнений и, соответственно, только один ("обычный") режим лазерной генерации, который всегда устойчив.

В разд. 3.2.1 мы анализируем коэффициенты  $A_0$ ,  $A_1$ и  $A_2$ . Поскольку оказывается, что коэффициент  $A_0$  отрицателен для второго режима генерации, то далее (в разд. 3.2.2) мы решаем уравнение (12) для нахождения собственных значений  $\Lambda$ .

### 3.2.1. Коэффициенты $A_0$ , $A_1$ и $A_2$ характеристического уравнения в зависимости от плотности тока накачки

Рассчитав стационарные концентрации  $n_0^{\text{OCL}}$ ,  $n_0^{\text{QW}}$  и  $n_0^{\text{ph}}$ для каждого из режимов генерации и пользуясь далее формулами (13)–(15), мы определили коэффициенты  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$  для двух ветвей. На рис. 2 приведены эти коэффициенты в зависимости от плотности тока накачки. Как видно из рисунка, коэффициенты  $A_0$ ,  $A_1$ и  $A_2$  для первого режима генерации (кривые I) всегда положительны. Для второго режима генерации коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  (кривые 2) также всегда положительны,



**Рис. 3.** Действительное собственное значение  $\Lambda_1$  (*a*) и действительные части собственных значений  $\Lambda_2$  и  $\Lambda_3$  (*b*) для первого ("обычного") режима лазерной генерации в зависимости от плотности тока накачки.

однако коэффициент  $A_0$  для исследованной лазерной структуры всегда отрицателен. В точке срыва лазерной генерации  $(j = j^{\max})$  коэффициенты  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$  для двух режимов (как и все другие величины для них) совпадают.

# 3.2.2. Корни $\Lambda_1$ , $\Lambda_2$ и $\Lambda_3$ характеристического уравнения в зависимости от плотности тока накачки

Вычислив коэффициенты  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$ , мы далее находим корни  $\Lambda$  кубического уравнения (12) для каждого из двух режимов генерации (рис. 3–6).

Начнем с анализа корней для первого ("обычного") режима лазерной генерации. Как видно из рис. 3, а, одно из собственных значений (Л1) для первого режима генерации всегда (при всех значениях тока накачки, т.е. при  $j_{\text{th},1} < j < j^{\text{max}}$ ) является действительной отрицательной величиной. Оказалось, что два других корня ( $\Lambda_2$  и  $\Lambda_3$ ) для первого режима генерации являются комплексно-сопряженными величинами при значениях плотности тока накачки в интервале  $j_{\text{th},1} < j < 9.6 \,\text{кA/cm}^2$ . Действительная часть этих корней также отрицательна (рис. 3, b). Мнимые части корней  $\Lambda_2$  и  $\Lambda_3$ , которые равны по модулю, но отличаются знаком, показаны на рис. 4. Решения в виде (9)-(11), соответствующие корням  $\Lambda_2$  и  $\Lambda_3$  при токах накачки в интервале  $j_{\text{th},1} < j < 9.6 \, \text{кA/см}^2$ , описывают затухающие (недостаточно демпфированные, underdamped) релаксационные колебания в лазере — абсолютная величина мнимых частей корней  $\Lambda_2$  и  $\Lambda_3$  представляет собой угловую частоту  $\Omega_{osc}$  этих колебаний (см. [46,47]).

Как видно из рис. 4, при  $j = 9.64 \text{ кA/cm}^2$  мнимые части корней  $\Lambda_2$  и  $\Lambda_3$  (т.е. угловые частоты релаксационных колебаний) обращаются в нуль (ср. с рис. 2



**Рис. 4.** Мнимые части собственных значений  $\Lambda_2$  и  $\Lambda_3$  для первого ("обычного") режима лазерной генерации в зависимости от плотности тока накачки.

в [46,47]). (На рис. 4 также следует отметить особенность в зависимости Im ( $\Lambda_2$ ) и Im ( $\Lambda_3$ ) от плотности тока накачки при значениях j, немного превышающих  $j_{th,1}$ ).

Как видно из рис. 3, b, при  $j > 9.64 \text{ кA/cm}^2$  корни  $\Lambda_2$  и  $\Lambda_3$  становятся чисто вещественными (при этом отличающимися друг от друга) отрицательными величинами. Решения в виде (9)-(11) при токах накачки  $j > 9.64 \text{ кA/cm}^2$  описывают сверхдемпфирование (overdamping), т.е. чисто экспоненциально затухающее (без релаксационных колебаний) возвращение концентраций носителей заряда и фотонов к своим стационарным значениям.

Таким образом, как видно из наших расчетов, для первого ("обычного") режима лазерной генерации действительные части собственных значений (или действи-



**Рис. 5.** Действительные собственные значения  $\Lambda$  для второго ("дополнительного") режима лазерной генерации в зависимости от плотности тока накачки: *а* – положительный корень  $\Lambda_1$ ; *b* — отрицательные корни  $\Lambda_2$  и  $\Lambda_3$ .

тельные собственные значения) всех трех корней  $\Lambda$  отрицательны во всем диапазоне рабочих токов лазера  $j_{\rm th,1} < j < j^{\rm max}$  (рис. 3). Это доказывает устойчивость первого режима генерации: вторые слагаемые в правой части выражений (9)–(11) экспоненциально затухают во времени, и, таким образом, концентрации носителей заряда и фотонов возвращаются к своим стационарным значениям  $n_0^{\rm OCL}$ ,  $n_0^{\rm QW}$  и  $n_0^{\rm ph}$ .

Перейдем к анализу корней характеристического уравнения (12) для второго ("дополнительного") режима лазерной генерации в зависимости от плотности тока накачки. Эти корни изображены на рис. 5. Оказалось, что все три корня являются действительными величинами: один корень ( $\Lambda_1$ ) всегда (при всех значениях тока накачки для второго режима генерации, т.е. при  $j_{th,2} < j < j^{max}$ ) положителен (рис. 5, *a*), а два других ( $\Lambda_2$  и  $\Lambda_3$ ) всегда отрицательны (рис. 5, *b*).

На рис. 6, a-c показаны действительные части корней  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$  и  $\Lambda_3$  для двух режимов генерации ("обычного" и "дополнительного") в зависимости от плотности тока накачки. Из рисунка видно, что в точке срыва генерации (при  $j = j^{\text{max}}$ ) соответствующие собственные значения для двух режимов совпадают. Это, в частности, означает, что корни  $\Lambda_1$  для двух режимов генерации (имеющие противоположные знаки при  $j < j^{\text{max}}$ ) должны непременно обращаться в нуль в этой точке (рис. 6, *a*).

Таким образом, наши расчеты показывают, что для второго режима генерации собственное значение  $\Lambda_1$  является положительной величиной во всем диапазоне значений токов накачки  $(j_{th,2} < j < j^{max})$ . Это доказывает неустойчивость второго режима генерации в рассмотренной лазерной структуре: вторые слагаемые в правой части выражений (9)–(11), соответствующие этому корню  $\Lambda_1$ , экспоненциально возрастают во времени и, таким образом, концентрации носителей заряда

и фотонов удаляются от своих стационарных значений  $n_0^{\text{OCL}}$ ,  $n_0^{\text{OW}}$  и  $n_0^{\text{ph}}$ .

# 4. Заключение

Проведен линейный анализ устойчивости двух режимов генерации в полупроводниковых лазерах с квантовыми ямами. Два режима генерации соответствуют двум решениям системы скоростных уравнений, получаемым с учетом внутренних оптических потерь, зависящих от концентрации носителей заряда в волноводной области лазера. Показано, что, в отличие от всегда устойчивого и, следовательно, наблюдаемого первого ("обычного") режима генерации, второй ("дополнительный") режим, целиком обусловленный внутренними потерями, зависящими от концентрации носителей, является неустойчивым и, следовательно, не может наблюдаться в стационарных (steady-state) условиях в рассмотренной лазерной структуре.

Несмотря на то что второй режим генерации является нестабильным и не может наблюдаться в стационарных условиях, т.е. при постоянном токе накачки (continuous wave operation), его существование может проявляться при импульсной накачке при плотностях тока накачки  $j > j_{\rm th,2}$ . Даже возможные кратковременные перескоки со стабильного первого ("обычного") режима на нестабильный второй должны сопровождаться сильным увеличением интенсивности излучения, связанного со спонтанной рекомбинацией носителей заряда (в волноводной области в первую очередь, но также и в квантовой яме) и, соответственно, падением полезной мощности стимулированного излучения из квантовой ямы (см. рис. 1). Таким образом, флуктуации спонтанного и стимулированного излучений при импульсной



**Рис. 6.** Действительное собственное значение  $\Lambda_1(a)$  и действительные части собственных значений  $\Lambda_2(b)$  и  $\Lambda_3(c)$  в зависимости от плотности тока накачки. 1 — первый ("обычный") режим генерации, 2 — второй ("дополнительный") режим генерации.

накачке могут служить индикаторами существования нестабильного второго режима генерации.

#### Финансирование работы

Работа З.Н. Соколовой выполнена в соответствии с государственным заданием ФТИ им. А.Ф. Иоффе.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- Ж.И. Алферов, В.М. Андреев, Д.З. Гарбузов, Ю.В. Жиляев, Е.П. Морозов, Е.Л. Портной, В.Г. Трофим. ФТП, 4, 1826 (1970). [Zh.I. Alferov, V.M. Andreev, D.Z. Garbuzov, Yu.V. Zhilyaev, E.P. Morozov, E.L. Portnoi, V.G. Trofim. Sov. Phys. Semicond., 4, 1573 (1970)].
- [2] R. Dingle, C.H. Henry. U.S. Patent No. 3982207 (1976).
- [3] R.D. Dupuis, P.D. Dapkus, N. Holonyak, E.A. Rezek, R. Chin. Appl. Phys. Lett., 32, 295 (1978).
- [4] W.T. Tsang. Appl. Phys. Lett., 40, 217 (1982).
- [5] П.Г. Елисеев. Введение в физику инжекционных лазеров (М., Наука, 1983).
- [6] Ж.И. Алферов, Д.З. Гарбузов, А.В. Овчинников, И.С. Тарасов, В.П. Евтихиев, А.Б. Нивин, А.Е. Свелокузов. Письма ЖТФ, 11, 1157 (1985).
- [7] Ж.И. Алфёров, А.М. Васильев, С.В. Иванов, П.С. Копьев, Н.Н. Леденцов, М.Э. Луценко, Б.Я. Мельцер, В.М. Устинов. Письма ЖТФ, 14, 1803 (1988). [Zh.I. Alferov, A.I. Vasil'ev, S.V. Ivanov, P.S. Kop'ev, N.N. Ledentsov, M.É. Lutsenko, B.Ya. Mel'tser, V.M. Ustinov. Sov. Techn. Phys. Lett., 14, 782 (1988)].
- [8] Д.З. Гарбузов, А.В. Овчинников, Н.А. Пихтин, З.Н. Соколова, И.С. Тарасов, В.Б. Халфин. ФТП, 25, 928 (1991).
   [D.Z. Garbuzov, A.V. Ovchinnikov, N.A. Pikhtin, Z.N. Sokolova, I.S. Tarasov, V.B. Khalfin. Sov. Phys. Semicond., 25, 560 (1991)].
- [9] Quantum Well Lasers, ed. by P.S. Zory, jr. (Academic, Boston, 1993).
- [10] А.Ю. Егоров, А.Е. Жуков, П.С. Копьев, Н.Н. Леденцов, М.В. Максимов, В.М. Устинов. ФТП, 28, 1439 (1994).
   [А.Ү. Egorov, А.Е. Zhukov, P.S. Kop'ev, N.N. Ledentsov, M.V. Maksimov, V.M. Ustinov. Semiconductors, 28, 809 (1994)].
- [11] L.V. Asryan, R.A. Suris. Semicond. Sci. Technol., 11 (4), 554 (1996).
- [12] L. J. Mawst, A. Bhattacharya, J. Lopez, D. Botez, D.Z. Garbuzov, L. DeMarco, J. C. Connolly, M. Jansen, F. Fang, R.F. Nabiev. Appl. Phys. Lett., 69, 1532 (1996).
- [13] R.F. Kazarinov, G.E. Shtengel. J. Lightwave Technol., 15, 2284 (1997).
- [14] *Semiconductor Lasers*, ed. by E. Kapon (Academic, San Diego, 1999).
- [15] L.V. Asryan, N.A. Gun'ko, A.S. Polkovnikov, G.G. Zegrya, R.A. Suris, P.-K. Lau, T. Makino. Semicond. Sci. Technol., 15 (12), 1131 (2000).
- [16] Zh.I. Alferov. Rev. Mod. Phys., 73, 767 (2001).
- [17] H. Kroemer. Rev. Mod. Phys., 73, 783 (2001).
- [18] Л.В. Асрян, Р.А. Сурис. ФТП, 38, 3 (2004). [L.V. Asryan, R.A. Suris. Semiconductors, 38 (1), 1 (2004)].
- [19] L.V. Asryan. Quant. Electron., **35** (12), 1117 (2005).
- [20] В.В. Безотосный, В.В. Васильева, Д.А. Винокуров, В.А. Капитонов, О.Н. Крохин, А.Ю. Лешко, А.В. Лютецкий, А.В. Мурашова, Т.А. Налет, Д.Н. Николаев, Н.А. Пихтин, Ю.М. Попов, С.О. Слипченко, А.Л. Станкевич, Н.В. Фетисова, В.В. Шамахов, И.С. Тарасов. ФТП, 42, 357 (2008). [V.V. Bezotosnyi, V.V. Vasil'eva, D.A. Vinokurov, V.A. Kapitonov, O.N. Krokhin, A.Yu. Leshko, A.V. Lyutetskii, A.V. Murashova, T.A. Nalet, D.N. Nikolaev, N.A. Pikhtin, Yu.M. Popov, S.O. Slipchenko, A.L. Stankevich, N.V. Fetisova, V.V. Shamakhov, I.S. Tarasov. Semiconductors, 42, 350 (2008)].

З.Н. Соколова, Л.В. Асрян

- [21] D.-S. Han, L.V. Asryan. Appl. Phys. Lett., 92 (25), 251113 (2008).
- [22] S.L. Chuang. *Physics of Photonic Devices*, 2nd ed (New York, NY, USA: Wiley, 2009).
- [23] L.V. Asryan, N.V. Kryzhanovskaya, M.V. Maximov, A.Yu. Egorov, A.E. Zhukov. Semicond. Sci. Technol., 26 (5), 055025 (2011).
- [24] M.T. Crowley, N.A. Naderi, H. Su, F. Grillot, L.F. Lester. Semicond. Semimet., 86, 371 (2012). (San Diego, CA, USA: Elsevier). DOI: 10.1016/B978-0-12-391066-0.00010-1
- [25] C. Wang, B. Lingnau, K. Lüdge, J. Even, F. Grillot. IEEE J. Quant. Electron., 50, 723 (2014).
- [26] K. Nishi, K. Takemasa, M. Sugawara, Y. Arakawa. IEEE J. Select. Top. Quant. Electron., 23, 1901007 (2017).
- [27] V. Mikhelashvili, O. Eyal, I. Khanonkin, S. Banyoudeh, V. Sichkovskyi, J.P. Reithmaier, G. Eisenstein. J. Appl. Phys., 124, 054501 (2018).
- [28] А.Е. Жуков, А.М. Надточий, Н.В. Крыжановская, Ю.М. Шерняков, Н.Ю. Гордеев, А.А. Серин, С.А. Минтаиров, Н.А. Калюжный, А.С. Паюсов, Г.О. Корнышов, М.В. Максимов, Ү. Wang. ФТП, 56 (9), 922 (2022).
- [29] E. Alkhazraji, W.W. Chow, F. Grillot, J.E. Bowers, Y. Wan. Light: Sci. Appl., 12, 162 (2023).
- [30] L.V. Asryan, S. Luryi. Appl. Phys. Lett., 83 (26), 5368 (2003).
- [31] L.V. Asryan, S. Luryi. IEEE J. Quant. Electron., 40 (7), 833 (2004).
- [32] L.V. Asryan. Appl. Phys. Lett., 88 (7), 073107 (2006).
- [33] L.V. Asryan. J. Nanophoton., 3, 031601 (2009).
- [34] З.Н. Соколова, И.С. Тарасов, Л.В. Асрян. ФТП, 45 (11), 1553 (2011). [Z.N. Sokolova, I.S. Tarasov, L.V. Asryan. Semiconductors, 45 (11), 1494 (2011)].
- [35] L.V. Asryan, S. Luryi, R.A. Suris. Appl. Phys. Lett., 81 (12), 2154 (2002).
- [36] L.V. Asryan, S. Luryi, R.A. Suris. IEEE J. Quant. Electron., 39 (3), 404 (2003).
- [37] L.V. Asryan, Z.N. Sokolova. J. Appl. Phys., 115 (2), 023107 (2014).
- [38] Z.N. Sokolova, N.A. Pikhtin, I.S. Tarasov, L.V. Asryan. J. Phys.: Conf. Ser., 740, 012002 (2016).
   DOI: 10.1088/1742-6596/740/1/012002
- [39] L. Jiang, L.V. Asryan. IEEE Photon. Technol. Lett., 18 (24), 2611 (2006).
- [40] Y. Wu, L. Jiang, L.V. Asryan. J. Appl. Phys., 118 (18), 183107 (2015).
- [41] Z.N. Sokolova, N.A. Pikhtin, L.V. Asryan. J. Lightwave Technol., 36 (11), 2295 (2018).
   DOI: 10.1109/JLT.2018.2806942
- [42] Z.N. Sokolova, N. A. Pikhtin, L.V. Asryan. Proc. 18th Int. Conf. on Laser Optics JCLO 2018" (St. Petersburg, Russia, June 4–8, 2018. Paper no. ThR3-p31, p. 169).
- [43] Z.N. Sokolova, N.A. Pikhtin, L.V. Asryan. Electron. Lett., 55 (9), 550 (2019). DOI: 10.1049/el.2019.0225
- [44] Z.N. Sokolova, N.A. Pikhtin, S.O. Slipchenko, L.V. Asryan.
   Proc. SPIE, **11301**, 113010D (2020). (Novel In-Plane Semiconductor Lasers XIX 2020; San Francisco, USA; February 3–6, 2020). DOI: 10.1117/12.2546974
- [45] Z.N. Sokolova, N.A. Pikhtin, S.O. Slipchenko, L.V. Asryan. 8th Int. School and Conf. "Saint Petersburg Open 2021" on Optoelectronics, Photonics, Engineering and Nanostructures, SPb OPEN 2021. J. Phys.: Conf. Ser., 2086, 012076 (2021). DOI:10.1088/1742-6596/2086/1/012076

- [46] L.V. Asryan, R.A. Suris. Appl. Phys. Lett., 96 (22), 221112 (2010).
- [47] L.V. Asryan, R.A. Suris. Proc. SPIE, 7610, 76100R (2010).

Редактор Г.А. Оганесян

# Analysis of stability of generation in quantum well lasers

Z.N. Sokolova<sup>1</sup>, L.V. Asryan<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ioffe Institute,
 194021 St. Petersburg, Russia
 <sup>2</sup> Virginia Polytechnic Institute and State University,
 Blacksburg, VA 24061, USA

**Abstract** A stability analysis of two regimes of generation in semiconductor quantum well lasers is performed. These regimes correspond to two solutions of the rate equations obtained by taking into account the internal optical loss that depends on the density of charge carriers injected into the laser waveguide region and, hence, on the injection current. It is shown that, in contrast to the first ("conventional") regime of generation, which is always stable and hence observable, the second ("additional") regime, which is entirely due to the internal loss that depends on the carrier density, is unstable and hence cannot be observed under the steady-state conditions in the laser structure considered in this work.