

Влияние искривления пространства на момент инерции осесимметричного магнитного поля радиопульсара

© А.А. Матевосян¹, Д.П. Барсуков²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 195251 Санкт-Петербург, Россия

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: bars.astro@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 12 мая 2023 г.

В окончательной редакции 24 июля 2023 г.

Принято к публикации 30 октября 2023 г.

Рассмотрено влияние искривления пространства в метрике Шварцшильда на вклад в момент инерции радиопульсара магнитного поля вне нейтронной звезды. Рассмотрен как случай дипольного магнитного поля, так и случай недипольного „мелкомасштабного“ поля, однако при этом рассмотрение ограничено вкладом в тензор инерции только одной осесимметричной гармоники.

Ключевые слова: общая теория относительности, нейтронные звезды, прецессия.

DOI: 10.61011/JTF.2023.12.56829.f240-23

Введение

Изолированные радиопульсары считаются одним из наиболее стабильных источников периодических сигналов. Тем не менее из-за постоянных потерь вращательной энергии на ускорение частиц и формирование своего излучения период пульсаров P постоянно увеличивается. При этом медленно вращающиеся пульсары с периодами $P > 100$ ms помимо регулярного замедления показывают некоторые циклические изменения своих параметров с характерным временным масштабом $T \sim 10^3 - 10^4$ year [1]. Одно из возможных объяснений подобных вариаций — прецессия нейтронной звезды из-за отличия ее формы от сферической или аномального тормозящего момента (см., например, [2]), который фактически представляет собой момент инерции магнитного поля звезды [3]. По всей видимости, прецессия пульсара B1828-11 связана именно с отличием формы нейтронной звезды от сферической [4]. Возможно, повторяемость всплесков у FRB также связана со свободной прецессией нейтронной звезды (см., например, [5]). При этом стоит отметить, что сплюснутость нейтронной звезды из-за ее вращения не дает вклада в прецессию, а сплюснутость, вызванная деформацией звезды ее магнитным полем, сравнима со „сплюснутостью“ из-за аномального магнитного момента (см., например, оценки в [6]). Причем стоит отметить, что оба эти эффекта обеспечивают для медленно вращающихся пульсаров с периодами $P > 100$ ms период прецессии порядка $T \sim 10^3 - 10^4$ year. В работе мы рассматриваем влияние искривления пространства-времени вокруг нейтронной звезды на момент инерции ее магнитного поля вне звезды. При этом мы считаем, что метрика вне звезды совпадает с метрикой Шварцшильда, и пренебрегаем поправками к метрике из-за вращения звезды. В работе

мы рассматриваем случай как дипольного магнитного поля, так и недипольного „мелкомасштабного“ поля, но при этом ограничившись случаем только одной осесимметричной гармоники.

1. Модель

Решение для магнитного поля нейтронной звезды в метрике Шварцшильда было рассмотрено в работе [7], в осесимметричном случае $m = 0$ оно имеет вид [7]:

$$B^\alpha = B_{\hat{r}} \cdot \sqrt{h} \delta_r^\alpha + B_{\hat{\theta}} \cdot \frac{1}{r} \delta_\theta^\alpha,$$

$$B_{\hat{r}} = \sum_{l=0}^{+\infty} b_{l0} (l+1) \left(\frac{r_{ns}}{r}\right)^{l+2} f_l(r) Y_{l0},$$

$$B_{\hat{\theta}} = - \sum_{l=0}^{+\infty} b_{l0} \left(\frac{r_{ns}}{r}\right)^{l+2} \sqrt{h(r)} g_l(r) \frac{\partial Y_{l0}}{\partial \theta}, \quad (1)$$

где $h(r) = 1 - r_g/r$, $r_g = 2GM_{ns}/c^2$ — гравитационный радиус звезды, M_{ns} — масса звезды, r_{ns} — ее радиус, Y_{l0} — сферические функции при $m = 0$ и функции $f_l(r)$ и $g_l(r)$ определены как [7]:

$$f_l(r) = F\left(l, l+2; 2(l+1), \frac{r_g}{r}\right),$$

$$g_l(r) = F\left(l+1, l+2; 2(l+1), \frac{r_g}{r}\right). \quad (2)$$

Компоненты момента импульса поля в метрике Шварцшильда имеют вид [8]:

$$L_A = - \int \sqrt{-g} T_m^0(\vec{x}, t) \cdot \xi_A^m d^3x, \quad A = x, y, z, \quad (3)$$

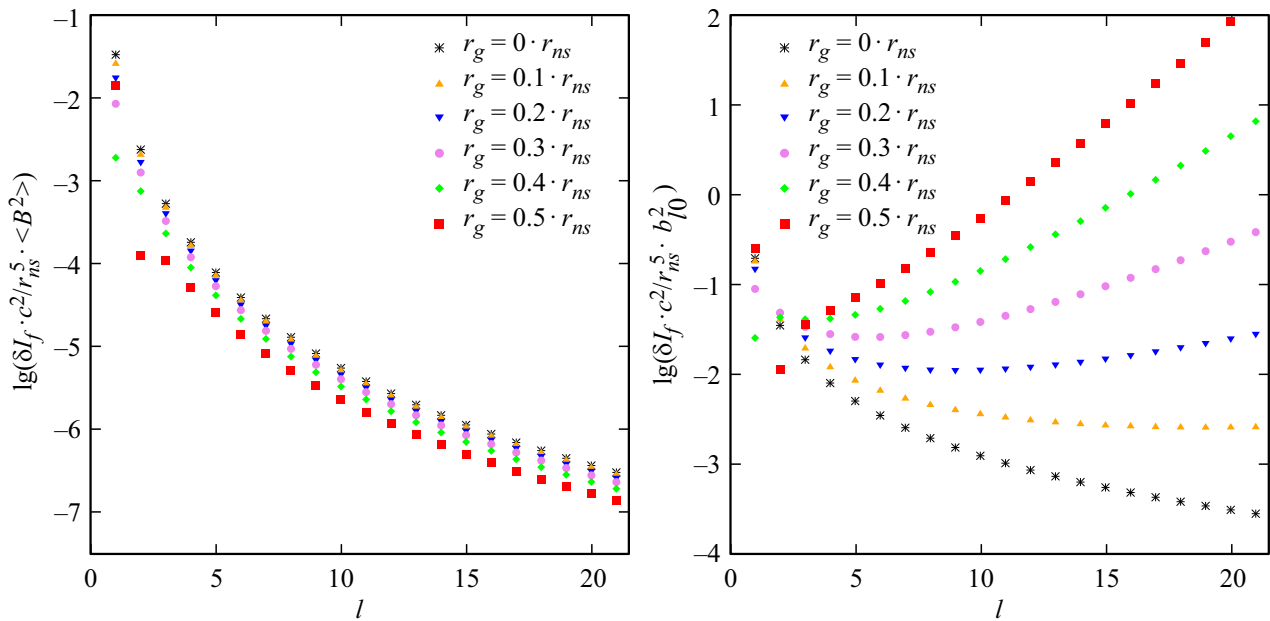


Рис. 1. Зависимость величины δI_f от числа l для различных значений r_g/r_{ns} .

где $g = \det(g_{ik})$, g_{ik} — метрика пространства-времени, T_m^n — тензор энергии-импульса поля, а ξ_A^m — векторы Киллинга, соответствующие сферической симметрии метрики [9]:

$$\begin{aligned}\xi_x^m &= -\sin \phi \delta_\theta^m - \text{ctg} \theta \cdot \cos \phi \delta_\phi^m, \\ \xi_y^m &= \cos \phi \delta_\theta^m - \text{ctg} \theta \cdot \sin \phi \delta_\phi^m, \\ \xi_z^m &= \delta_\phi^m.\end{aligned}\quad (4)$$

Тогда, учитывая, что в магнитосфере электрическое поле заэкранировано плазмой и, значит, во вращающейся вместе со звездой системе отсчета электрическое поле равно нулю, получаем, что момент импульса поля вне звезды равен [3]:

$$L_A = I_{AB} \Omega_B + O(\Omega^2), \quad (5)$$

где $\Omega = 2\pi/P$ — угловая скорость вращения звезды и I_{AB} — момент инерции поля вне звезды [3]. В случае $m = 0$ это выражение можно записать как [3]:

$$\vec{L} = I_f \vec{\Omega}_f + \delta I_f \vec{e}_z (\vec{e}_z \cdot \vec{\Omega}), \quad (6)$$

где коэффициент δI_f описывает отличие тензора инерции поля от сферически-симметричного случая. В случае одной гармоники l при $m = 0$ выражение для δI_f из [3] сохраняет свой вид и в метрике Шварцшильда:

$$\begin{aligned}\delta I_f &= \frac{b_{l0}^2 r_{ns}^4}{c^2} \cdot \frac{l(l+1)^3}{(2l+3)(2l-1)} \times \\ &\times \left(\frac{2l^2 + 2l + 3}{2l^2(l+1)^2} \cdot Q_\perp - Q_r \right),\end{aligned}\quad (7)$$

и только функции $Q_r(r)$ и $Q_\perp(r)$ из [3] слегка изменяют свой вид из-за учета искривления пространства:

$$\begin{aligned}Q_r &= \frac{1}{l^2} \int_0^{r_{LC}} \frac{1}{h(r)} \left(\frac{r_{ns}}{r} \right)^{2l} f_l^2(r) dr, \\ Q_\perp &= \int_0^{r_{LC}} \left(\frac{r_{ns}}{r} \right)^{2l} g_l^2(r) dr,\end{aligned}\quad (8)$$

где $r_{LC} = c/\Omega$ — радиус светового цилиндра.

2. Результаты

На рис. 1 показана зависимость δI_f от числа l для различных значений отношения r_g/r_{ns} . На рис. 2 показана зависимость от числа l отношения $\delta I_f / \delta I_f|_{r_g=0}$, т.е. отличия величины δI_f от ее значения в случае плоского пространства $\delta I_f|_{r_g=0}$. На рис. 3 показана зависимость отношения $\delta I_f / \delta I_f|_{r_g=0}$ от значения r_g/r_{ns} . На всех рисунках на правом графике величины δI_f вычислялись при постоянном значении b_{l0} , т.е. при постоянном моменте на бесконечности, на левом — при постоянном значении среднего квадрата поля $\langle B^2 \rangle$ на поверхности звезды. Видно, что в случае постоянного $\langle B^2 \rangle$ величины δI_f изменяются из-за искривления пространства не очень сильно, уменьшаясь всего лишь в 2–10 раз. В случае же постоянного момента на бесконечности b_{l0} отличия от случая плоского пространства могут достигать $10^2 - 10^3$ раз, что является проявлением отмеченного в [7] „усиления“ магнитного поля в метрике Шварцшильда. Заметим, что уменьшение значения δI_f в случае постоянного $\langle B^2 \rangle$ связано с тем же самым явлением: в метрике Шварцшильда высокие гармоники поля сильнее прижимаются к нейтронной звезде

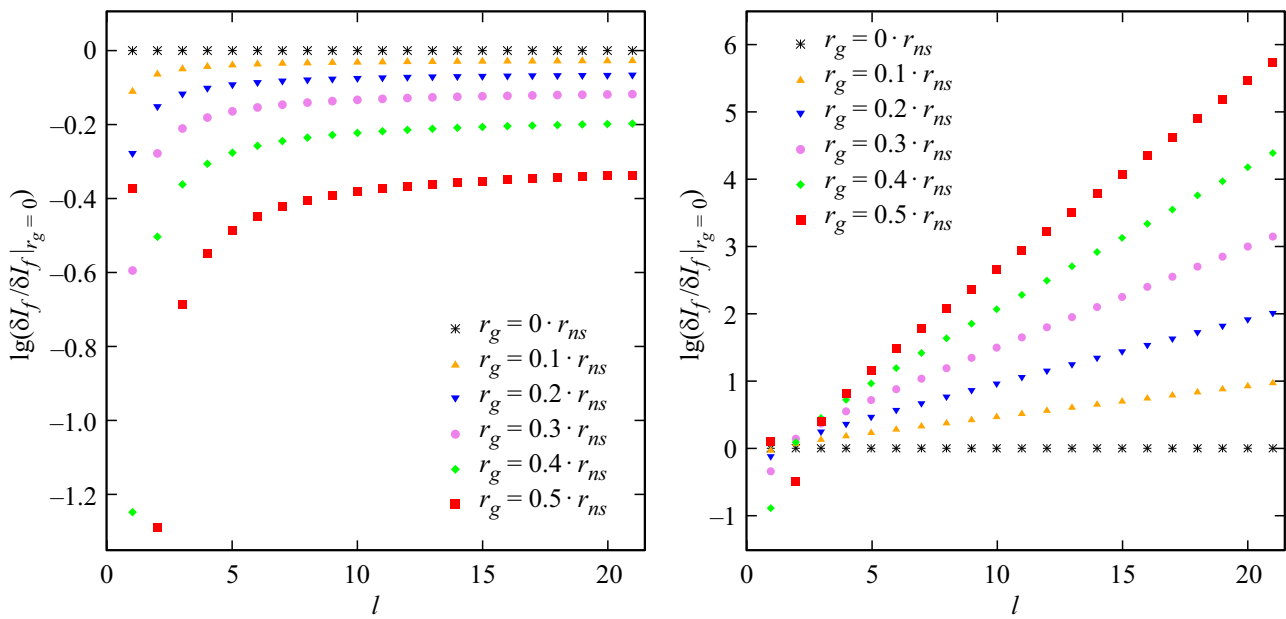


Рис. 2. Зависимость отношения $\delta I_f / \delta I_f|_{r_g=0}$ от числа l для различных значений r_g/r_{ns} .

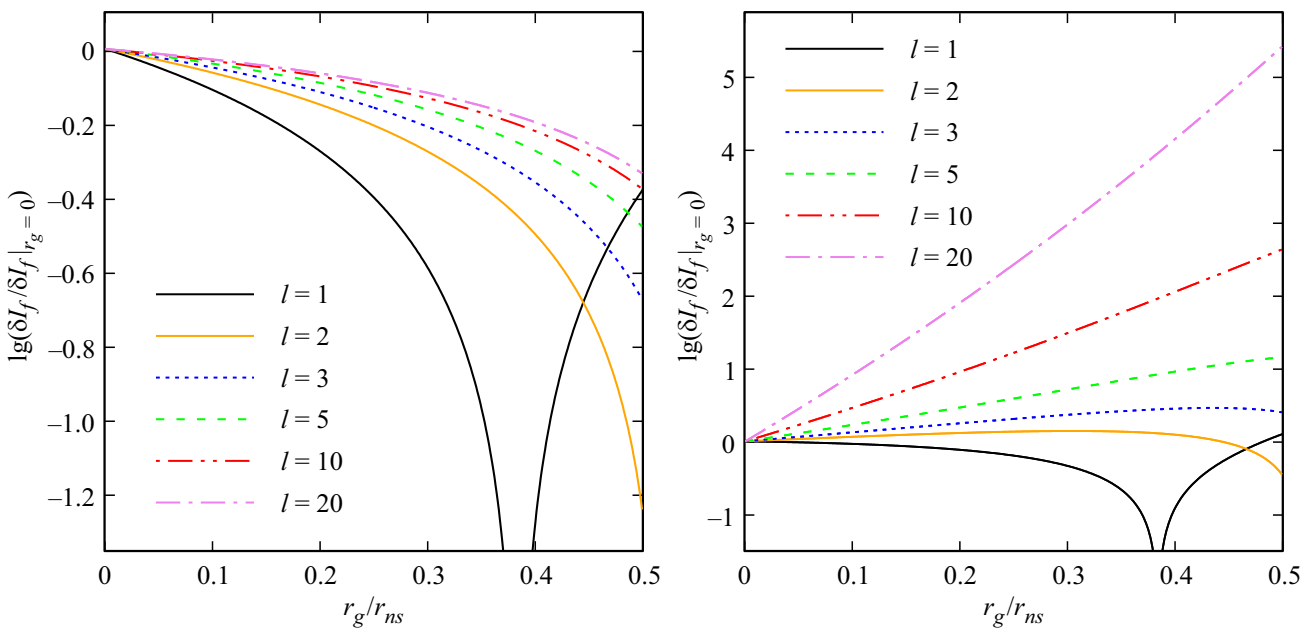


Рис. 3. Зависимость отношения $\delta I_f / \delta I_f|_{r_g=0}$ от значения r_g/r_{ns} для различных l .

и соответственно вклад поля на больших расстояниях от звезды в тензор инерции уменьшается. Хотя, конечно, оба варианта являются допустимыми, но, на наш взгляд, для нейтронных звезд более разумно рассматривать значения величины δI_f при заданном на поверхности значении поля, т.е. при „постоянном“ значении $\langle B^2 \rangle$. И следовательно, при рассмотрении вклада магнитного поля вне нейтронной звезды в момент инерции пульсара можно спокойно пренебрегать поправками, связанными с искривлением пространства-времени. Так же стоит

отметить, что особенность в графике для случая дипольного поля $l = 1$ при $r_g \approx 0.38 r_{ns}$ связана с тем, что в этой точке значение δI_f меняет знак. В работе мы использовали приближение (5) и пренебрегли поправками $\sim (\Omega r_{ns}/c)^2$. Это допустимо для медленно вращающихся пульсаров с периодами $P \gtrsim 100$ ms. При этом для таких пульсаров можно пренебречь поправками на отличие метрики пространства-времени от метрики Шварцшильда из-за вращения нейтронной звезды, поскольку это дает поправку в момент импульса порядка величины

отброшенных слагаемых $\sim (\Omega r_{ns}/c)^2$. В случае быстро вращающихся пульсаров задача резко усложняется даже в случае плоской метрики, поскольку в этом случае нужен корректный учет торможения пульсара с учетом влияния на него магнитосферы пульсара (см., например, в [2] комментарии про сложность вычисления этих поправок), а также с учетом процессов ускорения частиц в магнитосфере (см. например [10]). И, соответственно, вращение пульсара уже будет крайне усложнено и не будет описываться простой прецессией.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] A. Biryukov, G. Beskin, S. Karpov. MNRAS, **420** (1), 103 (2012). DOI: 10.1111/j.1365-2966.2011.20005.x
- [2] В.С. Бескин, А.А. Желтоухов. УФН, **184** (8), 865 (2014). [V.S. Beskin, A.A. Zheltoukhov. Phys. Usp., **57** (8), 799 (2014). DOI: 10.3367/UFNe.0184.201408e.0865]
- [3] O.A. Goglichidze, D.P. Barsukov, A.I. Tsygan. MNRAS, **451** (3), 2564 (2015). DOI: 10.1093/mnras/stv1068
- [4] D.I. Jones, G. Ashton, R. Prix. Phys. Rev. Lett., **118** (26), id. 261101 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.261101
- [5] D.N. Sob'yanin. MNRAS, **497** (1), 1001 (2020). DOI: 10.1093/mnras/staa1976
- [6] D.P. Barsukov, A.I. Tsygan. MNRAS, **409** (3), 1077 (2010). DOI: 10.1111/j.1365-2966.2010.17365.x
- [7] E. Asseo, D. Khechinashvili. MNRAS, **334** (4), 743 (2002). DOI: 10.1046/j.1365-8711.2002.05481.x
- [8] А.А. Логунов, *Лекции по теории относительности и гравитации* (Наука, М., 2005), с. 228.
- [9] Ю.С. Владимиров, *Классическая теория гравитации* (Книжный Дом „ЛИБРОКОМ“, М., 2009), с. 175.
- [10] H. Nakobyan, A. Philippov, A. Spitkovsky. ApJ, **943** (2), id. 105 (2023). DOI: 10.3847/1538-4357/acab05