

# Влияние искривления пространства на момент инерции осесимметричного магнитного поля радиопульсара

© А.А. Матевосян<sup>1</sup>, Д.П. Барсуков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 195251 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: bars.astro@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 12 мая 2023 г.

В окончательной редакции 24 июля 2023 г.

Принято к публикации 30 октября 2023 г.

Рассмотрено влияние искривления пространства в метрике Шварцшильда на вклад в момент инерции радиопульсара магнитного поля вне нейтронной звезды. Рассмотрен как случай дипольного магнитного поля, так и случай недипольного „мелкомасштабного“ поля, однако при этом рассмотрение ограничено вкладом в тензор инерции только одной осесимметричной гармонике.

**Ключевые слова:** общая теория относительности, нейтронные звезды, прецессия.

DOI: 10.61011/JTF.2023.12.56829.f240-23

## Введение

Изолированные радиопульсары считаются одним из наиболее стабильных источников периодических сигналов. Тем не менее из-за постоянных потерь вращательной энергии на ускорение частиц и формирование своего излучения период пульсаров  $P$  постоянно увеличивается. При этом медленно вращающиеся пульсары с периодами  $P > 100$  ms помимо регулярного замедления показывают некоторые циклические изменения своих параметров с характерным временным масштабом  $T \sim 10^3 - 10^4$  year [1]. Одно из возможных объяснений подобных вариаций — прецессия нейтронной звезды из-за отличия ее формы от сферической или аномального тормозящего момента (см., например, [2]), который фактически представляет собой момент инерции магнитного поля звезды [3]. По всей видимости, прецессия пульсара B1828-11 связана именно с отличием формы нейтронной звезды от сферической [4]. Возможно, повторяемость всплесков у FRB также связана со свободной прецессией нейтронной звезды (см., например, [5]). При этом стоит отметить, что сплюснутость нейтронной звезды из-за ее вращения не дает вклада в прецессию, а сплюснутость, вызванная деформацией звезды ее магнитным полем, сравнима со „сплюснутостью“ из-за аномального магнитного момента (см., например, оценки в [6]). Причем стоит отметить, что оба эти эффекта обеспечивают для медленно вращающихся пульсаров с периодами  $P > 100$  ms период прецессии порядка  $T \sim 10^3 - 10^4$  year. В работе мы рассматриваем влияние искривления пространства-времени вокруг нейтронной звезды на момент инерции ее магнитного поля вне звезды. При этом мы считаем, что метрика вне звезды совпадает с метрикой Шварцшильда, и пренебрегаем поправками к метрике из-за вращения звезды. В работе

мы рассматриваем случай как дипольного магнитного поля, так и недипольного „мелкомасштабного“ поля, но при этом ограничившись случаем только одной осесимметричной гармонике.

## 1. Модель

Решение для магнитного поля нейтронной звезды в метрике Шварцшильда было рассмотрено в работе [7], в осесимметричном случае  $m = 0$  оно имеет вид [7]:

$$B^\alpha = B_{\hat{r}} \cdot \sqrt{h} \delta_r^\alpha + B_{\hat{\theta}} \cdot \frac{1}{r} \delta_\theta^\alpha,$$

$$B_{\hat{r}} = \sum_{l=0}^{+\infty} b_{l0} (l+1) \left(\frac{r_{ns}}{r}\right)^{l+2} f_l(r) Y_{l0},$$

$$B_{\hat{\theta}} = - \sum_{l=0}^{+\infty} b_{l0} \left(\frac{r_{ns}}{r}\right)^{l+2} \sqrt{h(r)} g_l(r) \frac{\partial Y_{l0}}{\partial \theta}, \quad (1)$$

где  $h(r) = 1 - r_g/r$ ,  $r_g = 2GM_{ns}/c^2$  — гравитационный радиус звезды,  $M_{ns}$  — масса звезды,  $r_{ns}$  — ее радиус,  $Y_{l0}$  — сферические функции при  $m = 0$  и функции  $f_l(r)$  и  $g_l(r)$  определены как [7]:

$$f_l(r) = F\left(l, l+2; 2(l+1), \frac{r_g}{r}\right),$$

$$g_l(r) = F\left(l+1, l+2; 2(l+1), \frac{r_g}{r}\right). \quad (2)$$

Компоненты момента импульса поля в метрике Шварцшильда имеют вид [8]:

$$L_A = - \int \sqrt{-g} T_m^0(\vec{x}, t) \cdot \xi_A^m d^3x, \quad A = x, y, z, \quad (3)$$

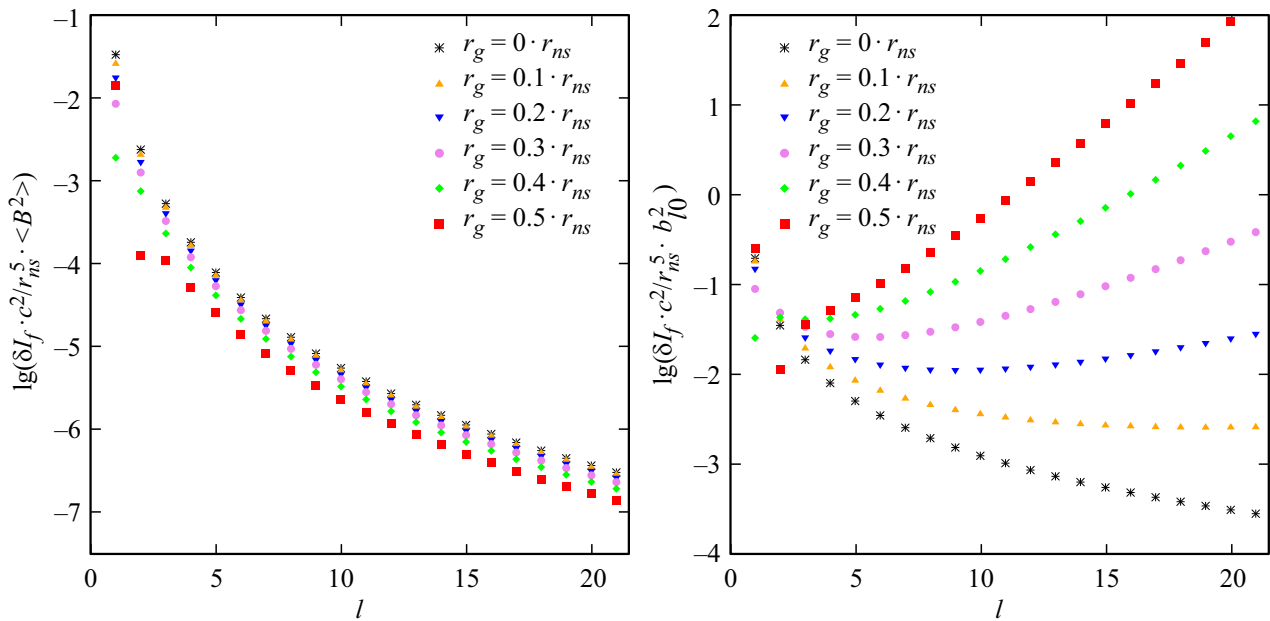


Рис. 1. Зависимость величины  $\delta I_f$  от числа  $l$  для различных значений  $r_g/r_{ns}$ .

где  $g = \det(g_{ik})$ ,  $g_{ik}$  — метрика пространства-времени,  $T_m^n$  — тензор энергии-импульса поля, а  $\xi_A^m$  — векторы Киллинга, соответствующие сферической симметрии метрики [9]:

$$\begin{aligned}\xi_x^m &= -\sin \phi \delta_\theta^m - \text{ctg} \theta \cdot \cos \phi \delta_\phi^m, \\ \xi_y^m &= \cos \phi \delta_\theta^m - \text{ctg} \theta \cdot \sin \phi \delta_\phi^m, \\ \xi_z^m &= \delta_\phi^m.\end{aligned}\quad (4)$$

Тогда, учитывая, что в магнитосфере электрическое поле заэкранировано плазмой и, значит, во вращающейся вместе со звездой системе отсчета электрическое поле равно нулю, получаем, что момент импульса поля вне звезды равен [3]:

$$L_A = I_{AB} \Omega_B + O(\Omega^2), \quad (5)$$

где  $\Omega = 2\pi/P$  — угловая скорость вращения звезды и  $I_{AB}$  — момент инерции поля вне звезды [3]. В случае  $m = 0$  это выражение можно записать как [3]:

$$\vec{L} = I_f \vec{\Omega}_f + \delta I_f \vec{e}_z (\vec{e}_z \cdot \vec{\Omega}), \quad (6)$$

где коэффициент  $\delta I_f$  описывает отличие тензора инерции поля от сферически-симметричного случая. В случае одной гармоники  $l$  при  $m = 0$  выражение для  $\delta I_f$  из [3] сохраняет свой вид и в метрике Шварцшильда:

$$\begin{aligned}\delta I_f &= \frac{b_{l0}^2 r_{ns}^4}{c^2} \cdot \frac{l(l+1)^3}{(2l+3)(2l-1)} \times \\ &\times \left( \frac{2l^2 + 2l + 3}{2l^2(l+1)^2} \cdot Q_\perp - Q_r \right),\end{aligned}\quad (7)$$

и только функции  $Q_r(r)$  и  $Q_\perp(r)$  из [3] слегка изменяют свой вид из-за учета искривления пространства:

$$\begin{aligned}Q_r &= \frac{1}{l^2} \int_0^{r_{LC}} \frac{1}{h(r)} \left( \frac{r_{ns}}{r} \right)^{2l} f_l^2(r) dr, \\ Q_\perp &= \int_0^{r_{LC}} \left( \frac{r_{ns}}{r} \right)^{2l} g_l^2(r) dr,\end{aligned}\quad (8)$$

где  $r_{LC} = c/\Omega$  — радиус светового цилиндра.

## 2. Результаты

На рис. 1 показана зависимость  $\delta I_f$  от числа  $l$  для различных значений отношения  $r_g/r_{ns}$ . На рис. 2 показана зависимость от числа  $l$  отношения  $\delta I_f / \delta I_f|_{r_g=0}$ , т.е. отличия величины  $\delta I_f$  от ее значения в случае плоского пространства  $\delta I_f|_{r_g=0}$ . На рис. 3 показана зависимость отношения  $\delta I_f / \delta I_f|_{r_g=0}$  от значения  $r_g/r_{ns}$ . На всех рисунках на правом графике величины  $\delta I_f$  вычислялись при постоянном значении  $b_{l0}$ , т.е. при постоянном моменте на бесконечности, на левом — при постоянном значении среднего квадрата поля  $\langle B^2 \rangle$  на поверхности звезды. Видно, что в случае постоянного  $\langle B^2 \rangle$  величины  $\delta I_f$  изменяются из-за искривления пространства не очень сильно, уменьшаясь всего лишь в 2–10 раз. В случае же постоянного момента на бесконечности  $b_{l0}$  отличия от случая плоского пространства могут достигать  $10^2 - 10^3$  раз, что является проявлением отмеченного в [7] „усиления“ магнитного поля в метрике Шварцшильда. Заметим, что уменьшение значения  $\delta I_f$  в случае постоянного  $\langle B^2 \rangle$  связано с тем же самым явлением: в метрике Шварцшильда высокие гармоники поля сильнее прижимаются к нейтронной звезде

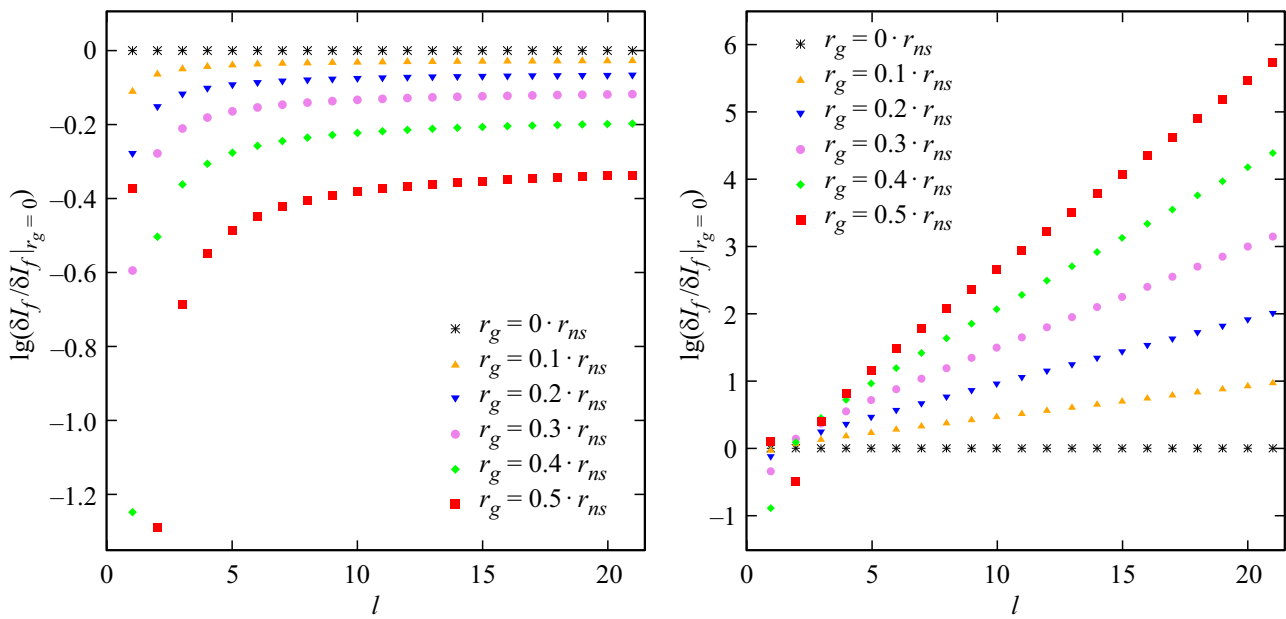


Рис. 2. Зависимость отношения  $\delta I_f / \delta I_f|_{r_g=0}$  от числа  $l$  для различных значений  $r_g/r_{ns}$ .

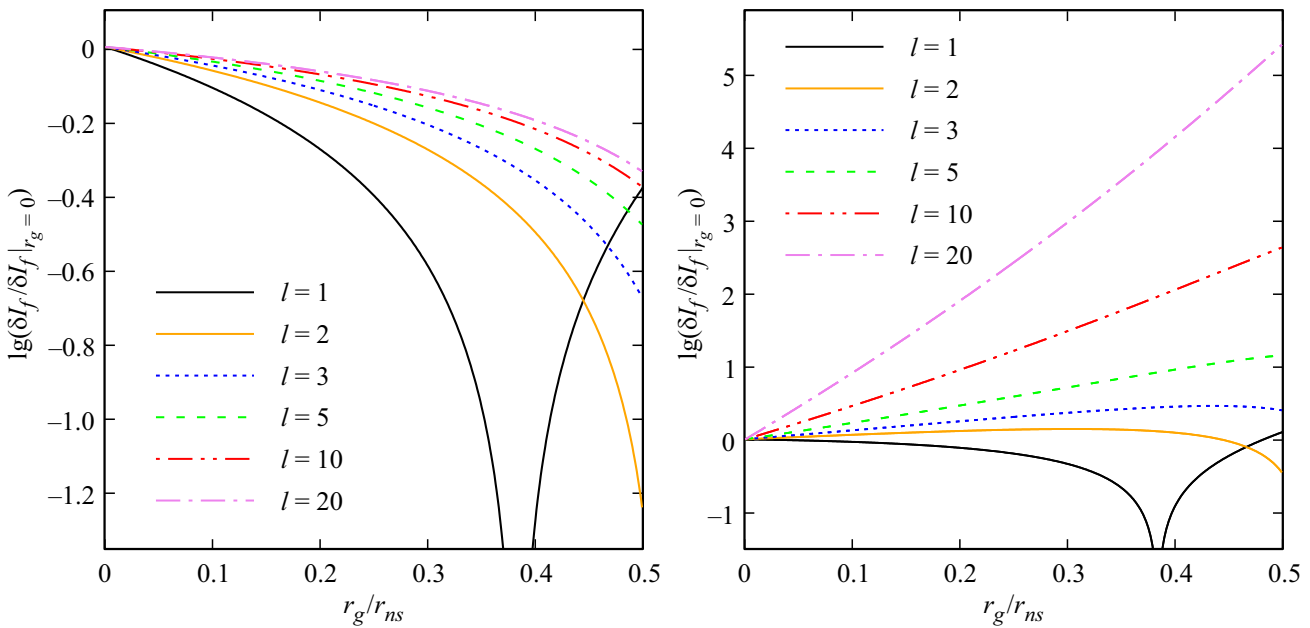


Рис. 3. Зависимость отношения  $\delta I_f / \delta I_f|_{r_g=0}$  от значения  $r_g/r_{ns}$  для различных  $l$ .

и соответственно вклад поля на больших расстояниях от звезды в тензор инерции уменьшается. Хотя, конечно, оба варианта являются допустимыми, но, на наш взгляд, для нейтронных звезд более разумно рассматривать значения величины  $\delta I_f$  при заданном на поверхности значении поля, т.е. при „постоянном“ значении  $\langle B^2 \rangle$ . И следовательно, при рассмотрении вклада магнитного поля вне нейтронной звезды в момент инерции пульсара можно спокойно пренебрегать поправками, связанными с искривлением пространства-времени. Так же стоит

отметить, что особенность в графике для случая дипольного поля  $l = 1$  при  $r_g \approx 0.38 r_{ns}$  связана с тем, что в этой точке значение  $\delta I_f$  меняет знак. В работе мы использовали приближение (5) и пренебрегли поправками  $\sim (\Omega r_{ns}/c)^2$ . Это допустимо для медленно вращающихся пульсаров с периодами  $P \gtrsim 100$  ms. При этом для таких пульсаров можно пренебречь поправками на отличие метрики пространства-времени от метрики Шварцшильда из-за вращения нейтронной звезды, поскольку это дает поправку в момент импульса порядка величины

отброшенных слагаемых  $\sim (\Omega r_{ns}/c)^2$ . В случае быстро вращающихся пульсаров задача резко усложняется даже в случае плоской метрики, поскольку в этом случае нужен корректный учет торможения пульсара с учетом влияния на него магнитосферы пульсара (см., например, в [2] комментарии про сложность вычисления этих поправок), а также с учетом процессов ускорения частиц в магнитосфере (см. например [10]). И, соответственно, вращение пульсара уже будет крайне усложнено и не будет описываться простой прецессией.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] A. Biryukov, G. Beskin, S. Karpov. MNRAS, **420** (1), 103 (2012). DOI: 10.1111/j.1365-2966.2011.20005.x
- [2] В.С. Бескин, А.А. Желтоухов. УФН, **184** (8), 865 (2014). [V.S. Beskin, A.A. Zheltoukhov. Phys. Usp., **57** (8), 799 (2014). DOI: 10.3367/UFNe.0184.201408e.0865]
- [3] O.A. Goglichidze, D.P. Barsukov, A.I. Tsygan. MNRAS, **451** (3), 2564 (2015). DOI: 10.1093/mnras/stv1068
- [4] D.I. Jones, G. Ashton, R. Prix. Phys. Rev. Lett., **118** (26), id. 261101 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.261101
- [5] D.N. Sob'yanin. MNRAS, **497** (1), 1001 (2020). DOI: 10.1093/mnras/staa1976
- [6] D.P. Barsukov, A.I. Tsygan. MNRAS, **409** (3), 1077 (2010). DOI: 10.1111/j.1365-2966.2010.17365.x
- [7] E. Asseo, D. Khechinashvili. MNRAS, **334** (4), 743 (2002). DOI: 10.1046/j.1365-8711.2002.05481.x
- [8] А.А. Логунов, *Лекции по теории относительности и гравитации* (Наука, М., 2005), с. 228.
- [9] Ю.С. Владимиров, *Классическая теория гравитации* (Книжный Дом „ЛИБРОКОМ“, М., 2009), с. 175.
- [10] H. Nakobyan, A. Philippov, A. Spitkovsky. ApJ, **943** (2), id. 105 (2023). DOI: 10.3847/1538-4357/acab05