

Магнитные мини-зоны в сверхрешетках на основе полудираковских кристаллов

© С.В. Крючков^{1,2}, Е.И. Кухарь¹, Е.Ю. Котельников¹

¹ Волгоградский государственный технический университет, 400005 Волгоград, Россия

² Волгоградский государственный социально-педагогический университет, Лаборатория физики низкоразмерных систем, 400066 Волгоград, Россия

E-mail: eikuhar@yandex.ru

Поступила в Редакцию 28 июня 2023 г.

В окончательной редакции 11 сентября 2023 г.

Принята к публикации 11 сентября 2023 г.

Рассмотрены полудираковские кристаллы со слабой периодической модуляцией энергетической щели. Изучено возникновение мини-зон в таких кристаллах в случае, когда последние помещены в квантующее магнитное поле. Показано, что в отличие от щелевого графена ширина формируемых магнитных мини-зон зависит не только от напряженности магнитного поля, но и от величины запрещенной зоны исходного образца. Исследовано влияние данной особенности на магнитопроводимость изучаемого материала.

Ключевые слова: сверхрешетка, магнитные мини-зоны, осцилляции Вейсса.

DOI: 10.61011/FTP.2023.07.56791.5017C

В последнее время в области физики низкоразмерных структур исследователи уделяют особое внимание изучению электронных свойств 2D кристаллов, относящихся к группе так называемых дираковских материалов [1,2]. Транспортные эффекты в таких материалах более устойчивы к температурному затуханию по сравнению с 2D электронным газом со стандартным параболическим спектром [3,4]. Примером таких эффектов являются осцилляции проводимости кристалла со сверхрешеткой (СР) в магнитном поле при изменении напряженности последнего (осцилляции Вейсса). В работах [3,4] изучены осцилляции Вейсса для идеального графена, в котором СР сформирована за счет периодического вдоль пространственной оси электростатического потенциала. Однако такой потенциал в силу полуметаллического типа проводимости графена приведет к перераспределению свободных носителей заряда по поверхности графена и, как следствие, к его искажению. Это обстоятельство создает необходимость поиска альтернативных способов создания в дираковских кристаллах дополнительных СР потенциалов [5–7]. Одним из способов является формирование пространственно модулированной энергетической щели в зонной структуре графена [5]. В работах [6,7] предложено использовать так называемые полудираковские кристаллы. Такие материалы получены относительно недавно и представляют собой 2D структуры, тензор эффективных масс носителей заряда которых существенно анизотропен. В одном направлении электроны имеют дисперсию релятивистского типа, а в поперечном направлении — квадратичную дисперсию [8,9]. Примером такого материала является фосфорен, проводимость которого имеет сильную зависимость от направления [8].

Свяжем с полудираковским кристаллом плоскость $xу$ и поместим его в однородное магнитное поле, вектор напряженности \mathbf{H} которого перпендикулярен $xу$. Запишем модельный гамильтониан для носителей заряда с учетом магнитного поля в виде [10]

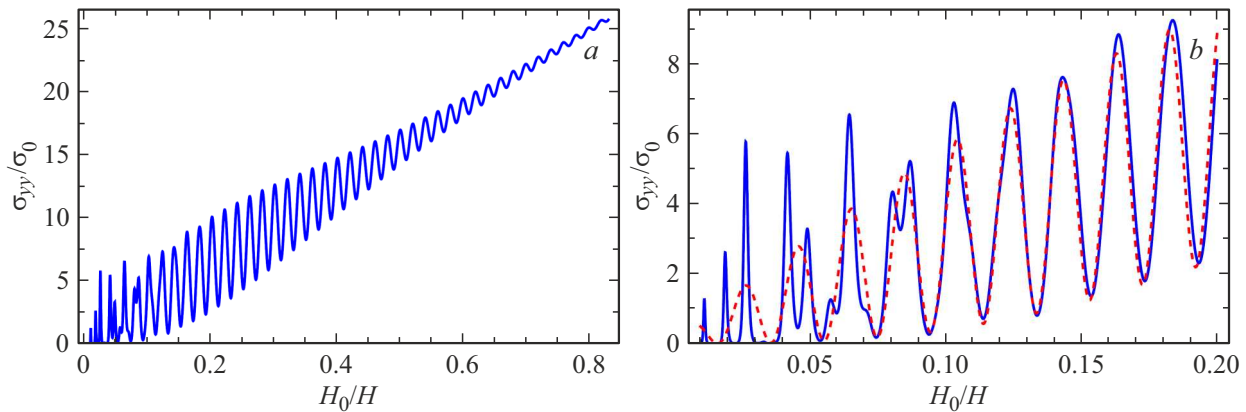
$$\hat{H}_{SD} = v_F p_x \hat{\sigma}_x + \left(\frac{1}{2m} \left(p_y + \frac{\hbar x}{\lambda^2} \right)^2 + \Delta \right) \hat{\sigma}_y, \quad (1)$$

где $\hat{\sigma}_{x,y,z}$ — матрицы Паули, m — эффективная масса носителя в направлении Oy , Δ — полуширина энергетической щели ($\Delta > 0$), $\lambda = \sqrt{c\hbar/eH}$. Уравнение на собственные значения энергии $\hat{H}_{SD}\psi_n = \varepsilon_n\psi_n$ решается при условии, что слагаемыми, содержащими в качестве множителей малые безразмерные параметры $\hbar^2/m\Delta\lambda^2$ и $\hbar/mv_F\lambda \ll 1$, можно пренебречь. Это оправдано, если напряженности магнитных полей такие, что период СР d не сильно превышает минимальное значение циклотронного радиуса ($\lambda_{\min}/d > 0.1$). Кроме того, при стандартном значении периода СР $d = 10^{-5}$ см параметры m и Δ должны удовлетворять неравенствам $m \gg 10^{-29}$ г, $\Delta \gg 5$ мэВ, что вполне соответствует реальным материалам [8,11]. В результате задачу можно свести к проблеме гармонического осциллятора и найти для энергии:

$$\varepsilon_n = \sqrt{\Delta^2 + \frac{\hbar^2 v_F^2}{\Lambda^2} (2n+1)} - \left(\frac{\hbar^2 v_F^2}{2\Delta\Lambda^4} \right)^2. \quad (2)$$

Здесь введены следующие обозначения: $\Lambda = \lambda/\kappa$, $\kappa^4 = \Delta/mv_F^2$. Соответствующие собственные спиноры имеют вид

$$\psi_{n,p_y} = \frac{1}{\sqrt{2\Lambda}} \left(-i\Phi_n \left(\frac{x-x_+}{\Lambda} \right) \quad \Phi_n \left(\frac{x-x_-}{\Lambda} \right) \right)^T, \quad (3)$$



Зависимость магнитопроводимости полудираковского кристалла от обратной напряженности магнитного поля: *a* — расчет по формуле (7); *b* — сравнение графика (сплошная линия), построенного по формуле (7), и графика (пунктирная линия), построенного по приближенной формуле (8). $d = 10^{-5}$ см, $n_0 = 2 \cdot 10^{11}$ см $^{-2}$, $T = 4$ К, H_0 соответствует магнитной индукции 0.06 Тл.

где $\Phi_n(\xi)$ — функции гармонического осциллятора, x_{\pm} — циклотронные центры, равные

$$x_{\pm} = -\frac{p_y \lambda^2}{\hbar} \mp \frac{\hbar v_F}{2\Delta}. \quad (4)$$

Из (2) и (3) видно, что в отличие от графена [3,4] циклотронный радиус для полудираковского электрона, равный Λ , зависит от параметра Δ , а положение его ларморовского центра определяется псевдоспином.

Считаем теперь, что энергетическая щель имеет пространственную периодическую модуляцию:

$$\Delta_g = \Delta - \Delta_0 \cos(2\pi x/d),$$

причем $\Delta_0 \ll \Delta$. Как известно, СР потенциал приводит к снятию вырождения по p_y для уровней Ландау, уширение которых образует магнитные мини-зоны. Произведем в гамильтониане (1) замену $\Delta \rightarrow \Delta_g$. Вычисления, выполненные в первом порядке теории возмущений, приводят к следующему выражению для закона дисперсии в мини-зоне:

$$\varepsilon_{n,p_y} = \varepsilon_n - \Delta_0 g_n \cos\left(\frac{2\pi p_y \lambda^2}{\hbar d}\right). \quad (5)$$

Здесь ε_n — энергия n -го уровня Ландау в отсутствие модуляции щели, равная (2),

$$g_n = e^{-\frac{\alpha^2 + \beta^2}{4}} L_n\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2}\right), \quad (6)$$

$L_n(\xi)$ — полиномы Лагерра, $\alpha = 2\pi\Lambda/d$, $\beta = \hbar v_F/\Delta\Lambda$. Как видно из формулы (6), параметр Δ содержится в аргументе функции g_n . Следовательно, для СР на основе полудираковского кристалла (в отличие от дираковского [3,4]) ширина магнитной мини-зоны, равная $2\Delta_0 g_n$, зависит, в том числе, и от ширины запрещенной зоны 2Δ .

В рамках приближения постоянного времени релаксации τ магнитопроводимость полудираковского кристалла в направлении Oy равна

$$\sigma_{yy} = \frac{\pi \sigma_0 m v_F^2 \lambda^2}{4kTd^2} \sum_{n=0}^{\infty} g_n^2 \text{ch}^{-2}\left(\frac{\varepsilon_n - \varepsilon_F}{2kT}\right), \quad (7)$$

где $\sigma_0 = e^2 \tau \Delta_0^2 / \hbar^2 m v_F^2$, ε_F — энергия Ферми, T — температура. На рисунке, *a* представлен график зависимости проводимости (7) от обратной напряженности магнитного поля, построенный для поверхностной концентрации $n_0 = 2 \cdot 10^{11}$ см $^{-2}$, $\Delta = 0.1$ эВ и $T = 4$ К. В случае низких температур ($kT \ll \varepsilon_F$) и слабых магнитных полей таких, что ниже уровня Ферми оказывается большое число уровней Ландау ($n \ll 1$), справедлива следующая формула:

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma_0 m v_F^2 \lambda^3}{\varepsilon_0 \kappa \gamma w} \frac{1}{d^3} \left(1 + Q_T \left(\frac{2\pi kT}{\varepsilon_0 \kappa} \frac{w \lambda}{\gamma d}\right) \sin\left(\frac{2\varepsilon_F}{\varepsilon_0 \kappa} \frac{\gamma w \lambda}{d}\right)\right), \quad (8)$$

где

$$\varepsilon_0 = \hbar v_F / d, \quad w = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2},$$

$$\gamma = \sqrt{1 - (1 + \beta^2)\Delta^2 / \varepsilon_F^2}, \quad Q_T(\xi) = \xi \text{sh}^{-1} \xi.$$

Сравнение осцилляций Вейсса, построенных по формулам (7) и (8) показано на рисунке, *b*, из которого видно асимптотическое сближение графиков с уменьшением напряженности магнитного поля. Согласно (8), для полудираковских кристаллов периодичность осцилляций проводимости по величине H^{-1} сохраняется только при условии $\beta \ll \alpha$. В этом случае период осцилляций Вейсса равен $\delta(H^{-1}) = ed\Delta^{1/2} / 2c\varepsilon_F \gamma m^{1/2}$.

В заключение укажем на отличие в структурах собственных состояний электронов полудираковского кристалла и щелевой модификации графена. Как видно из (3) и (4), величина циклотронного радиуса для полудираковского электрона зависит от полуширины запрещенной зоны Δ , а его ларморовский центр определяется псевдоспином. Как следствие, ширина магнитной мини-зоны, согласно (6), также зависит от параметра Δ . Такая особенность у графеновой СР отсутствует [3,4]. Это приводит к более сложной зависимости ширины магнитной мини-зоны от напряженности магнитного поля, что в свою очередь отражается на характере периодичности осцилляций Вейсса по обратному магнитному полю. Последние можно считать периодичными по обратной

напряженности H^{-1} только для относительно слабых полей, область которых задается неравенством $\beta \ll \alpha$. Период осцилляций Вейсса при этом $\delta(H^{-1}) \propto \sqrt{\Delta/m}$. Данное обстоятельство дает возможность использовать осцилляции Вейсса как основу экспериментального метода измерений параметров зонной структуры полудираковских кристаллов.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Y. Kim, J.D. Lee. *Mater. Today Phys.*, **21**, 100525 (2021). DOI: 10.1016/j.mtphys.2021.100525
- [2] B. Fu, D.-S. Ma, C. He, Y.-H. Zhao, Z.-M. Yu, Y. Yao. *Phys. Rev. B*, **105**, 035126 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevB.105.035126
- [3] A. Matulis, F.M. Peeters. *Phys. Rev. B*, **75**, 125429 (2007). DOI: 10.1103/PhysRevB.75.125429
- [4] M. Tahir, K. Sabeeh. *Phys. Rev. B*, **81**, 085402 (2010). DOI: 10.1103/PhysRevB.81.085402
- [5] П.В. Ратников. *Письма ЖЭТФ*, **90**(6), 515 (2009). [P.V. Ratnikov, *JETP Lett.*, **90**, 469 (2009)]. DOI: 10.1134/S0021364009180143
- [6] E.I. Kukhar, S.V. Kryuchkov. *Superlatt. Microstruct.*, **133**, 106183 (2019). DOI: 10.1016/j.spmi.2019.106183
- [7] O. Oubram, M. Sadoqi, L. Cisneros-Villalobos, I. Rodríguez-Vargas. *J. Phys.: Condens. Matter*, **35**(26), 265301 (2023). DOI: 10.1088/1361-648X/acc7ec
- [8] H. Liu, A.T. Neal, Z. Zhu, D. Tomanek, P.D. Ye. *ACS Nano*, **8**, 4033 (2014). DOI: 10.1021/nn501226z
- [9] A. Mawrie, B. Muralidharan. *Phys. Rev. B*, **99**, 075415 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevB.99.075415
- [10] M. Ezawa. *J. Phys.: Conf. Ser.*, **603**, 012006 (2015). DOI: 10.1088/1742-6596/603/1/012006
- [11] T. Low, A.S. Rodin, A. Carvalho, Y. Jiang, H. Wang, F. Xia, A.H. Castro Neto. *Phys. Rev. B*, **90**, 075434 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevB.90.075434

Редактор А.Н. Смирнов

Magnetic minibands in superlattices based on the semi-Dirac crystals

S.V. Kryuchkov^{1,2}, E.I. Kukhar¹, E.Yu. Kotelnikov¹

¹ Volgograd State Technical University,
400005 Volgograd, Russia

² Volgograd State Socio-Pedagogical University,
400066 Volgograd, Russia

Abstract Semi-Dirac crystals with a weak periodic modulation of the energy gap has been considered. The formation of minibands in such crystals has been studied when the latter are placed in a quantizing magnetic field. The width of the formed magnetic minibands has been shown to depend not only on the magnetic field intensity, but also on the band gap of the initial sample in contrast to gap graphene. The effect of this feature on the magnetoconductivity of studied material has been investigated.