## 05,11

# Топологические особенности электронной структуры и фазовая диаграмма кирального ферромагнетика MnSi

© А.А. Повзнер, А.Г. Волков, М.А. Черникова

Уральский федеральный университет им. Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия

E-mail: a.a.povzner@urfu.ru

Поступила в Редакцию 28 августа 2023 г. В окончательной редакции 16 октября 2023 г. Принята к публикации 19 октября 2023 г.

> Показано, что причиной возникновения наблюдаемой в геликоидальном ферромагнетике MnSi, сложной картины кирального спинового ближнего порядка является топологический электронный переход (ТЭП). ТЭП возникает в условиях возникновения термодинамической не устойчивости ферромагнетизма, когда параметр мода-мода в функционале Гинзбурга–Ландау становится отрицательным, а химический потенциал попадает в энергетическую область кривизны Берри. Получено, что топологические особенности электронной структуры ведут к возникновению фаз скирмионных решеток и флуктуаций левокиральных спиновых спиралей. В парамагнитной области возникает фаза флуктуаций лево- и правокиральных спиновых спиралей. В парамагнитной области возникает фаза флуктуаций лево- и правокиральных спиновых спиралей. В парамагнитной области возникает фаза флуктуаций лево- и правокиральных спиновых спиралей. Возникновение термодинамически устойчивой не киральной парамагнитной фазы сопровождается сдвигом химического потенциала за пределы энергетической области кривизны Берри и скачкообразным исчезновением локальной намагниченности (отложенный магнитный фазовый переход). Построенная фазовая h-T-диаграмма (h — напряженность магнитного поля, T — температура) согласуется с экспериментом.

Ключевые слова: фазы Берри, флуктуации, киральные спиновые спирали, скирмионы.

DOI: 10.61011/FTT.2023.12.56769.189

#### 1. Введение

Одним из наиболее изученных прототипов спинтронных материалов с кристаллической структурой типа В20, в которой отсутствует центр инверсии, является моносилицид марганца MnSi [1-3]. Ферромагнитное состояние спиновой подсистемы MnSi является киральным поскольку в нем наряду с обменным взаимодействием возникает антисимметричный обмен Дзялошинского-Мория (ДМ). В работе Янсена-Бака [4] было показано, что конкуренция ДМ-взаимодействия с неоднородным обменным взаимодействием приводит к возникновению ферромагнитных длиннопериодических спиновых спиралей с волновым вектором q0, причем переход из геликоидальной ферромагнитной фазы в парамагнитную не является фазовым переходом второго рода. Как было показано в [5], одной и причин срыва перехода второго рода является взаимодействие спиновых флуктуаций с фононными.

С другой стороны, анализ результатов DFT-расчетов электронной структуры показывает [6,7], что в основном состоянии MnSi возникает значительное усиление нулевых спиновых флуктуаций. Температурный рост тепловых флуктуаций приводит к подавлению нулевых флуктуаций [6]. В результате имеет место смена знака параметра мода-мода, что, согласно модели Гинзбурга– Ландау [8], должно вести к термодинамической неустойчивости кирального ферромагнетизма к магнитному фазовому переходу первого рода. Однако природа возникающего фазового перехода остается не выясненной. В частности, окончательно не выяснены причины того, почему наблюдаемый фазовый переход сопровождается возникновением топологического эффекта Холла (THE) [9]. Причем в [9,10] отмечалось, что причиной возникновения THE в MnSi являются топологические особенности электронной структуры, связанные с кривизной Берри на его поверхности Ферми.

Экспериментально установленная h-T-диаграмма магнитных состояний MnSi (см., например, [1]), наряду с областями геликоидальных ферромагнитных спиралей и индуцированного магнитным полем ферромагнетизма, также содержит фазы скирмионных решеток и флуктуаций спиновых спиралей. При этом ее следует дополнить учетом обнаруженной при малоугловом рассеянии поляризованных нейтронов необычной промежуточной фазы с частичной спиновой киральностью [11].

Для выяснения природы возникающих с изменением температуры и магнитного поля фазовых переходов, в частности приводящих к формированию фазы с частичной спиновой киральностью, требуется развитие спин-флуктуационного подхода к изучению кирального зонного ферромагнетизма с учетом топологических особенностей электронной структуры. В настоящей работе такой подход развивается на основе интерполяционной спин-флуктуационной теории зонного магнетизма [12]. С учетом представлений об электронной структуре MnSi, вытекающих из *ab initio* GGA-моделирования, выясняется топологическая природа фаз кирального спинового ближнего порядка на *h*-*T*-диаграмме исследуемого кирального ферромагнетика.

# 2. Модель

Рассмотрим гамильтониан Хаббарда (H) для сильно коррелированных электронов кирального ферромагнетика, в котором топологические особенности электронного спектра учтем в слагаемом гамильтониана ответственным за зонное движение  $(H_0)$ . При этом, наряду со слагаемым внутриатомного кулоновского отталкивания  $(\delta H_U)$  с параметром хаббардовского взаимодействия (U), будем рассматривать антисимметричное спин-спиновое DM-взаимодействие  $(\delta H_D)$ . Тогда

$$H = H_0 + \delta H_U + \delta H_D, \tag{1}$$

где

$$H_0 = \sum_{\mathbf{k},\sigma} \varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k},\sigma}^+ a_{\mathbf{k},\sigma},$$

причем топологические особенности спектра d-электронов *ε*<sub>k</sub> учитываются в DFT-приближении;

$$\delta H_U = U \sum_{\mathbf{q}} \left( 4^{-1} |\delta n_q|^2 - |S_q^{(z)}|^2 \right)$$

 – гамильтониан хаббардовского взаимодействия, записанный через операторы спиновой и зарядовой плотности;

$$\delta H_D = \sum_{\mathbf{q}} \mathbf{h}_{\mathbf{q}}^{(D)} \mathbf{S}_{-\mathbf{q}}$$

— гамильтониан DM-взаимодействия, представленный в приближении среднего поля  $\mathbf{h}_{\mathbf{q}}^{(D)} = -id[\mathbf{M}_{\mathbf{q}} \times \mathbf{q}]$  (поле Дзялошинского), в котором d — константа DM-взаимодействия,  $\mathbf{M}_{\mathbf{q}} = \langle \mathbf{S}_{\mathbf{q}} \rangle$  — вектор Фурье-образа неоднородной намагниченности спиновой конфигурации с волновым вектором  $\mathbf{q}$ ;

$$S_{\mathbf{q}}^{(z)} = \sum_{\sigma} \sigma n_{\mathbf{q},\sigma} / 2, \ \delta n_{\mathbf{q}} = \sum_{\sigma} n_{\mathbf{q},\sigma} - \delta_{\mathbf{q},0} n,$$
$$n_{\mathbf{q},\sigma} = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k},\sigma}^{+} a_{\mathbf{k}+\mathbf{q},\sigma}, \ a_{\mathbf{k},\sigma}^{+} (a_{\mathbf{k},\sigma})$$

— операторы рождения (уничтожения) d-электрона в состоянии с квазиимпульсом **k** и спиновым квантовым числом  $\sigma$ , n — число d-электронов приходящееся на узел Mn.

Статистическую сумму рассматриваемой динамической системы сильно коррелированных d-электронов запишем в мацубаровском представлении [13]:

$$Z = \operatorname{Sp} T_{\tau} \exp \left( - \int_{0}^{\beta} H(\tau) d\tau \right),$$

где  $\beta = 1/T$ , T — температура в энергетических единицах,  $T_{\tau}$  — оператор упорядочения по мацубаровскому времени  $\tau$ ,  $H(\tau) = e^{H_0 \tau} H e^{-H_0 \tau}$ . Для термодинамического потенциала воспользуемся известным термодинамическим соотношением  $\Omega = T \ln Z$ . При этом, применяя преобразования Стратоновича–Хаббарда [12], сведем исходную многочастичную задачу о движении и взаимодействии d-электронов, к описанию их движения во флуктуирующих в пространстве и времени обменных ( $\xi_{\nu}(\tau)$ ) и зарядовых ( $\eta_{\nu}(\tau)$ ) полях. В результате, дополнительно учитывая поля Дзялошинского, имеем

$$\Omega = \Omega_0 + \Delta \Omega. \tag{2}$$

Здесь  $\Omega_0$  — термодинамический потенциал невзаимодействующих электронов, описываемых гамильтонианом  $H_0$ ;

$$\begin{split} \langle (\ldots) \rangle &= \operatorname{Sp}\left\{(\ldots) \exp\left(\beta\Omega_0 - \int_0^\rho \left(H_0(\tau) - \mu \sum_q |n_q|^2\right)\right)\right\};\\ \Delta\Omega &= T \ln\left\langle T_\tau \int (d\eta d\xi) \exp\left[-\sum_q (|\xi_q - \mathbf{h}_q^{(D)}/c|^2 + |\tilde{\eta}_q|^2) - (U/T)^{1/2} \sum_q (\delta n_q (i\tilde{\eta}_q/2) - \mathbf{S}_q \xi_{-q})\right]\right\rangle_0, \end{split}$$

 $c=(UT)^{1/2};\;q=({f q},\omega_{2n}),\;\omega_{2n}$  — мацубаровская Бозечастота;  $\tilde\eta_q=\eta_q(1-\delta_{q,0});$ 

$$(d\eta d\boldsymbol{\xi}) = d\boldsymbol{\xi}_0 \big[ \prod_{q \neq 0, j} d\boldsymbol{\xi}_q^{(j)} d\eta_q^{(j)} \big],$$

 $d\eta_q^{(j)}$  и  $d\xi_q^{(j)}$  — реальная (j = 1), мнимая (j = 2) части Фурье-образов зарядового  $(\eta_v(\tau))$  и вектора обменного  $(\xi_v(\tau))$  полей, соответственно;  $\mathbf{h}_q = (\mathbf{h}\delta_{q,0} + \mathbf{h}_{\mathbf{q}}^{(D)})\delta_{q,\mathbf{q}}$ ,  $\mathbf{h}$  — однородное внешнее магнитное поле в единицах два магнетона Бора  $(\mu_{\rm B})$ .

Далее следуя интерполяционной теории [12], будем разбивать  $\Delta\Omega$  на однородную и неоднородную часть (которая соответствует градиентным слагаемым в функционале Гинзбурга–Ландау [8]). В результате получим выражение

$$\Omega = -T \ln \int_{-\infty}^{\infty} (d\xi, d\eta) \exp\left(-\sum_{q} ((1 - X_q)|\eta_q|^2 + (1 + X_q)|\xi_q - c^{-1}\mathbf{h}_q|^2) - \Phi(\xi, \eta)\right),$$
(4)

в котором  $\Phi(\xi, \eta)$  — функционал свободной энергии d-электронов, движущихся во флуктуирующих в пространстве и времени стохастических зарядовых и обменных полях

$$\Phi(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) = \int_{0}^{\beta} d\tau \sum_{\mathbf{v}, \alpha(=\pm 1)} \int g_{0}(\varepsilon) \\ \times \ln \Big( 1 + \exp T^{-1} \big( \boldsymbol{\mu} - \varepsilon + \alpha c |\boldsymbol{\xi}_{\nu}(\tau)| + i c \tilde{\boldsymbol{\eta}}_{\nu}) \Big) \Big) d\varepsilon;$$
(5)

а поправка  $X_q = U(\chi_0^{(0)} - \chi_q^{(0)})$ , учитывающая неоднородность изотропного обменного взаимодействия, определяется через паулиевскую восприимчивость d-электронов и описывается функцией Линдхарда [9]:

$$\chi_q^{(0)} = \chi_0^{(0)} \left( 1 - A\mathbf{q}^2 - iB \,\frac{\omega}{|q|} \right)$$

где однородная статическая компонента  $\chi_0^{(0)}$  соответствует плотности d-состояний  $g_0(\varepsilon)$  при  $\varepsilon = \mu$  (химический потенциал).

#### 3. Уравнение магнитного состояния

Для оценки функциональных интегралов в выражении термодинамического потенциала (4) будем использовать процедуру метода перевала по реальной и мнимой частям зарядовых (с  $q \neq 0$ ) и статических (с  $q = \mathbf{q}$ ) обменных полей  $\eta_q$  и  $\xi_q^{(\gamma)}$ ; а также по модулю динамических (с  $\omega_{2n} \neq 0$ ) обменных полей:  $|\xi_q^{(\gamma)}| = r_q^{(\gamma)}$ , где  $\gamma$  — индекс пространственных координатных осей.

При этом, имея ввиду связь перевальных значений обменных полей  $\xi_{\mathbf{q}}^{(\mathcal{V})}$  со средними от операторов спиновой плотности, совпадающими с намагниченностью ( $\mathbf{M}_q$ ), а также связь  $r_q^{(\mathcal{V})}$  со среднеквадратическими амплитудами спиновых флуктуаций [9], получаем уравнения магнитного состояния в виде

$$\begin{split} &M_{0}^{(z)}(D^{-1}+2\kappa\sum_{\mathbf{q}}|\mathbf{M}_{\mathbf{q}}|^{2}) \\ &+2\kappa\sum_{\mathbf{q}^{(1)},\mathbf{q}^{(2)},\mathbf{q}^{(3)}}M_{\mathbf{q}^{(1)}}^{(z)}(\mathbf{M}_{\mathbf{q}^{(2)}}\mathbf{M}_{\mathbf{q}^{(3)}})\delta_{\sum_{1}^{3}\mathbf{q}^{(1)}=0}=h/U, \quad (6a) \\ &M_{\mathbf{q}}^{(y)}\Big(D^{-1}+2\kappa M_{0}^{(z)}+\kappa\sum_{\mathbf{q}^{(1)}\neq 0}|\mathbf{M}_{\mathbf{q}}^{(1)}|^{2}+A\mathbf{q}^{2}\Big) \\ &+\kappa\sum_{\mathbf{q}^{(1)},\mathbf{q}^{(2)},\mathbf{q}^{(3)}\neq 0}(\mathbf{M}_{\mathbf{q}^{(1)}}\mathbf{M}_{\mathbf{q}^{(2)}})M_{\mathbf{q}^{(3)}}^{(y)}(1-\delta_{\mathbf{q}^{(3)},\mathbf{q}})\delta_{\sum_{j=1}^{3}\mathbf{q}^{(j)};\mathbf{q}} \\ &=h_{\mathbf{q},\mathcal{Y}}^{(D)}/(U), \quad (6b) \end{split}$$

учитывающем обменное усиление зонного магнетизма (с фактором D) и взаимодействия спиновых мод с параметрами мода-мода ( $\kappa$ ):

и

$$D = (1 - U\chi_{\perp} + \kappa(\langle \delta \mathbf{M}^2 \rangle + \langle m^2 \rangle/3))^{-1}$$

 $\kappa = U(\chi_\perp - \chi_\parallel)/(2M^2).$ 

Здесь

$$\chi_{\perp} = (2UM)^{-1} \sum_{\alpha=\pm 1} \alpha \int d\varepsilon f(\varepsilon - \mu - \alpha UM) g_0(\varepsilon)$$

И

$$\chi_{\parallel} = 2 \Big( \sum_{lpha=\pm 1} g_{lpha}(\mu) \Big)^{-1} \prod_{lpha=\pm 1} g_{lpha}(\mu),$$

где

$$g_0(\varepsilon) = g_0(\varepsilon + \alpha UM),$$
  
 $g_{\alpha}^{(n)}(\mu) = (-1)^{n+1} \int_{-\infty}^{\infty} g_{\alpha}(\varepsilon) (d^{n+1}f(\varepsilon - \mu)/d^{n+1}\varepsilon) d\varepsilon.$ 

соответствуют поперечной и продольной восприимчивости электронов,  $M = (M_0^2 + \langle \delta M^2 \rangle + \langle m^2 \rangle)^{1/2}$  — среднеквадратический магнитный момент, амплитуда динамических спиновых флуктуаций определяется выражением, совпадающим с флуктуационно-диссипативной теоремой

$$\langle \mathbf{m}^2 \rangle = 2U^{-1} \sum_{\mathbf{q},\gamma} \int_0^\infty \left( \frac{1}{2} + f_{\rm B}(\omega/T) \right)$$
$$\times \operatorname{Im} \left( D^{-1} + 2\kappa(M) |M_{\mathbf{q},\gamma}|^2 + X_{\mathbf{q},\omega} \right)^{-1} d\omega, \quad (7a)$$

и возникает вклад флуктуаций волн спиновой плотности (ВСП), со средним квадратом амплитуды

$$\langle \delta M^2 | \rangle = \sum_q |\mathbf{M}_{\mathbf{q}}|^2.$$
 (7b)

Решения для динамических тепловых и нулевых спиновых флуктуаций (7а) и для пространственных флуктуаций ВСП (7b) соответствуют перевальным переменным  $|\xi_q^{(y)}| = r_q^{(y)}$ .

Волновой вектор  $\mathbf{q}_0$ , реализуемых спиновых конфигураций, определяется из условий минимума термодинамического потенциала и оказывается зависящим от проекций на координатные оси намагниченности  $M_{\mathbf{q}}^{(\gamma)}$ :

$$q_{0}^{(x)} = |\mathbf{q}_{0}| \left( \frac{(M_{\mathbf{q}_{0}}^{(+)}M_{-\mathbf{q}_{0}}^{(-)})^{1/2}}{|\mathbf{M}_{\mathbf{q}_{0}}|^{2}} \right) \operatorname{Re} M_{+\mathbf{q}_{0}}^{(z)};$$

$$q_{0}^{(y)} = |\mathbf{q}_{0}| \left( \frac{(M_{\mathbf{q}_{0}}^{(+)}M_{-\mathbf{q}_{0}}^{(-)})^{1/2}}{|\mathbf{M}_{\mathbf{q}_{0}}|^{2}} \right) \operatorname{Im} M_{\mathbf{q}_{0}}^{(z)};$$

$$q_{0}^{(z)} = \pm |\mathbf{q}_{0}| \left( \frac{M_{\mathbf{q}_{0}}^{(+)}M_{-\mathbf{q}_{0}}^{(-)}}{|\mathbf{M}_{\mathbf{q}_{0}}|^{2}} \right), \qquad (8)$$

где  $|\mathbf{q}_0| = d/2AU$ ,  $M_{q_0}^{(+)} = (M_{-q_0}^{(-)})^* = M_{q_0}^{(x)} + iM_{q_0}^{(y)}$  — циркулярные компоненты вектора  $\mathbf{M}_{q_0}$ .

Решение уравнений магнитного состояния может быть выполнено только численно с учетом особенностей электронного спектра и DOS d-электронов. Причем, для анализа возможностей возникновения термодинамических и топологических фаз необходима информация о зависимости химического потенциала  $\mu$  от температуры и магнитного поля. Последнюю можно получить из условия седловой точки по  $\eta_0$  и требования электронейтральности для числа s- и d-электронов

$$N_{e} = N_{S} + \sum_{\alpha = \pm 1} \int d\varepsilon f(\varepsilon - \mu + \alpha UM)g(\varepsilon), \qquad (9)$$

где  $N_e$  — общее число электронов,  $N_S$  — число s-электронов,  $f(\varepsilon)$  — функция Ферми-Дирака.



**Рис. 1.** Электронный спектр (слева) и плотность состояний MnSi (справа). Кривая плотности состояний (DOS) изображенная сплошной линией соответствует d-электронам, а пунктирной линией — sp-электронам. Положение уровня Ферми совпадает с началом отсчета энергии. Энергетическая область кривизны Берри и DOS обведена кружком. Также кружком выделена *X*-точка пересечения ветвей, в которой возникает кривизна Берри.

## 4. *h*-*T*-диаграмма спиновых состояний

Численный анализ киральных спиновых состояний MnSi выполним используя, при решении уравнений магнитного состояния, результаты первопринципных расчетов электронной структуры. Такие расчёты для электронного спектра и плотности электронных состояний (DOS) в настоящей работе были выполнены с учетом особенностей кристаллической структуры MnSi в приближении GGA (рис. 1). При расчетах был использован код Elk, в котором реализован полно потенциальный метод присоединенных плоских волн. Обменно-корреляционный потенциал был выбран в виде GGA. Волновые функции были отобраны на сетке  $16 \times 16 \times 16k$ -точек, а длина отсечки обратного волнового вектора G была установлена на 3.77 а.u.<sup>-1</sup>.

Полученные нами результаты GGA расчётов DOS неплохо согласуются с приведенными в базах данных по топологическим материалам [14]. Однако они недостаточны для определения температурно-полевой зависимости параметра мода-мода, которая в условиях затянутого по температуре фазового перехода в MnSi определяется только после учета особенностей тонкой структуры DOS. Поэтому было проведено моделирование тонкой структуры DOS d-электронов в интервале энергий  $|\varepsilon - \varepsilon_F| \le 0.1 \text{ eV}$ , которое привело к приближенному выражению

$$g(\varepsilon) = 147.05\varepsilon^{6} + 61.9\varepsilon^{5} - \varepsilon^{4} - 19.9\varepsilon^{3}$$
  
 $- 6.96\varepsilon^{2} + 0.21\varepsilon + 0.03, \text{ eV}^{-1}.$ 

Сопоставление результатов моделирования тонкой структуры DOS с расчетами электронных спектров (рис. 1) показывает, что в рассмотренном интервале

энергий, вблизи энергии Ферми, имеет место пересечение ветвей электронного спектра, приводящее к вырождению Берри [10]. При этом кривизна DOS, определяемая его второй производной по энергии в рассматриваемом интервале является отрицательной.

Основные результаты численного анализа решений уравнений магнитного состояния (6) в рассмотренной модели электронной структуры сводятся к следующим.

1. Если химический потенциал, определяемый условием электронейтральности (9), оказывается за пределами кривизны Берри электронного спектра, а значение параметра межмодового взаимодействия положительно ( $\kappa > 0$ ), то получаем решения, соответствующие спиновому геликоиду с левой киральностью

$$M_{\nu}^{(x)} = M_{S} \sin(\mathbf{q}_{0}\nu),$$
  
$$M_{\nu}^{(y)} = -M_{S} \cos(\mathbf{q}_{0}\nu), \quad M_{\nu}^{(z)} = \chi h.$$
(10)

Здесь локальная намагниченность

$$M_{S}^{2} = (2\kappa)^{-1} \left( \left( D^{-1} + 2\kappa M_{0}^{2} + X(\mathbf{q}_{0}, 0) \right)^{2} - (d|\mathbf{q}_{0}|/U)^{2} \right)^{1/2}.$$
(11a)

магнитная восприимчивость

1

ν

$$\chi = 2U^{-1} \left( 1 - (D^{-1} + 2\kappa M_0^2)^{-1} \right), \tag{11b}$$

а флуктуации волн спиновой плотности (7б) не имеют места:  $\langle \delta M^2 \rangle = 0.$ 

При этом, также как при LDA+U+SO-моделировании в [6,7], термодинамически равновесное киральное ферромагнитное состояние реализуется только при наличие нулевых спиновых флуктуаций со среднеквадратичной амплитудой, которая сравнима с модулем намагниченности  $\mathbf{M}_q$ . Условие существования подобных решений определяется неравенством

$$D^{-1} + 2\kappa M_0^{(z)} < -3dq_0/4U_0$$

Волновой вектор  $\mathbf{q}_0$  геликоида (8) оказывается фиксированным по модулю (см. (6)) и перпендикулярным плоскости спирали, в которой происходит вращение *ху*-проекции локальной намагниченности  $\mathbf{M}_{\mathcal{V}}$ . Во внешнем однородном магнитном поле, перпендикулярном *ху*-плоскости, возникают спиновые конусы. При этом локальная намагниченность приобретает *z*-компоненту, а ее *x*- и *y*-составляющие убывают с увеличением поля **h**.

На рассчитанной нами фазовой диаграмме (рис. 2) эти решения уравнений магнитного состояния (11), описывают фазу 1.

Во внешнем магнитном поле  $h > h_C$ , где критическое поле  $h_C$  определяется условием

$$2\kappa M_0^2(h_C) = -D^{-1} - \frac{3d|\mathbf{q}_0|}{U},$$

происходит "схлопывание" геликоидального конуса и возникает индуцированный полем ферромагнетизм (фаза 2).

2. Анализ условия электронейтральности и решений уравнения магнитного состояния показывает, что изменение параметра мода-мода при температурно-полевом сдвиге химического потенциала в область с отрицательной кривизной DOS приводит к подавлению нулевых флуктуаций. При этом амплитуда среднеквадратичного момента становится малой. В результате для параметров межмодового взаимодействия и обменного усиления, приближенно имеем

 $\kappa \approx U^3 (g^{-1}(\mu)(g^{(1)}(\mu))^2 - g^{(2)}(\mu))$ 

И

$$D_0 \approx (1 - U\chi_0^{(0)})^{-1}.$$
 (12)

Согласно (12) к меняет знак при сдвиге химического потенциала в область отрицательной кривизны DOS без изменения знака параметра обменного усиления. Поскольку химический потенциал при этом сдвигается в энергетическую область кривизны Берри, то в системе индуцируется ТЭП.

В результате ТЭП наряду, со слабыми тепловыми спиновыми флуктуациями, возникают топологически обусловленные пространственные флуктуации ВСП (7b) и флуктуации зарядовых полей  $\eta$  со средним квадратом  $\langle \delta \eta^2 \rangle = N_0^{-1} \sum_{\nu} (\eta_{\nu} - \nu_0)^2$ :

$$\langle \delta \mathbf{M}^2 \rangle = \langle \delta \eta^2 / 4 \rangle - \left[ D_0^{-1} + \kappa \left( \mathbf{M}_0^2 + 5 \langle m^2 \rangle / 3 \right) \right] / \kappa, \quad (13a)$$

$$\left\langle \frac{\delta \eta^2}{4} \right\rangle = \left\langle \delta \mathbf{M}^2 \right\rangle - \frac{\left[2 - D_0^{-1} - \kappa (\mathbf{M}_0^2 + \langle m^2 \rangle)\right]}{\kappa}.$$
 (13b)

Согласно рассматриваемой модели электронной структуры, если при  $\kappa < 0$  и D < 0 выполняется условие  $D_0^{-1} - 2|\kappa|M_0^2 < -3d|\mathbf{q}_0|/4U$ , то для индукции магнитного поля  $b < \frac{d|\mathbf{q}_0|M_s}{4}$  решения уравнений (6) описывают скирмионную решетку

$$M_{\nu}^{(x)} \cong M_S \cos(q_{0,i}\nu + \phi), \ M_{\nu}^{(y)} \cong M_S \sin(q_{0,i}\nu + \Phi),$$



Рис. 2. Фазовая диаграмма MnSi. Сплошные линии — результаты расчета, пунктир — экспериментальные данные [1,15]. 1 — геликоидальный (спиральный) магнетизм, 2 — геликоидальный конус, 3 — скирмионная А-фаза, 4 — индуцированный полем h ферромагнетизм, 5 — ферромагнитный геликоидальный флуктуационный беспорядок, 6 — парамагнитный геликоидальный беспорядок, 7 — парамагнетизм. Используются расчетные значения магнитного поля "схлопывания" геликоидального конуса при  $T \rightarrow 0 \ \mu_{\rm B} h_C = 0.60T$ . На горизонтальной оси в относительных единицах показаны расчетные значения температуры  $T_S = 0.93T_{DM}$  формирования лево киральных ферромагнитных флуктуаций спиновых спиралей и температуры возникновения парамагнитной спиновой жидкости со смешанной (правой и левой) спиновой киральностью —  $T_C = 0.96T_{DM}$ .  $T_{DM} = 31.08 \text{ K}$  — расчетное значение температуры исчезновения спиновой киральности и возникновения парамагнетизма при h = 0. При расчетах используются параметры U = 0.93 eV, A = 0.07 и  $B = \pi/2.45$ из [16,17].

$$M_{\nu}^{(z)} = |M_{q_0}^{(z)}| \cos(\mathbf{q}_{0,i}\nu + \phi) + M_0^{(z)}, \qquad (14a)$$
$$M_S^2 = (2|\kappa|)^{-1} \Big( (D_0^{-1} - 2|\kappa|M_0^2 - |\kappa|(\langle \delta M^2 \rangle - \langle \delta \eta^2 / 4 \rangle) + X(\mathbf{q}_0, 0))^2 - (d|\mathbf{q}_0|/U)^2 \Big)^{1/2}, \quad (14b)$$

Особенностью скирмионных решений является возникновение намагниченности в направлении перпендикулярном плоскости спиралей. Однако согласно проведенным оценкам

$$|\mathbf{M}_{\mathbf{q}_0}^{(z)}|^2 = (4U)^{-2} (|\kappa| dq_0)^2 \langle \delta \mathbf{M}^2 \rangle - (h/U)^2 \ll M_s^2, \quad (15b)$$

в силу чего рассматриваемые спиновые конфигурации являются квазипланарными.

Согласно анализу слагаемых межмодовой связи в уравнении магнитного состояния тройка волновых векторов  $q_{0,i}$  в выражениях (14а) в сумме равна нулю. Поэтому угол между соседними волновыми векторами

спиновых мод  $M_{\mathbf{q}}^{(\gamma)}$  составляет 120°, что в соответствии с [1,15] отвечает условию возникновения скирмионной решетки, которая является результатом наложения трех геликоидальных мод.

Рассчитанная область существования скирмионной фазы 3 приведена на рис. 2. Фазы 4 и 5 на рассчитанной нами диаграмме (рис. 2) наблюдаются и на эксперименте [1,15]. Однако в отличие от [1,15] мы показываем, что следует различать спиновые жидкости с ферромагнитными и с парамагнитными флуктуациями спиновых спиралей.

Ферромагнитные флуктуации спиновых спиралей возникают при условиях и  $0 > D_0^{-1} + 2\kappa M_0^{(z)} > -3dq_0/4U$  и  $\kappa < 0$ , описываются решениями уравнения магнитного состояния

$$M_{\boldsymbol{\nu}}^{(v)} = M_S \cos(\mathbf{q}_0 \boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\phi}),$$
  
$$M_{\boldsymbol{\nu}}^{(v)} = M_S \sin(\mathbf{q}_0 \boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\phi}), \quad M_{\boldsymbol{\nu}}^{(z)} = \chi h, \quad (16)$$

в которых фигурируют стохастически меняющиеся фазы  $\phi$ . Также как и для спиновых спиралей (11), здесь сохраняется левая спиновая киральность.

Если же выполняется условие  $0 < D_0^{-1} + 2\kappa M_0^2 < 3d|\mathbf{q}_0|/U$  и  $\kappa < 0$ , то возникает фаза 5, которая соответствует парамагнитной спиновой жидкости со смешанной (правой и левой) спиновой киральностью. В этой области, получаем следующие решения уравнения магнитного состояния

$$M_{\nu}^{(x)} = M_{S} \cos(\mathbf{q}_{0}\nu + \phi),$$
$$M_{\nu}^{(y)} = \pm M_{S} \sin(\mathbf{q}_{0}\nu + \phi), \ M_{\nu}^{(z)} = \chi h.$$
(17)

Отметим, что, как и в обычном (не киральном) парамагнитном состоянии, в фазе 5 система электронов не намагничена при h = 0. Однако во внешнем магнитном поле возникает намагниченность пропорциональная h. Подобное состояние спиновой системы MnSi наблюдалось в экспериментах по малоугловому рассеянию поляризованных нейтронов в [11], где фиксировали смешанную левую и правую спиновую киральности.

Отметим, что киральные спиральные моды  $M_{\mathbf{q}}^{(\gamma)}$  с фиксированными фазами Берри должны сохраняться в пределах радиусов корреляций, описываемых выражениями

$$R_C = 2\pi k_{\rm F}^{-1} (AU\chi)^{1/2}, \tag{19}$$

где магнитная восприимчивость

$$\chi = 2\chi_0^{(0)} (D_0^{-1} + \kappa (2M_0^2 + \langle \delta M^2 \rangle + 5 \langle m^2 \rangle / 3))^{-1}.$$

Проведенные оценки с учетом параметров электронной и магнитной подсистем [16,17] показывают, что величина  $R_C \approx 50$  ангстрем, причем слабо зависит от внешнего магнитного поля.

Наконец следует отметить, что не киральная парамагнитная фаза 6 (рис. 2) возникает в условиях, когда вследствии изменения температуры и магнитного поля, химический потенциал сдвигается за пределы области Берри-кривизны. При этом, имеет место отложенный магнитный фазовый переход в парамагнитное состояние, сопровождаемый изменением отрицательного знака параметра мода-мода на положительный, исчезновением пространственных флуктуаций электронной плотности (13) и локальных намагниченностей. Вследствие исчезновения локальных намагниченностей киральные эффекты DM-взаимодействия также исчезают.

#### 5. Заключение

Таким образом, мы показываем, что топологические особенности электронной структуры приводят к возникновению на h-T-диаграмме MnSi фаз топологического магнетизма. Причиной возникновения скирмионной фазы, а также фаз с ферро- и парамагнитными киральными спиновыми жидкостями является топологический электронный переход. При этом ТЭП вызван индуцированным температурой и внешним магнитным полем сдвигом химического потенциала электронной системы в область кривизны Берри.

ТЭП сопровождается возникновением пространственных флуктуаций волн спиновой и зарядовой плотности, которые являются необходимым условием формирования топологического магнетизма. При этом сопоставление особенностей электронных спектров, приводящих к кривизне Берри с особенностями DOS, приводит к выводу о взаимосвязи знака параметра мода-мода с рассмотренными топологическими особенностями электронной структуры.

Поскольку вырождение электронных состояний, связанное с кривизной Берри, является причиной топологического эффекта Холла (THE) [9], постольку в соответствии с найденной фазовой диаграммой можно ожидать, что даже незначительные изменения электронной структуры будут оказывать существенное влияние на THE. В частности, мы ожидаем, что экспериментальные результаты, описывающие обнаруженный THE [9], будут существенно дополнены после дальнейшего, и прежде всего экспериментального, его изучения на образцах MnSi, допированных различными примесями.

Поэтому исследование топологически обусловленных особенностей тонкой электронной структуры и спиновых корреляций в киральных ферромагнетиках, относящихся к структурному типу B20, является актуальным для дальнейшего развития спинтронных технологий.

#### Финансирование работы

Результаты получены в рамках задания Министерства науки и высшего образования, контракт № FEUZ-2023-0015.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

# Список литературы

- A. Bauer, C. Pfleiderer. Springer Ser. Mater. Sci. 228, 1–28 (2016).
- [2] С.М. Стишов, А.Е. Петрова. УФН 187, 12, 1365 (2017).
- [3] С.М. Стишов, А.Е. Петрова. УФН 193, 614 (2023).
- [4] P. Bak, M.H. Jensen. J. Phys. C 13, L1881 (1980).
- [5] S.A. Pikin. JETP Lett. 106, 793 (2017).
- [6] A.A. Povzner, A.G. Volkov, T.A. Nogovitsyna. Physica B: Condens. Matter 536, 408 (2018). https://doi.org/10.1016/j.physb.2017.10.112
- [7] А.А. Повзнер, А.Г. Волков, И.А. Ясюлевич. ФТТ 58, 1283 (2016).
- [8] M. Brando, D. Belitz, F.M. Grosche, T.R. Kirkpatrick. Rev. Mod. Phys. 88, 25006 (2016).
- https://doi.org/10.1103/RevModPhys.88.025006
- [9] A. Neubauer, C. Pfleiderer, B. Binz, A. Rosch, R. Ritz, P.G. Niklowitz, P. Böni. Phys. Rev. Lett. **102**, 186602 (2009).
- [10] M.A. Wilde, M. Dodenhöft, A. Niedermayr, A. Bauer, M.M. Hirschmann, K. Alpin, A.P. Schnyder, C. Pfleiderer. Nature 594, 374 (2021).
- [11] C. Pappas, E. Leliévre-Berna, P. Falus, P.M. Bentley, E. Moskvin, S. Grigoriev, P. Fouquet, B. Farago. Phys. Rev. Lett. 102, 197202 (2009).
- [12] Т. Мория. Спиновые флуктуации в магнетиках с коллективизированными электронами. Мир, М. (1988). 288 с.
- [13] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматтиз, М. (1962). 444 с.
- [14] M.G. Vergniory, L. Elcoro, C. Felser, N. Regnault, B.A. Bernevig, Z. Wang. Nature 566, 480 (2019). https://doi.org/10.1038/s41586-019-0954-4
- [15] Y. Luo, S. Lin, D.M. Fobes, Z. Liu, E.D. Bauer, J.B. Betts, A. Migliori, J.D. Yhompson, M. Janoshek, B. Maiorov. Phys. Rev. B 97, 104423 (2018).
- [16] A.A. Povzner, A.G. Volkov, T.M. Nuretdinov. J. Magn. Magn. Mater. 507, 166826 (2020).
- [17] A.A. Povzner, A.G. Volkov, M.A. Chernikova, T.A. Nogovitsyna. Solid State. Commun. 371, 115279 (2023).

Редактор Ю.Э. Китаев