

# Резонансные переходы электрона между тремя полупроводниковыми квантовыми точками под действием лазерного излучения

© А.В. Цуканов<sup>¶</sup>

Физико-технологический институт Российской академии наук,  
117218 Москва, Россия

(Получена 8 апреля 2004 г. Принята к печати 15 апреля 2004 г.)

Теоретически изучено влияние резонансного лазерного импульса на квантовую динамику электронов в системе из 3 полупроводниковых квантовых точек, имеющих форму параллелепипедов. Показано, что в несимметричной структуре перенос электрона между крайними точками описывается двухуровневой схемой с диагональными переходами. Энергии рабочих уровней, а также матричные элементы для соответствующих электронных переходов получены в приближении высоких барьеров. Найдены параметры лазерного импульса, при которых вероятность резонансного перехода электрона из основного состояния одной квантовой точки в основное состояние другой квантовой точки является максимальной.

## 1. Введение

В работе [1] была рассмотрена динамика электрона в полупроводниковой наноструктуре, состоящей из двух одинаковых квантовых точек, при воздействии на нее резонансного лазерного поля. Было показано, что параметры лазерного импульса можно подобрать таким образом, что вероятность переноса электрона из одной точки в другую будет равна 1. Однако на сегодняшний день изготовление двух идентичных квантовых точек представляет собой практически неразрешимую проблему. Самым „естественным“ источником погрешностей при изготовлении такой структуры является сложность контроля толщины гетерослоев с точностью, превышающей несколько атомных слоев. Это значит, что квантовые ямы, формирующие потенциал в направлении роста структуры, могут различаться по ширине. Теоретическое изучение влияния различия ширин ям на динамику электрона проведено в работе [2]. Как показали расчеты, при разной ширине квантовых ям вероятность переноса электрона из основного состояния одной точки в основное состояние другой точки всегда меньше 1. Существенное ограничение на параметры наноструктуры, помимо чисто технологических проблем, накладывает и сам способ транспортировки электрона по уровню, делокализованному вблизи края барьера.

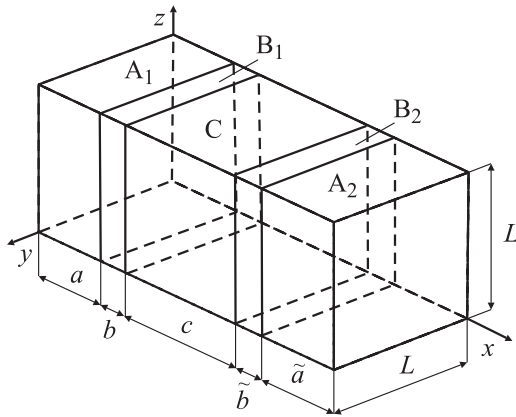
В настоящей работе предлагается схема переноса электронов в структуре из 3 квантовых точек (между двумя крайними точками) под действием двух резонансных импульсов. Ее главное отличие от схем, рассмотренных в [1] и [2], состоит в возможности рассмотреть перенос электрона посредством диагональных переходов, используя лишь *локализованные* состояния. Показано, что эта особенность позволяет обойти некоторые технические сложности, присущие ранее изученным схемам. Наша цель — подобрать параметры системы таким образом, чтобы электрон, локализованный перво-

начально в основном состоянии одной рабочей точки, мог под воздействием резонансного лазерного импульса совершить переход на один из возбужденных уровней структуры, локализованный в центральной точке, а затем — в основное состояние другой рабочей точки за время, меньшее чем характерные времена релаксации. Как и в работе [2], мы выбрали наиболее простую геометрию наноструктуры, полагая, что точки имеют форму параллелепипедов. Эта модель позволяет аналитически рассчитать спектр электрона вблизи дна зоны проводимости, найти матричные элементы переходов между интересующими нас состояниями и получить зависимости населенностей этих состояний от времени. Анализ полученных результатов свидетельствует, что вероятность переноса электрона между основными состояниями крайних точек близка к 1, а ее отклонение от 1 определяется в первую очередь отстройкой частоты поля от частоты перехода.

## 2. Энергетический спектр электрона в несимметричной структуре из 3 квантовых точек

Рассмотрим структуру (рис. 1), состоящую из трех квантовых точек ( $A_1$ ,  $A_2$  и  $C$ ), разделенных потенциальными барьерами  $B_1$  и  $B_2$  и связанных за счет туннелирования электрона в направлении  $x$ . Предполагается наличие двух глуболежащих уровней, локализованных в крайних точках, и уровня в центральной (буферной) точке. Будем считать, что размеры структуры в направлениях  $y$ ,  $z$  равны  $L$ . Точки окружены барьером, имеющим конечную высоту  $U$  в направлении  $x$  и бесконечным в направлениях  $y$ ,  $z$ . Мы предполагаем, что ширина запрещенной зоны у полупроводников, формирующих крайние точки, одинакова, а разрыв дна зоны проводимости в центральной точке по отношению к крайним равен  $V < U$ . Толщина же квантовых ям (как и барьеров) в направлении  $x$  может быть различной:  $\tilde{a} = a + \delta a$ ,

<sup>¶</sup> E-mail: tsukanov@ftian.oivta.ru



**Рис. 1.** Модель наноструктуры, состоящей из 3 квантовых точек ( $A_1$ ,  $A_2$  и  $C$ ), разделенных барьерами  $B_1$  и  $B_2$  толщиной  $b$  и  $\tilde{b}$  соответственно. Начало отсчета координат помещено в центр точки  $C$ . Квантовая точка  $A_1$  занимает область пространства  $-(c/2 + a + b) < x < -(c/2 + b)$ ,  $A_2$  —  $c/2 + \tilde{b} < x < c/2 + \tilde{a} + \tilde{b}$ ,  $|y|, |z| < L/2$ , а квантовая точка  $C$  — область пространства  $-c/2 < x < c/2$ ,  $|y|, |z| < L/2$ . Потенциальная энергия электрона  $U(\mathbf{r}) = 0$  при  $\mathbf{r} \in A_{1,2}$ ,  $U(\mathbf{r}) = V$  при  $\mathbf{r} \in C$ ;  $U(\mathbf{r}) = U$  при  $\mathbf{r} \in B_{1,2}$  и при  $x < -(c/2 + a + b)$ ,  $x > c/2 + \tilde{a} + \tilde{b}$ ,  $|y|, |z| < L/2$ ;  $U(\mathbf{r}) = +\infty$  при  $|y|, |z| > L/2$ .

$\tilde{b} = b + \delta b$ . Далее, без ограничения общности, полагаем  $\delta a < 0$ , а эффективную массу электрона  $m^*$ , для простоты, считаем одинаковой в квантовых точках и в барьере.

В такой модели стационарное уравнение Шредингера допускает разделение переменных. Волновая функция электрона имеет вид

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{2}{L} \Psi(x) \cos\left(\frac{\pi n_2 y}{L}\right) \cos\left(\frac{\pi n_3 z}{L}\right), \quad (1)$$

где  $n_2 \geq 1$  и  $n_3 \geq 1$  — целые числа. Собственные значения энергии, отсчитываемой от дна крайней ямы, равны

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \frac{\hbar^2 \pi^2 (n_2^2 + n_3^2)}{2m^* L^2}. \quad (2)$$

Величина  $\varepsilon_x$  определяется из дисперсионного соотношения, которое следует из условий непрерывности волновой функции  $\Psi(x)$ , удовлетворяющей одномерному уравнению Шредингера с потенциалом  $U(x)$  (см. рис. 2), и ее производной.

Рассмотрим подзону, отвечающую значениям  $n_2 = 1$  и  $n_3 = 1$ . Примем величину  $\hbar^2 \pi^2 / m^* L^2$  за новое начало отсчета энергии, тогда  $\varepsilon = \varepsilon_x$ . Нас интересуют состояния с энергиями  $\varepsilon_x \ll U$ . В этом приближении находим энергии рабочих уровней:

$$\varepsilon_1 \approx U \frac{\pi^2}{\xi_a^2} \left[ 1 - 2 \frac{\exp(br_a/a)}{r_a \operatorname{sh}(br_a/a)} \right], \quad \varepsilon_2 \approx \frac{\varepsilon_1}{1 + 2\delta a/a}, \quad (3)$$

где

$$\xi_a = (2m^* a^2 U / \hbar^2)^{1/2} \gg 1, \quad r_a = \sqrt{\xi_a^2 - \pi^2}.$$

В качестве транспортного выберем первый возбужденный уровень, волновая функция которого имеет максимум в центральной яме. Полагая

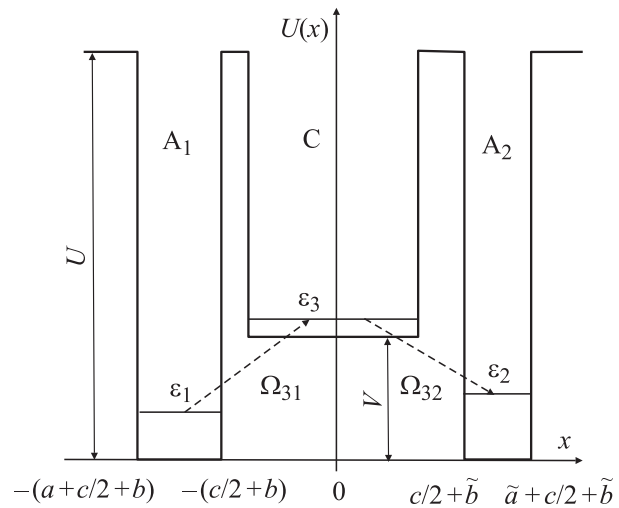
$$\xi_c = [2m^* c^2 (U - V) / \hbar^2]^{1/2} \gg 1,$$

найдем для энергии транспортного уровня:

$$\varepsilon_3 \approx V + (U - V) \frac{\pi^2}{\xi_c^2} \left\{ 1 - \frac{2 \operatorname{sh}[(b + \tilde{b})r_c/c]}{r_c \operatorname{sh}(br_c/c) \operatorname{sh}(\tilde{b}r_c/c)} \right\},$$

$$r_c = \sqrt{\xi_c^2 - \pi^2}. \quad (5)$$

Приведем значения энергий  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  для наноструктуры с параметрами  $a = 20$  нм,  $b = 3$  нм,  $c = 60$  нм,  $\delta a = -1$  нм,  $\delta b = 0$ ,  $U = 1$  эВ,  $V = 0.045$  эВ и  $m^* = 0.067m_0$ , где  $m_0$  — масса свободного электрона. Энергии, рассчитанные по формулам (3) и (5), равны  $\varepsilon_1 = 0.0118$ ,  $\varepsilon_2 = 0.0132$  и  $\varepsilon_3 = 0.0465$  эВ. Численный анализ показывает, что  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  отличаются от точных значений примерно на 1%, а выражение для  $\varepsilon_3$  справедливо с точностью 0.01%. (Так как  $\xi_c \approx 3\xi_a$ , приближение высоких барьеров лучше работает для более глубокой центральной ямы). Волновые функции  $\Psi_1(x)$ ,  $\Psi_2(x)$  и  $\Psi_3(x)$  имеют форму, близкую к форме волновой функции нижнего уровня изолированной ямы, и локализованы в точках  $A_1$ ,  $A_2$  и  $C$  соответственно.



**Рис. 2.** Схема энергетических уровней наноструктуры, состоящей из трех квантовых точек ( $A_1$ ,  $A_2$ ,  $C$ ). Здесь  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  — энергии локализованных состояний электрона в крайних квантовых точках,  $\varepsilon_3$  — энергия транспортного уровня;  $U$  — высота энергетического барьера, окружающего квантовые точки;  $V$  — разрыв зон проводимости в точках  $C$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ;  $\Omega_{31}$  и  $\Omega_{32}$  — частоты перехода между данными состояниями.

### 3. Матричные элементы оптического дипольного перехода и вероятность переноса электронов между квантовыми точками

Предположим, что электрон в начальный момент времени локализован на нижнем уровне в точке  $A_1$ . Что произойдет при включении электрического поля, частота которого  $\Omega_{m1}$  близка к частоте перехода электрона из данного состояния в одно из возбужденных? Если матричный элемент взаимодействия электрона с полем для указанных состояний отличен от нуля, то поле индуцирует электронные переходы между ними. В дипольном приближении взаимодействие с полем характеризуется матричным элементом дипольного перехода между  $i$ -м и  $j$ -м уровнями:

$$\mathbf{d}_{ij} = -e \int \Psi_i^*(\mathbf{r}) \mathbf{r} \Psi_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (6)$$

где  $e$  — заряд электрона.

В общем случае зависимость населенности  $i$ -го уровня  $p_i(t) = |\Psi_i(\mathbf{r}, t)|^2$  от времени  $t$  имеет сложный осциллирующий характер. Используя резонансное приближение, можно получить явный вид функций  $p_i(t)$  для двухуровневой системы. Практический интерес представляет поведение населенности  $i$ -го уровня вблизи максимума, величину которого  $p_i^{\max}$  мы будем называть *вероятностью переноса* электрона в состояние  $i$ .

В энергетической схеме структуры, представленной на рис. 2, каждое рабочее состояние локализовано преимущественно в одной из крайних точек. Сам перенос осуществляется в 2 стадии (двухуровневая схема, переходы Раби), для чего требуются два лазерных импульса, частоты которых соответствуют частотам *диагональных* переходов электрона  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ ,  $|3\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ :

$$\Omega_{31} = \frac{(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)}{\hbar}, \quad \Omega_{32} = \frac{(\varepsilon_3 - \varepsilon_2)}{\hbar}.$$

Лазерное поле, напряженность которого изменяется по закону

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_1 [\Theta(T_1 - t) - \Theta(-t)] \cos[(\Omega_{31} + \delta_1)t] + \mathbf{E}_2 [\Theta(T_1 + T_2 - t) - \Theta(T_1 - t)] \cos[(\Omega_{32} + \delta_2)t],$$

генерирует два последовательных  $\pi$ -импульса длительностью  $T_1$  и  $T_2$  соответственно, где

$$T_i = \frac{0.5\pi}{\sqrt{(0.5\delta_i)^2 + |\lambda_i|^2}}.$$

Здесь  $\Theta(x)$  — тэта-функция,  $\delta_i$  — отстройка частоты  $i$ -го импульса от частоты перехода, а

$$\lambda_i \equiv \lambda_{i3} = \frac{\mathbf{E}_i \mathbf{d}_{i3}}{2}.$$

Зависимости населенностей рабочих уровней от времени имеют вид

$$\begin{aligned} p_1(t) &= [\cos^2(\omega_1 t) + (\delta_1/2\omega_1)^2 \sin^2(\omega_1 t)] \\ &\quad \times [\Theta(T_1 - t) - \Theta(-t)], \\ p_2(t) &= \left(\frac{|\lambda_1|}{\omega_1}\right)^2 \left(\frac{|\lambda_2|}{\omega_2}\right)^2 \sin^2[\omega_2(t - T_1)] \\ &\quad \times [\Theta(T_1 + T_2 - t) - \Theta(T_1 - t)], \\ p_3(t) &= \left(\frac{|\lambda_1|}{\omega_1}\right)^2 \left\{ [\Theta(T_1 - t) - \Theta(-t)] \sin^2(\omega_1 t) \right. \\ &\quad + [\Theta(T_1 + T_2 - t) - \Theta(T_1 - t)] \{ \cos^2[\omega_2(t - T_1)] \\ &\quad \left. + (\delta_2/2\omega_2)^2 \sin^2[\omega_2(t - T_1)] \} \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

а частоты переноса электрона между точками равны

$$\omega_i = \sqrt{\left(\frac{\delta_i}{2}\right)^2 + |\lambda_i|^2}.$$

Вероятность переноса электрона между крайними точками равна

$$p_2^{\max} = p_2(T_1 + T_2) \approx 1 - \left(\frac{\delta_1}{2|\lambda_1|}\right)^2 - \left(\frac{\delta_2}{2|\lambda_2|}\right)^2. \quad (8)$$

Полагая, что поле поляризовано по оси  $x$  (т.е.  $\mathbf{E}_{1,2} = E\mathbf{e}_x$ ), вычислим  $|\lambda_1|$ :

$$|\lambda_1| = \gamma e E a \left(\frac{a}{c}\right)^{3/2} \frac{\varepsilon_1^2}{\hbar^3 \Omega_{31}^2} \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{U - \varepsilon_3}} \operatorname{sh}^{-1}(br_c/c), \quad (9)$$

где численный коэффициент  $\gamma$  зависит от параметров структуры. Аналогичное выражение получается и для  $|\lambda_2|$ . Формула (9) наглядно демонстрирует особенности, присущие диагональным переходам. Для достаточно широких барьеров

$$|\lambda_1| \approx \lambda_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{U - \varepsilon_3}} \exp(-br_c/c),$$

где  $\lambda_0$  отвечает переходу  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  в бесконечно глубокой одномерной прямоугольной яме. При  $b \gg c/r_c$  переходы практически полностью подавлены. Малый множитель  $\sqrt{\varepsilon_3/(U - \varepsilon_3)}$  отражает отсутствие резонанса в крайних ямах для энергии  $\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \hbar\Omega_{31} = \varepsilon_2 + \hbar\Omega_{32}$ .

Оценим  $p_2^{\max}$  для параметров, приведенных в разд. 2 и при  $\delta_i = 10^9 \text{ с}^{-1}$ . Формула (9) дает  $|\lambda_1| \approx 16.2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$  и  $|\lambda_2| \approx 6.5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$  при  $E = 500 \text{ В/см}$  и  $\gamma \approx 8$ . Таким образом,  $T = T_1 + T_2 \approx 0.3 \text{ нс}$  и  $p_2^{\max} = 0.993$ . Величины  $\lambda_i$  должны удовлетворять следующим двум неравенствам:

$$|\lambda_i| \ll \frac{(\varepsilon_4 - \varepsilon_3)}{\hbar}, \quad |\lambda_i| \ll \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\hbar},$$

где  $\varepsilon_4$  — энергия уровня, ближайшего к транспортному. Первое из неравенств означает, что лазерный импульс не возбуждает переходы из транспортного состояния в вышележащую часть спектра, а второе обеспечивает реализацию двухуровневой схемы (так как если  $|\lambda_i| \geq (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\hbar$ , то процесс переноса является одностадийным). Эти условия выполняются для  $|\lambda_i| \leq 10^{11} \text{ с}^{-1}$ .

## 4. Обсуждение результатов

В работе [2] было показано, что вероятность переноса электрона между основными состояниями двух близких по размерам квантовых точек зависит от различия их геометрических характеристик. Она близка к 1, если разность ширин квантовых ям в направлении туннелирования электрона не превышает нескольких процентов. Подобная схема переноса электрона является сложной в том смысле, что количество условий на параметры системы, от которых зависит вероятность переноса, достаточно велико. Следовательно, для успешного осуществления переноса, желательно упростить сам механизм транспортировки. Одним из вариантов такого упрощения и является предложенное в настоящей работе разбиение одностадийного (сложного) процесса на 2 более простых, когда диагональные переходы совершаются независимо и характеризуются разными наборами параметров. Мы видим, что асимметрия не оказывает негативного влияния на вероятность переноса. Напротив, ее наличие является *необходимым* для того, чтобы параметры электронных переходов отличались друг от друга. Таким образом, требования, предъявляемые к технологии изготовления структуры, могут быть значительно снижены. То, что в качестве транспортного используется один из локализованных уровней, делает схему более устойчивой по отношению к процессам возбуждения электрона в непрерывный спектр. Отметим, что необходимым условием успешной реализации данной схемы является строгая синхронизация двух последовательных импульсов.

Время жизни электрона в возбужденном состоянии ограничивается временем электронно-фононной релаксации. Другие процессы вносят гораздо меньший вклад в нарушение когерентности волновой функции. Основным механизмом, ответственным за релаксацию электрона в квантовых точках, является взаимодействие с продольными акустическими (*LA*) фононами [3]. Вероятность переходов, сопровождающихся испусканием или поглощением фонона, может быть значительно уменьшена за счет правильного выбора структурных параметров. Для этого нужно подобрать их так, чтобы минимальная разность энергий уровней удовлетворяла неравенству  $3\hbar^2\pi^2/2m^*L^2 > \varepsilon_{\text{crit}}$ , где  $\varepsilon_{\text{crit}} \approx 3\pi\hbar v_s/2a$  — максимальная энергия акустического фонона,  $v_s$  — скорость звука (мы предполагаем, что  $a, c < L$ ). Следовательно, линейный размер структуры  $L$  должен удовлетворять условию  $L < L_{\text{crit}} \approx \sqrt{\pi\hbar a/m^*v_s}$ ; при этом вероятность релаксации уменьшается пропорционально  $L^8$  [3]. Для обычно используемых материалов при  $a \approx 20\text{--}30$  нм имеем  $\varepsilon_{\text{crit}} \approx 0.5\text{--}1$  мэВ и  $L_{\text{crit}} \approx 150$  нм. В этом случае время электронно-фононной релаксации  $\tau_{\text{ph}} \approx 10^{-6}\text{--}10^{-7}$  с и, как нетрудно видеть,  $T \ll \tau_{\text{ph}}$ . Дальнейшее уменьшение  $a$  приведет к увеличению скорости релаксации вследствие возрастающего взаимодействия электрона с граничными (IF) фононами [4].

## 5. Заключение

В работе исследована когерентная эволюция электрона в структуре из 3 квантовых точек в резонансном электрическом поле. Показано, что перенос электрона между точками описывается двухуровневой схемой с диагональными переходами. Вероятность переноса близка к 1, если отстройки от резонанса  $\delta_i$  существенно меньше матричных элементов взаимодействия электрона с полем  $\lambda_i$ . При этом за счет выбора структурных параметров практически полностью исключается уход электрона из структуры, а также запутывание близко расположенных уровней и электронно-фононная релаксация. Подобная схема переноса электрона может быть использована при создании квантовых вычислительных устройств, в которых информация кодируется посредством орбитальных состояний электрона, а также в некоторых вариантах твердотельного ЯМР квантового компьютера [5,6].

Автор выражает благодарность Л.А. Опену за обсуждение результатов, а также К.А. Валиеву и И.А. Семенихину за внимание к работе.

## Список литературы

- [1] L.A. Openov. Phys. Rev. B, **60**, 8798 (1999).
- [2] A.B. Цуканов, Л.А. Опен. ФТП, **38**, 94 (2004).
- [3] H. Benisty. Phys. Rev. B, **51**, 13 281 (1995).
- [4] P.A. Knipp, T.L. Reinecke. Phys. Rev. B, **52**, 5923 (1995).
- [5] A.A. Larionov, L.E. Fedichkin, K.A. Valiev. Nanotechnology, **12**, 536 (2001).
- [6] A.V. Tsukanov, A.A. Larionov, K.A. Valiev. Proc. of SPIE, **5128**, 131 (2003).

Редактор Т.А. Полянская

## Laser-induced resonant electron transitions between three semiconductor quantum dots

A.V. Tsukanov

Institute of Physics and Technology,  
Russian Academy of Sciences,  
117218 Moscow, Russia

**Abstract** Influence of a resonant laser pulse on the quantum dynamics of an electron in the system composed of three semiconductor box-like quantum dots is studied theoretically. It is shown that the electron transfer between two dots in an asymmetric structure is governed by the two-level diagonal transition scheme. The energies of electronic levels involved in the transition and the corresponding matrix elements are found analytically in a high-barrier approximation. The pulse parameters, for which the probability of the resonant electron transfer from the ground state of one of the quantum dots to the ground state of another quantum dot is maximum, are found.