

Особенности захвата частиц в вакууме усиливающимся со временем световым пучком с осевой симметрией

© А.С. Гасанова, А.Ч. Измайлов[¶]

Институт физики Министерства Науки и Образования Азербайджанской республики,
AZ-1143, Баку, Азербайджан

[¶]e-mail: azizm57@rambler.ru

Поступила в редакцию 30.01.2023 г.

В окончательной редакции 24.05.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Теоретически исследованы особенности захвата частиц в условиях высокого вакуума в двухмерную потенциальную яму, которая создается усиливающимся со временем лазерным пучком с осевой (цилиндрической) симметрией. Показано, что при определенных условиях кинетическая энергия захваченных частиц может существенно превышать глубину этой светоиндуцированной ямы. Исследование подобного захвата частиц проведено сначала для гауссова светового пучка путем численного решения соответствующих дифференциальных уравнений движения частиц. Для пучка с цилиндрическим профилем интенсивности детальный анализ особенностей захвата сравнительно быстрых частиц проведен на основе наглядной модели и довольно простых математических соотношений. Полученные теоретические результаты могут быть использованы в оптике и спектроскопии для установления оптимальных условий захвата и локализации в рассматриваемые световые ловушки различных частиц в вакууме, включая также, в определенных случаях, атомы и молекулы.

Ключевые слова: захват и локализация частиц, светоиндуцированная потенциальная яма, лазерный пучок с осевой симметрией.

DOI: 10.61011/OS.2023.09.56612.4577-23

1. Введение

Разработка эффективных методов замедления и локализации частиц (в частности, атомов и молекул) в условиях высокого вакуума очень важна для спектроскопии высокого разрешения [1–3] и оптомеханики [3–5] таких частиц.

В работах [6,7] были предложены сравнительно простые методы замедления и локализации подобных частиц посредством внешних электромагнитных полей, которые индуцируют для этих частиц потенциальные ямы с фиксированным пространственным распределением, но углубляющиеся со временем до некоторого предела. Предполагается, что рассматриваемые частицы находятся в условиях высокого вакуума и действующие на них силы не являются диссипативными, т. е. движение этих частиц происходит без трения. В зависимости от наличия у частиц электрического (магнитного) дипольного момента для их захвата или замедления предлагаемыми методами [6,7] может быть использовано управляемое электрическое (магнитное) поле, а также нерезонансное лазерное излучение. Особый интерес представляет возможность создания подобных электромагнитных ям разнообразных фиксированных пространственных конфигураций посредством преобразования усиливающегося со временем единичного лазерного пучка различными стационарными оптическими элементами (зеркалами, призмами, линзами, поляризаторами).

В настоящей работе установлены и проанализированы нетривиальные особенности захвата частиц усиливающимся со временем световым пучком с осевой (цилиндрической) симметрией. При этом показана возможность захвата таким пучком частиц с кинетической энергией, существенно превышающей глубину светоиндуцированной потенциальной ямы.

В следующем разд. 2 представлены общие уравнения движения частиц в области усиливающегося со временем светового пучка с осевой симметрией. Путем численного решения данных дифференциальных уравнений в разд. 3 проведен анализ захвата частиц гауссовым пучком. В разд. 4 на основе наглядной модели и простых математических соотношений детально исследованы особенности захвата и локализации сравнительно быстрых частиц световым пучком с цилиндрическим профилем интенсивности. Такой профиль может быть получен, например, из обычного гауссова пучка разработанными к настоящему времени преобразователями типа π -shaper [8]. В заключении (разд. 5) представлены основные выводы работы.

2. Общие соотношения

Как и в статьях [6,7], проведем теоретические исследования в рамках классической механики и электродинамики. Предположим, что точечная частица с массой m движется в вакууме в плоскости, ортогональной оси z

распространения усиливающегося со временем светового пучка с цилиндрической симметрией. Такой пучок индуцирует для этой частицы электромагнитную яму со следующей потенциальной энергией:

$$U(r, t) = s(r)\varphi(t), \quad (1)$$

где функция $s(r) \leq 0$ описывает фиксированную пространственную конфигурацию рассматриваемой ямы в зависимости от расстояния r частицы относительно оси светового пучка, а $\varphi(t)$ — неубывающая функция времени t . Полная энергия E этой частицы, движущейся с нерелятивистской скоростью v , описывается выражением

$$E = 0.5mv^2 + s(r)\varphi(t). \quad (2)$$

Считается, что сила светового давления со стороны лазерного пучка пренебрежимо мала по сравнению со светоиндуцированной градиентной силой, действующей на данную частицу. Это возможно для практически прозрачных частиц в спектральном диапазоне их облучения. Мы рассмотрим не слишком сильное излучение, когда индуцируемый дипольный момент частицы пропорционален напряженности светового поля, а потенциальная энергия (1) такой частицы соответственно пропорциональна интенсивности данного излучения [3]. Тогда движение частицы с координатным вектором \mathbf{r} в потенциальной яме $U(r, t)$ (1) описывается следующим уравнением [9]:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}} = -\varphi(t) \frac{ds(r)}{dr} \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (3)$$

При рассматриваемых условиях сила в правой части уравнения (3) не оказывает диссипативного влияния на движение частицы, т.е. отсутствует сила трения. Из соотношений (1)–(3) вытекает важное следствие для временной производной от полной энергии частицы E :

$$\frac{dE}{dt} = s(r) \frac{d\varphi(t)}{dt} \leq 0. \quad (4)$$

Согласно неравенству (4), рост со временем t функции $\varphi(t)$ приводит к уменьшению энергии частицы E в области потенциальной ямы, где координатная функция $s(r) \leq 0$ (1). В связи с этим становится возможен захват частиц в такую электромагнитную ловушку. Ранее подобная локализация частиц в потенциальных ямах типа (1) была продемонстрирована только на примерах, когда энергия частицы E достигала со временем отрицательных значений [6,7]. Однако для рассматриваемого лазерного пучка с осевой симметрией при определенных условиях такой захват может осуществляться даже для частиц, кинетическая энергия которых значительно превосходит глубину светоиндуцированной потенциальной ямы.

При осевой симметрии пучка удобнее решать уравнения движения (3) в цилиндрических координатах частицы — ее расстояния r от центра пучка и угла

поворота ψ радиуса-вектора \mathbf{r} . Важно отметить, что при такой симметрии сохраняется угловой момент M частицы относительно оси z [9]:

$$M = mr^2 \frac{d\psi}{dt}. \quad (5)$$

При этом изменения со временем t радиальной координаты частицы r находятся из следующего уравнения движения, вытекающего из соотношений (3), (5) и выражения для эффективной потенциальной энергии $U_{\text{ef}} = [U(r, t) + 0.5M/(mr^2)]$ в центральном поле [9]:

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{\partial U_{\text{ef}}}{\partial r} = -\varphi(t) \frac{ds(r)}{dr} + \frac{M^2}{mr^3}. \quad (6)$$

3. Захват частиц гауссовым световым пучком

На основе общих соотношений предыдущего разд. 2 рассмотрим теперь случай усиливающегося со временем светового пучка, интенсивность которого имеет поперечное гауссово распределение. Это излучение создает для частицы с индуцированным дипольным моментом потенциальную яму типа (1) в плоскости xu со следующей координатной функцией:

$$s(r) = -J_0 \exp\left(-\frac{r^2}{R^2}\right), \quad (7)$$

где R — характерный радиус светового пучка, $J_0 > 0$ — постоянная величина с размерностью энергии, которая определяется поляризуемостью частицы. Для примера рассмотрим следующую временную зависимость $\varphi(t)$ (1) для интенсивности пучка:

$$\varphi(t) = \left(\frac{t}{T}\right)^n \eta(T-t) + \eta(t-T) \quad (n > 0, t \geq 0), \quad (8)$$

где $\eta(q)$ — ступенчатая функция ($\eta(q) = 1$ для $q \geq 0$ и $\eta(q) = 0$, если $q < 0$). Функция $\varphi(t)$ (8) возрастает от 0 до 1 в интервале времени $0 \leq t \leq T$ и остается равной 1, когда $t > T$.

На рис. 1 показана численно рассчитанная на основе уравнений (5) и (6) траектория двухмерного движения частицы. Видно, что после свободного перемещения в вакууме из точки A эта частица захватывается усиливающимся со временем гауссовым пучком (7). Рассматривается ситуация, когда попадание частицы в область пучка происходит на расстоянии $r \sim R$ с радиальной компонентой скорости $v_r = \frac{dr}{dt}$, гораздо меньшей, чем ее угловая компонента $v_t = r \frac{d\psi}{dt}$. В результате захвата частицы она оказывается локализованной в периферийной области светоиндуцированной ловушки (рис. 1).

На рис. 2, а показана зависимость от времени t расстояния $r(t)$ частицы от оси светового пучка при таких же условиях, как на рис. 1. Видно, что захваченная частица остается локализованной в периферийной области гауссова пучка с эффективным радиусом $r \sim R$. Согласно

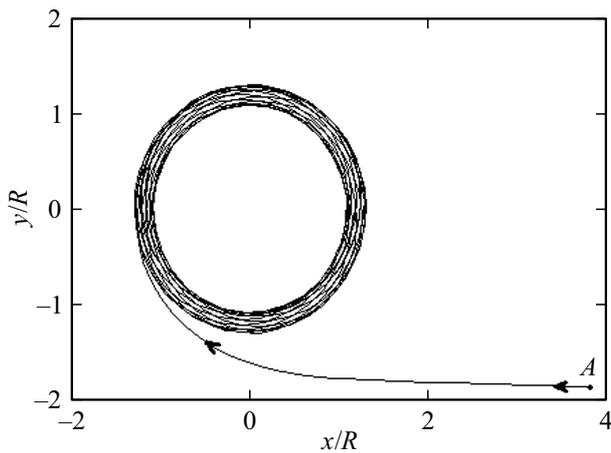


Рис. 1. Трасектория движения частицы (в плоскости $xу$) в области усиливающегося со временем гауссова светового пучка при следующих цилиндрических координатах и компонентах скорости частицы в исходной точке A (в момент времени $t = 0$): $r_0 = 4.23R$, $\psi_0 = -0.456$, $v_{r0} = -7.18R/T$. Расчеты проведены при значениях $J_0 = 200mR^2/T^2$, $M = -13.84mR^2/T$ и функции $\varphi(t)$ (8) с параметром $n = 0.5$.

рис. 2, b , в процессе усиления излучения в интервале времени $0 \leq t \leq T$ полная энергия частицы E (2) убывает с исходного значения $E_0 \approx 0.16J_0$ до постоянной величины $E_f \approx 0.633E_0$. Таким образом, в рассматриваемом случае кинетическая энергия захваченной частицы оказывается больше максимально достижимой глубины J_0 (7) потенциальной ямы (1). Это обусловлено тем, что скорость частицы $v_0 = (v_r^2 + v_t^2)^{0.5}$ складывается из ее радиальной составляющей v_r и ортогональной ей угловой компоненты v_t . Выход захваченной частицы за пределы рассматриваемой электромагнитной ловушки с цилиндрической симметрией возможен только начиная с определенных значений радиальной компоненты скорости $|v_r|$. Поэтому при условии $|v_t| \gg |v_r|$ в подобную ловушку могут быть захвачены частицы, кинетическая энергия которых $0.5m(v_r^2 + v_t^2)$ может превышать глубину такой ловушки.

В следующем разделе мы более детально проанализируем механизм и особенности такого захвата относительно быстрых частиц на основе наглядной модели и сравнительно простых математических соотношений, полученных в случае усиливающегося со временем светового пучка с цилиндрическим профилем интенсивности.

4. Захват частиц цилиндрическим световым пучком

В случае цилиндрического светового пучка с радиусом R в выражении для потенциальной энергии (1) вместо (7) имеем следующую координатную функцию $s(r)$:

$$s(r) = -J_0\eta(R - r), \tag{9}$$

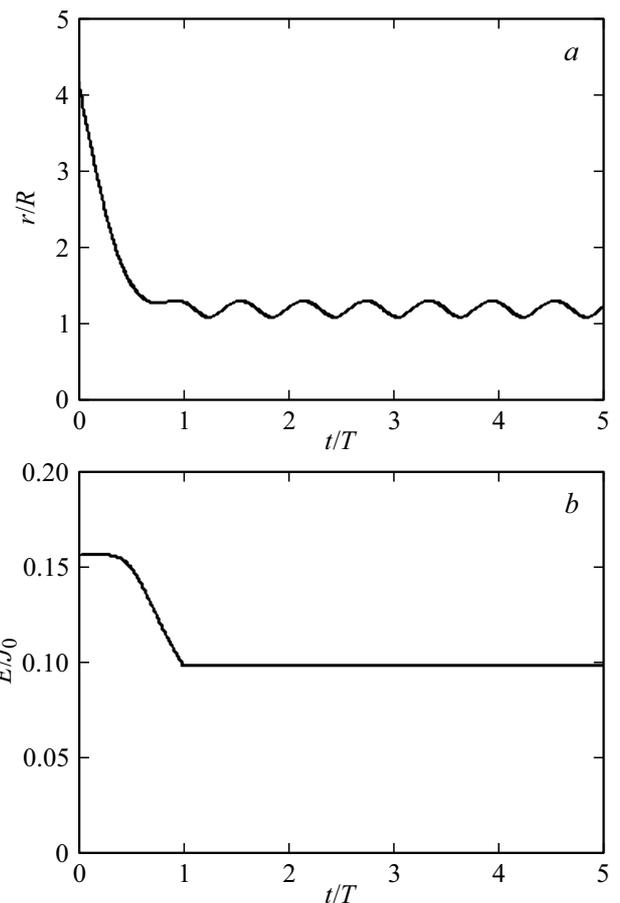


Рис. 2. Зависимость радиальной координаты частицы r (а) в единицах R и ее полной энергии E (б) от времени t (в единицах T) для усиливающегося со временем светового гауссова пучка при таких же условиях, как на рис. 1, со значением $J_0 = 200mR^2/T^2$, на которое нормирована энергия E на рис. 2, b .

где $\eta(R - r)$ — ступенчатая функция. Для такого пучка возможен анализ процесса захвата частиц без использования общих уравнений движения, представленных в разд. 2.

Действительно, рассмотрим частицу массы m , которая после свободного движения в вакууме в некоторый момент времени t достигает точки P_1 (рис. 3) границы светоиндуцированной потенциальной ямы (1), (9), которая углубляется со временем до некоторого предельного значения $J_0 > 0$ (9). Исходная скорость частицы v_0 в точке P_1 имеет радиальную компоненту v_{r0} , направленную к центру O светового пучка, а также ортогональную ей поперечную (угловую) компоненту v_t . В результате попадания частицы в потенциальную яму в точке P_1 в момент времени t ее поперечная компонента v_t не меняется, а величина v_{r0} ее радиальной составляющей увеличивается до определенного значения v_{r1} (рис. 3). Связь между величинами v_{r0} и v_{r1} находится на основе формулы (2) для полной энергии частицы E :

$$0.5mv_{r0}^2 = 0.5mv_{r1}^2 - J_0\varphi(t). \tag{10}$$

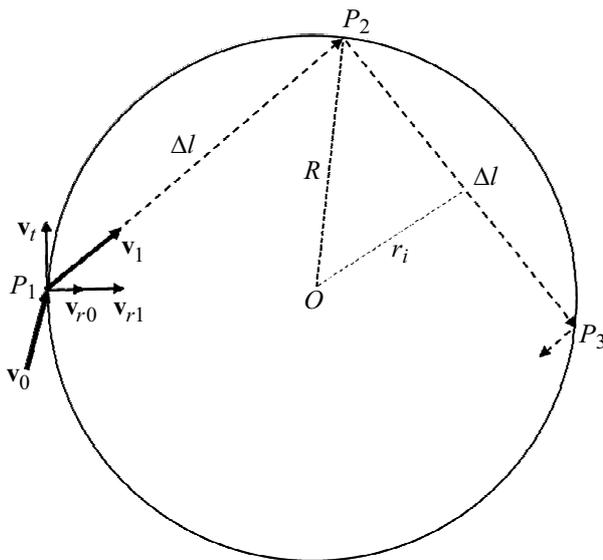


Рис. 3. Описываемая в тексте статьи схема захвата и последующей локализации частицы усиливающимся со временем лазерным пучком с цилиндрическим профилем интенсивности.

Согласно уравнению движения (3) с координатной функцией $s(r)$ (9), данная частица будет далее двигаться по прямой внутри потенциальной ямы с постоянным модулем скорости $v_1 = (v_{r1}^2 + v_t^2)^{0.5}$ пока не пройдет расстояние Δl , достигнув другой точки P_2 границы светоиндуцированной ямы (рис. 3) в следующий момент времени t_1 :

$$t_1 = t + \frac{\Delta l}{v_1} = t + \frac{2R|v_{r1}|}{(v_{r1}^2 + v_t^2)}. \quad (11)$$

Данная частица не выйдет за пределы светового пучка в точке P_2 , если ее радиальная компонента скорости v_{r1} удовлетворяет условию

$$0.5mv_{r1}^2 < J_0\varphi(t_1), \quad (12)$$

где время t_1 определено в (11). Тогда, зеркально отразившись от границы потенциальной ямы в точке P_2 , эта частица снова пройдет расстояние Δl до следующей граничной точки P_3 (рис. 3) в момент времени $t_2 = t + 2\Delta l/v_1$. Вследствие соотношения $\varphi(t_2) \geq \varphi(t_1)$ для неубывающей функции времени $\varphi(t)$ (1) подобное движение частицы в пределах светового пучка продолжится и далее. При этом область локализации частицы будет ограничена внешним радиусом R (9) цилиндрического светового пучка и следующим внутренним радиусом r_i , показанным на рис. 3:

$$r_i = \frac{|v_t|}{v_3} R = \frac{|v_t|}{(v_{r1}^2 + v_t^2)^{0.5}} R. \quad (13)$$

Заметим, что модуль $|v_t|$ угловой компоненты скорости частицы (рис. 3) принимает одинаковые значения на границе рассматриваемой цилиндрической потенциальной ямы вследствие сохранения углового момента

частицы M (5). Далее будем использовать следующую связь между компонентами $|v_t|$ и $|v_{r0}|$ исходной скорости частицы v_0 в точке P_1 (рис. 3):

$$|v_t| = p|v_{r0}|, \quad (14)$$

где множитель p может принимать любые заданные нами значения. Максимально возможная исходная радиальная компонента скорости ($v_{rm} \geq v_{r0}$) захваченных частиц определяется из следующих уравнений, вытекающих из соотношений (10)–(14):

$$v_{rm}^2 = v_{r1}^2 - \frac{2J_0}{m}\varphi(t), \quad (15)$$

$$v_{r1}^2 = \frac{2J_0}{m}\varphi\left(t + \frac{2R|v_{r1}|}{(v_{r1}^2 + p^2v_{rm}^2)}\right). \quad (16)$$

Далее будем проводить численные расчеты на основе уравнений (15), (16) для временной функции $\varphi(t)$ (8).

На рис. 4, *a, b* показаны зависимости от времени t для максимально возможной радиальной компоненты v_{rm} скорости захваченной частицы. Рисунки 4, *c, d* представляют соответствующие зависимости от времени t для следующего отношения χ исходной кинетической энергии такой захваченной частицы к максимально достижимой глубине J_0 цилиндрической потенциальной ямы (9):

$$\chi = \frac{0.5m(1 + p^2)v_{rm}^2}{J_0}. \quad (17)$$

Видно, что данные зависимости $v_{rm}(t)$ и $\chi(t)$ в значительной степени определяются коэффициентом p , связывающим компоненты скорости (14), а также параметром n функции $\varphi(t)$ (8), который характеризует темп усиления светового пучка. Особо следует отметить, что отношение χ (17) может быть гораздо больше 1, если параметр $p \gg 1$ (14) — кривые 3 на рис. 4, *c, d*. В таком случае в процессе усиления цилиндрического светового пучка он может захватывать частицы с кинетической энергией, существенно превышающей максимально достижимую глубину J_0 светоиндуцированной потенциальной ямы. Захват частиц в такую электромагнитную ловушку невозможен после прекращения усиления интенсивности пучка, когда $t \geq T$ (8), поскольку тогда $v_{rm}(t) = 0$ и $\chi(t) = 0$ (рис. 4). Однако захваченные до момента $t = T$ частицы остаются локализованными в данной потенциальной яме, совершая финитное движение в области между радиусом пучка R (рис. 3) и радиусом $r_i < R$ (13).

Полученные в данном разделе результаты на основе наглядной модели (рис. 3) и сравнительно простых математических соотношений подтверждаются также гораздо более трудоемкими численными расчетами соответствующих уравнений движения (5), (6) для светового пучка с цилиндрическим профилем интенсивности (9).

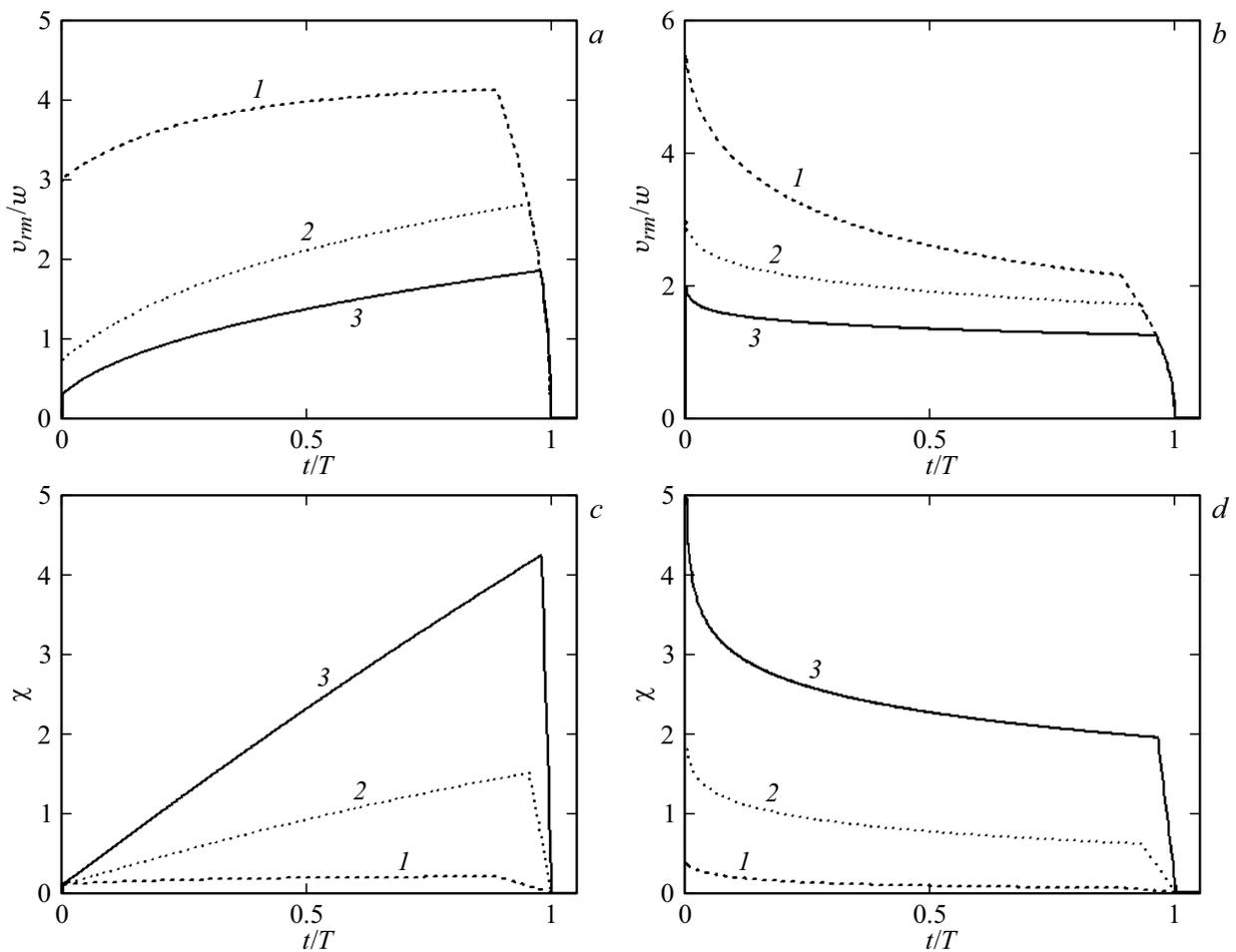


Рис. 4. Зависимость от времени t (в единицах T) для радиальной компоненты скорости частицы v_{rm} (a, b) в единицах $w = 2R/T$, а также величины χ (c, d), описываемой формулой (17), в случае лазерного пучка с цилиндрическим профилем интенсивности, когда $J_0 = 162mR^2/T^2$, коэффициент $p = 0$ (кривая 1), 4 (2) и 10 (3), а в функции $\varphi(t)$ (8) параметр $n = 2$ (a, c) и 0.5 (b, d).

5. Заключение

В настоящей работе установлена возможность захвата в вакууме точечных частиц усиливающимся со временем лазерным пучком с осевой симметрией, даже когда кинетическая энергия данных частиц значительно превосходит максимально достижимую глубину светоиндуцированной потенциальной ямы. При этом последующее движение таких локализованных сравнительно быстрых частиц осуществляется в узкой периферийной области данного пучка (рис. 1). Очевидно, что подобный захват частиц эффективнее при более существенной интенсивности излучения в этой периферийной области. Поэтому, например, исследованный нами световой пучок с цилиндрическим профилем интенсивности позволяет захватить гораздо более быстрые частицы по сравнению с гауссовым пучком.

В случае лазерного пучка с цилиндрическим профилем интенсивности получены простые аналитические соотношения для предельных исходных скоростей и кинетических энергий частиц, которые могут быть захвачены

таким пучком (разд. 4 работы). Данные соотношения могут быть использованы для численных оценок при планировании и проведении соответствующих экспериментов с конкретными частицами и лазерами. Для таких оценок в эти соотношения следует подставить известные экспериментаторам величины: массу исследуемой частицы, возможные компоненты ее исходной скорости, характерный радиус используемого лазерного пучка с заданной динамикой усиления его интенсивности, а также создаваемую данным пучком максимальную эффективную глубину светоиндуцированной потенциальной ямы. Например, рис. 4 представляет результаты подобного численного расчета при определенных соотношениях между упомянутыми величинами.

Следует отметить, что рассмотренный в настоящей работе механизм захвата возможен не только для классических частиц, но также для атомов и молекул в основном квантовом уровне при воздействии усиливающегося со временем бегущего лазерного пучка, частота которого сильно отстроена от оптических переходов из этого уровня [6,7].

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] В. Пауль. УФН, **160** (12), 109 (1990).
DOI: 10.3367/UFNr.0160.199012d.0109 [W. Paul, Nobel Lecture, December 8, 1989].
- [2] W. Demtroder. *Laser Spectroscopy: Basic Concepts and Instrumentation* (Berlin-Springer, 2003).
- [3] A. Ashkin. *Optical Trapping and Manipulation of Neutral Particles Using Lasers* (World Scientific Publishing, 2006).
- [4] В.А. Сойфер, В.В. Котляр, С.Н. Хонина. Физика элементарных частиц и атомного ядра, **35** (6), 1368 (2004) [V.A. Soifer, V.V. Kotlyar, S.N. Khonina. Phys. Part. Nucl., **35** (6), 733 (2004)].
- [5] J. Millen, T.S. Monteiro, R. Pettit, A.N. Vamivakas. Reports on Progress in Physics, **83** (2), 026401 (2020).
- [6] А.Ч. Измайлов. Опт. и спектр., **119** (5), 863 (2015).
[A.Ch. Izmailov. Opt. Spectrosc., **119** (5) 883 (2015).
DOI: 10.1134/S0030400X15110107].
- [7] А.Ч. Измайлов. Опт. и спектр., **122** (2), 322 (2017).
[A.Ch. Izmailov. Opt. Spectrosc., **122** (2), 315 (2017).
DOI: 10.1134/S0030400X17020126].
- [8] F.M. Dickey, T.E. Lizotte. *Laser Beam Shaping Applications* (CRC Press, Taylor@Francis Group, 2019).
- [9] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Механика* (М., Наука, 1965).