

08,11

Динамика фазовой границы в пьезоэлектрике, охлаждаемом с конечной скоростью, при наличии градиента температуры

© А.А. Чеврычкина, А.Л. Корженевский

Институт проблем машиноведения РАН,
Санкт-Петербург, Россия
E-mail: alekorzh@mail.ru

Поступила в Редакцию 10 августа 2023 г.

В окончательной редакции 17 сентября 2023 г.

Принята к публикации 18 сентября 2023 г.

Проанализирована динамика межфазной границы (МФГ), увлекаемой движущейся изотермой с заданной скоростью $V_{iso}(t)$, в сегнетоэлектрике, обладающим пьезоэффектом в парафазе. В рамках модели, в которой зависимость термодинамического потенциала от поляризации задается двумя пересекающимися параболой, выведено нелинейное дифференциальное уравнение 2-го порядка для координаты $X(t)$ нестационарной МФГ. Показано, что это уравнение хорошо описывает динамику МФГ практически при всех экспериментально используемых режимах движения изотермы.

Ключевые слова: фазовый переход, пьезоэлектрики, движущаяся изотерма, нестационарная межфазная граница.

DOI: 10.61011/FTT.2023.11.56557.179

1. Введение

Экспериментальное изучение кинетики фазовых переходов (ФП) во многих случаях затруднено появлением огромного количества растущих зародышей новой фазы, зачастую обладающих сложной морфологией, критически зависящей от заданных внешних условий. При теоретическом описании макрокинетики ФП это ведет к необходимости проведения усредненного статистического описания динамики промежуточного двухфазного состояния материала, что в общем случае представляется исключительно сложной задачей. Расчеты несколько упрощаются, если задачу об эволюции состояния во всем объеме образца удастся свести к решению задачи о движении межфазных границ (МФГ), см., например, [1,2] и цитированную в них литературу. Реальные аналитические расчеты становятся возможными, однако, только в случае малого числа зародышей, что означает малость отклонения однородного состояния материала от равновесного на протяжении всего процесса ФП. Соответственно, скорости МФГ зародышей оказываются относительно низкими, поэтому полный процесс ФП по необходимости сильно растянут во времени, что не всегда удобно. Очевидно также, что теоретическое описание кинетики „быстрых“ ФП, происходящих в сильно неравновесных условиях, становится при этом недостижимым.

Хотя, несмотря на указанные выше трудности с интерпретацией результатов наблюдений, большинство экспериментов по исследованию кинетики ФП по традиции до сих пор проводится в однородных внешних условиях, для целенаправленного изучения динамики изолированных МФГ использовались комбинации контро-

лируемых пространственно-неоднородных и переменных во времени полей при некоторых твердотельных ФП. В частности, такая методика применялась для исследования динамики одиночных МФГ в сегнетоэлектриках BaTiO_3 , PbTiO_3 и антисегнетоэлектрике NaNbO_3 [3–9]. Помимо структурных ФП, экспериментальная схема с заданным градиентом температуры и фиксированной скоростью изотермы применялась для исследования так называемых „массивных превращений“ („massive transformations“) [10,11] Кроме того, она широко используется для выращивания кристаллов из расплавов и растворов [12], а также при так называемой направленной кристаллизации сплавов [13].

Отметим, что стремление получить максимально однородный материал-продукт приводит к тому, что в указанных экспериментах используется наиболее простой вариант этой комбинации: создается постоянный градиент температуры ∇T в образце, скорость охлаждения или нагрева которого \dot{T} неизменна во времени. С теоретической точки зрения это означает, что при математическом анализе возможных решений нелинейных уравнений кинетики ФП достаточно ограничиться поиском устойчивых автомодельных МФГ, перемещающихся с той же постоянной скоростью $V_{iso} = -\dot{T}/\nabla T$, что и изотерма температуры ФП $T = T_c$. При этом остается открытым вопрос о том, как описывать динамику МФГ в нестационарных режимах, когда экспериментально заданная скорость изотермы непостоянна, $V_{iso} = V_{iso}(t)$.

Геометрическое перемещение МФГ сопровождается не только сменой фазового состояния материала, но и изменением значений тех его внутренних степеней свободы, которые достаточно сильно „сцеплены“ с полем параметра порядка (ПП). Поскольку времена релаксации

этих степеней свободы конечны, их реакция на изменение фазового состояния имеет запаздывающий характер и зависит, вообще говоря, от траектории МФГ во все предшествующие времена. В свою очередь, степень этой реакции влияет на движение МФГ в последующие времена. Физически, это происходит потому, что внутренние степени свободы оказываются в окрестности движущейся МФГ в неравновесном состоянии, а это приводит к диссипации энергии и порождает „силы трения“, а также „силы инерции и гиперинерции“, эффективно действующие на МФГ [2,14–21].

Таким образом, расчет динамики МФГ в нестационарных внешних условиях сводится к вычислению этих эффективных сил. Разумеется, их конкретный вид зависит от фактического характера нестационарности. В настоящем сообщении мы покажем, на примере анализа динамики МФГ в испытывающем ФП 1-го рода одноосном пьезоэлектрике [22], как можно вывести уравнение движения плоской МФГ в дифференциальной форме, применимое для расчетов в нестационарных условиях. Важность учета влияния пьезоэлектрической связи на динамику МФГ обусловлена, помимо чисто научного значения, также и тем, что значение эффективного пьезоэлектрического коэффициента в реальных неоднородных материалах резко возрастает вблизи точки ФП (см., например, [23]), что широко используется в практических целях [24–28].

2. Постановка задачи и описание модели

Рассмотрим эксперимент, в котором одноосный сегнетоэлектрический кристалл, обладающий пьезоэффектом в парафазе, находится в поле заданного постоянного градиента температуры ∇T , направленного вдоль оси x , так что в плоскости образца (y, z) формируется плоская МФГ, координата которой в равновесии отвечает положению изотермы температуры ФП $T = T_c$. В момент времени $t = 0$ образец в целом начинает охлаждаться с зависящей от времени скоростью $\dot{T}(t)$. Соответственно, координата изотермы с $T = T_c$ будет перемещаться по кристаллу со скоростью $V_{iso}(t) = -\dot{T}/\nabla T$, увлекая за собой МФГ. Задача состоит в выводе уравнения на координату МФГ $X(t)$ при учете действия на границу не только термодинамических сил, но и возникающих вязких напряжений.

Чтобы провести *аналитически* все необходимые вычисления, мы используем следующую упрощенную модель. Во-первых, мы будем считать диссипативные силы, связанные с процессами теплопроводности, малыми по сравнению с силами, обусловленными процессами внутреннего трения. Последние мы будем учитывать в рамках нормированной на единицу площади диссипативной

функции R для изотропного твердого тела [29]:

$$R = \int dx \left[\eta \left(v_{ik} - \frac{1}{3} \delta_{ik} v_{ll} \right)^2 + \frac{\zeta}{2} v_{ll}^2 \right], \quad (1)$$

где

$$v_{ik} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right), \quad v_i = \dot{u}_i,$$

u_i — это i -ая компонента поля смещений, η и ζ — коэффициенты вязкости.

Во-вторых, вклад $W(P)$ в плотность термодинамического потенциала кристалла, связанный исключительно с величиной вектора поляризации $P \equiv (0, 0, P_z)$, представим в виде 2-х пересекающихся парабол [30]:

$$W(P) = \min \left[\frac{E}{2} P^2, \frac{E}{2} (P - P_S)^2 \right], \quad (2)$$

где параметр E описывает высоту энергетического барьера между двумя сосуществующими фазами, а через P_S обозначена зависящая от температуры спонтанная поляризация в полярной фазе. Вклад в плотность потенциала упруго деформированного кристалла будем считать изотропным, а вклад от связи поля упругих деформаций ε_{ik} с поляризацией P записывать в виде $-dP_z \varepsilon_{xy}$.

Параметры E и P_S в (2) связаны с параметрами более привычной модели ФП, использующей разложение Ландау для плотности термодинамического потенциала Φ по степеням ПП:

$$\Phi = \frac{1}{2} \alpha_0 (T - T_0) P^2 + \frac{1}{4} B P^4 + \frac{1}{6} D P^6 + \frac{1}{2} g \left(\frac{dP}{dx} \right)^2 \quad (3)$$

соотношениями:

$$E = \frac{1}{2} \alpha_0 (T_c - T_0) P_*^2, \quad P_*^2 = -\frac{3B}{4D}, \quad T_c - T_0 = \frac{3}{16} \frac{B^2}{\alpha_0 D},$$

$$P_S^2 = \frac{-B}{2D} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4\alpha_0 D}{B^2} (T - T_0)} \right]. \quad (4)$$

Динамику ПП будем считать чисто релаксационной с характерным временем τ .

3. Уравнения движения в объеме и определение положения межфазной границы

Преимуществом сформулированной выше модели „двух парабол“ для проведения аналитических расчетов является то, что ее динамика описывается системой квазилинейных уравнений. С учетом того, что нам надо рассчитать движение плоской МФГ, лежащей в плоскости (z, y) , вдоль $X(t)$, производные по координатам y, z равны нулю и уравнения движения для поляризации

$P \equiv P_z$ и индуцированного ею поля смещений u_x, u_y, u_z приобретают простой вид

$$\begin{aligned} \tau \dot{P} &= E \left[-P + H(X(t) - x) + gP''_{xx} + \frac{d}{2} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right], \\ \rho \ddot{u}_y &= \mu \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} - d \frac{\partial P}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 \dot{u}_y}{\partial x^2}, \\ \rho \ddot{u}_z &= \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^2 \dot{u}_z}{\partial x^2}, \\ \rho \ddot{u}_x &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \left(\zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \frac{\partial^2 \dot{u}_x}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

В (5) $H(x)$ — функция Хэвисайда, которая появляется в первом уравнении (5) после дифференцирования вклада $W(P)$ (2) и играет роль „источника“. Отметим, что направление движения плоской МФГ вдоль оси x позволяет избавиться от деполяризующего поля и связанной с ним проблемы полидоменизации образца.

Чтобы получить решение системы (3) в явном виде, ее необходимо дополнить информацией о координате МФГ $X(t)$. Зададим ее положение естественным условием, впервые использованным в [30]:

$$P(x = X(t)) = \frac{1}{2} P_S(T = T_{int}(t)), \quad (6)$$

где $T_{int}(t)$ — значение температуры на МФГ. Фактически, (6) — это определение того, что мы считаем „центром“ МФГ, в котором безразмерное значение параметра порядка выбрано равным $1/2$ — т.е. оно „равноудалено“ от значений 0 и 1, отвечающих значениям безразмерной поляризации в пара- и сегнетоэлектрической фазе.

Предполагается, что температурную зависимость поляризации вблизи точки перехода можно считать линейной: $P_S(T \approx T_c) = P_S(T_c) + a(T - T_c)$, $a < 0$ (т.к. ПП возрастает с уменьшением температуры). В дальнейшем будем анализировать решения системы (5) в безразмерных переменных, в которых новое время измеряется в единицах τ , новая длина — в единицах \sqrt{g} , плотность энергии — в единицах E , поляризация — в единицах $P_S(T_c) = P_*$.

4. Решение системы уравнений (5) и вывод уравнения движения межфазной границы в дифференциальной форме

Поскольку система (5) квазилинейна, для ее решения удобно применить преобразование Фурье:

$$F(k, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dt F(x, t) \exp[-ikx - i\omega t]. \quad (7)$$

В результате получаем систему алгебраических уравнений, ненулевые элементы 4×4 матрицы которой L_{ij} равны

$$L_{pp} = 1 + i\omega + k^2, \quad L_{pu_y} = -\frac{ikd}{2}, \quad L_{u_y p} = ikd,$$

$$L_{u_y u_y} = L_{u_z u_z} = -\frac{1}{c_t^2} \omega^2 + k^2 + k^2 i\omega \eta,$$

$$L_{u_x u_x} = -\frac{1}{c_t^2} \omega^2 + \frac{c_t^2}{c_t^2} k^2 + k^2 i\omega \left(\zeta + \frac{4}{3} \eta \right).$$

Обратив матрицу L_{ij} , Фурье-образы поляризации $P(k, \omega)$ и ненулевой компоненты поля смещений $u_y(k, \omega)$ можно записать в виде

$$P(k, \omega) = H(k, \omega) \frac{Q(\omega, k)}{S(\omega, k)}, \quad (8)$$

$$u_y(k, \omega) = H(k, \omega) \frac{-ikd}{S(\omega, k)}, \quad (9)$$

где $H(k, \omega)$ — Фурье-образ функции Хэвисайда:

$$H(k\omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{-\infty}^{X(t')} dx' \exp(-ikx' - i\omega t'), \quad (10)$$

$$Q(\omega, k) = -\frac{1}{c_t^2} \omega^2 + k^2 + k^2 i\omega \eta,$$

$$S(\omega, k) = (i\omega + 1 + k^2) \left(-\frac{1}{c_t^2} \omega^2 + k^2 + k^2 i\omega \eta \right) - \frac{k^2 d^2}{2}. \quad (11)$$

Из (8)–(10) получаем выражение для $P(x, t)$ через обратное преобразование Фурье:

$$\begin{aligned} P(x, t) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \int_{-\infty}^{X(t')} dx' \\ &\times \frac{Q(\omega, k)}{S(\omega, k)} \exp[-ikx' - i\omega t'] \exp[ikx + i\omega t]. \end{aligned} \quad (12)$$

Чтобы записать уравнение движения МФГ в безразмерных переменных с помощью условия (4), надо в его левую часть подставить безразмерное значение поляризации (12), взятое на границе $x = X(t)$, а правую часть приравнять $1/2$. При этом следует учесть, что из-за диссипации координата движущейся МФГ $X(t)$ отстает от положения изотермы ФП T_c на расстояние h_0 , что в условиях ненулевого градиента температуры ∇T приводит к дополнительному к (12) вкладу в поляризацию на границе, равному

$$a [T(X) - T_c] = a [\nabla T X(t) + h_0]. \quad (13)$$

Для дальнейших вычислений в выражении (12) при $x = X(t)$ удобно сделать замену переменной интегрирования $x' \rightarrow x' - X(t')$ и переписать (12) в виде

$$P(x = X(t)) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \int_{-\infty}^0 dx' \times \frac{Q(\omega, k)}{S(\omega, k)} \exp[-ikx' - i\omega t'] \exp[ik(X(t) - X(t'))]. \quad (14)$$

Затем представим в (14) разность $X(t) - X(t')$ в виде ряда Тейлора:

$$X(t) - X(t') = \dot{X}(t)(t - t') - \frac{1}{2} \ddot{X}(t)(t - t')^2 + \dots \quad (15)$$

Используя (15), можно сосчитать интеграл по t' в (14) почленно для произвольной и пока неизвестной траектории МФГ $X(t)$, т.к. производные в (15) берутся в момент времени t и не зависят от переменной интегрирования t' . В результате правую часть уравнения (14) можно записать в виде ряда, где $V \equiv \dot{X}(t)$:

$$f(V) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \partial_t^n V. \quad (16)$$

Из (14)–(16) получаем выражение для $f(V)$:

$$f(V) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \int_{-\infty}^0 dx' \frac{Q(\omega, k)}{S(\omega, k)} \times \exp[-ikx' + i\omega(t - t')] \exp[ik(V(t - t'))]. \quad (17)$$

Оно может быть упрощено, т.к. интеграл по t' в (17) пропорционален дельта-функции $\delta(kV + \omega)$, с учетом этого последующее интегрирование по ω оказывается тривиальным, в оставшемся же подынтегральном выражении надо положить $\omega = -kV$:

$$f(V) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \int_{-\infty}^0 dx' \frac{Q(-kV, k)}{S(-kV, k)} \exp(-ikx'). \quad (18)$$

Подынтегральную функцию можно представить в виде:

$$\frac{Q(-kV, k)}{S(-kV, k)} = \frac{-Vi\eta \left(k - \frac{i}{v\eta} \left(\frac{V^2}{c_t^2} - 1 \right) \right)}{S_1(V, k)},$$

где стоящая в знаменателе функция

$$S_1(V, k) \equiv S(-kV, k)/k^2$$

является кубическим полиномом по k , корни которого k_i можно определить по формулам Кардано. Мы будем считать их известными, на рис. 1 приведена зависимость корней k_i от скорости V .

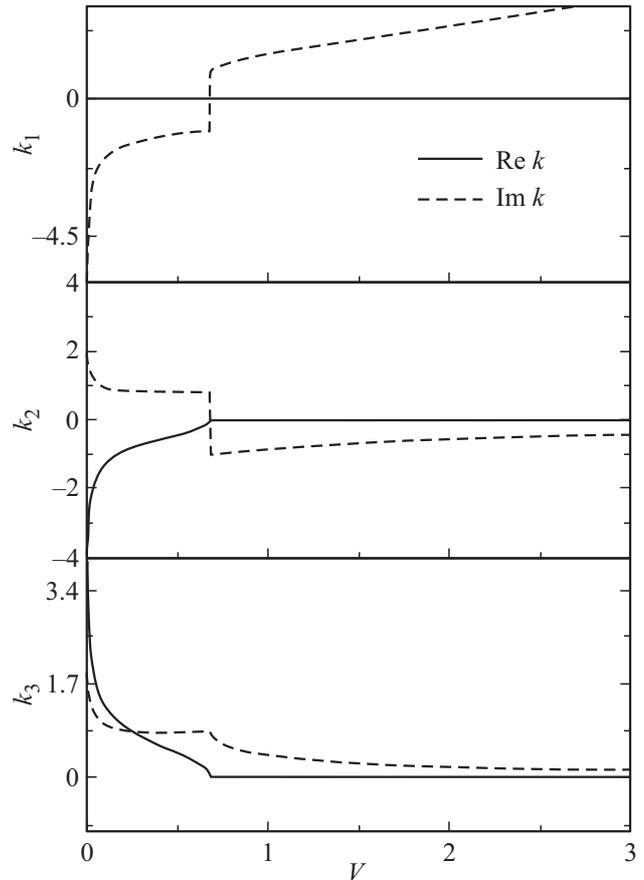


Рис. 1. Зависимость корней $S_1(V, k)$ от скорости при значениях параметров $\eta = 100$, $d = 10$, $c_t = 1400$.

Взяв интеграл в (18) по вычетам, получаем выражение для функции $f(V)$ в окончательном виде

$$f(V) = - \sum_{\text{Im}(k_i) > 0} \left[\frac{1}{k} \frac{\left(k + \frac{i}{v\eta} \left(1 - \frac{V^2}{c_t^2} \right) \right) (k - k_i)}{(k - k_1)(k - k_2)(k - k_3)} \right] \Bigg|_{k=k_i}. \quad (19)$$

Отметим, что зависимость от скорости у функции $f(V)$ является непрерывной (см. рис. 2, а), несмотря на то, что при ее определенных значениях происходит смена корней, дающих вклад в (19).

Рассмотрим теперь типичный экспериментальный режим, в котором скорость изотермы $V_{iso}(t) = \text{const} \equiv V_p$. В этом случае уравнение движения МФГ (5) в сопутствующей системе координат с учетом (13) и (16) принимает вид

$$\frac{1}{2} - f(V) + \sum_{n=1}^{\infty} M_n \partial_t^n V - a \{ \nabla T [X(t) - V_p t + h_o] \} = 0. \quad (20)$$

Уравнение (20) имеет очевидное решение с постоянной скоростью МФГ, равной скорости изотермы, $V = V_p$, а также с независящим от времени „отставанием“ поло-

жения МФГ $h_o < 0$ от координаты изотермы $V_p t$, равным

$$h_o = \frac{1}{a \nabla T} \left[\frac{1}{2} - f(V_p) \right]. \quad (21)$$

В общем случае, когда экспериментально заданная скорость изотермы непостоянна, $V_{iso} = V_{iso}(t)$, уравнение движения МФГ можно записать в виде

$$\frac{1}{2} - f(V) + \sum_{n=1}^{\infty} M_n \partial_t^n V - a \{ T [X(t) - X_{iso}(t) + h_o(t)] \} = 0. \quad (22)$$

Анализ характера возможных решений этого нелинейного дифференциального уравнения бесконечного порядка облегчается тем фактом, что значение входящего в него безразмерного градиента температуры очень мало. Действительно, в размерных величинах оно по порядку величины равно $\frac{b}{T_c} \nabla T_{exp} \sim 10^{-8}$, где b — длина постоянной решетки, а ∇T_{exp} заданный в эксперименте градиент температуры.

Если перейти к более удобным безразмерным переменным длины и времени, $x \nabla T \rightarrow x'$, $t \nabla T \rightarrow t'$, то функция $f(V)$ в (22) не изменится (т.к. скорость в новых переменных остается той же), а перед „гипермассами“ n -го порядка M_n появятся малые безразмерные множители $(\nabla T)^n$. Поэтому в получившемся асимптотическом ряде естественно ограничиться учетом только члена с $n = 1$.

В результате (22) переходит в нелинейное дифференциальное уравнение 2-го порядка, в котором $M_1 = M_1(V)$. Это позволяет, в частности, анализировать линейную устойчивость решений этого уравнения стандартным образом, т.е. исследуя зависимость малых отклонений от них $h(t)$ на больших временах.

Например, в случае постоянной скорости изотермы, $V_{iso}(t) = V_p$, линеаризованное уравнение является уравнением для осциллятора с трением, причем коэффициент трения равен производной $\left(\frac{df}{dV} \right) \equiv F'$, взятой при $V = V_p$:

$$\nabla T M_1(V_p) \dot{h} - F'(V_p) \dot{h} - ah = 0, \quad (23)$$

где зависимость $M_1(V_p) < 0$ определяется через соответствующий коэффициент $C_1(V)$ в (14):

$$M_1(V) = \frac{1}{4\pi i} \frac{\partial^2}{\partial V^2} \times \left[\int_{-\infty}^{\infty} dk \int_{-\infty}^0 dx' \frac{Q(-kV, k)}{k S_1(V, k)} \exp(-ikx') \right]. \quad (24)$$

Как было отмечено выше, $a < 0$. Что касается знаков $M_1(V_p)$ и $F'(V_p)$, то при исследованных нами значениях параметров модели знак „массы“ осциллятора в (23), равной $-C_1(V)$, положителен, как и знак „коэффициента трения“, $-F'(V_p)$, так что отклонения $h(t)$ экспоненциально затухают на больших временах. Тем не менее,

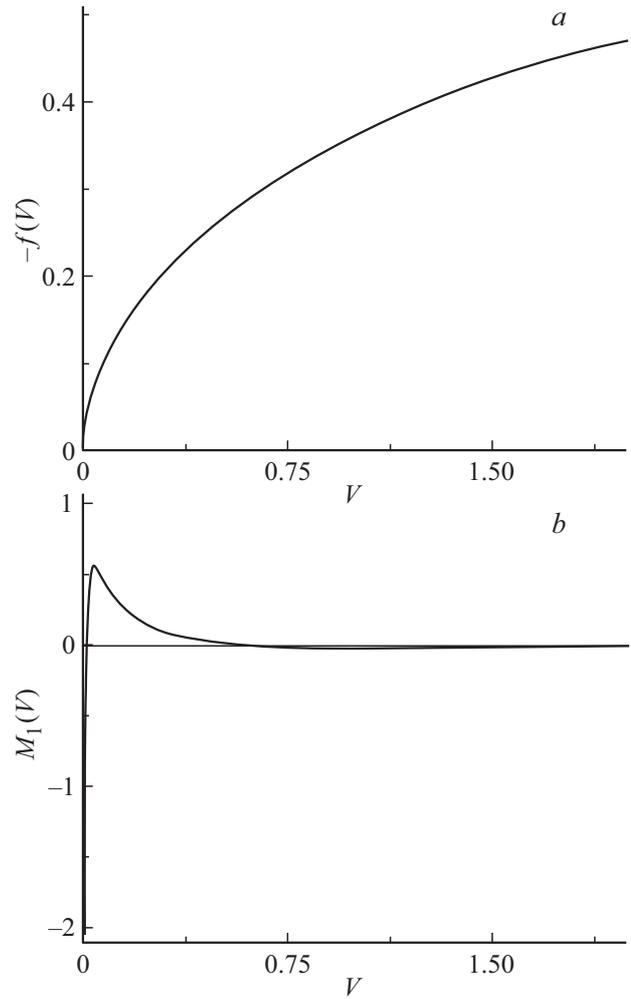


Рис. 2. Зависимость а) „силы трения“ — $f(V)$ по формуле (19) и б) „массы“ $M_1 = -C_1(V)$ по формуле (24) от скорости при значениях параметров $\eta = 100$, $d = 10$, $c_t = 1400$.

надо оговориться, что при каких-то других наборах параметров модели, „коэффициент трения“ в принципе может оказаться и отрицательным. В пределе малых скоростей $V_p \rightarrow 0$, это, однако, невозможно в силу фундаментального требования положительности производства энтропии (подробнее об этом вопросе см. в разделе „Дискуссия“ в [2]).

Как и функцию $f(V)$ в (19), функцию $M_1(V)$ также можно записать в общем виде через корни $k(i)$ функции $S_1(V, k)$:

$$M_1(V) = \frac{i}{2} \frac{\partial^2}{\partial V^2} \times \left[\sum_{\text{Im}(k_i) > 0} \frac{\left(k - \frac{i}{V\eta} \left(\frac{V^2}{c_t^2} - 1 \right) \right) (k - k_i)}{k^2 (k - k_1) (k - k_2) (k - k_3)} \right] \Big|_{k=k_i}. \quad (25)$$

Формула (25) была получена из (24) в результате сдвига полюса $k = 0$ в нижнюю полуплоскость на $i\epsilon$ ($\epsilon > 0$) для регуляризации выражения в квадратных

скобках. Затем интеграл по k был сосчитан по вычетам, после чего взят оставшийся тривиальный интеграл по x' . На рис. 2 б) приведена зависимость массы $M_1(V)$.

Поскольку подстановка корней $k(i)$ по формуле Кардано приводит к очень громоздкому выражению для $M_1(V)$, мы не выписываем соответствующую формулу.

Проделав расчеты для величин $M_n(V, d, \eta)$ в общем случае, находим, что они быстро убывают с ростом скорости V и значения номера n . Отсюда следует, что количественные результаты, полученные с использованием $M_1(V)$ приближения в (22), улучшаются с повышением скорости МФГ, т.е. с ростом скорости охлаждения образца.

Если охлаждение образца производится с зависящей от времени скоростью $\dot{T} = \dot{T}(t)$, то скорость изотермы удобно записать в форме $V_{iso}(t) = V_p + v(t)$, выделив ее постоянную составляющую V_p . Тогда уравнение движения МФГ (22) в $M_1(V)$ приближении становится уравнением на осциллятор с зависящими от скорости $V = V_p + \dot{h}$ массой и силой трения. находящийся под действием переменной внешней силы $R(t)$:

$$\begin{aligned} \nabla T M_1(V_p + \dot{h}) \ddot{h} - f(V_p + \dot{h}) + f(V_p) - ah \\ = a \int_0^t v(\tau) d\tau \equiv R(t). \end{aligned} \quad (26)$$

Отметим, что для многих сегнетоэлектриков скачок спонтанной поляризации в точке ФП сопровождается ее слабым ростом при дальнейшем понижении температуры [22]. В нашей модели этому соответствует малость коэффициента $(-a)$. Для таких материалов уравнение (26) должно работать количественно особенно хорошо, т.к. в этом случае безразмерным малым параметром в разложении (22) становится произведение $(-a \nabla T)$.

5. Заключение

В работе проанализирована динамика межфазной границы (МФГ), увлекаемой изотермой, движущейся с заданной скоростью $V_{iso}(t)$, в сегнетоэлектрике, обладающим пьезоэффектом в парафазе. В рамках модели, в которой зависимость термодинамического потенциала от поляризации задается двумя пересекающимися параболками, мы вывели приближенное нелинейное дифференциальное уравнение 2-го порядка на координату положения МФГ $X(t)$. Наши оценки показали, что это уравнение применимо для описания динамики МФГ при практически всех реально используемых режимах движения изотермы $V_{iso}(t)$. При обычно используемом в экспериментах режиме с постоянной скоростью изотермы, движение сопровождающей ее с той же скоростью МФГ оказывается устойчивым. Отметим, что динамика МФГ может качественно измениться, если в кристалле присутствует большое количество дефектов, создающих

дополнительную силу „сухого трения“, пиннирующую границу [31]. Указано соответствие значений параметров использованной в наших расчетах модели 2-х парабол с параметрами, используемыми в стандартной модели Ландау для ФП 1-го рода. Это позволяет применить известные экспериментально значения параметров для конкретного материала для расчета динамики МФГ в рамках выведенного в работе уравнения (22).

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00552 П).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] K.R. Elder, M. Grant, N. Provatas, J.M. Kosterlitz. Phys. Rev. E **64**, 021604 (2001).
- [2] A.L. Korzhenevskii, R. Bausch, R. Schmitz. Phys. Rev. E **83**, 041609 (2011).
- [3] Е.Г. Фесенко, М.А. Мартыненко, В.Г. Гавриляченко, А.Ф. Семенчев. Изв. АН СССР. Сер. физ. **39**, 762 (1975).
- [4] S.M. Yufatova, Y.G. Sindyev, V.G. Gavrilyachenko, E.G. Fesenko. Ferroelectrics **26**, 809 (1980).
- [5] Е.Г. Фесенко, В.Г. Гавриляченко, А.Ф. Семенчев, С.М. Юфатова. ФТТ **27**, 1194 (1985).
- [6] J. Dec. Ferroelectrics **69**, 187 (1986).
- [7] J. Dec. Phys. C **21**, 1257 (1988).
- [8] J. Dec. Ferroelectrics **89**, 193 (1989).
- [9] J. Dec. Phase Transitions **45**, 35 (1993).
- [10] M. Lima, W. Kurz. Met. Mater. Trans. A **33**, 2337 (2002).
- [11] A. Jacot, M. Sumida, W. Kurz. Acta Mater. **59**, 1716 (2011).
- [12] G. Dhanaraj, K. Byrappa, V. Prasad, M. Dudley. Springer Handbook of Crystal Growth, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2010). 1818 p.
- [13] M. Asta, C. Beckermann, A. Karma, W. Kurz, R. Napolitano, M. Plapp, G. Purdy, M. Rappaz, R. Trivedi. Acta Mater. **57**, 941 (2009).
- [14] A.L. Korzhenevskii, R. Bausch, R. Schmitz. Phys. Rev. Lett. **108**, 046101 (2012).
- [15] A.L. Korzhenevskii, R. Bausch, R. Schmitz. Phys. Rev. E **85**, 021605 (2012).
- [16] E. Babushkina, N.M. Bessonov, A.L. Korzhenevskii, R. Bausch, R. Schmitz. Phys. Rev. E **87**, 042402 (2013).
- [17] R.E. Rozas, A.L. Korzhenevskii, J. Horbach. J. Phys. **28**, 035001 (2016).
- [18] А.А. Чеврычкина, Н.М. Бессонов, А.Л. Корженевский. ФТТ **61**, 2122 (2019).
- [19] А.А. Чеврычкина, Н.М. Бессонов, А.Л. Корженевский, D.V. Alexandrov. Eur. Phys. J. Spec. Top. **229**, 253 (2020).
- [20] А.А. Чеврычкина, Н.М. Бессонов, А.Л. Корженевский. ФТТ **62**, 1244, (2020).
- [21] А.А. Чеврычкина, А.Л. Корженевский. Eur. Phys. J. Spec. Top. **231**, 1147 (2022).
- [22] М. Лайнс, А. Гласс. Сегнетоэлектрики и родственные им материалы. Мир, М. (1981). 736 с.

- [23] А.В. Турик, А.И. Чернобабов, Г.С. Радченко, С.А. Турик. ФТТ **46**, 2139 (2004).
- [24] F. Li, L. Jin, Z. Xu, S. Zhang. Appl. Phys. Rev. **1**, 011103 (2014).
- [25] J. Wu, D. Xiao, J. Zhu. Chem. Rev. **115**, 2559 (2015).
- [26] K. Xu, J. Zhu, D. Xiao, X. Zhang, and J. Wu. Chem. Soc. Rev. **49**, 671 (2020).
- [27] W. Wang, J. Wang, R. Wang, Z. Chen, F. Han, K. Lu, C. Wang, Z. Xu, B. Ju. Micromashins **12**, 1366 (2021).
- [28] C. Zhao, H. Feng, Y. Huang, X. Wu, M. Gao, T. Lin, C. Lin. Crystals **13**, 1324 (2023).
- [29] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория упругости. Наука, М. (1987). 246 с.
- [30] H. Loewen, S.A. Schofield, D.W. Oxtoby, J. Chem. Phys. **94**, 5685 (1991).
- [31] A. Boulbitch and A.L. Korzhenevskii. Phys. Rev. E **108**, 014114 (2023).

Редактор Т.Н. Василевская