

## Самодифракция световых волн при встречном взаимодействии в кубическом фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23

© В.Н. Навныко, А.В. Макаревич

Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина,  
247760 Мозырь, Республика Беларусь  
e-mail: valnav@inbox.ru

Поступила в редакцию 11.06.2023 г.

В окончательной редакции 19.07.2023 г.

Принята к публикации 24.07.2023 г.

Проанализированы закономерности влияния самодифракции световых волн на энергетический обмен при встречном двухволновом взаимодействии в кубическом фоторефрактивном пьезокристалле класса симметрии 23. Теоретически и экспериментально исследована зависимость относительной интенсивности предметной волны от азимута ее поляризации и ориентационного угла фоторефрактивного кристалла. Показано, что при решении уравнений связанных волн без учета самодифракции наиболее точная оценка интенсивности предметной волны на выходе из кристалла достигается в случае, когда векторные амплитуды линейно поляризованных взаимодействующих световых волн внутри кристалла лежат в одной плоскости. В общем случае, при произвольных значениях азимута линейной поляризации предметной волны и ориентационного угла кристалла пренебрежение при расчетах самодифракцией световых волн на записываемой отражательной голографической решетке может привести к существенному расхождению результатов теоретических расчетов с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** двухволновое взаимодействие, фоторефрактивный кристалл, голограмма, самодифракция, уравнения связанных волн.

DOI: 10.61011/OS.2023.08.56300.5308-23

### Введение

Благодаря уникальному сочетанию высокой светочувствительности и возможности работы в режиме реального времени фоторефрактивные кристаллические материалы используются при создании разнообразных устройств информационной фотоники, таких как адаптивные голографические интерферометры, оптические модуляторы, интерференционные и дифракционные фильтры, а также устройства на их основе (см., например, [1]). В последние годы опубликован ряд работ [2–4], в которых описаны новые направления практического применения фоторефрактивных кристаллов. Возможность использования кристаллов  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO) и  $\text{CdTe}$  в качестве фоточувствительных сред в детекторах оптического излучения для позитронно-эмиссионной томографии продемонстрирована в [2]. В [3] показано, что фоторефрактивный кристалл  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  может успешно применяться в системах голографического шифрования и дешифрования. В работе приведены результаты тестирования голографической системы дешифрования в отношении смещения фазового ключа как в продольном, так и в поперечном направлениях от исходного положения, а также слепого дешифрования без знания правильного ключа. Анализ возможностей применения фоторефрактивного эффекта при нейроморфных вычислениях в телекоммуникационных приложениях приведен в [4].

Нелинейно-оптический эффект, заключающийся в самовоздействии световых пучков в регистрирующей сре-

де в результате изменения ее свойств под влиянием наведенного излучения, был предсказан в ранних работах [5–7] и играет важную роль при формировании динамических голограмм в фоторефрактивных кристаллах [8,9]. Самовоздействие световых пучков при записи голограммы в динамической регистрирующей среде приводит к тому, что записывающие голографическую решетку световые пучки сами испытывают дифракцию на ней [8]. Это обуславливает изменение интенсивности и фазы записывающих пучков и сказывается на дальнейшем процессе формирования голограммы [6,8]. Описанное волновое явление получило название самодифракции света [5].

Влияние самодифракции на свойства объемных голографических решеток в динамической регистрирующей среде изучено рядом авторов (см., например, [5,6,8]). Обобщение известной теории связанных волн, предложенной Когельником [10], на случай объемных голограмм, сформированных в поглощающих фоточувствительных средах с учетом самодифракции световых пучков, предложено в [11]. В работе представлено аналитическое асимптотическое решение дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, на основе которого можно найти амплитуды дифрагированных связанных волн. С использованием полученных выражений изучены свойства пропускающих и отражательных голограмм при наличии поглощения фоточувствительной среды. Полученные аналитические выражения были приняты во внимание в [12] для анализа влияния локальной

и нелокальной нелинейности среды на дифракционную эффективность голограммы, записанной в фоторефрактивном кристалле. Показано, что самодифракция записывающих световых волн сказывается на селективных свойствах голографических решеток: меняется не только полуширина брэгговского пика, но и происходит сдвиг максимумов на графиках зависимостей дифракционных эффективностей пропускающей и отражательной голограмм от толщины регистрирующей среды и величины фазовой расстройки.

В кубических фоторефрактивных кристаллах модуляция диэлектрической проницаемости на оптических частотах помимо линейного электрооптического эффекта может дополнительно производиться за счет фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов [13]. При этом нецентросимметричные кубические фоторефрактивные кристаллы также обладают заметной оптической активностью [14]. Как показано в [15], совместное действие оптической активности, фотоупругого и пьезоэлектрического эффектов обуславливает существенные изменения поляризационных и энергетических характеристик восстановленной волны, возникающей при дифракции опорного пучка на записанной в кристалле объемной голограмме. В [15] представлена теория дифракции света на фазовой голографической решетке, сформированной в кубическом оптически активном фоторефрактивном пьезокристалле. Влияние фотоупругости на самодифракцию световых волн на объемной голограмме в нецентросимметричном фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23 изучено в [16]. Установлено, что необходимым условием согласования результатов теоретических расчетов с полученными экспериментальными данными является учет вклада фотоупругого и пьезоэлектрического эффектов в уравнениях связанных волн, используемых для описания взаимодействия на голографической решетке опорного и предметного световых пучков. В [17] изучена самодифракция взаимодействующих волн на пропускающей голограмме в кристалле BSO и установлены условия достижения наибольших значений относительной интенсивности предметной световой волны.

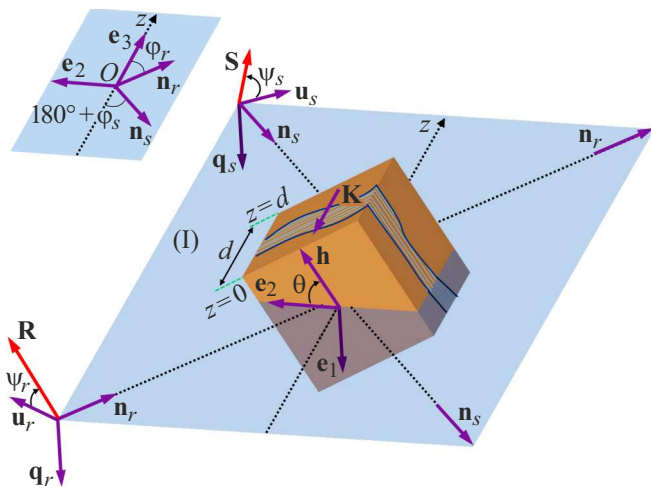
Анализ особенностей самодифракции света на объемной голографической решетке в фоторефрактивном кристалле класса симметрии  $43m$  представлен в [18,19]. В [18] показана возможность неоднаправленной перекачки энергии между связанными волнами при изменении их поляризационного состояния за счет взаимодействия. В линейном приближении по коэффициенту модуляции наведенной интерференционной картины получены аналитические выражения для нахождения скалярных амплитуд составляющих опорной и предметной световых волн. В [19] получено точное решение уравнений связанных волн, на основе которого можно найти амплитуды произвольно поляризованных световых пучков при их взаимодействии на пропускающей голограмме, сформированной в фоторефрактивном кристалле класса симметрии  $43m$ .

Как видно из представленного выше обзора работ, влияние самодифракции световых волн на свойства пропускающих голограмм в кубических фоторефрактивных кристаллах изучалось рядом авторов. Вместе с тем особенности энергетического обмена при встречном двухволновом взаимодействии в кубическом фоторефрактивном кристалле с учетом взаимного влияния записывающих световых пучков и формируемой отражательной голограммы практически не исследованы (обзор публикаций по свойствам отражательных голограмм приведен в [20]). Поэтому с целью эффективного практического применения кубических фоторефрактивных кристаллов представляет интерес определение условий голографического эксперимента (азимуты линейной поляризации волн на входе в кристалл, ориентационный угол кристалла и др.), при которых эффект самодифракции оказывает наибольшее влияние на энергообмен между связанными волнами при их встречном взаимодействии на отражательной голограмме. Также является важным определить границы применимости представленных в [21] аналитических выражений, которые получены в приближении заданной (статической) решетки для нахождения амплитуды предметной волны при встречном двухволновом взаимодействии. Решение этих задач позволит более точно предсказывать результаты голографических экспериментов и повысить эффективность использования кубических фоторефрактивных кристаллов в качестве светочувствительных сред в устройствах регистрации, обработки и передачи оптической информации.

Таким образом, целью настоящего исследования является анализ закономерностей самодифракции световых волн при вырожденном встречном двухволновом взаимодействии в кубическом фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23. Представленные в работе результаты теоретического анализа получены на основе численного решения уравнений связанных волн, в которых учтены линейный электрооптический, фотоупругий и обратный пьезоэлектрический эффекты, а также приняты во внимание оптическая активность, естественное поглощение и циркулярный дихроизм кристалла. Для проверки результатов, полученных теоретически, выполнено экспериментальное исследование зависимости относительной интенсивности предметной световой волны от ориентационного угла кристалла BSO среза (001) при различных азимутах линейной поляризации световых волн.

## Теоретическая модель

Пусть на кубический фоторефрактивный кристалл класса симметрии 23 направляются две плоские монохроматические линейно поляризованные опорная (индекс —  $r$ ) и предметная (индекс —  $s$ ) световые волны (рис. 1). При построении теоретической модели тройки единичных векторов  $(\mathbf{q}_r, \mathbf{u}_r, \mathbf{n}_r)$  и  $(\mathbf{q}_s, \mathbf{u}_s, \mathbf{n}_s)$  используются для задания состояния поляризации и направления



**Рис. 1.** Схема встречного взаимодействия двух световых волн в фоторефрактивном кристалле.

распространения волн. Волновые нормали опорной и предметной волн совпадают по направлению с единичными векторами  $\mathbf{n}_r$  и  $\mathbf{n}_s$ . Векторные амплитуды  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{S}$  перпендикулярны векторам  $\mathbf{n}_r$  и  $\mathbf{n}_s$ . Углами  $\psi_r$  и  $\psi_s$  задаются азимуты поляризации опорной и предметной волн, которые отсчитываются от векторов  $\mathbf{u}_r$  и  $\mathbf{u}_s$  к векторным амплитудам  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{S}$  по часовой стрелке, если смотреть в направлении векторов  $\mathbf{n}_r$  и  $\mathbf{n}_s$  соответственно.

Ортогональный базис  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  жестко связан с плоскостью (I), которая параллельна плоскости голографического стола (вектор  $\mathbf{e}_3$  входит в кристалл и отображен на вставке слева к рис. 1). Единичные векторы  $\mathbf{e}_2$  и  $\mathbf{e}_3$  лежат в плоскости (I), а вектор  $\mathbf{e}_1$  перпендикулярен ей. Вдоль оси  $Oz$ , которая совпадает по направлению с вектором  $\mathbf{e}_3$ , отсчитывается толщина кристалла  $d$ . Будем полагать, что грани кристалла, на которые направляются световые пучки, покрыты просветляющим покрытием, и влиянием волн, образованных при отражении от них, можно пренебречь. Единичный вектор  $\mathbf{h}$  жестко связан с кристаллографической системой координат и используется для задания ориентации кристалла относительно плоскости голографического стола. Кристалл может поворачиваться относительно оси  $Oz$  на ориентационный угол  $\theta$ , который образован векторами  $\mathbf{e}_2$  и  $\mathbf{h}$ . Углы Брэгга  $\varphi_r, \varphi_s$  отсчитываются в плоскости (I) и определяются угловыми расстояниями между единичным вектором  $\mathbf{e}_3$  и векторами  $\mathbf{n}_r, \mathbf{n}_s$  соответственно (см. вставку к рис. 1).

При встречном взаимодействии волн в кристалле формируется фазовая отражательная голограмма с волновым вектором  $\mathbf{K}$ , противоположным по направлению к оси  $Oz$ . На рис. 1 нанесенные на кристалл параллельные линии отображают периодически расположенные фазовые плоскости голограммы, рассеивающие волновые фронты.

Из волнового уравнения для оптически активных сред в приближении медленно меняющихся амплитуд

получена известная (см., например, [22]) система уравнений связанных волн, которую можно использовать для описания взаимодействия двух линейно поляризованных световых волн в отражательной геометрии в фоторефрактивном кристалле:

$$\frac{dR_1}{dz} = ie^{-i\delta}\kappa_{r1s1}S_1 + ie^{-i\delta}\kappa_{r1s2}S_2 + \rho_r R_2 - \alpha_r R_1, \quad (1)$$

$$\frac{dR_2}{dz} = ie^{-i\delta}\kappa_{r2s1}S_1 + ie^{-i\delta}\kappa_{r2s2}S_2 - \rho_r R_1 - \alpha_r R_2, \quad (2)$$

$$\frac{dS_1}{dz} = ie^{i\delta}\kappa_{s1r1}R_1 + ie^{i\delta}\kappa_{s1r2}R_2 + \rho_s S_2 - \alpha_s S_1, \quad (3)$$

$$\frac{dS_2}{dz} = ie^{i\delta}\kappa_{s2r1}R_1 + ie^{i\delta}\kappa_{s2r2}R_2 - \rho_s S_1 - \alpha_s S_2. \quad (4)$$

В выражениях (1)–(4) приняты следующие обозначения:  $R_1, R_2, S_1, S_2$  — проекции векторных амплитуд  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{S}$  на оси, совпадающие по направлению с единичными векторами  $\mathbf{q}_r, \mathbf{u}_r, \mathbf{q}_s$  и  $\mathbf{u}_s$  соответственно;  $\delta$  — фазовый сдвиг между интерференционной картиной и голографической решеткой;  $\rho_{r,s} = (\rho + i\chi)/\cos\varphi_{r,s}$  — удельное вращение плоскости поляризации опорной и предметной волн,  $\rho$  — параметр оптической активности,  $\chi$  — коэффициент циркулярного дихроизма;  $\alpha_{r,s} = \alpha/\cos\varphi_{r,s}$  — параметр, используемый для задания поглощения опорной и предметной волн,  $\alpha$  — коэффициент поглощения кристалла;  $i$  — мнимая единица. Коэффициенты связи  $\kappa_{uhqt}$  между распространяющимися в кристалле опорной и предметной волнами находятся на основании следующих выражений:  $\kappa_{uhqt} = -\kappa_0(\mathbf{e}_{uh}^* \Delta \hat{\epsilon}^{-1} \mathbf{e}_{qt})/\cos\varphi_u$ , где  $\kappa_0 = \pi n^3/(2\lambda)$ ,  $n$  — показатель преломления невозмущенного кристалла,  $\lambda$  — длина волны;  $u, q = r, s$ ;  $h, t = 1, 2$ . Взаимная связь между компонентами векторных амплитуд опорной и предметной волн при их встречном взаимодействии в кубическом фоторефрактивном кристалле задается посредством тензорных сверток  $(\mathbf{e}_{uh}^* \Delta \hat{\epsilon}^{-1} \mathbf{e}_{qt})$ , где  $\Delta \hat{\epsilon}^{-1}$  — изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости, которые можно найти на основании известного выражения  $\Delta \hat{\epsilon}^{-1} = (r_{vwpp}^S n_p + p_{vwkl}^S n_l \gamma_{ki} e_{pij} n_p n_f) E_{sc}$  [23]. В этом выражении приняты следующие обозначения:  $r_{vwpp}^S$  и  $p_{vwkl}^S$  — компоненты тензоров линейного электрооптического ( $\hat{r}^S$ ) и фотоупругого ( $\hat{p}^E$ ) эффектов соответственно;  $\gamma_{ki}$  — компоненты тензора, обратного к тензору  $\Gamma_{ik} = C_{ijkl}^E n_j n_l$ , где  $C_{ijkl}^E$  — компоненты тензора модулей упругости ( $\hat{c}^E$ );  $e_{pij}$  — компоненты тензора обратного пьезоэлектрического ( $\hat{e}$ ) эффекта;  $\mathbf{E}_{sc} = m E_{sc} \mathbf{n}$ , где  $E_{sc}$  — модуль напряженности электрического поля голографической решетки,  $m$  — глубина модуляции интерференционной картины, величина которой находится из выражения  $m = 2(R_1 S_1 + R_2 S_2 \cos(\mathbf{u}_s, \mathbf{u}_r))/(R_1^2 + R_2^2 + S_1^2 + S_2^2)$ ;  $n_p, n_f$  — направляющие косинусы вектора  $\mathbf{n}$  в кристаллографической системе координат. Индекс  $S$  для тензора линейного электрооптического эффекта  $\hat{r}^S$  означает, что его компоненты измерялись для зажатого кристалла.

Индекс  $E$  для тензоров  $\hat{p}^E, \hat{c}^E$  означает, что компоненты тензоров упругости и фотоупругого эффекта измерялись при постоянном электрическом поле. В случае отличных от нуля компонент тензоров  $\hat{r}^S, \hat{p}^E, \hat{c}^E$  и  $\hat{e}$ , которые получены для кубического кристалла класса симметрии 23, далее приняты следующие обозначения:

$$r_{123}^S = r_{132}^S = r_{213}^S = r_{231}^S = r_{312}^S = r_{321}^S \equiv r_{41},$$

$$p_{11}^E = p_{22}^E = p_{33}^E \equiv p_1, \quad p_{12}^E = p_{23}^E = p_{31}^E \equiv p_2,$$

$$p_{13}^E = p_{21}^E = p_{32}^E \equiv p_3, \quad p_{44}^E = p_{55}^E = p_{66}^E \equiv p_4,$$

$$e_{123} = e_{132} = e_{213} = e_{231} = e_{312} = e_{321} \equiv e_{14},$$

$$c_{11}^E = c_{22}^E = c_{33}^E \equiv c_1,$$

$$c_{12}^E = c_{13}^E = c_{23}^E = c_{21}^E = c_{31}^E = c_{32}^E \equiv c_2,$$

$$c_{44}^E = c_{55}^E = c_{66}^E \equiv c_3.$$

В дальнейшем при расчетах выбиралась среда с параметрами кристалла BSO: показатель преломления невозмущенного кристалла  $n_0 = 2.54$  при  $\lambda = 633 \cdot 10^{-9} \text{ m}$  [8]; электрооптический коэффициент  $r_{41} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ m/V}$  [8]; коэффициенты упругости  $c_1 = 12.96 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ ,  $c_2 = 2.99 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ ,  $c_3 = 2.45 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$  [24]; коэффициенты фотоупругости  $p_1 = -0.16$ ,  $p_2 = -0.13$ ,  $p_3 = -0.12$ ,  $p_4 = -0.015$  [25]; пьезоэлектрический коэффициент  $e_{14} = 1.12 \text{ C/m}^2$  [25].

Численное интегрирование уравнений связанных волн (1)–(4) производилось на основе известного метода пристрелки [26]. Начальные условия для решения двухточечной граничной задачи выбирались следующим образом: при  $z = 0$  считаем, что  $R_1 = -|\mathbf{R}| \cos \psi_r$ ,  $R_2 = |\mathbf{R}| \sin \psi_r$ ; при  $z = d$  полагаем, что  $S_1 = -|\mathbf{S}| \cos \psi_s$ ,  $S_2 = |\mathbf{S}| \sin \psi_s$ . Количественная оценка энергетического обмена между связанными волнами производилась с использованием параметра относительной интенсивности  $\gamma$  предметной волны, который находился по формуле  $\gamma = I_s/I_s^0$ . Здесь через  $I_s$  обозначена интенсивность предметной волны при двухволновом взаимодействии в отражательной геометрии (рис. 1), которая фиксируется на выходе из кристалла (при  $z = 0$ ). Параметр  $I_s^0$  равен интенсивности предметной волны на выходе из кристалла в отсутствие опорной волны.

### Экспериментальная часть

Рассмотрим экспериментальную схему (рис. 2) встречного двухволнового взаимодействия в фоторефрактивном кристалле, которая использовалась для проверки представленных далее теоретических результатов. Гелий-неоновый лазер 1 генерировал излучение на длине волны 632.8 nm, которое разделялось на два световых пучка с использованием светоделителя 2. Линейно поляризованный в плоскости падения опорный ( $r$ ) световой пучок отражался от глухого зеркала 3, проходил через диафрагму 6 и направлялся на кристалл. Предметный ( $s$ ) световой пучок после отражения от

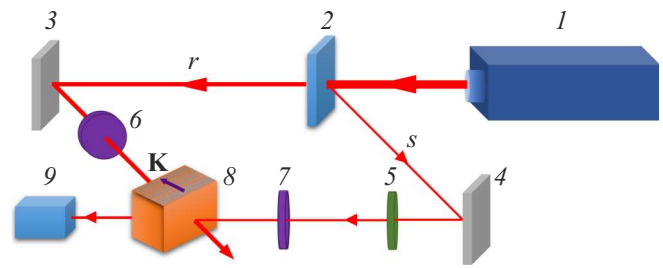
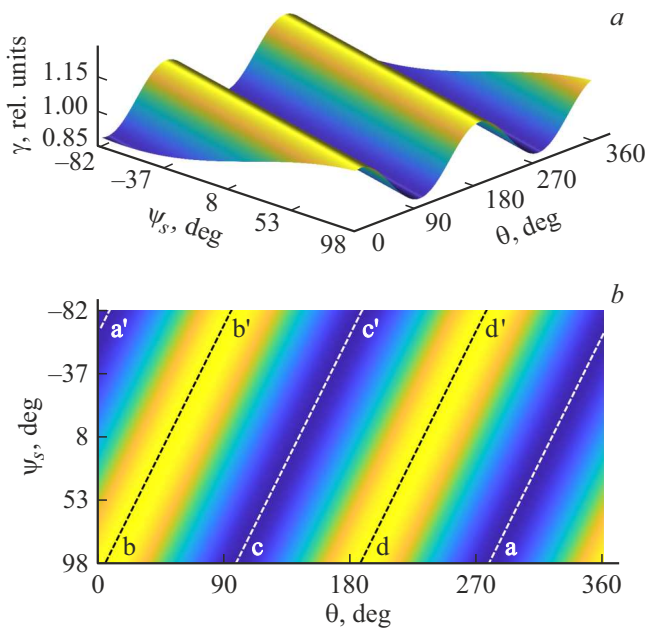


Рис. 2. Схема экспериментальной установки: 1 — гелий-неоновый лазер, 2 — светоделитель, 3, 4 — глухие зеркала, 5 — полуволновая фазовая пластинка, 6, 7 — диафрагмы, 8 — кристалл, 9 — фотодиод.

глухого зеркала 4 пропускаться через полуволновую фазовую пластинку 5 и после прохождения диафрагмы 7 направлялся на кристалл. В результате взаимодействия опорного и предметного пучков в фоторефрактивном кристалле формировалась отражательная голограмма с волновым вектором  $\mathbf{K}$ . Для фиксирования интенсивности предметного пучка использовался фотодиод 9, который располагался на пути распространения этого пучка. Фотодиод был включен в измерительную цепь (на рис. 2 не показана), содержащую цифровой вольтметр, показания которого фиксировались, и на основании полученных данных определялось отношение  $\gamma = I_s/I_s^0$ .

При выполнении опытов использовалась методика голографического эксперимента, описанная в [27]. Изначально кристалл поворачивался относительно оси  $z$ , и выставлялся необходимый ориентационный угол  $\theta$ . Далее опорный пучок перекрывался, а на кристалл направлялся только предметный пучок и измерялась его интенсивность  $I_s^0$ . После этого перекрывалась светочувствительная площадка фотодиода 9 непрозрачным экраном и производилось непрерывное освещение кристалла опорным и предметным пучками в течение 30 s. Далее непрозрачный экран, расположенный перед светочувствительной площадкой фотодиода 9, убирался, и посредством цифрового вольтметра фиксировалась интенсивность предметного пучка  $I_s$  при встречном двухволновом взаимодействии. После изменялся ориентационный угол  $\theta$  кристалла, и описанная последовательность действий при проведении эксперимента повторялась.

Для выполнения эксперимента из имеющихся кристаллов BSO был выбран образец среза (001) толщиной 3.73 mm. Выбор среза и толщины кристаллического образца производился в соответствии с данными, приведенными в [28]. Авторами показано, что для кристалла BSO толщиной до 10 mm наибольшие значения относительной интенсивности предметной волны при соответствующем выборе входных азимутов линейной поляризации световых волн достигаются в случае, если волновой вектор отражательной голограммы направлен вдоль одного из кристаллографических направлений



**Рис. 3.** График зависимости относительной интенсивности  $\gamma$  предметной волны от ориентационного угла  $\theta$  и азимута поляризации  $\psi_s$ , рассчитанный в приближении заданной решетки.

семейства  $\langle 100 \rangle$ . В работе также было установлено, что максимумы графика зависимости наибольших значений относительной интенсивности предметной волны от толщины кристаллического образца при встречном двухволновом взаимодействии в кристалле BSO среза (001) достигаются в случае, если выполняется условие  $d_g \approx g\pi/(2\rho)$  ( $g = 1, 3, \dots$ ). Поскольку экспериментально измеренное удельное вращение имеющихся в наличии образцов BSO было приблизительно равно  $\rho = 384 \text{ rad/m}$ , минимальная толщина, при которой может достигаться наибольшее значение  $\gamma$ , составило  $d_1 \approx 4.21 \text{ mm}$ . Наиболее близкое значение к  $d_1$  имел образец BSO толщиной  $3.73 \text{ mm}$ .

Перед проведением эксперимента по встречному двухволновому взаимодействию была выполнена приближительная экспериментальная оценка следующих параметров выбранного кристалла BSO: естественное поглощение  $\alpha = 15 \text{ m}^{-1}$ , циркулярный дихроизм  $\chi = 1.5 \text{ m}^{-1}$ . При подготовке голографического эксперимента углы  $\varphi_r$  и  $\varphi_s$  выбирались равными  $2.5^\circ$  и  $177.5^\circ$  соответственно, а отношение интенсивностей опорного и предметного световых пучков составляло 6:1. При отсчете угла  $\theta$  предполагалось, что единичный вектор  $\mathbf{h}$  был ориентирован вдоль кристаллографического направления [100].

## Результаты и их обсуждение

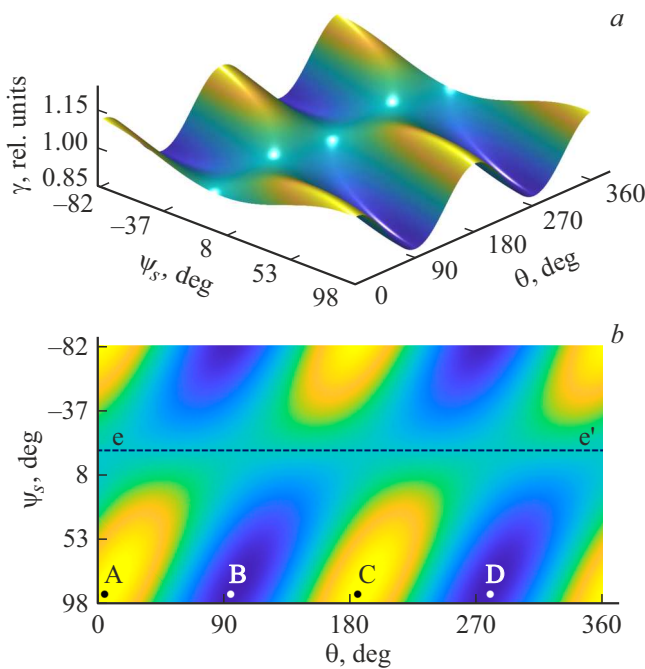
На рис. 3 представлен график зависимости относительной интенсивности  $\gamma$  предметной световой волны от азимута  $\psi_s$ , заданного при  $z = d$ , и ориентационного угла  $\theta$ . Поверхность  $\gamma(\theta, \psi_s)$  рассчитана в приближении

заданной решетки ( $m = \text{const}$ ) при условии, что опорная волна линейно поляризована в плоскости падения. Точкой отсчета азимута  $\psi_s$  выбрано значение  $98^\circ$ , поскольку в этом случае за счет оптической активности векторные амплитуды  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{S}$  связанных волн при их распространении в кристалле остаются лежать в одной плоскости ( $\mathbf{R} \parallel \mathbf{S}$ ) при любом фиксированном значении его толщины [29]. В случае изменения значения азимута  $\psi_s$  при распространении связанных волн внутри кристалла между векторными амплитудами  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{S}$  возникает угол  $\Delta = |98^\circ - \psi_s|$ , который сохраняется при любом значении  $z$ . Например, при  $\psi_s = 8^\circ$  векторы  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{S}$  перпендикулярны друг другу ( $\mathbf{R} \perp \mathbf{S}$ ) при любом значении координаты  $z$ , поскольку  $\Delta = 90^\circ$ .

Как видно из рис. 3, график зависимости  $\gamma(\theta, \psi_s)$ , полученный в результате численного решения уравнений связанных волн (1)–(4) без учета самодифракции (в приближении заданной решетки), имеет волнообразный вид с четко видимыми линиями максимумов и минимумов (на рис. 3, *b* обозначены штриховыми линиями). При этом каждому значению угла  $\theta$  можно поставить в соответствие такое значение азимута  $\psi_s$ , при котором относительная интенсивность  $\gamma$  будет достигать максимума. Также установлено, что наибольшая интенсивность предметной волны имеет место, когда ориентационный угол изменяется в пределах от  $4^\circ$  до  $94^\circ$  (линия  $b-b'$ ) и от  $184^\circ$  до  $274^\circ$  (линия  $d-d'$ ). Наименьшие значения  $\gamma$  на поверхности  $\gamma(\theta, \psi_s)$  достигаются вдоль штриховых линий  $a-a'$  и  $c-c'$ , которые соответствуют следующим интервалам изменения угла  $\theta$ :  $0^\circ-4^\circ$  и  $274^\circ-360^\circ$  ( $a-a'$ );  $94^\circ-184^\circ$  ( $c-c'$ ). В частности, относительная интенсивность  $\gamma$  остается постоянной по величине, если значения азимута  $\psi_s$  и угла  $\theta$  связаны линейной зависимостью  $\psi_s = 98^\circ + \theta$ .

На рис. 4 отображен график зависимости  $\gamma(\theta, \psi_s)$ , при получении которого принималась во внимание самодифракция световых волн на записываемой в кристалле отражательной голограмме. Для учета эффекта самодифракции при решении уравнений связанных волн (1)–(4) использовалось динамическое приближение. В рамках этого приближения предполагалось, что при проведении эксперимента записывающая интерференционная картина и голографическая решетка в фото-рефрактивном кристалле достигают некоторого взаимосогласованного состояния. В линейном режиме записи амплитуда голографической решетки пропорциональна глубине модуляции  $m$  записывающей интерференционной картины, которая внутри кристалла в отличие от приближения заданной решетки является функцией координаты  $z$  ( $m(z) \neq \text{const}$ ) [6].

При численном решении уравнений связанных волн (1)–(4) „включение“ самодифракции обуславливает, главным образом, качественную трансформацию графика зависимости  $\gamma(\theta, \psi_s)$ : в динамическом приближении поверхность приобретает горбообразный характер с симметрично расположенными глобальными максимумами (точки А и С) и глобальными минимумами (точ-



**Рис. 4.** График зависимости относительной интенсивности  $\gamma$  предметной волны от ориентационного угла  $\theta$  и азимута поляризации  $\psi_s$ , рассчитанный в динамическом приближении.

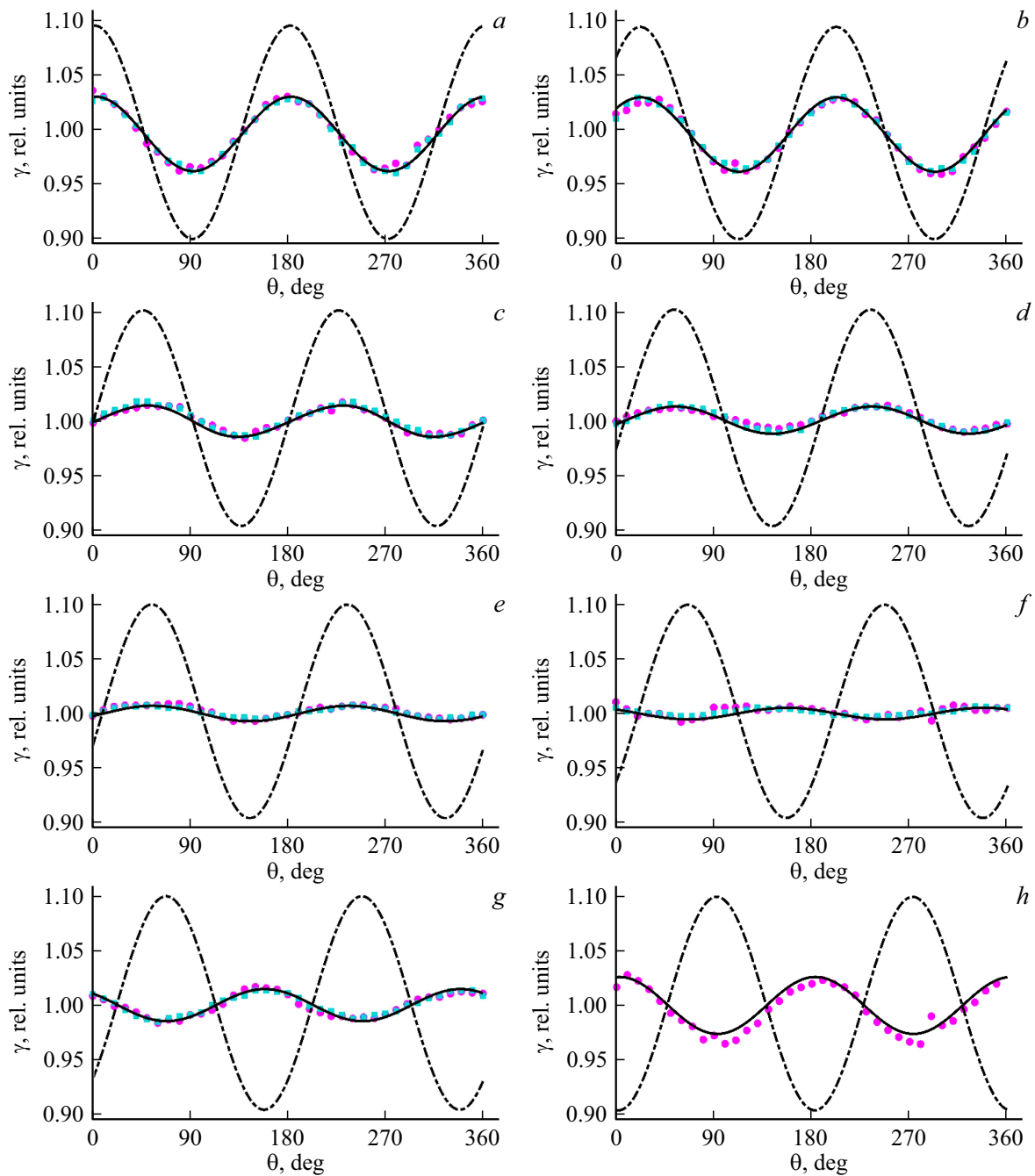
ки В и D). Как видно из рис. 4, при записи отражательной голограммы в динамическом режиме все экстремумы графика зависимости  $\gamma(\theta, \psi_s)$  соответствуют одному значению азимута  $\psi_s$  и двум различным значениям ориентационного угла. В рассмотренном нами случае такое значение азимута  $\psi_s$  приблизительно равно  $94^\circ$ , а значения угла  $\theta$ , при которых достигаются максимумы и минимумы поверхности, равны  $4^\circ$  (точка А),  $184^\circ$  (точка С),  $94^\circ$  (точка В) и  $274^\circ$  (точка D) соответственно. При уменьшении азимута  $\psi_s$  энергетический обмен между световыми волнами ослабевает, и амплитуда колебаний относительной интенсивности  $\gamma$  при изменении угла  $\theta$  уменьшается. В предельном случае, когда значения азимута  $\psi_s$  лежат в окрестности  $-4^\circ$  (штриховая линия  $e - e'$  на рис. 3, b), относительная интенсивность  $\gamma$  будет иметь значения, близкие к единице. Это означает отсутствие энергетического обмена между опорной и предметной волнами при их встречном взаимодействии. При дальнейшем уменьшении значения азимута поляризации ( $\psi_s \rightarrow -82^\circ$ ) на поверхности  $\gamma(\theta, \psi_s)$  снова формируются по два локальных максимума и минимума.

Как видно из сравнения рис. 3 и 4, существуют принципиальные качественные отличия графиков зависимостей  $\gamma(\theta, \psi_s)$ , рассчитанных с учетом и без учета самовоздействия световых волн при записи отражательной голограммы в фоторефрактивном кристалле BSO среза (001). Ключевым вопросом является здесь следующее: возможно ли достижение максимума относительной интенсивности  $\gamma$  для любого угла  $\theta$  при соответствующем выборе азимута  $\psi_s$ , как это предсказывает

решение уравнений связанных волн (1)–(4) в приближении заданной решетки, или существуют лишь несколько комбинаций значений  $(\theta, \psi_s)$ , при которых параметр  $\gamma$  достигает экстремальных значений, как это получено в динамическом приближении. Кроме того, является важным ответ на вопрос: действительно ли существуют такие значения азимута  $\psi_s$ , для которых при любом значении угла  $\theta$  относительная интенсивность  $\gamma$  имеет близкую к единице величину. В приближении заданной решетки таких значений азимута поляризации предметной волны не существует — для любого значения азимута  $\psi_s$  относительная интенсивность  $\gamma$  изменяется периодически при соответствующем изменении угла  $\theta$ . Результаты численного решения уравнений связанных волн (1)–(4) в динамическом приближении показывают, что существует значение азимута  $\psi_s$ , в окрестности которого  $\gamma \approx 1$ . Для проверки правильности применения двух указанных выше теоретических подходов к описанию зависимости  $\gamma(\theta, \psi_s)$  были проведены экспериментальные исследования зависимости относительной интенсивности  $\gamma$  от ориентационного угла  $\theta$  для различных значений азимута поляризации  $\psi_s$ .

На рис. 5 представлены графики зависимости относительной интенсивности  $\gamma$  предметной световой волны от угла  $\theta$ , полученные для различных значений азимута  $\psi_s$ . Штрихпунктирные линии отображают зависимости  $\gamma(\theta)$ , полученные в приближении заданной решетки и соответствуют сечениям представленной на рис. 3 поверхности  $\gamma(\theta, \psi_s)$  плоскостями  $\psi_s = \text{const}$ . Сплошные кривые на рис. 5 представляют полученные в динамическом приближении зависимости  $\gamma(\theta)$ , которые совпадают с сечениями поверхности  $\gamma(\theta, \psi_s)$ , представленной на рис. 4, плоскостями  $\psi_s = \text{const}$ . Графики зависимости, обозначенные кружками и квадратами, являются данными двух серий голографического эксперимента. Небольшое смещение (порядка нескольких градусов) максимумов графиков зависимостей  $\gamma(\theta, \psi_s)$  на рис. 3, 4 и  $\gamma(\theta)$  на рис. 5 относительно начала отсчета ориентационного угла ( $\theta = 0^\circ$ ) обусловлено тем, что в используемом кристаллическом образце BSO направление кристаллографической оси [100] было известно с погрешностью в несколько градусов. По этой причине при юстировке кристалла в экспериментальной установке не было возможности начать отсчет точно от оси [100], что и привело к незначительному смещению указанных графиков зависимостей относительно друг друга.

Кривые на рис. 5, a рассчитаны при  $\psi_s \approx 98^\circ$ , что соответствует случаю, когда векторные амплитуды  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{S}$  при встречном распространении световых волн внутри кристалла лежат в одной плоскости. На этом рисунке теоретические и экспериментальные кривые качественно похожи друг на друга, но рассчитанный в динамическом приближении график зависимости  $\gamma(\theta)$  количественно более точно соответствует данным эксперимента. При увеличении угла  $\Delta$  между векторными амплитудами  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{S}$  внутри кристалла имеет место смещение теоретических и экспериментальных кривых



**Рис. 5.** Графики зависимости относительной интенсивности  $\gamma$  предметной волны от ориентационного угла  $\theta$ , полученные экспериментально и теоретически для различных значений азимута поляризации  $\psi_s$ :  $\psi_s = 98^\circ$  (a);  $\psi_s = 53^\circ$  (b);  $\psi_s = 8^\circ$  (c);  $\psi_s = 3^\circ$  (d);  $\psi_s = -7^\circ$  (e);  $\psi_s = -22^\circ$  (f);  $\psi_s = -37^\circ$  (g);  $\psi_s = -82^\circ$  (h).

на угол  $\theta$ , равный половине угла между этими векторами ( $\Delta/2$ ). Например, при  $\psi_s \approx 53^\circ$  (рис. 5, b) угол  $\Delta$  между векторными амплитудами  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{S}$  равен  $45^\circ$ , а смещение максимумов произошло приблизительно на  $22^\circ$ , или, например, при  $\Delta = 90^\circ$  достигается смещение графиков зависимостей, приблизительно равное  $45^\circ$  (рис. 5, c).

Как показывают представленные на рис. 5 экспериментальные данные, наибольшие значения относительной интенсивности  $\gamma$  могут достигаться только в случае,

когда входные азимуты поляризации выбираются таким образом, что векторные амплитуды  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{S}$  лежат в одной плоскости. При увеличении угла  $\Delta$  имеет место уменьшение значений относительной интенсивности  $\gamma$  в максимумах графика зависимости  $\gamma(\theta)$ . Например, если при  $\psi_s \approx 98^\circ$  ( $\Delta = 0^\circ$ ) значение параметра  $\gamma$  приблизительно равно 1.03 (рис. 5, a), то при  $\psi_s \approx 53^\circ$  ( $\Delta = 45^\circ$ ) получено  $\gamma \approx 1.025$  (рис. 5, b), а при  $\psi_s \approx 8^\circ$  ( $\Delta = 90^\circ$ ) —  $\gamma \approx 1.015$  (рис. 5, c). При изменении ази-

мута  $\psi_s$  в интервале от  $8^\circ$  (рис. 5, c) до  $-37^\circ$  (рис. 5, g) относительная интенсивность  $\gamma$  принимает значения, близкие к единице, при этом график зависимости  $\gamma(\theta)$  претерпевает качественное изменение — по мере уменьшения азимута  $\psi_s$  максимумы и минимумы графика зависимости  $\gamma(\theta)$  меняются местами: в тех интервалах значений угла  $\theta$ , которые соответствовали максимумам зависимости  $\gamma(\theta)$ , формируются уже минимумы и наоборот. Перемена местами максимумов и минимумов на графике зависимости  $\gamma(\theta)$  хорошо видна, если сопоставить кривые на рис. 5, c и 5, g.

Для более детального экспериментального изучения трансформации кривой при изменении азимута  $\psi_s$  в интервале от  $8^\circ$  до  $-37^\circ$  были проведены дополнительные опыты по исследованию зависимости  $\gamma(\theta)$  при  $\psi_s \approx 3^\circ$  (рис. 5, d),  $-7^\circ$  (рис. 5, e) и  $-22^\circ$  (рис. 5, f). Из представленных экспериментальных данных видно, как при уменьшении азимута  $\psi_s$  в исследуемом интервале происходит трансформация кривой  $\gamma(\theta)$  — от волнообразной зависимости (рис. 5, c) до близкой к линейной (рис. 5, f) и далее к „перевернутой“ волнообразной кривой (рис. 5, g).

Изученная опытным путем трансформация графика зависимости  $\gamma(\theta)$  при уменьшении азимута  $\psi_s$  не может быть удовлетворительно описана в рамках приближения заданной решетки, поскольку представленная на рис. 5 совокупность экспериментальных данных не соответствует поверхности, представленной на рис. 3. Наилучшее качественное согласование теоретических данных, полученных при решении уравнений связанных волн (1)–(4) в приближении заданной решетки, с результатами эксперимента достигается лишь в случае, когда векторные амплитуды  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{S}$  внутри кристалла лежат в одной плоскости. Как видно из рис. 5, в общем случае только учет самодифракции световых волн при расчетах позволяет добиться хорошего согласования экспериментальных данных с теоретически рассчитанными графиками зависимости  $\gamma(\theta)$ . Экспериментально установлено, что существует две комбинации значений  $\theta$ ,  $\psi_s$ , при которых параметр  $\gamma$  достигает своего максимума на поверхности  $\gamma(\theta, \psi_s)$ , что соответствует теоретическим данным, полученным на основании решения уравнений связанных волн (1)–(4) в динамическом приближении. Также экспериментально доказано существование таких значений азимута  $\psi_s$ , при которых относительная интенсивность  $\gamma$  приблизительно равна единице для любого значения угла  $\theta$ , что и предсказано в результате решения задачи с учетом эффекта самодифракции.

## Заключение

Экспериментально доказано, что наибольшие значения относительной интенсивности предметной волны при встречном двухволновом взаимодействии в кристалле BSO среза (001) могут быть достигнуты при выборе таких значений азимутов линейной поляризации

световых волн, при которых их векторные амплитуды внутри кристалла лежат в одной плоскости. При этом существует только две комбинации значений азимута поляризации предметной волны и ориентационного угла кристалла, при которых может достигаться абсолютный максимум относительной интенсивности предметной волны. При экспериментальном нахождении относительной интенсивности предметной волны обнаружено существование таких значений азимута ее поляризации, для которых при любом ориентационном угле кристалла BSO энергетический обмен между связанными волнами практически прекращается.

Также при изучении зависимости относительной интенсивности предметной волны от ее азимута поляризации и ориентационного угла кристалла установлено, что решение уравнений связанных волн в приближении заданной решетки в общем случае приводит к получению некорректных результатов. Наиболее точные предсказания зависимости  $\gamma(\theta)$  при проведении численных расчетов без учета самодифракции достигаются для случая, когда векторные амплитуды световых волн внутри кристалла лежат в одной плоскости. В остальных случаях при оценке значений интенсивности предметной волны может возникать погрешность, наличие которой обусловлено пренебрежением эффекта взаимного воздействия связанных волн и голографической решетки друг на друга.

Таким образом, самодифракция оказывает существенное влияние на направление и интенсивность энергетического обмена между световыми волнами при их встречном взаимодействии в кубическом фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23. Решение уравнений связанных волн в динамическом приближении позволяет добиться наиболее точного совпадения графиков зависимостей относительной интенсивности предметной волны от ее азимута поляризации и ориентационного угла кристалла с полученными экспериментальными данными.

## Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (договор от 22.03.2021 № 1410/2021) в рамках Государственной программы научных исследований № 6 „Фотоника и электроника для инноваций“ на 2021–2025 гг. (задание 6.1.14).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] В.М. Петров, А.В. Шамрай. *Интерференция и дифракция для информационной фотоники* (Лань, СПб., 2019), 460 с.



- [2] L. Tao, H.M. Daghighian, C.S. Levin. *J. Medical Imaging*, **4** (1), 011010 (2017). DOI: 10.1117/1.JMI.4.1.011010
- [3] C.H. Kwak, G.Y. Kim, B. Javidi. *Opt. Commun.*, **95**, 437 (2019). DOI: 10.1016/j.optcom.2018.12.049
- [4] F. Laporte, J. Dambre, P. Bienstman. *Scientific Reports*, **11**, 2701 (2021). DOI: 10.1038/s41598-021-81899-w
- [5] В.М. Комиссаров. Письма в ЖЭТФ, **14**, 64 (1971).
- [6] В.Л. Винецкий, Н.В. Кухтарев, С.Г. Одулов, М.С. Соскин. УФН, **129** (1), 8 (1979).
- [7] Б.Я. Зельдович, В.В. Шкунов, Т.В. Яковлева. УФН, **149** (3), 511 (1986).
- [8] М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике* (Наука, СПб., 1992), 320 с.
- [9] С.Г. Одулов, М.С. Соскин, А.И. Хижняк. *Лазеры на динамических решетках: оптические генераторы на четырехволновом смешении* (Наука, М., 1990), 272 с.
- [10] H. Kogelnik. *JOSA*, **57** (3), 431 (1967).
- [11] В.М. Сердюк. ЖТФ, **58** (7), 1341 (1988).
- [12] В.М. Сердюк. ЖТФ, **59** (10), 11 (1989).
- [13] А.А. Изванов, А.Е. Мандель, Н.Д. Хатков, С.М. Шандаров. *Автоматрия*, **2**, 79 (1986).
- [14] А.А. Блистанов, В.С. Бондаренко, Н.В. Переломова, Ф.Н. Стрижевская, В.В. Чкалова, М.П. Шаскольская. *Акустические кристаллы* (Наука, М., 1982), 632 с.
- [15] V.V. Shepelevich, S.M. Shandarov, A.E. Mandel. *Ferroelectrics*, **110**, 235 (1990).
- [16] В.И. Волков, Ю.Ф. Каргин, Н.В. Кухтарев, А.В. Привалко, Т.И. Семенец, С.М. Шандаров, В.В. Шепелевич. *Квант. электрон.*, **18** (10), 1237 (1991). [V.I. Volkov, Yu.F. Kargin, N.V. Kukhtarev, A.V. Privalko, T.I. Semenets, S.M. Shandarov, V.V. Shepelevich. *Sov. J. Quantum Electron.*, **21** (10), 1122 (1991). DOI: 10.1070/QE1991v021n10ABEH004302].
- [17] В.В. Шепелевич, А.А. Фирсов. *Квант. электрон.*, **30** (1), 60 (2000). [V.V. Shepelevich, A.A. Firsov. *Quantum Electron.*, **30** (1), 60 (2000). DOI: 10.1070/QE2000v030n01ABEH001659].
- [18] Р.В. Литвинов. ЖЭТФ, **122** (5), 950 (2002). [R.V. Litvinov. *JETP*, **95** (5), 820 (2002). DOI: 10.1070/QE2002v032n06ABEH002238].
- [19] Р.В. Литвинов. *Квант. электрон.*, **37** (2), 154 (2007). [R.V. Litvinov. *Quantum Electron.*, **37** (2), 154 (2007). DOI: 10.1070/QE2007v037n02ABEH013349].
- [20] С.М. Шандаров, Н.И. Буримов, Ю.Н. Кульчин, Р.В. Ромашко, А.Л. Толстик, В.В. Шепелевич. *Квант. электрон.*, **38** (11), 1059 (2008). [S.M. Shandarov, N.I. Burimov, Yu.N. Kul'chin, R.V. Romashko, A.L. Tolstik, V.V. Shepelevich. *Quantum Electron.*, **38** (11), 1059 (2008). DOI: 10.1070/QE2008v038n11ABEH013793].
- [21] В.В. Шепелевич, В.Н. Навныко, С.Ф. Ничипорко, С.М. Шандаров, А.Е. Мандель. Письма в ЖТФ, **29** (18), 22 (2003). [V.V. Shepelevich, V.N. Navnyko, S.F. Nichiporko, S.M. Shandarov, A.E. Mandel. *Tech. Phys. Lett.*, **29** (9), 757 (2003). DOI: 10.1134/1.1615557].
- [22] В.Н. Навныко, В.В. Шепелевич, С.М. Шандаров. *Опт. и спектр.*, **129** (1), 66 (2021). [V.N. Naunyka, V.V. Shepelevich, S.M. Shandarov. *Opt. Spectrosc.*, **129** (1), 84 (2021). DOI: 10.1134/S0030400X21010148].
- [23] С.М. Шандаров, В.В. Шепелевич, Н.Д. Хатков. *Опт. и спектр.*, **70** (5), 1068 (1991). [S.M. Shandarov, V.V. Shepelevich, N.D. Khatkov. *Opt. Spectrosc.*, **70** (5), 627 (1991)].
- [24] К.С. Александров, В.С. Бондаренко, М.П. Зайцева, Б.П. Сорокин, Ю.И. Кокорин, В.М. Зражевский, А.М. Сысоев, Б.В. Соболев. ФТТ, **26** (12), 3603 (1984).
- [25] Е.И. Леонов, Г.А. Бабонас, А.А. Реза, В.И. Шандарис. ЖТФ, **55** (6), 1203 (1985).
- [26] Y.H. Ja. *Opt. and Quant. Electron.*, **15**, 529 (1983).
- [27] В.В. Шепелевич, Н.Н. Егоров. Письма в ЖТФ, **17** (5), 24 (1991).
- [28] В.Н. Навныко, В.В. Шепелевич. Письма в ЖТФ, **33** (17), 16 (2007). [V.N. Naunyka, V.V. Shepelevich. *Tech. Phys. Lett.*, **33** (9), 726 (2007). DOI: 10.1134/s1063785007090039].
- [29] S. Mallick, M. Miteva, L. Nikolova. *JOSA B*, **14** (5), 1179 (1997). DOI: 10.1364/JOSAB.14.001179